

**Т.А. АЛДАМУРАТОВА, К.С. БАЙШОЛАНОВА,
Е.С. БАЙШОЛАНОВ**

МАТЕМАТИКА

В двух частях

Часть 1

Учебник для 5 класса общеобразовательной школы

5

Рекомендовано Министерством образования
и науки Республики Казахстан



Алматы «Атамұра» 2017

УДК 373.167.1

ББК 22.1я72

А 45

Учебник подготовлен в соответствии с Типовой программой обновленного содержания, по предмету «Математика» для 5–6 классов основного среднего образования по утвержденной Министерством образования и науки РК.

Рецензенты:

Отеш Абдимажит Конырбайұлы – директор физико-математического лицея №178 г. Алматы, кавалер ордена «Құрмет»

Симакина Галина Николаевна – отличник народного образования КазССР, учитель математики высшей категории школы для одаренных детей «Зерде» г. Астаны

Условные обозначения:



– задания для предварительной подготовки к усвоению новой темы;



– вопросы по основному материалу темы;



– исторические сведения;

A – упражнения первого уровня;

B – упражнения второго уровня;

C – упражнения третьего уровня;

синий цвет – упражнения для повторения;

* – задачи повышенной трудности;

• – задачи на смекалку;

в рамке – упражнения логического характера;

▲ – задачи с одним условием и различными вопросами;

● – наводящие вопросы;

★ – проблемные задачи (использование информационно-коммуникационных технологий – ИКТ);

▲ – ответы к упражнениям по данной теме;



– задание для самостоятельного усвоения новой темы;

||| – так отмечены ожидаемые ответы учащихся на поставленные вопросы, а также выводы.

Алдамуратова Т.А. и др.

А 45 Математика. Учебник для 5 кл. общеобразоват. шк. В 2 ч./ Т.А. Алдамуратова, К.С. Байшоланова, Е.С. Байшоланов. – Алматы: Атамұра, 2017.

ISBN 978–601–306–724–7

ч. 1 – 2017.–224 с.

ISBN 978–601–306–725–4

ISBN 978–601–306–725–4 – (ч. 1)

ISBN 978–601–306–724–7

© Алдамуратова Т.А., Байшоланова К.С.,
Байшоланов Е.С., 2017

© «Атамұра», 2017

Введение

В начальных классах вы научились выполнять действия с натуральными числами. Кроме натуральных чисел при вычислениях используются также обыкновенные дроби и десятичные дроби.

В 5 классе вы научитесь, используя эти дроби, находить значения выражений, корни уравнений, решать задачи на проценты и т.д. Кроме того, вы познакомитесь с некоторыми понятиями, необходимыми для изучения в последующих классах таких предметов, как химия, физика, география и др., и научитесь решать соответствующие задачи.

В учебнике перед каждой темой даются задания для предварительной подготовки к усвоению новой темы (отмечены значком с колокольчиком). В результате самостоятельного выполнения этих заданий дома вы предварительно подготовитесь к усвоению новой темы на уроке.

В соответствии с образовательными целями каждой темы задания и упражнения в учебнике распределены от простого к сложному по трем уровням: *А*, *В* и *С*.

А – упражнения первого уровня обеспечивают содержание обучения, необходимое для усвоения обязательного уровня знаний, умений и навыков.

В – упражнения второго уровня соответствуют продвинутому уровню и связаны с предыдущими темами.

С – упражнения третьего уровня предназначены для творческой работы. Здесь даны задания на краткие доказательства и задачи, требующие более глубоких знаний.

Так же в учебнике имеются логические задачи, решаемые различными способами.

Учебник включает в себя и задачи на развитие навыков использования информационно-коммуникационных технологий.

В конце каждой темы находятся ключевые факты по данной теме, здесь же даны ответы к упражнениям.

Дорогие ученики! Примеры и методы решений задач, указанные в учебнике, познакомят вас с множеством различных способов вычислений и научат применять математику в жизни.



1. Какое наименьшее число применяется при счете?
 2. Насколько последующее число больше предыдущего при счете по порядку?
 3. 1) Найдите сумму:
 - а) $3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2$;
 - б) $4 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9$.
 - 2) а) Сколько тысяч содержится в числе 5761?
 - б) Сколько сотен в числе 3596?
 - в) Сколько десятков в числе 8451?
 - г) Сколько единиц в числе 7825?
- Можно ли сделать вывод, что значение цифры зависит от ее места в записи числа?

Глава I. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ

1.1. Натуральные числа и нуль

Для счета предметов применяют натуральные числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, Любое натуральное число можно записать с помощью арабских цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 0.

Счет начинается с числа 1, а число 0 при счете не используется.

Слово «натуральный» произошло от латинского слова «natura», что в переводе означает «природа».

Нуль не относится к натуральным числом.

В записи натуральных чисел арабскими цифрами числа складываются из значений цифр, которыми они записаны.

Например, в числе 35 749 содержится 9 единиц, 4 десятка, 7 сотен, 5 тысяч, 3 десятка тысяч.

Значит, $35\ 749 = 30\ 000 + 5000 + 700 + 40 + 9$, или

разрядные слагаемые

$35\ 749 = 3 \cdot 10\ 000 + 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9$

разрядные слагаемые

Многозначное натуральное число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых.

Числа 1, 10, 100, 1000, 10 000, ... называются **разрядными единицами**.

Единица каждого следующего разряда в 10 раз больше единицы предыдущего разряда.

Например:

10 единиц составляют один десяток;

10 десятков – одну сотню;

10 сотен – одну тысячу и т.д.

Основанный на этом способ записи натуральных чисел называется **десятичной системой счисления**, или десятичной нумерацией.

В записи натурального числа в десятичной системе счисления значение каждой цифры зависит от ее места, то есть от позиции, которую она занимает в записи числа. Поэтому десятичную систему счисления называют позиционной.

«Позиция» в переводе с латинского языка означает «место расположения».

Например, значение цифры 8:

в числе 348 цифра 8 означает 8 единиц;

в числе 582 цифра 8 означает 8 десятков;

в числе 867 цифра 8 означает 8 сотен.

Значит, наша система счисления десятичная позиционная.



1. Какие числа называют натуральными?
2. Является ли число ноль натуральным числом?
3. Почему наша система счисления называется десятичной?
4. Почему десятичная система счисления позиционная?

1. Вычислите устно:

- | | | | |
|-------------------|-----------------|--------------------|------------------|
| 1) $25 \cdot 4$; | 4) $810 : 9$; | 7) $303 \cdot 3$; | 10) $320 : 16$; |
| 2) $25 \cdot 6$; | 5) $560 : 8$; | 8) $412 \cdot 4$; | 11) $640 : 32$; |
| 3) $25 \cdot 8$; | 6) $560 : 80$; | 9) $202 \cdot 5$; | 12) $160 : 8$. |

A

2. Прочитайте числа, записанные в таблице. Запишите их, оставляя промежутки между классами.

Таблица разрядов и классов чисел

Классы	Триллионов (трлн)			Миллиардов (млрд)			Миллионов (млн)			Тысяч (тыс.)			Единиц (ед.)		
	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
порядковый номер разряда															
разряды	сотни триллионов	десятки триллионов	триллионы	сотни миллиардов	десятки миллиардов	миллиарды	сотни миллионов	десятки миллионов	миллионы	сотни тысяч	десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы
числа			5	3	3 2	5 7	6 4	1 0	9 7 8	6 0 6	1 0 1	9 0 4	4 9 0	2 2 0	5 7 0

3. Запишите цифрами числа:

- 1) семьсот десять;
- 2) четыреста тридцать тысяч шестьдесят;
- 3) пятьсот восемь тысяч двести тридцать четыре;
- 4) три миллиона двадцать пять тысяч шесть;
- 5) тридцать два миллиона пятнадцать тысяч семьсот два.

4. Даны числа:

70 563; 4 036 008; 435 072 614; 8 617 000 324.

- 1) Что означает цифра 5 в первом числе?
- 2) Что означает цифра 3 во втором числе?
- 3) Что означает цифра нуль в третьем числе?
- 4) Почему не называется класс тысяч в четвертом числе?

5. Запишите числа, представленные в виде суммы разрядных слагаемых:

- 1) $9 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5$;
- 2) $5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 6$;
- 3) $8 \cdot 10000 + 5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 2$;
- 4) $7 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 9 \cdot 10 + 4$.

В

6. Прочитайте предложения:

- 1) Длина экватора Земли 40 075 696 м.
- 2) Расстояние от Солнца до Земли 149 597 900 км.
- 3) Площадь Азии (не включая острова) 42 400 000 квадратных километров.
- 4) Расстояние от Земли до Луны 384 401 000 м.

7. Запишите цифрами:
- 1) Вспомните, в каком году вы пошли в первый класс.
 - 2) В каком году вы окончите среднюю школу?
8. Запишите цифрами и прочитайте числа:
- 1) наименьшее четырехзначное натуральное число;
 - 2) наибольшее шестизначное натуральное число;
 - 3) наименьшее восьмизначное натуральное число;
 - 4) наибольшее семизначное натуральное число.
9. 1) Запишите числа в виде суммы разрядных слагаемых двумя способами:
- 1) 4 915;
 - 2) 6 083;
 - 3) 15 009;
 - 4) 25 467;
 - 5) 10 803;
 - 6) 206 030.
- Образец:* $9746 = 9000 + 700 + 40 + 6$; $9746 = 9 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6$.
10. Используя цифры: 1) 0; 1 и 9; 2) 0; 3 и 5, причем каждую только один раз, составьте всевозможные трехзначные числа. Сколько таких чисел получилось? Можно ли старший разряд числа записать цифрой нуль?
11. Какие из следующих утверждений верные:
- 1) Для каждого натурального числа существует натуральное число, которое меньше его на 1.
 - 2) Старший разряд числа можно записать любой цифрой.
 - 3) Для каждого натурального числа, кроме 1, существует натуральное число, которое меньше его на 1.
 - 4) Старший разряд натурального числа записывается цифрой, отличной от 0.
12. Как отмерить 6 метров от тесьмы длиной 16 м, не пользуясь никакими измерительными инструментами?

С

13. Номера на дверях квартир многоэтажного дома составлены из цифр, сделанных из металла. Сколько металлических цифр понадобилось для нумерации квартир, если всего в доме 120 квартир?

14. Используя цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, причем каждую только один раз, запишите:
- 1) наибольшее число;
 - 2) наименьшее число.
- Ответьте на вопросы:
- 1) Какое наибольшее количество различных цифр понадобится, чтобы записать любое натуральное число в десятичной системе счисления?
 - 2) Какими цифрами записывается старший разряд числа в десятичной системе счисления?
15. Для нумерации страниц книги использовано 1315 цифр. Сколько страниц пронумеровано, если нумерация страниц начинается с третьей и с цифры 3?
- 16*. Воды в банке столько, сколько в 4 одинаковых бутылках. Воды в бутылке на 9 чашек меньше, чем в банке. Сколько чашек воды в банке?
- ★17. Используя источники информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), ответьте на вопросы.

	Задание	Запись цифрами	Вопрос
1	Площадь нашей страны – Казахстана (в км ²)		Как называется старший разряд в этом числе?
2	Высота самой высокой точки земного шара – пика Эверест горы Джомолунгма (в метрах)		В данном числе в каких разрядах записана цифра 8?
3	Высота пика Хан-Тенгри (Хан-Танири) (в метрах)		Какая цифра записана в разряде тысяч?
4	Площадь самой крупной области Казахстана – Карагандинской (в кв. км).		Что означает цифра 2 в записи этого числа?

Ключевые факты:

1. Для счета предметов применяют натуральные числа.
2. За каждым натуральным числом идет следующее, которое на 1 больше.
3. Натуральные числа можно перечислять без конца.
4. В десятичной системе счисления:
 - 1) единица каждого следующего разряда в 10 раз больше единицы предыдущего разряда;
 - 2) значение цифры зависит от ее места в записи числа, то есть от ее позиции.

▲ 13. 252 цифры. 15. 475 страниц. 16. 12 чашек.



1. Начертите луч с началом в точке O , направленный слева направо. Под точкой O запишите число 0. Отрезок длиной 1 см примите за единичный.
2. На луче от начальной точки O отложите один за другим несколько единичных отрезков длиной 1 см.
3. Концы каждого отрезка обозначьте соответственно по порядку числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, Таким образом нашли точки на луче, соответствующие числам 1, 2, 3, 4, 5, 6, Вы начертили луч слева направо с началом в точке O и с заданным единичным отрезком, где можно изобразить точкой данное натуральное число. Такой луч называется *координатным лучом*.

1.2. Координатный луч. Изображение натуральных чисел и числа нуль на координатном луче

Задача. Увидев кошку, собака бросилась догонять ее. Кошка бежала со скоростью 7 м/с, а собака стала догонять ее со скоростью 10 м/с. Через какое время собака догонит кошку?

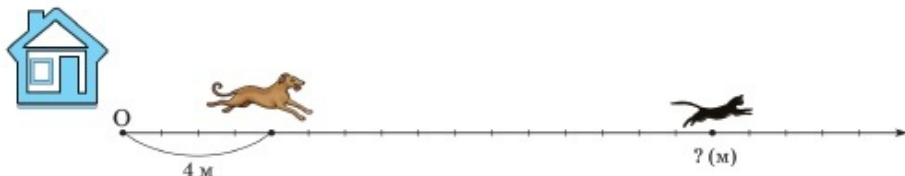


Рис. 1.1

? Ответьте на вопросы:

- 1) Что на рисунке 1.1 показывает луч, направленный слева направо?
- 2) Какой длине соответствует расстояние между делениями?
- 3) На каком расстоянии от дома (от точки O) находится кошка первоначально?
- 4) Какой точке соответствует начало отсчета?
- 5) Каково расстояние между собакой и кошкой?
- 6) Через какое время собака догонит кошку?

Проверьте себя.

Решение задачи: $(16-4) : (10-7) = 4$ (с). Ответ: через 4 секунды. Начертите луч с началом в точке O так, чтобы он был направлен слева направо (рис. 1.2).



Рис. 1.2

Под началом луча запишите число 0 и точку O примите за **начало отсчета**.

Начиная от точки O (начала отсчета), на выбранном расстоянии отметим точку A .

Полученный отрезок OA с выбранной длиной называется **единичным отрезком**.

Под точкой A запишем число 1. Будем говорить, что *число 1 изображено точкой A , или точка A соответствует числу 1*.

Отрезок, длина которого принята за единицу, называется **единичным отрезком**.

Отложив от начала луча один за другим два единичных отрезка, получим на луче точку B , соответствующую числу 2. Под точкой B запишем число 2. На данном луче число 2 изображено точкой B .

Чтобы изобразить число 3 на координатном луче, от начала отсчета отложим три единичных отрезка и на его правом конце – под точкой C – запишем число 3.

Продолжая таким образом, получим луч, на котором отмечены точки, соответствующие числам 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, Такой луч называют **координатным лучом**.

Луч с определенным направлением, начало которого принято за начало отсчета, и выбранным единичным отрезком называют координатным лучом.

Координатный луч обычно располагают горизонтально и направляют вправо. Координатный луч изображают так (рис. 1.3):



Рис. 1.3

Координатный луч называют также **числовым лучом**. На рисунке 1.2 числа 0, 1, 2, 3, изображенные точками O, A, B, C , называют координатами этих точек. Пишут: $O(0), A(1), B(2), C(3)$.

Читают: «Точка O с координатой 0», «Точка A с координатой 1», «Точка B с координатой 2» и т.д.

Линейка, на которой отмечены числа 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... напоминает часть координатного луча. Координатный луч неограничен.

Число, соответствующее точке координатного луча, называют **координатой этой точки**.



1. Как начертить координатный луч?
2. Какая точка координатного луча принимается за начало отсчета?
3. Какой отрезок называют единичным?
4. Что такое координата точки? Как она записывается? Приведите примеры.

18. Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 1) \ 47 + 29 \\ : \ 38 \\ \cdot \ 54 \\ - \ 48 \\ : \ 5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 30 \cdot 7 \\ - \ 90 \\ : \ 8 \\ + \ 55 \\ : \ 14 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 90 : 5 \\ + \ 27 \\ \cdot \ 3 \\ - \ 55 \\ : \ 16 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 80 - 24 \\ : \ 8 \\ + \ 59 \\ \cdot \ 2 \\ + \ 18 \\ \hline ? \end{array}$$

A

19. Какие числа соответствуют точкам A , B , C и D на координатных лучах (рис. 1.4)? Запишите точки A , B , C и D с их координатами.

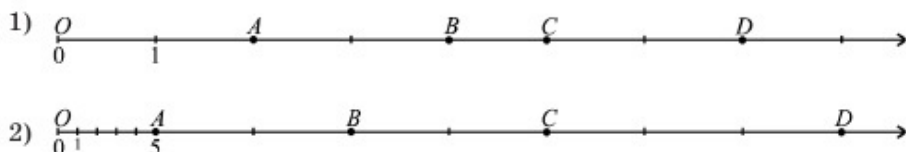


Рис. 1.4

20. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите отрезок длиной 1 см. Отметьте на координатном луче точки A , B , C и D , соответствующие числам 2, 6, 8 и 9. Найдите длины отрезков OA , OB , OC и OD в сантиметрах.

B

21. Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок длину двух клеток тетради. На координатном луче отметьте точки: 1) $A(4)$ и $B(8)$; 2) $A(3)$ и $B(11)$. Отметьте точку C , являющуюся серединой отрезка AB . Запишите точку C с координатой.

22. Как с помощью чашечных весов без стрелки разделить 12 кг сахара на части массой 9 кг и 3 кг?

23. Алдар Косе идет к юрте Шыгайбая со скоростью 80 м/мин (рис. 1.5). На координатном луче юрте Шыгайбая соответствует точка A . Длина единичного отрезка равна 40 м.

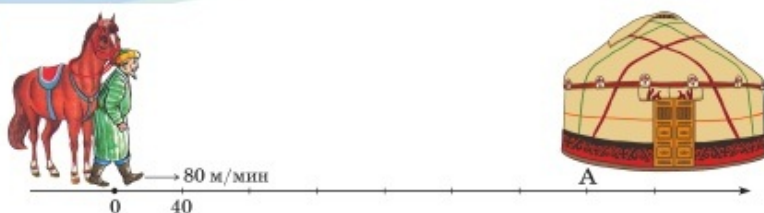


Рис. 1.5

- 1) На координатном луче найдите координату точки, соответствующую местоположению юрты Шыгайбая.
- 2) За сколько минут Алдар Косе дойдет до юрты Шыгайбая?

С

24. Найдите координаты точек, которые соответствуют местоположению мальчика и его собаки (рис. 1.6).

- 1) Каково расстояние между мальчиком и собакой, если единичному отрезку соответствует отрезок длиной 30 м?

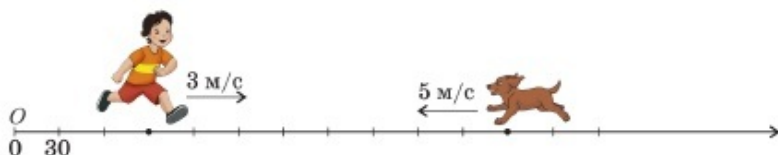


Рис. 1.6

- 2) Через сколько секунд они встретятся?

25. На рисунке 1.7 изображено движение кузнечика на координатном луче.



Рис. 1.7

Первоначальному местоположению кузнечика соответствует точка $A(3)$. Кузнечик прыгает вдоль координатного луча попеременно: на 2 единичных отрезка влево, затем на 5 единичных отрезков вправо. Сможет ли он за несколько прыжков из точки $A(3)$ попасть в точки с координатами: 2, 4, 5, 7, 9 и 12?

26*. Старинная задача.

Отец дал денег своим детям. Старшему – половину всех денег и еще 1 рубль, среднему – половину остатка и еще 1 рубль,

младшему – половину нового остатка и еще 3 рубля. Сколько денег дал отец детям?

- ★27. На рисунке 1.8 изображены координатные лучи с началом отсчета в точке O и с единичным отрезком, равным 60 км. Найдите приближенные значения расстояний от города Астана до городов Костанай, Павлодар, Жезказган.

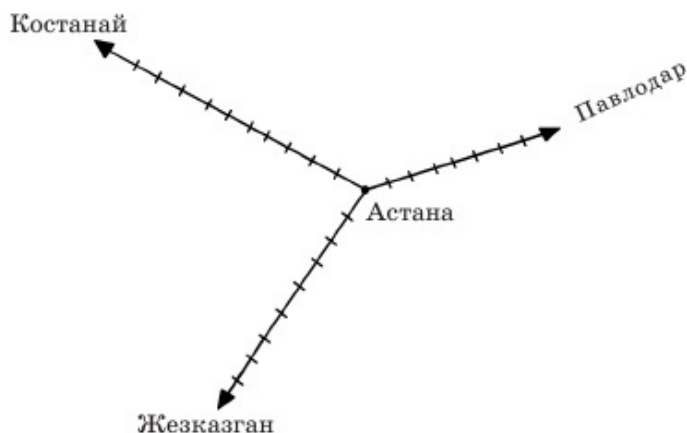


Рис. 1.8

Используя информационно-коммуникационные технологии, найдите расстояния от Астаны до Костаная, Павлодара, Жезказгана. Сравните эти данные со значениями, используя рисунок 1.8.

Ключевые факты.

1. Точка O , соответствующая началу луча, называется *началом отсчета*.
2. Координатный луч имеет определенное направление, начало отсчета и выбранный единичный отрезок.
3. Каждое натуральное число на координатном луче изображается только одной точкой.
4. Число 0 изображается точкой O – началом отсчета.



23. 2) За 4 минуты. 24. 2) Через 30 секунд. 26. 30 рублей.



Задание 1.

Сравните числа и результат запишите с помощью знака $>$ или $<$:

1) 36 и 117; 2) 9513 и 951; 3) 23 758 и 8648.

Как сравниваются два натуральных числа, имеющие различное число разрядов?

Задание 2.

Сравните числа и результат запишите с помощью знака «>» или «<»:

1) 745 и 815; 2) 8463 и 8436; 3) 64 816 и 64 891.

Как сравниваются два натуральных числа, имеющие одинаковое число разрядов?

Выберите правильный ответ:

- 1) Сравниваем поразрядно, начиная с разряда единицы.
- 2) Сравниваем поразрядно, начиная со старшего разряда.

1.3. Сравнение натуральных чисел. Двойное неравенство

I. Сравнение натуральных чисел.

Из двух натуральных чисел меньше то, которое при счете называют раньше, и больше то, которое при счете называют позже.

При записи слова «больше» и «меньше» заменяются знаками неравенства: «>» – больше и «<» – меньше.

Пример 1. $9 < 10$. Читают: «девять меньше десяти».

$15 > 7$. Читают: «пятнадцать больше семи».

Записи, составленные с помощью знаков «>» и «<», называют *неравенствами*. Знаки «>» и «<» называются *знаками неравенства*.

Записи: $9 < 10$ и $15 > 7$ – неравенства.

II. Сравнение натуральных чисел по их изображению на координатном луче.

? **Пример 2.** Сравните числа 3 и 8 по их изображению на координатном луче (рис. 1.9).

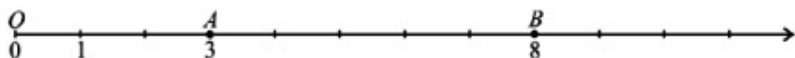


Рис. 1.9

Какое из них расположено правее: большее или меньшее?

Сформулируйте вывод о том, как на координатном луче располагаются по отношению друг к другу неравные числа.

Проверьте себя.

На координатном луче меньшее число 3 расположено левее $A(3)$, а большее число 8 расположено правее $B(8)$.

$$3 < 8.$$

Из двух натуральных чисел большее изображается на координатном луче правее, а меньшее – левее.

Натуральные числа можно сравнивать по их десятичной записи.

Пример 3. Сравните числа 4576 и 987.

У какого числа разрядов больше?

Верно ли, что наивысший разряд числа 4576 – разряд тысяч, а наивысший разряд числа 987 – разряд сотен?

Значит, $4576 > 987$.

Вывод:

Из двух натуральных чисел с разным числом разрядов больше то, у которого разрядов больше.

Пример 4. Сравним числа 3524 и 3576.

Эти числа содержат равное число разрядов тысяч (3) и равное число разрядов сотен (5), но число 3524 содержит 2 десятка, а число 3576 – 7 десятков.

Значит,

$$3524 < 3576.$$

Два натуральных числа, имеющих одинаковое число разрядов, сравнивают поразрядно, начиная со старшего разряда.

Иногда сравниваемые числа могут оказаться и равными. Например, $4596 = 4596$.

Значит, сравнение чисел записывается знаками «>», «<» и «=».

Знаки «>», «<» и «=» называются также *знаками сравнения*.

Любое натуральное число больше числа 0.

$a > 0$, где a – натуральное число.

Наименьшее натуральное число – единица (1).

Наибольшего натурального числа не существует.

III. Двойное неравенство.

При сравнении трех чисел используют двойное неравенство.

Пример 5. Сравним числа 18, 25 и 40. Сравнения запишем в виде двойного неравенства: $18 < 25 < 40$. Читают: «Число 25 больше числа 18 и меньше числа 40», или «25 больше 18 и меньше 40».

Двойное неравенство читается с середины, его принято записывать в порядке возрастания.

Неравенства бывают верными или неверными.

Например, $7 < 9$ – верное неравенство, а $4 > 11$ – неверное неравенство.



1. Какими математическими знаками записывают результат сравнения?
2. Как расположено меньшее число по отношению к большему на координатном луче?
3. Как сравниваются два натуральных числа, имеющих различное число разрядов? Приведите примеры.
4. Как сравниваются два натуральных числа, имеющих одинаковое число разрядов?
Какое число больше: 3452 или 3721?

28. Прочитайте числовые неравенства:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------------------------|
| 1) $8 < 15$; | 3) $21 > 11$; | 5) $7816 < 7846$; |
| 2) $96 > 95$; | 4) $58 < 60$; | 6) $5\,316\,000 < 6\,000\,000$. |

А

29. Сравните числа. Результат запишите с помощью знаков «>» или «<»:

- | | |
|-----------------|-----------------------|
| 1) 157 и 57; | 4) 4203 и 7302; |
| 2) 846 и 864; | 5) 6914 и 5914; |
| 3) 3993 и 3939; | 6) 205 205 и 202 505. |

30. Запишите точки A , B и C (рис. 1.10) с координатами. Сравните координаты точек:

- 1) A и B ;
- 2) C и B ;
- 3) A и C . Ответ запишите в виде неравенства.



Рис. 1.10

31. Запишите в виде двойного неравенства:

- 1) число 7 больше 5 и меньше 10;
- 2) число 21 больше 19 и меньше 35;
- 3) число 914 больше 814 и меньше 999.

32. Что больше:

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| 1) 65 см или 1 м; | 4) 8 дм или 75 см; |
| 2) 1 кг или 950 г; | 5) 1500 кг или 2 т; |
| 3) 45 мин или 1 ч; | 6) 120 секунд или 3 мин? |

Ответ запишите в виде неравенства.

В

33. Сравните натуральные числа по разрядам:

- | | |
|----------------|---------------------|
| 1) 2341 и 734; | 4) 45 315 и 45 135; |
|----------------|---------------------|

- 2) 1925 и 1952;
3) 38 576 и 38 567;

- 5) 671 312 и 5 671 312;
6) 1 099 999 и 99 999.

34. Сравните числа, в которых некоторые цифры обозначены звездочками:

- 1) 8^{**} и 2^{**} ;
2) 45^{**} и 43^{***} ;
3) $17\ 3^{**}$ и 172^{***} ;

- 4) 9^{***} и 2^{***} ;
5) $^{**}\ ^{***}$ и **** ;
6) $1\ 362^{***}$ и $13\ 61^{*}\ ^{***}$.

35. Какое из утверждений верное:

- 1) любое трехзначное число меньше любого четырехзначного числа;
2) число 0 больше любого натурального числа;
3) наибольшее четырехзначное число на 1 меньше, чем наименьшее пятизначное число;
4) число 0 меньше любого натурального числа?

36. Со стадиона возвращаются четверо футболистов: Коля, Мирас, Саша и Жандос. Среди футболистов Коли, Мираса и Саши есть вратарь. Среди Мираса, Саши и Жандоса есть вратарь. Саша – не вратарь. Кто из ребят вратарь?



С

37. Какую цифру можно подставить вместо звездочки, чтобы получилось наибольшее число, при котором неравенство будет верным:

- 1) $3713 > 371^{*}$;
2) $47\ 6^{*}8 < 47\ 658$;
3) $^{*}3\ 204 > 63\ 204$;

- 4) $1^{*}\ 296 > 10\ 497$;
5) $164\ 927 > 1^{*}3\ 812$;
6) $^{*}65\ 913 > 397\ 224$?

38. На координатном луче изображены отрезки AB и CD (рис. 1.11).

- 1) Сравните отрезки AB и CD . Результат сравнения запишите в виде неравенства.
2) Сравните отрезки AC , CB и BD . Результат сравнения запишите в виде двойного неравенства.

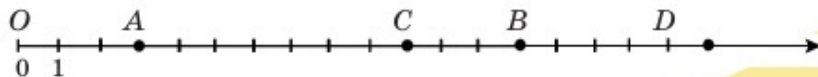


Рис. 1.11

39*. В магазине стоимость 3 игрушечных машинок и 2 медвежат равна стоимости 13 игрушечных зайцев. Стоимость 1 игрушечной машинки и 3 медвежат равна стоимости 9 игрушечных зайцев. Что дороже: игрушечная машинка или медвежонок?

Ключевые факты.

1. Из двух натуральных чисел больше то, которое на координатном луче изображено правее.

2. Если количество цифр в записи чисел разное, больше то число, у которого цифр больше:

$$376\ 829 > 9715:$$

3. Если количество цифр одинаковое, то сравним числа поразрядно, начиная со старшего разряда:

$$2416 < 2475;$$

$$143\ 715 > 143\ 296.$$



Исторические сведения о системах счисления и записи чисел

(Для дополнительного чтения)

На заре развития человеческого общества люди при счете в основном использовали пальцы рук. На пальцах одной руки они научились считать до 5, на пальцах двух рук – до 10. Из десяти раз посчитанного десятка появилась сотня. Таким образом в развитии человеческого общества возникла десятичная система счисления. Значение каждой цифры десятичной системы счисления зависит от того места, которое оно занимает при записи. Поэтому эту систему счисления называют *десятичной позиционной системой счисления*. Римский математик Бозций, живший в V–VI вв., первым назвал используемые при счете числа **натуральными**.

Десятичная система счисления возникла в Индии в VI веке, в арабских странах – в VII–VIII веках, в Испании – в X веке и в XII веке начала распространяться по всей Европе. В Европе десятичную систему счисления в 1120 году впервые ввел в использование английский ученый и путешественник Аделард. В XVI веке ее уже широко использовали во всех европейских странах.

Долгое время развитие позиционной системы счисления тормозилось отсутствием в ней цифры нуль. После того как в IX веке в Индии ввели эту цифру, десятичная система стала совершенной.

В разное время в различных странах при записи чисел люди использовали свои знаки.

Египтяне за 3000 лет до нашей эры единицы обозначали знаком I, десятки – знаком П, а сотни – знаком Q. Например, число 123 записывалось в виде QППП.

Примерно 2500 лет тому назад в Древнем Риме возникла непозиционная система счисления, в которой не было цифры 0. Они при записи чисел использовали следующие обозначения цифр: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100; D = 500, M = 1000. Римляне при записи чисел пользовались такими правилами:

1) Если меньшая по значению цифра стоит справа от большей, то ее значение прибавляется к большей. Например, XVI = 16, XII = 12.

2) если меньшая по значению цифра стоит слева от большей, то ее значение вычитается из большего. Например, IX = 9, IV = 4.

Римскую систему нумерации используют и сейчас для обозначения веков, глав в книгах и т.д.

В России десятичная система счисления начала распространяться в XVII в. В Древней Руси число обозначали буквами славянского алфавита с особым знаком «~» (титло), который писали над буквой. Числа от 1 до 9 и 10, 100, 1000, 10 000 записывались в следующем виде:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ

Девятью первыми буквами славянского алфавита записывались единицы, следующими девятью буквами – десятки, последними девятью буквами – сотни.

Применяемая нами сейчас десятичная система счисления является наиболее удобным усовершенствованным способом счета. И единицы, и десятки, и сотни, и другие разрядные единицы записываются цифрами: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 впервые начали использоваться в записи чисел примерно 2000 лет тому назад в Индии. Из Индии эта запись чисел распространилась в арабские страны, а затем оттуда – в Европу. Поэтому цифры, которыми мы сейчас пользуемся, называются арабскими.

В России в 1703 году был издан первый печатный учебник математики «Арифметика, сиречь наука числительная...» Л.Ф. Магницкого (1669–1739), в котором все вычисления и записи велись в десятичной системе счисления.

В некоторых странах использовали пятеричную, двенадцатиричную, двадцатиричную и т.д. системы счисления.

3000 лет назад в Вавилоне появилась шестидесятиричная система счисления с основанием 60.

Используемая нами сейчас система измерения времени является именно такой системой.

$$1 \text{ ч} = 60 \text{ мин}; 1 \text{ мин} = 60 \text{ с.}$$



Задание 1. Перед поездкой спидометр автомобиля показывал 9370 км. Сколько километров будет показывать спидометр, если автомобиль проедет 380 км?

1.4. Сложение и вычитание натуральных чисел

I. Сложение натуральных чисел.

Нам известно, что сложение натуральных чисел выполняется поразрядно, начиная с разряда единиц.

Сложение с помощью букв записывается так:

$$\begin{array}{c} \text{сумма} \\ \overbrace{a + b} = c, \quad \text{где } c > a; c > b. \\ \underbrace{\quad \quad} \quad \underbrace{\quad \quad} \\ \text{слагаемые} \quad \quad \quad \text{значение суммы} \end{array}$$

Пример 1.

$$\begin{array}{r} 4517 \\ + 895 \\ \hline 5412 \end{array}$$

Рассмотрим сложение натуральных чисел на координатном луче.

Пример 2. Найдём сумму чисел 3 и 8 на координатном луче. Отметим на координатном луче точку A (3) (рис. 1.12).

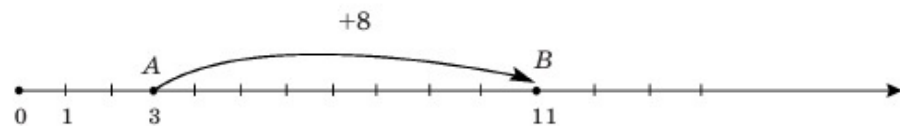


Рис. 1.12

Нам известно, что координата точки на координатном луче при перемещении вправо увеличивается.

Значит, сложение числа 3 и числа 8 выполняется перемещени-

ем точки $A(3)$ на 8 единиц вправо. Точка $A(3)$ переходит в точку $B(11)$, изображающую значение суммы:

$$3 + 8 = 11.$$

II. Вычитание натуральных чисел.

Действие, с помощью которого по значению суммы и одному из слагаемых находят другое слагаемое, называют *вычитанием*.

Вычитание натуральных чисел с помощью букв записывают так:

$$\begin{array}{c} \text{разность} \\ \overline{a - b} = c, \\ \uparrow \quad \swarrow \\ \text{уменьшаемое} \quad \text{вычитаемое} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{значение разности} \\ \text{где } a > b \text{ или } a = b. \end{array}$$

Вычитание натуральных чисел выполняется поразрядно, так же, как и сложение.

Пример 3.
$$\begin{array}{r} \overset{\cdot\cdot}{\overset{\cdot\cdot}{64357}} \\ - 2583 \\ \hline 61774 \end{array}$$

На рисунке 1.13 изображено вычитание натуральных чисел на координатном луче.

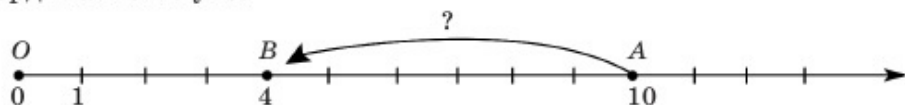


Рис. 1.13

? Используя рисунок 1.13, ответьте на вопросы:

1. Чему равно уменьшаемое?
2. Какое число вычитается?
3. В каком направлении и на сколько единиц надо перемещать точку $A(10)$, чтобы найти значение разности?
4. Запишите равенство, выражающее действие вычитания, изображенное на рисунке 1.13.

Проверьте себя.

1. Число 10 – уменьшаемое.
2. Вычитается число 6.
3. Точку $A(10)$ надо перемещать влево на 6 единиц, и она переходит в точку $B(4)$, изображающую значение разности.
4. $10 - 6 = 4$.



1. Какие числа называют слагаемыми?
2. Что называют значением суммы чисел? Приведите пример.
3. Какое действие называют вычитанием?
4. Как изменится координата точки при перемещении ее по координатному лучу вправо? влево?

40. Найдите значение выражения (устно):

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| 1) $50 - 27$; | 2) $48 + 12$; | 3) $100 - 22$; |
| $70 - 47$; | $53 + 37$; | $100 - 33$; |
| $90 - 67$; | $75 + 25$; | $100 - 55$. |

А

41. Какое число разложено по разрядам:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1) $700 + 90 + 6$; | 3) $20\ 000 + 8000 + 600 + 3$; |
| 2) $6000 + 500 + 40 + 3$; | 4) $400\ 000 + 30\ 000 + 5000 + 90 + 8$? |

42. На рисунке 1.14 показаны сложение и вычитание натуральных чисел с помощью координатного луча.

▲ Найдите значение разности с помощью координатного луча. Запишите координаты точек B и C .

▲ Найдите значение суммы с помощью координатного луча. Запишите координаты точек D и E .

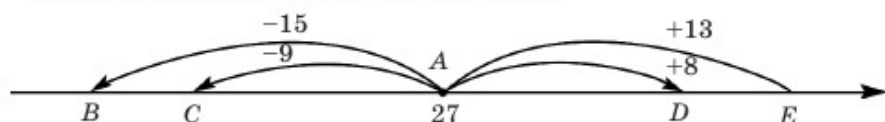


Рис. 1.14

43°. 7 воробьев клевали зерна, рассыпанные на земле. Кошка поймала одного воробья. Сколько воробьев осталось клевать зерна?



44. У Асель 10 марок, а у Антона – на 4 меньше. Асель дала Антону столько марок, сколько у него было первоначально. Затем Антон дал ей столько марок, сколько у нее осталось. После этого количество марок у обоих стало поровну. Сколько марок стало у каждого?

В

45. По железной дороге от Астаны до Кокшетау 297 км, а от Кокшетау до Петропавловска на 110 км меньше. Сколько километров по железной дороге от Астаны до Петропавловска через Кокшетау?



46. На школьном концерте выступали трое учащихся из нашего класса. Двое из них пели, один танцевал. Известно, что Айнур и Дана выступали в разных жанрах. В каком жанре принимал участие Елдос?
47. В роще растут дубы, тополя и березы. Количество дубов 24, а тополей – на 9 больше. Берез в роще столько, сколько дубов и тополей вместе. Сколько всего дубов, тополей и берез в роще?
48. Решите задачу рациональным способом.
В городе четыре трамвайных линии. На первой и второй линиях 47 остановок. На второй и третьей линиях 60 остановок. На третьей и четвертой линиях 64 остановки. Если на четвертой линии имеются 30 остановок, то сколько остановок на первой трамвайной линии города?
- A. 21 остановка; C. 34 остановки;
B. 28 остановок; D. 17 остановок


C

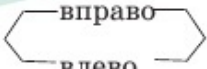
- 49*. В гирлянде всего 123 красных, зеленых, синих и желтых шаров. В гирлянде число шаров, кроме красных, равно 94, число шаров, кроме зеленых, – 81, и число шаров, кроме синих, – 89. Сколько желтых шаров в гирлянде?

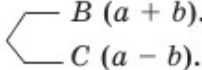


- 50*. У трех мух и двух пауков имеются 34 лапки. У двух мух и двух пауков имеются 28 лапок. Сколько лапок у мух? Сколько лапок у пауков?

Ключевые факты:

- Сложение натуральных чисел выполняется по разрядам: единицы складываются с единицами, десятки – с десятками, сотни – с сотнями и т.д.
- Если $a - b = c$, то $a = b + c$, где a , b и c – натуральные числа. Значит, уменьшаемое равно сумме вычитаемого и значения разности.
- Для нахождения значения  натуральных чисел a и b с помощью координатного луча точку $A(a)$ надо

переместить  на b единичный отрезок (рис. 1.15).

При этом точка $A(a)$ переходит в точку .

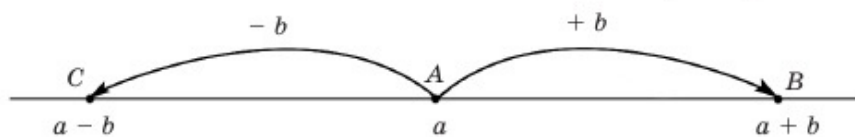


Рис. 1.15



44. У каждого по 8 марок. 45. 484 км.

47. Всего 114 дубов, тополей и берез.

49. 18 желтых шаров.

50. У мух по 6 лапок, у пауков по 8.



Задание 1. Вставьте пропущенные числа (\square), чтобы равенство было верным:

1) $5 + 5 + 5 = 15$, или $\square \cdot 3 = 15$;

2) $8 + 8 + 8 + 8 = 32$, или $\square \cdot 4 = 32$;

3) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$, или $\square \cdot 5 = 35$.

Задание 2.

1) Найдите число, которое меньше, чем 112, в 7 раз.

2) $(720) : a = (144) : 3 = (b)$.

а) Как называется число a ? Чему равно число a ?

б) Если число 3 называется делителем, то как называется число b ? Чему равно число b ?

1.5. Умножение и деление натуральных чисел.

Основное свойство частного

1. Умножение натуральных чисел.

Сумму равных слагаемых можно записать в виде произведения.

Например, умножить число 3 на 7 значит найти сумму 7 слагаемых, каждое из которых равно 3 (рис. 1.16).

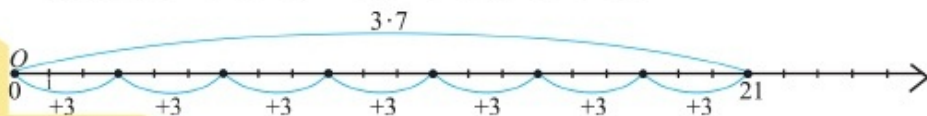


Рис. 1.16

произведение значение произведения

$$\underbrace{3 \cdot 7}_{\text{множители}} = \overbrace{21}^{\text{значение произведения}}$$

Умножение с помощью букв записывают так: $a \cdot b = c$, где a , b и c – натуральные числа, $b > 1$.

Умножить число a на натуральное число b , значит найти сумму b слагаемых, каждое из которых равно a .

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_b$$

Если в произведении хотя бы один множитель равен нулю, то и значение произведения равно нулю. $a \cdot 0 = 0$.

Например, $16(x - 3) = 0$; $16 \neq 0$, тогда $x - 3 = 0$; $x = 3$.

II. Деление натуральных чисел.

Действие, с помощью которого по значению произведения и одному из множителей находят другой множитель, называют делением.

Деление с помощью букв записывают так: $a : b = c$,
если $c \cdot b = a$.

Например, $\overbrace{54}^{\text{частное}} : \underbrace{18}_{\text{делитель}} = \overbrace{3}^{\text{значение частного}}$

III. Основное свойство частного.

Если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение частного не изменится.

$$60 : 15 = 4; \quad 120 : 30 = 4; \quad 20 : 5 = 4$$

На 0 делить нельзя!

Правильность выполнения деления проверяется умножением или делением.

Например, $348 : 29 = 12$.

Проверка: $12 \cdot 29 = 348$ или $348 : 12 = 29$

Примеры письменного умножения и деления многозначных натуральных чисел:

*1) $\begin{array}{r} 2816 \\ \times 432 \\ \hline 5632 \\ + 8448 \\ \hline 11264 \\ \underline{1216512} \\ 1111 \end{array}$	*2) $\begin{array}{r} 982 \\ \times 607 \\ \hline 6874 \\ + 5892 \\ \hline 596074 \\ \underline{\quad\quad 11} \end{array}$	*3) $\begin{array}{r} 1644 \\ \downarrow 12 \\ 12 \downarrow \\ \underline{44} \\ 36 \downarrow \\ \underline{84} \\ 84 \\ \underline{\quad\quad 0} \end{array}$	или *12) $\begin{array}{r} 137 \\ \overline{)1644} \\ \underline{-12} \\ 44 \\ \underline{-44} \\ 36 \\ \underline{-36} \\ 0 \end{array}$	или *12) $\begin{array}{r} 137 \\ \overline{)16^44^84} \\ \underline{-12} \\ 44 \\ \underline{-44} \\ 36 \\ \underline{-36} \\ 0 \end{array}$
---	---	--	---	---

* – обозначение способов вычисления, которые используются в зарубежных странах.



1. Что значит умножить число a на натуральное число b ?
2. При каком условии произведение равно 0?
3. С помощью какого действия находят неизвестный множитель?
4. Можно ли делить на 0?

51. Сколько цифр в частном:

- | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $7^{**} : 5$; | 3) $7^{***} : 36$; | 5) $9^{****} : 93$; |
| 2) $6^{**} : 14$; | 4) $4^{***} : 75$; | 6) $4^{****} : 87$? |

A

52. Найдите значение выражения:

- | | | |
|---------------------|------------------|------------------|
| 1) $275 \cdot 10$; | 2) $1313 : 13$; | 3) $4848 : 16$; |
| $396 \cdot 100$; | $3030 : 15$; | $8585 : 17$; |
| $1817 \cdot 1000$; | $6060 : 12$; | $5454 : 18$. |

53. Вычислите:

- | | | |
|-------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $7676 : 404$; | 4) $4242 : 202$; | 7) $48048 : 4004$; |
| 2) $6060 : 505$; | 5) $21021 : 1001$; | 8) $84084 : 7007$; |
| 3) $9090 : 606$; | 6) $45045 : 3003$; | 9) $54054 : 3003$. |

54. За 2 яблока Жанат даст Ерболу покататься на санках 30 минут, а за 3 конфеты – 15 минут. Если Ербол даст Жанату 1 яблоко и 2 конфеты, то на сколько минут Жанат даст ему санки, чтобы покататься?

55. На рисунке 1.17 изображено колесо со спицами. Количество спиц, прикрепленных ко внутренней окружности колеса, равно 32, расстояние между ними 12 см. Что надо определить? Сформулируйте вопрос.

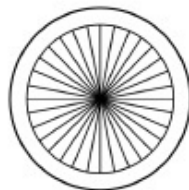


Рис. 1.17

B

56. Найдите значение x :

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $51 \cdot (x - 6) = 0$; | 3) $174 \cdot (x - 8) = 0$; |
| 2) $(x - 3) \cdot 84 = 0$; | 4) $46 \cdot (x - 2) = 0$. |
- Образец: $18 \cdot (x - 7) = 0$; $18 \neq 0, x - 7 = 0; x = 7$.

57. 1) Емкость бассейна 620 м^3 . Из двух кранов поступает вода. Из первого крана поступает за час 85 м^3 воды, а из второго крана – 70 м^3 . За сколько часов наполнится весь бассейн, если вода поступает из двух кранов одновременно?

2) Расстояние между двумя городами 144 км. Велосипедист проезжает это расстояние за 12 часов, а мотоциклист – в 3 раза быстрее. Если они из этих городов выехали одновременно навстречу друг другу, то через сколько часов встретятся?

58. Как разместить вдоль стен четырехугольной комнаты 9 стульев так, чтобы у каждой стены стояло по 3 стула?

С

59. 1) Если $x + y = 35$, то $(x + 15) + (y - 8) = ?$
 2) Если $x \cdot y = 60$, то $(x : 5) \cdot (y : 2) = ?$
 3) Если $x : y = 12$, то $x : (y \cdot 3) = ?$
 4) Если $x : y = 10$, то $(x \cdot 2) : y = ?$

Выберите правильные ответы:

- A. 4; B. 20; C. 6; D. 42.

60*. Читатель в первый день прочитал на 18 страниц меньше половины книги, а во второй день – на 8 страниц меньше половины оставшегося. На третий день он прочитал на 3 страницы меньше половины нового остатка, после чего ему осталось прочитать 23 страницы.

- а) Сколько всего страниц в книге?
 б) Сколько страниц прочитал читатель в первый день?
 в) Сколько страниц прочитал читатель во второй день?

61. Практическая работа.

Нумерация страниц учебника «Математика-5» начинается с цифры 3.

Сколькими цифрами пронумерованы:

- 1) все страницы 1-й части учебника «Математика-5»;
 2) все страницы 2-й части учебника «Математика-5».
 3) все страницы 1-й и 2-й частей учебника «Математика-5»?

Ключевые факты.

1. Сумму любых одинаковых чисел можно записать в виде произведения:

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ слагаемых}} = a \cdot b.$$

Например, $8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8 \cdot 5$.

2. Разделить число a на число b , значит найти такое число c , произведение которого с числом b будет равно числу a .

$$a : b = c, \quad c \cdot b = a.$$

Например, $456 : 24 = 19$, так как $19 \cdot 24 = 456$.



54. На 25 мин. 55. 3 м 84 см. 57. 2) Через 3 часа.
60. а) 92 страницы; б) 28 страниц; в) 24 страницы.



История возникновения арифметических действий, знаков равенства и неравенства

(Для дополнительного чтения)

Арифметика, так же как и геометрия, является важной частью математики. В арифметике в основном мы занимаемся вычислениями, т.е. числами и действиями. Слово «арифметика» произошло от греческого слова «арифмос», что в переводе означает «число».

Знак сложения «+», знак вычитания «-», знак умножения «·» и знак деления «:» являются знаками арифметических действий.

Название знака сложения (+) «плюс» происходит от латинского слова «plus», означающего «больше», а название знака вычитания (-) «минус» – от латинского слова «minus», означающего «меньше».

До XV в. не было общепринятых арифметических знаков. Современные знаки «+» и «-» стали встречаться в 80-х годах XV века.

Обозначения знаков сложения (+) и вычитания (-) в 1489 г. использовал в своих трудах немецкий ученый Я. Видман.

Способ сложения слагаемых слева направо впервые использовали в Индии. В середине XIII века во Франции применили сложение слагаемых справа налево. Используемый нами способ сложения сформировался в XV веке.

Обозначение знака умножения (×) в 1631 году было введено английским математиком Вильямом Оутредом (1574–1660).

Немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) в 1684 г. ввел обозначение знака деления (:) и затем в 1698 г. он также ввел обозначение знака умножения в виде точки (·).

Обозначение знака равенства (=) ввел в 1557 году английский врач и математик Роберт Рекорд (1510–1558). Но это обозначение получило широкое распространение только после того, как Лейбниц



Готфрид
Вильгельм Лейбниц
(1646–1716)

в XVIII веке использовал его в своих трудах. После введения Рекордом обозначения знака равенства в первой половине XVII века английским ученым Т. Гарриотом были введены знаки неравенств: «>» – «больше» и «<» – «меньше».

Впервые таблицы умножения появились в Древних Греции, Вавилоне, Риме. В Древнем Вавилоне могли находить куб и квадрат числа. Известная нам таблица умножения от 1 до 10 встречается в трудах греческого математика Никомаха «Арифметика» (I–II века).



Задача 1. Надя и Антон домашние задания начали выполнять в одно и то же время. Надя домашние задания по математике выполнила за 15 мин, а по языку – за 12 мин. Антон домашние задания по математике выполнил за 12 мин, а по языку – за 15 мин. Оба они выполнение домашних заданий закончили в одно время. Объясните, почему так получилось.

Задача 2. Найдем значение произведения $20 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 5$.

Способ 1. Последовательно умножая множители.

Способ 2. Группируя множители таким образом, чтобы произведение каждых двух множителей стало круглым числом.

$$20 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 5$$

Изменилось ли значение произведения? Какой способ удобнее?

1.6. Свойства арифметических действий

I. Свойства сложения.

1) Переместительное свойство сложения.

Пример 1. Найдем значение суммы чисел 2 и 7 с помощью координатного луча.

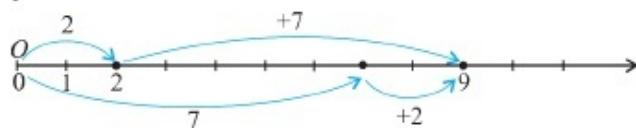


Рис. 1.18

? Используя рисунок 1.18, объясните, почему справедливо равенство $2 + 7 = 7 + 2$.

Какое свойство сложения выражает это равенство?

Проверьте себя.

От перестановки слагаемых значение суммы не меняется.

Это *переместительное свойство сложения*.

Запишем это свойство с помощью букв: $a + b = b + a$, где a и b – любые числа.

$2 + 7 = 7 + 2$ – равенство верное, так как сумма обладает переместительным свойством.

2) *Сочетательное свойство сложения.*

Пример 2. Найдем значение суммы $(5 + 6) + 4$ с помощью координатного луча.

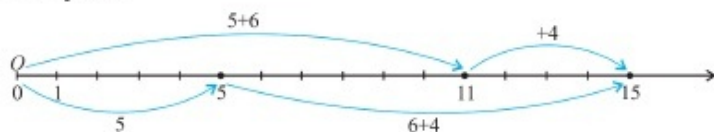


Рис. 1.19

? Используя рисунок 1.19, объясните, почему справедливо равенство $(5 + 6) + 4 = 5 + (6 + 4)$.

Какое свойство сложения выражает это равенство?

Проверьте себя.

$$(5 + 6) + 4 = 11 + 4 = 15; \quad 5 + (6 + 4) = 5 + 10 = 15$$

Значит, $(5 + 6) + 4 = 5 + (6 + 4)$ – равенство верное.

Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего.

Это *сочетательное свойство сложения.*

Запишем это свойство с помощью букв:

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

где a , b и c – любые числа.

Пример 3. $\underbrace{(38 + 17)}_{55} + 43 = 38 + \underbrace{(17 + 43)}_{60} = 98.$

II. Свойства умножения.

Пользуясь нижеприведенной таблицей, свойства умножения запишем в виде равенств с использованием букв и в словесной форме (a , b и c – любые числа).

Свойства умножения	С помощью букв	Правило (словесная форма)
Переместительное свойство	$a \cdot b = b \cdot a$	От перестановки множителей значение произведения не меняется.
Сочетательное свойство	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

Распределительное свойство умножения относительно сложения	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить полученные значения произведений.
Распределительное свойство умножения относительно вычитания	$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$, где $a \geq b$	Чтобы умножить разность двух чисел на число, можно умножить на это число уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе.

Примеры: 1) $34 \cdot 5 = 170$ и $5 \cdot 34 = 170$, поэтому верно равенство $34 \cdot 5 = 5 \cdot 34$;

$$2) \underbrace{(25 \cdot 4)}_{100 \cdot 5} \cdot 5 = 25 \cdot \underbrace{(4 \cdot 5)}_{25 \cdot 20};$$

$$3) (100 + 4) \cdot 12 = 100 \cdot 12 + 4 \cdot 12 = 1200 + 48 = 1248;$$

$$4) (70 - 43) \cdot 18 = 70 \cdot 18 - 43 \cdot 18 = 1260 - 774 = 486.$$



1. Сформулируйте переместительное свойство сложения.
2. Сформулируйте сочетательное свойство умножения.
3. Запишите с помощью букв распределительное свойство умножения относительно сложения. Приведите примеры.

62. Вычислите значение выражения наиболее простым способом, применив свойства сложения и умножения (устно):

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $36 + 89 + 64$; | 4) $5 \cdot 186 \cdot 2$; | 7) $(100 + 5) \cdot 7$; |
| 2) $75 + 123 + 25$; | 5) $25 \cdot 819 \cdot 4$; | 8) $2 \cdot (100 - 4)$; |
| 3) $19 + 52 + 81 + 48$; | 6) $20 \cdot 713 \cdot 5$; | 9) $5 \cdot (200 - 2)$. |

А

63. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства сложения:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $32 + 11 + 18 + 39$; | 4) $56 + 25 + 45 + 24$; |
| 2) $45 + 21 + 15 + 49$; | 5) $72 + 67 + 23 + 18$; |
| 3) $64 + 33 + 16 + 47$; | 6) $97 + 42 + 58 + 103$. |

64. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства умножения:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $4 \cdot (25 \cdot 6)$; | 3) $8 \cdot (125 \cdot 9)$; | 5) $(7 \cdot 2) \cdot 50$; |
| 2) $5 \cdot (20 \cdot 86)$; | 4) $(13 \cdot 5) \cdot 2$; | 6) $(18 \cdot 25) \cdot 4$. |

65. В одной коробке 26 компакт-дисков, во второй коробке на 14 дисков больше. В третьей коробке 14 дисков, а в четвертой на 26 больше, чем в третьей. В каких коробках количество дисков одинаковое?
2) Собственная скорость лодки равна 6 км/ч, а собственная скорость теплохода в 5 раз больше. Скорость пешехода равна 5 км/ч, а скорость мотоциклиста в 6 раз больше. Скорость каких объектов одинакова?

В

66. Применяя распределительное свойство умножения, данные произведения запишите в виде суммы, разности:
1) $2(x + 3)$; 3) $9(4 + y)$; 5) $6(m + 3)$; 7) $5(a + 7)$;
2) $4(x - 3)$; 4) $5(y - 2)$; 6) $7(n - 8)$; 8) $4(b - 3)$.
67. Решите задачу двумя способами.
Из пункта А одновременно в противоположных направлениях выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста 14 км/ч, а мотоциклиста – 40 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?
68. Составьте по рисунку 1.20 задачу и решите ее.
Составьте вопрос по смыслу выражения:
1) $16 - 8$; 2) $(16 - 8) \cdot 3$.
Что надо определить?

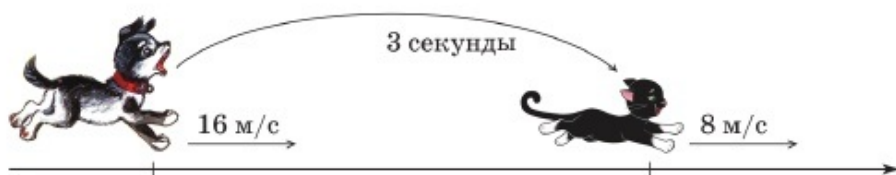


Рис. 1.20

69. На столе стоят три вазы со сливами. В одной из них 6, в другой 21, в третьей 9 слив. Чтобы уравнять число слив в вазах, Мадина из одной вазы переложила в другую столько слив, сколько их было в ней. Путем двух переключиваний она уравнила число слив в трех вазах. Каким образом Мадина это сделала?

С

70*. Замените квадраты (\square) числом так, чтобы равенство выражало распределительное свойство умножения:

1) $(x + 5) \cdot \square = 3x + 15$;

4) $(\square - y) \cdot 8 = 40 - \square$;

2) $(9 - y) \cdot 2 = \square - \square$;

5) $(7x + \square) \cdot 4 = \square + 16$;

3) $(\square + 6) \cdot 3 = 12x + \square$;

6) $(2x + 11) \cdot \square = 12x + \square$.

71. На речке 4 мальчика удари рыбу. Они поймали 8 рыб массой: 500 г; 1 кг; 1 кг 500 г; 2 кг; 2 кг 500 г; 3 кг; 3 кг 500 г; 4 кг. Пойманную рыбу они поделили поровну и по количеству, и по массе.

- Сколько рыб получил каждый мальчик?
- Сколько килограммов и граммов рыбы досталось каждому мальчику?

72. Найдите значение выражения:

Б. $(1282 + 596) : 313$;

Т. $1260 : 28 \cdot 16 - 680$;

Р. $125 \cdot 20 - 463 \cdot 5$;

Е. $27 \cdot 15 : 81 + 66$;

Й. $868 : 62 + 1360 : 85$;

К. $55 - 832 : 26 + 21$.

А. $4200 : 56 \cdot 4 - 283$;

6	17	30	40	71	185	71	44

Если вы правильно найдете значения выражений, то, вставив буквы в соответствующие клетки, прочтаете название символа Астаны.

Ключевые факты.

1. Применяя переместительное свойство: $a + b = b + a$ и сочетательное свойство: $(a + b) + c = a + (b + c)$ сложения, в сумме можно переставлять слагаемые и произвольным образом объединять их в группы.

Пример 1. $46 + 325 + 54 + 75 = (46 + 54) + (325 + 75) = 100 + 400 = 500$.

2. Применяя переместительное свойство: $a \cdot b = b \cdot a$ и сочетательное свойство: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ умножения, в произведении можно переставлять множители и произвольным образом объединять их в группы.

Пример 2. $14 \cdot 125 \cdot 5 \cdot 8 = (14 \cdot 5) \cdot (125 \cdot 8) = 70 \cdot 1000 = 70\ 000$.

3. Применяя распределительное свойство умножения относительно $\left\{ \begin{array}{l} \text{сложения: } (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \\ \text{вычитания: } (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c \end{array} \right\}$, можно упрощать вычисления.

Примеры 3. 1) $37 \cdot 15 + 63 \cdot 15 = (37 + 63) \cdot 15 = 100 \cdot 15 = 1500$;
2) $56 \cdot 25 - 16 \cdot 25 = (56 - 16) \cdot 25 = 40 \cdot 25 = 1000$.

- ▲ 67. 108 км. 69. $(6, 21, 9) \rightarrow (6, 12, 18) \rightarrow (12, 12, 12)$.
71. Каждому мальчику досталось по 4 кг 500 г рыбы.

Научитесь использовать!

Способ сложения Гаусса
(Для дополнительного чтения)



Карл Гаусс
(1777–1855)

В конце XVIII века в одной из школ Германии во время урока учитель дал задание ученикам найти сумму всех натуральных чисел от 1 до 100.

Через несколько минут один из учеников сказал ему ответ: «Искомая сумма равна 5050». Этим учеником был Карл Фридрих Гаусс. Впоследствии он стал одним из великих математиков, приобрел всемирную известность как «король» математики.

Сначала познакомимся с методом вычисления, придуманным Гауссом. Для этого найдем сумму натуральных чисел от 41 до 50 способом Гаусса.

$$41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 =$$

$$= (41 + 50) + (42 + 49) + (43 + 48) + (44 + 47) + (45 + 46) = 91 \cdot 5 = 455.$$

Теперь найдем сумму натуральных чисел от 1 до 100 таким же способом.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = (100 + 1) \cdot 50 = 5050.$$

Объединим слагаемые в пары: первое – с сотым, второе – с девяносто девятым и т. д. Таких всего 50 пар, и каждая пара в сумме дает 101. Поэтому сумма всех натуральных чисел от 1 до 100 равна 5050. Результаты наших вычислений соответствуют результатам вычислений Гаусса.

1. Найдите сумму натуральных чисел по методу Гаусса:

- а) от 11 до 20; б) от 21 до 30; в) от 51 до 70.

Используя метод Гаусса, вычислите сумму (2–4).

2. $(30 \cdot 25 - 25 \cdot 27) + (27 \cdot 24 - 24 \cdot 24) + (24 \cdot 23 - 23 \cdot 21) + (21 \cdot 22 - 22 \cdot 18)$.

- A. 275; B. 282; C. 295; D. 247.

3. $(3 \cdot 96 - 84 \cdot 3) + (5 \cdot 84 - 72 \cdot 5) + (7 \cdot 72 - 60 \cdot 7) + (9 \cdot 60 - 48 \cdot 9) + (11 \cdot 48 - 36 \cdot 11) + (13 \cdot 36 - 24 \cdot 13)$.

- A. 586; B. 592; C. 576; D. 580.

4. $(55 \cdot 100 - 100 \cdot 50) + (50 \cdot 98 - 98 \cdot 45) + (45 \cdot 96 - 96 \cdot 40) + (40 \cdot 94 - 94 \cdot 35) + (35 \cdot 92 - 92 \cdot 30)$.

- A. 3200; B. 2400; C. 2750; D. 3400.

5. В саду 8 мальчиков собрали 60 груш и поделили их между собой. У каждого из них разное количество груш. Арману досталось 4 груши – наименьшее количество, а Асану – наибольшее количество груш. Сколько груш досталось Асану?

- A. 10 груш; B. 12 груш; C. 11 груш; D. 14 груш.

6. У портного 42 катушки ниток семи цветов. Катушки разноцветных ниток были в разных количествах. Портной разложил их по цветам в коробки. Оказалось, что в каждой последующей коробке на одну катушку больше, чем в предыдущей. Наибольшее количество катушек в одной из коробок равно 9. Каково наименьшее количество катушек в одной из коробок?

- A. 3 катушки; B. 7 катушек; C. 5 катушек; D. 6 катушек.

7. Белка собрала 33 ореха. Она разложила их на 6 кучек с разным количеством орехов. В каждой последующей кучке на один орех меньше, чем в предыдущей. Сколько орехов в самой последней кучке, если в первой 8 орехов?

- A. 4 ореха; B. 2 ореха; C. 5 орехов; D. 3 ореха.

8. В саду девочка нарвала ромашек и из них составила 6 букетов. В первом букете 5 цветков ромашки, а в каждом последующем букете на 2 цветка больше, чем в предыдущем. Сколько всего цветков во всех букетах?

- A. 65 цветков; B. 60 цветков;
C. 68 цветков; D. 64 цветка.



9. Часы с боем в 1 ч звонят 1 раз, в 2 ч – 2 раза, в 3 ч – 3 раза, ... в 12 ч – 12 раз. Кроме того, через каждые полчаса они звонят 1 раз. Сколько раз прозвонят часы с боем с 1 ч до 10 ч (включая 10 часов)?



A. 69 раз; B. 57 раз; C. 64 раза; D. 55 раз.



Найдите значение выражений:

$$1) (62 - 53) \cdot 4 + 56 : 8 = \square \cdot 4 + \square = 36 + 7 = 43;$$

$$2) 70 + (66 - 42) : 6 - 15 \cdot 4 = 70 + \square : 6 - \square = 70 + 4 - \square = 74 - 60 = 14.$$

1.7. Арифметические действия над натуральными числами

При выполнении арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление) над натуральными числами необходимо соблюдать принятый порядок выполнения действий.

Действия сложения и вычитания называются действиями *первой степени*, а действия умножения и деления – действиями *второй степени*.

Порядок выполнения действий определяется следующими правилами.

I. Если в выражении нет скобок:

1) выражение содержит действия только одной степени, то их выполняют по порядку слева направо.

Пример 1. Найдем значение выражения:

$$680 - 370 + 154 - 259 = 310 + 154 - 259 = 464 - 259 = 205;$$

2) выражение содержит действия первой и второй степеней, то сначала выполняют действия второй степени, потом – действия первой степени.

Пример 2. Найдем значение выражения:

$$1176 : 98 + 196 \cdot 5 = 12 + 980 = 992.$$

II. Если в выражении есть скобки, то сначала выполняют действия в скобках, при этом учитывают сформулированные выше правила.

Пример 3. Найдем значение выражения:

$$(5074 : (95 - 18 \cdot 2) + 104) : 38 \cdot 25 = 125.$$

- 1) $95 - 18 \cdot 2 = 59$; 2) $5074 : 59 = 86$; 3) $86 + 104 = 190$;
4) $190 : 38 = 5$; 5) $5 \cdot 25 = 125$.



- 1) Назовите действия первой ступени.
Назовите действия второй ступени.
- 2) Если выражение без скобок и содержит все арифметические действия, то в каком порядке они выполняются?
- 3) В каком порядке выполняются действия в выражениях со скобками?

А

73. Вычислите:

- | | | |
|----------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1) $287 + 63 + 13$; | 3) $535 - 46 + 11$; | 5) $45 \cdot 6 + 32 \cdot 6$; |
| 2) $946 + 72 - 46$; | 4) $61 \cdot 20 \cdot 5$; | 6) $68 \cdot 5 - 42 \cdot 5$. |

74. Составьте выражение по следующей программе вычислений:

- 1) умножить числа 102 и 314;
- 2) разделить 26 145 на 249;
- 3) сложить результаты заданий 1 и 2. Найдите значение этого выражения.

В

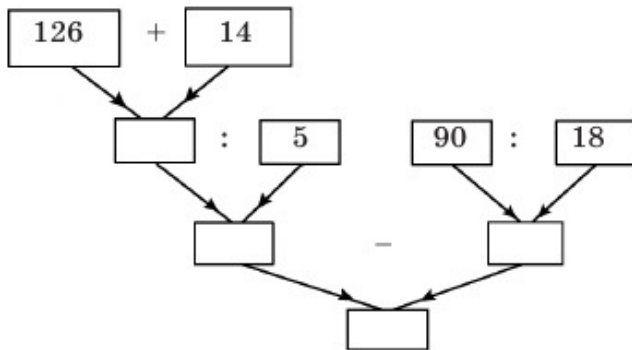
75. Расставьте скобки в выражениях, пользуясь указанным порядком выполнения действий. Найдите значение выражения:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $716 + 952 - 574 : 27$; | 3) $2215 : 128 + 315 \cdot 86$; |
| 2) $645 - 596 \cdot 971 - 847$; | 4) $522 + 723 : 932 - 517 \cdot 57$. |

76. Укажите порядок выполнения действий и вычислите:

$$(32 \cdot 18 + (2435 - 1967) \cdot 25) : 36 - 198.$$

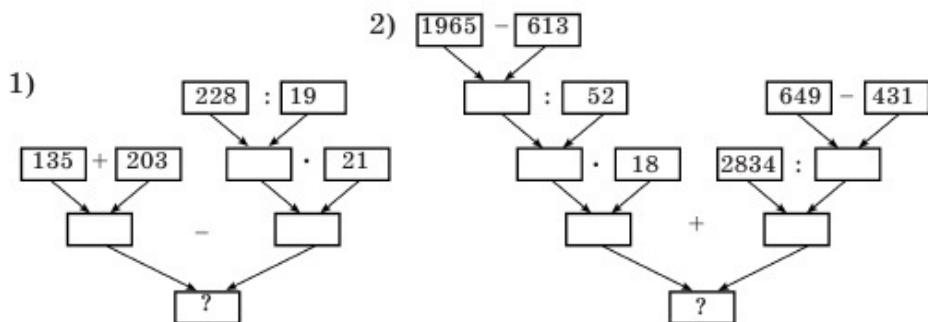
77. Составьте по схеме выражение и найдите его значение:



78. Укажите порядок выполнения действий и вычислите:

- $16 + (324 - (28 - 95 : 19) \cdot 8 + 32) : 43$;
- $125 : (72 : 12 \cdot 3 + 98 : (68 - 18 \cdot 3))$;
- $100 - (96 : (72 - 16 \cdot 4) + 24 \cdot 5 : 6) \cdot 3$.

79. Составьте по схеме выражение и найдите его значение:



- ▲ 74. 3) 32 133. 75. 1) 730; 2) 6076; 3) 430; 4) 171.
77. 23. 78. 1) 20; 2) 5; 3) 4. 79. 1) 86; 2) 481.



Задание.

$$17 \cdot 3; \quad 4b + 5; \quad 42 : 6 + 4; \quad 3(19 + a);$$

$$28 - a; \quad (12+15) : 3; \quad 75 : a - 8; \quad 88 : 5 \cdot 3.$$

- Выпишите в первую строчку записи, составленные из чисел и знаков арифметических действий.
- Выпишите во вторую строчку записи, составленные из чисел, букв и знаков арифметических действий.
- Как можно назвать выражения, записанные в первой строчке?
- Как вы назвали бы выражения, записанные во второй строчке? Почему?

1.8. Числовые выражения. Буквенные выражения

1. Числовые выражения.

Задание 1. Два велосипедиста одновременно выехали из одного пункта в противоположных направлениях со скоростями 12 км/ч и 14 км/ч.

? Запишите в виде выражения:

- На каком расстоянии друг от друга они будут через 1 ч?
- На каком расстоянии друг от друга они будут через 3 ч?

Найдите значения полученных выражений.

Как можно назвать такие выражения?

Проверьте себя.

- $12 + 14 = 26$ (км);
- $(12 + 14) \cdot 3 = 78$ (км) или $12 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = 78$ (км).

Выражения, которые у нас получились, содержат только числа, знаки действий и скобки (по необходимости). Такие выражения называют **числовыми выражениями**.

Например, $96 : (37 - 29)$ – числовое выражение. Если выполнить в нем все указанные действия, то получим число 12, которое называют **значением выражения**.

Число, полученное в результате выполнения всех действий в числовом выражении, называют **значением выражения**.

$$96 : (37 - 29) = 12$$

числовое значение
выражение выражения

Читают: частное числа 96 и разности чисел 37 и 29 равно 12.

II. Буквенные выражения.

? **Задание 2.** Цена груш a тг, а цена яблок b тг, где $a > b$. Запишите в виде выражения:

- На сколько тенге 1 кг груш дороже, чем 1 кг яблок?
- На сколько тенге 3 кг груш дороже, чем 3 кг яблок?
- Как бы вы назвали эти выражения?

Проверьте себя.

- $a - b$;
- $3(a - b)$
- Выражения $a - b$ и $3(a - b)$ можно называть буквенным выражением, так как они содержат буквы.

Выражение, содержащее буквы, называют буквенным выражением.

Для записи буквенного выражения используются строчные буквы латинского алфавита: $a, b, c, d \dots$

Если в буквенное выражение вместо буквы подставить число (ее значение), то получится числовое выражение.

Например, $b + 12 \cdot 4$, где $b = 7$.

Числа, которыми заменяют букву, называют **значениями** этой буквы.

$$b + 12 \cdot 4 = 7 + 12 \cdot 4 = 55$$

буквенное числовое значение
выражение выражение выражения

Например, в буквенном выражении $8a$ число 8 называют **коэффициентом**.

Коэффициент записывают впереди буквенного множителя и между ними знак умножения не ставится.

Например, выражение $5 \cdot a$ записывают как $5a$, где число 5 – коэффициент.

Если выражение является произведением числа и одной или нескольких букв, то это число называют *коэффициентом*.

В выражении $a + 6$ коэффициент при a равен 1.

В буквенном выражении между буквенными множителями и перед скобкой знак умножения не ставится.

Например, вместо $a \cdot b$ пишут ab , вместо $3 \cdot (x + 2)$ пишут $3(x + 2)$.

Буквы в буквенных выражениях рассматриваются как *переменные*. Поэтому буквенные выражения также называются *выражениями с переменными*.

Например, в выражении $7x$, где $x = 4, 10, 15$, x – переменная.

Выражение, составленное по условию задачи, – это математическая модель реальной жизненной ситуации, о которой говорится в задаче.

Числовое выражение и буквенное выражение называют *математическими выражениями*. Когда мы связываем составленные выражения знаками «=», « \neq », «>» или «<», то получается математическое предложение.



1. Что такое числовое выражение? Приведите примеры.
2. Что называется значением числового выражения?
3. Что называется буквенным выражением?
4. Что такое коэффициент?

80. Прочитайте выражения:

- | | | | |
|---------------|-------------------|---------------|-------------------|
| 1) $34 - 5$; | 3) $34 \cdot b$; | 5) $45 : 9$; | 7) $18 \cdot 5$; |
| 2) $18 + a$; | 4) $96 : x$; | 6) $x - y$; | 8) $m + n$. |

Образец: Выражение $9 + 61$ читается так: «Сумма чисел 9 и 61». Выражение $120 \cdot 15$ читается так: «Произведение чисел 120 и 15».

А

81. Используя свойства сложения и умножения, найдите:

1) значение числового выражения:

- | | | |
|---------------------|----------------------------|----------------------------|
| а) $27 + 58 + 73$; | в) $4 \cdot 7 \cdot 25$; | д) $2 \cdot 27 \cdot 5$; |
| б) $19 + 46 + 81$; | г) $20 \cdot 16 \cdot 5$; | е) $125 \cdot 6 \cdot 8$; |

2) значение буквенного выражения:

- а) $(9 + a) + 11$ при $a = 6$; г) $(23 + x) + 39$ при $x = 11$;
 б) $5b \cdot 4$ при $b = 18$; д) $8y \cdot 25$ при $y = 3$;
 в) $(82 + c) + 18$ при $c = 14$; е) $20n \cdot 5$ при $n = 9$.

82°. Составьте буквенное выражение по условию задачи и найдите его значение.

1) Когда ученик прочитал 28 страниц книги, то до середины книги ему осталось прочитать еще a страниц. Сколько страниц было в книге? Вычислите при $a = 15$.

2) В саду вдоль прямой на одинаковом расстоянии друг от друга посажены 33 фруктовых деревьев. Расстояние между ними одинаково – по n м. Найдите расстояние между крайними фруктовыми деревьями. Вычислите при $n = 6$.

- А. 192 м; В. 195 м; С. 198 м; D. 184 м.

В

83. Найдите значение буквенного выражения, используя свойства действий:

- 1) $12 + a + 97$ при $a = 8$; 3; 4) $20a \cdot 15$ при $a = 5$; 4;
 2) $26 + b + 83$ при $b = 14$; 7; 5) $25b \cdot 5$ при $b = 4$; 12;
 3) $49 + c + 38$ при $c = 51$; 62; 6) $8c \cdot 12$ при $c = 125$; 3.

84. Запишите в виде числового выражения и вычислите его значение:

- 1) утроенная сумма чисел 48 и 23;
 2) удвоенная разность чисел 53 и 19;
 3) частное числа 735 и разности чисел 85 и 36;
 4) частное суммы чисел 251 и 649 и числа 75.

- А. 15; В. 68; С. 12; D. 213.

85. 1) Бревно длиной 3 м надо распилить на равные части по 60 см. На распиловку потребуется b мин. Сколько часов понадобится, чтобы распилить на такие же части 15 бревен? Вычислите при $b = 7$.

- А. 5 ч; В. 7 ч; С. 4 ч; D. 3 ч.

2) Три строителя планировали построить дом за 40 дней. К ним на помощь пришли другие строители и дом был построен за 24 дня. Сколько строителей пришло на помощь?

86. Составьте задачу по рисунку 1.21.



Рис. 1.21

Составьте вопрос по смыслу числового выражения:

1) $12 + 15$; 2) $54 : (12 + 15)$.

Найдите значение выражения.

С

87. Вычислите значение выражения при $m + n = 35$:
 Т. $(m + 15) + n$; Н. $(m + 48) + (n + 20)$; А. $m + (n + 9)$;
 С. $(m + 7) + n$; У. $(m + 26) + (n + 14)$; Р. $(m + 30) + (n + 17)$.
 Расставьте буквы перед выражениями в порядке возрастания их значений. Если вы правильно нашли значение выражения, то прочитаете название одной из планет Солнечной системы.
88. Составьте буквенное выражение по условию задачи и найдите его значение.
 В одном рулоне 32 м ткани. Это на x м меньше, чем во втором рулоне. В третьем рулоне на y м больше, чем в первом рулоне. Сколько метров ткани в трех рулонах? Вычислите при $x = 8$; $y = 6$.
 А. 105 м; В. 108 м; С. 110 м; Д. 115 м.
89. Решите ребус:
- 1)
$$\begin{array}{r} \text{XYXY} \\ + \text{YXYX} \\ \hline \text{ZZZZ} \end{array}$$
 2)
$$\begin{array}{r} \text{ABCD} \\ + \text{ABCD} \\ \hline \text{DECB} \end{array}$$
 E = 8; 3)
$$\begin{array}{r} \text{EPPE} \\ - \text{PEEP} \\ \hline \text{NNCC} \end{array}$$
 C = 5.
90. Составьте буквенное выражение зависимости порядкового номера класса, в котором вы учитесь и вашего возраста. Заполните таблицу:

m					5	Выражение
n						

где m – порядковый номер класса, n – ваш возраст.

Ключевые факты.

1. Запись, составленная из чисел, знаков действий и скобок (по необходимости), называется числовым выражением. Например, $196 \cdot 3 + 5$ – числовое выражение.
2. При составлении числовых выражений надо учесть то, чтобы делитель не был равен нулю.
3. Буквенное выражение состоит из букв, может содержать числа, знаки действий и скобки.
Например, запись $3a$ – буквенное выражение.
4. Названия выражениям даются по последнему действию.
Например, $a(b - c)$ – произведение числа a и разности чисел b и c .



Задание 1. Упростите произведение: 1) $2 \cdot x \cdot 3$; 2) $5 \cdot y \cdot 8$. Как можно упростить данные произведения? Как можно выразить каждое из них с меньшим числом действий? Для этого надо использовать переместительное и сочетательное свойства умножения.

Например, $6 \cdot y \cdot 7 = 42y$.

Задание 2. Упростите сумму: 1) $4m + 9m$; 2) $7a + 13a$.

В каждом выражении по три действия. А как можно выразить каждое из них с меньшим числом действий? Используя распределительное свойство умножения, сумму можно упростить.

Например, $12x + 8x = (12 + 8)x = 20x$.

Упростите выражение: 1) $13 + x + 7$; 2) $9n - 4n$.

1.9. Упрощение выражений

Выражения в результате упрощения заменяются равными выражениями, имеющими меньшее число действий.

I. Упрощение выражений с использованием переместительного и сочетательного свойств сложения.

$$a + b = b + a; \quad (a + b) + c = a + (b + c).$$

Используя переместительное и сочетательное свойства сложения, можно слагаемые переставлять и группировать (заключать в скобки) различными способами.

Например, упростим сумму $9 + a + 14$.

$$9 + a + 14 = (9 + 14) + a = 23 + a$$

$$\text{или } 9 + a + 14 = 23 + a$$

первоначальное
упрощенное
выражение
выражение

II. Упрощение выражений с использованием переместительного и сочетательного свойств умножения.

$$a \cdot b = b \cdot a; \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Применяя переместительное и сочетательное свойства умножения, множители в произведении можно переставлять местами и группировать в скобки произвольным образом.

Например: 1) Упростим произведение $8a \cdot 7$.

$$8a \cdot 7 = (8 \cdot 7)a = 56a$$

$$\text{или } \underbrace{8a \cdot 7}_{\text{первоначальное}} = \underbrace{56a}_{\text{упрощенное}}$$

выражение выражение

2) Упростим произведение $3n \cdot 4k \cdot 6m$.

$$3n \cdot 4k \cdot 6m = (3 \cdot 4 \cdot 6)kmn = 72kmn,$$

$$\text{или } \underbrace{3n \cdot 4k \cdot 6m}_{\text{первоначальное}} = \underbrace{72kmn}_{\text{упрощенное}}$$

выражение выражение

При таком упрощении числовые множители перемножаются, а различные буквенные множители записываются в алфавитном порядке.

III. Упрощение выражений с использованием распределительного свойства умножения относительно сложения (вычитания).

Распределительное свойство умножения остается верным, если поменять местами его правую и левую части. При этом сумма (разность) преобразуется в произведение.

Значит, из:

$$(a+b)c = ac+bc;$$

$$(a-b)c = ac-bc$$

следует

$$ac+bc = (a+b)c;$$

$$ac-bc = (a-b)c,$$

где c – общий множитель.

В этом случае говорят, что *общий множитель вынесли за скобки*.

Например: 1) Упростим сумму $7x + 8x$.

$$7x + 8x = (7+8)x = 15x,$$

$$\text{или } \underbrace{7x + 8x}_{\text{первоначальное}} = \underbrace{15x}_{\text{упрощенное}}$$

выражение выражение

2) Упростим разность $10x - 6x$.

$$10x - 6x = (10 - 6)x = 4x,$$

$$\text{или } \underbrace{10x - 6x}_{\text{первоначальное}} = \underbrace{4x}_{\text{упрощенное}}$$

выражение выражение

Распределительное свойство умножения справедливо для любого числа слагаемых.

$$\text{Например, } 5x + 3x + 10x = (5 + 3 + 10)x = 18x,$$

$$\text{или } 5x + 3x + 10x = 18x.$$



1. Чем отличается упрощенное выражение от первоначального?
2. Как упростить выражения, используя свойства сложения? Приведите примеры.
3. Поясните, как, используя распределительное свойство умножения, упрощают выражения вида:

$$20x + 9x;$$

$$17y - 8y.$$

91. Вычислите, используя распределительное свойство умножения (устно):

$$1) 32 \cdot 14 + 14 \cdot 68; \quad 3) 83 \cdot 25 - 73 \cdot 25; \quad 5) 870 \cdot 4 + 4 \cdot 130;$$

$$2) 27 \cdot 58 + 58 \cdot 73; \quad 4) 94 \cdot 12 - 44 \cdot 12; \quad 6) 1613 \cdot 7 - 613 \cdot 7.$$

A

92. Упростите выражение, используя свойства сложения:

$$1) (9 + a) + 11; \quad 3) (a + 17) + 23; \quad 5) (18 + x) + 12;$$

$$2) (16 + b) + 4; \quad 4) (b + 22) + 18; \quad 6) (43 + y) + 57.$$

93. Упростите выражение, используя свойства умножения. Определите коэффициенты:

$$1) 4a \cdot 5; \quad 4) y \cdot 3 \cdot 16; \quad 7) 9 \cdot 7a \cdot 3;$$

$$2) 8b \cdot 3; \quad 5) x \cdot 5 \cdot 8; \quad 8) 12 \cdot 5b \cdot 4;$$

$$3) 5c \cdot 2; \quad 6) z \cdot 6 \cdot 11; \quad 9) 23 \cdot 2c \cdot 5.$$

Образец: $9x \cdot 16 = (9 \cdot 16)x = 144x$, где 144 – коэффициент.

94°. Решите задачу, используя распределительное свойство умножения:

1) У Маулена есть кролики. У них ног на 42 больше, чем голов. Сколько кроликов у Маулена?

2) Во дворе играют щенки. У них ушей на 12 меньше, чем лап. Сколько щенков во дворе?

B

95. Упростите выражение:

$$1) 2x + 3x; \quad 3) 5y + 9y; \quad 5) x + 4x + 5x; \quad 7) 10x + 7x - 8x;$$

$$2) 7x - 4x; \quad 4) 6y - y; \quad 6) 8x + 3x - x; \quad 8) 9y + 2y - 4y.$$

96. Вынесите общий множитель за скобки:

- 1) $7a + 7 \cdot 3$; 4) $14c - 14 \cdot 3$; 7) $6a + 6 \cdot 3 + 6b$;
 2) $16 \cdot 5 + 5b$; 5) $8d - 8 \cdot 5$; 8) $9a + 9b - 9c$.

97. 1) Составьте выражение по условию задачи и найдите его значение.

Составили 3 букета из роз и 5 букетов из гвоздик. В каждом букете по a цветков.

- Сколько всего цветков в букетах из роз?
- Сколько всего цветков в букетах из гвоздик?
- Сколько всего цветков в букетах из роз и гвоздик? Вычислите при $a = 7$.

2) Придумайте задачу, для решения которой можно составить выражение:

$90 \cdot t - 50 \cdot t$, или $(90 - 50) \cdot t$, где 50 км/ч – скорость автобуса.

С

98. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $7a + 15a$ при $a = 3$; 4) $14y + 33y - 45y$ при $y = 17$;
 2) $23b + 16b$ при $b = 8$; 5) $52m - 25m + 45m$ при $m = 9$;
 3) $44x - 18x$ при $x = 5$; 6) $18n + 34n - 22n$ при $n = 6$.

99. В 4 больших коробках и 6 маленьких коробках содержится 2 кг 100 г конфет. Сколько граммов конфет в маленькой коробке, если в нее входит в 2 раза меньше конфет, чем в большую?

100.

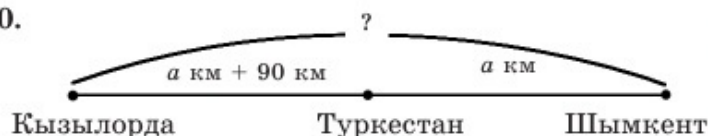


Рис. 1.22

1. Используя рисунок 1.22, составьте условие задачи.
2. Составьте буквенное выражение по условию задачи.
3. Найдите значение буквенного выражения при $a = 188$.

101. В пакете 7 кг сахара. Как путем трехразового взвешивания с помощью 200-граммовой гири отмерить 2 кг сахара на чашечных весах?

102. Гирлянда состоит из красных, синих, зеленых и желтых шаров. В ней имеются x красных шаров. Синих шаров в 2 раза больше, чем красных. Зеленых шаров в 3 раза больше, чем синих. Желтых шаров на 10 меньше, чем зеленых. Сколько всего шаров в гирлянде? Вычислите при $x = 7$.

103. Старинная задача.

Крестьянин решил купить лошадь и для этого ему нужно продать рожь. Если он продаст 15 ц ржи, то ему не хватит для покупки лошади 80 рублей, а если он продаст 20 ц ржи, то после покупки у него останется 110 рублей. Сколько рублей стоит лошадь?

Ключевые факты.

Упрощение выражения – это преобразование, в результате которого данное выражение заменяется равным ему выражением с меньшим числом действий.

Применяя переместительное и сочетательное

свойства $\left\{ \begin{array}{l} \text{сложения, сумму можно упростить.} \\ \text{Например, } 2 + 7a + 8 = 10 + 7a. \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{умножения, произведение можно упростить.} \\ \text{Например, } 3 \cdot 5x \cdot 2 = 30x. \end{array} \right.$

Применяя распределительное свойство умножения, сумму или разность можно *упростить*, то есть можно заменить их произведением.

Например, $3a + 5a = 8a$;

$7x - 4x = 3x$.

▲ 94. 1) 14 кроликов. 2) 6 щенков. **99.** 150 г. **100.** 466 км.
102. 95 шаров. **103.** 650 рублей.

**Задания для самостоятельной работы
на составление уравнений**

Задание 1.

На рисунке 1.23 на левой чаше весов лежат дыня и гиря массой 2 кг, а на правой чаше – две гири по 5 кг.



Рис. 1.23

По рисунку составьте уравнение, найдите массу дыни.



Рис. 1.24

Задание 2.

На рисунке 1.24 на левой чаше весов находятся 2 пакета муки и гиря массой 1 кг, а на правой чаше – гиря массой 5 кг.

По рисунку составьте уравнение, найдите массу одного пакета муки.

Задание 3.

По рисунку 1.25а составьте уравнение, найдите его решение по рисунку 2.25b.



Рис. 1.25

1.10. Уравнение

Мы научились упрощать буквенные выражения и находить их значения. Теперь рассмотрим случай, когда равенство содержит букву.

Уравнением называют равенство, содержащее букву, значение которой надо найти.

Например, $9x + 5 = 41$, где x – неизвестное число (буква, значение которой надо найти).

$\xrightarrow{\text{уравнение}}$
 $\underbrace{9x + 5}_{\text{левая часть}} = \underbrace{41}_{\text{правая часть}}$

Корнем уравнения называется значение буквы (неизвестного), при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

Решение.

$9x = 41 - 5$,
 $9x = 36$,
 $x = 36 : 9$,
 $x = 4$ – корень уравнения.

Решить уравнение – значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.

Пример 1.

$(45 - x) \cdot 3 = 93$,
 $45 - x = 93 : 3$,
 $45 - x = 31$,
 $x = 45 - 31$,
 $x = 14$.

Решение.

В заданном уравнении неизвестен множитель $45 - x$.

Чтобы найти *неизвестный множитель*, нужно значение произведения разделить на *известный множитель*. Решаем уравнение $45 - x = 31$.

Здесь неизвестно вычитаемое.

Ответ: $x = 14$ – Чтобы найти неизвестное *вычитаемое*, нужно из корень уравнения. *уменьшаемого вычесть значение разности.*

Проверка:
 $(45 - 14) \cdot 3 = 93$ – равенство верное, так как $31 \cdot 3 = 93$,
 $93 = 93$.

Пример 2. **Решение.**

$(x - 13) : 7 = 2$, В заданном уравнении неизвестно делимое $x - 13$.
 $x - 13 = 7 \cdot 2$, Чтобы найти *неизвестное делимое*, нужно значение
 $x - 13 = 14$, частного умножить на делитель.
 $x = 14 + 13$, Решаем уравнение $x - 13 = 14$. Здесь неизвестно
 $x = 27$. *уменьшаемое.*
 Ответ: $x = 27$. Чтобы найти *неизвестное уменьшаемое*, нужно сложить значение разности и вычитаемое.

Пример 3. **Решение.**

$72 : (x + 12) = 4$, В заданном уравнении неизвестен делитель $x + 12$.
 $x + 12 = 72 : 4$, Чтобы найти *неизвестный делитель*, нужно де-
 $x + 12 = 18$, лимое разделить на значение частного.
 $x = 18 - 12$, Решаем уравнение $x + 12 = 18$. Здесь неизвестно
 $x = 6$. *слагаемое.*
 Ответ: $x = 6$. Чтобы найти *неизвестное слагаемое*, нужно из значения суммы вычесть известное слагаемое.

Прежде чем составить уравнение по условию задачи, необходимо единицы измерения в ней привести к единой системе единиц.

При решении задач с помощью уравнений надо:

- 1) выбрать неизвестную величину, которую обозначим буквой x (или какой-нибудь другой строчной буквой латинского алфавита);
- 2) составить математическую модель в виде уравнения;
- 3) решить уравнение;
- 4) ответить на вопросы задачи;
- 5) проверить правильность решения задачи.

Задача. Брат на 5 лет старше сестры. Через 4 года сумма их возрастов будет равна 19 годам. Сколько лет сестре? Сколько лет брату?

Решение (образец).

	Возраст сестры	Возраст брата
Первоначально	x	$x + 5$
Через 4 года	$x + 4$	$x + 5 + 4$

или

Пусть x – возраст сестры	
Возраст сестры через 4 года	Возраст брата через 4 года
$(x + 4)$ лет	$(x + 5 + 4)$ лет

По условию задачи, сумма возрастов сестры и брата равна 19. Составим уравнение,

$$(x + 4) + (x + 5 + 4) = 19. \text{ Проверка: } (3 + 4) + (3 + 5 + 4) = 19,$$

$$2x + 13 = 19,$$

$$7 + 12 = 19,$$

$$2x = 19 - 13,$$

$$19 = 19.$$

$$2x = 6,$$

$$x = 3. \text{ Сестре 3 года.}$$

$$3 + 5 = 8. \text{ Брату 8 лет.}$$

Ответ: 3 года, 8 лет.



1. Какое равенство называют уравнением?
2. Что называется корнем уравнения?
3. Что значит решить уравнение?
4. Как найти неизвестное слагаемое?
5. Как найти неизвестный множитель?

A

Решите уравнение (104, 105).

104. 1) $x + 23 = 41$; 4) $x - 61 = 17$; 7) $m : 21 = 10$;
 2) $36 + y = 74$; 5) $46 - y = 24$; 8) $192 : n = 16$;
 3) $85 + z = 97$; 6) $53 - z = 25$; 9) $k : 44 = 20$.
105. 1) $12x = 60$; 4) $2x - 15 = 13$; 7) $49 - 3x = 34$;
 2) $33y = 132$; 5) $7y - 25 = 45$; 8) $9y - 89 = 55$;
 3) $51z = 357$; 6) $130 - 4x = 70$; 9) $74 - 8z = 2$.

106. После обеда Марат поймал на 2 рыбы меньше, чем до обеда. После того как он оставил половину всей выловленной рыбы в доме бабушки, у него осталось 5 рыб. Сколько рыб поймал Марат до обеда?

107. Асем села в 7-й вагон, считая с начала поезда, а Марина – в 7-й вагон, считая с конца поезда. Девочки оказались в одном вагоне. Сколько вагонов в поезде?

108. 1) В рулоне было несколько метров ткани. Из всего рулона было продано 16 м ткани, а из оставшейся ткани сшили 8 платьев. На каждое платье ушло по 3 м ткани. Сколько метров ткани было в рулоне?

A. 36 м; B. 40 м; C. 42 м; D. 41 м.

2) Со склада продали 165 т муки. После этого оставшуюся муку погрузили на 14 машин по 3 т на каждую. Что неизвестно? Сформулируйте вопрос.

B

Решите уравнение (109, 110).

109. 1) $(x - 16) \cdot 9 = 126$;

2) $28 \cdot (x + 5) = 224$;

3) $(x + 76) : 7 = 15$;

4) $144 : (x - 3) = 36$;

5) $21 \cdot (y - 8) = 84$;

6) $(x + 67) : 18 = 4$.

110. 1) $(12m - 5m) \cdot 4 = 252$;

2) $(4n + 3n) \cdot 11 = 154$;

3) $45 : (4m - m) = 3$;

4) $(19n - 6n) : 4 = 26$;

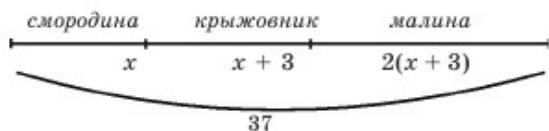
5) $(16m + 5m) : 18 = 7$;

6) $(17n - 8n) \cdot 13 = 351$.

111. 1) В саду посадили 37 кустов ягод. Кустов крыжовника на 3 больше, чем кустов смородины, и в 2 раза меньше, чем кустов малины. Сколько кустов ягод каждого вида посадили в саду в отдельности?

Решение (образец).

Пусть x – количество кустов смородины, тогда количество кустов крыжовника равно $(x + 3)$, а количество кустов малины $2(x + 3)$. По условию задачи, в саду посадили всего 37 кустов ягоды.



Составим уравнение:

$$x + (x + 3) + 2(x + 3) = 37;$$

$$x + x + 3 + 2x + 6 = 37;$$

$$4x + 9 = 37;$$

$$4x = 37 - 9;$$

$$4x = 28;$$

$$x = 7 \text{ (кустов смородины),}$$

$$x + 3 = 10 \text{ (кустов крыжовника),}$$

$$2(x + 3) = 20 \text{ (кустов малины).}$$

О т в е т: 7 кустов смородины, 10 кустов крыжовника, 20 кустов малины.

2) Длина отрезка AB равна 40 см. Точки C и D делят отрезок AB на отрезки AC , CD и DB (рис. 1.26). Длина отрезка CD на 4 см больше, чем длина отрезка AC , но в 2 раза меньше, чем длина отрезка DB . Найдите длину отрезка AC .

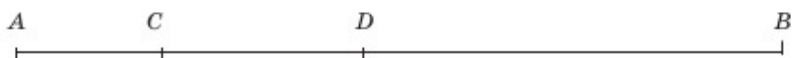


Рис. 1.26

112. Рыбаки выловили всего 324 рыбы. Из них окуней в 3 раза больше, чем щук, но на 17 меньше, чем лещей. Сазанов в 2 раза больше, чем лещей. Сколько щук выловили рыбаки? сазанов?
- 113°. Сыну столько месяцев, сколько лет отцу. Сумма их возрастов 39 лет. Сколько лет сыну?
114. Придумайте задачу, которая бы решалась уравнением:
1) $250 - y = 115$; 2) $x + 3x + 2 \cdot 3x = 120$; 3) $(48 - x) : 8 = 4$.

С

115. Найдите корни уравнения:
1) $x \cdot x + 60 = 85$; 3) $(x \cdot x \cdot x + 38) : 13 = 5$;
2) $(x \cdot x - 23) \cdot 9 = 117$; 4) $(149 - x \cdot x \cdot x) \cdot 7 = 168$.
116. Найдите корень уравнения:
1) $(63 - 5x) : a = 6$ при $a = 3$;
2) $b : (38x - 95) = 7$ при $b = 133$;
3) $15 \cdot (c - 8x) = 75$ при $c = 53$;
4) $(6x - d) \cdot 8 = 104$ при $d = 29$.
- 117*. Найдите x в уравнении:
1) $(a + b) \cdot x = c$, где $13 + a = 30$, $a - 9 = b$ и $1000 : b = c$;
2) $(m - n) : x = k$, где $140 : n = 5$, $40 - n = k$ и $k + 88 = m$.
118. На птичьем рынке на 19 200 тг купили двух попугаев, одного щенка и одного котенка. Щенок в 3 раза дороже котенка, но в 2 раза дешевле попугая. Сколько стоит котенок? Сколько стоит попугай?



119. Сумма первой и второй сторон треугольника равна 37 см, второй и третьей сторон – 41 см, первой и третьей сторон – 32 см.
 ▲ Чему равен периметр треугольника?
 ▲ Чему равна длина второй стороны треугольника?

120. В трех коробках имеются шары. После того как из первой коробки во вторую переложили 7 шаров, в первой осталось 12 шаров. Затем, когда из второй коробки переложили 3 шара в третью, количество шаров в трех коробках стало одинаковым. Сколько шаров было в каждой коробке первоначально? Решите с помощью уравнения задачу.

- ★121. Пик Хан-Тенгри на 2022 м выше, чем пик Талгар. Пик Манас на 491 м ниже, чем пик Талгар и на 24 м ниже, чем пик Музтау. Высоту пика Хан-Тенгри найдите из информационных источников. Считая ее известной, найдите высоту пика Талгар. Найдите высоту пиков Манас и Музтау. Заполните таблицу.

Название пика	Манас	Музтау	Талгар	Хан-Тенгри
Высота пика (в метрах)				

Ключевые факты.

Равенство, содержащее неизвестное число обозначенное буквой, называют уравнением. Значение неизвестного, удовлетворяющее равенству, называют *корнем уравнения*. Решить уравнение – значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.

Например, $5x = 45$,

где $x = 9$ – корень уравнения, так как $5 \cdot 9 = 45$ (верное равенство).

- ▲ 109. 1) 30; 3) 29; 5) 12. 110. 2) 2; 4) 8; 6) 3. 111. 2) $AC = 7$ см.
 112. 21 щуку, 160 сазанов. 113. 3 года. 116. 1) 9; 2) 3; 3) 6; 4) 7.
 117. 1) 5; 2) 6. 118. Цена котенка 1200 тг, цена попугая 7200 тг.
 119. Периметр 55 см. Вторая сторона 23 см.
 120. 19 шаров; 8 шаров; 9 шаров.



Задача. Автомобиль едет t часов. Какое расстояние он проедет, если его скорость 70 км/ч, 80 км/ч, 90 км/ч, v км/ч?

Ответы на вопросы дают выражения: $70 \cdot t$ (км), $80 \cdot t$ (км), $90 \cdot t$ (км), $v \cdot t$ (км). Пользуясь буквенным выражением $v \cdot t$ (при $v = 70$, $v = 80$, $v = 90$), можно получить ответы на первые три вопроса.

Если расстояние обозначить буквой s , то получим равенство

$$s = v \cdot t. \quad \text{Это формула пройденного пути.}$$

1.11. Формулы. Вычисление по формулам

В математике правила записываются с помощью равенств, содержащих буквы. В таком случае говорят, что правило записано с помощью *формулы*.

I. Формула периметра прямоугольника.

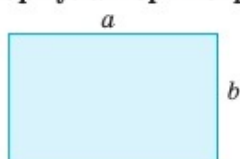


Рис. 1.27

Периметр – это сумма длин всех сторон фигуры на плоскости.

? **Задание 1.** Найдите периметр прямоугольника (рис. 1.27), если a – длина, b – ширина.

1) $a = 6$ см; $b = 4$ см;

$P = \boxed{}$;

2) $a = 5$ дм; $b = 3$ дм;

$P = \boxed{}$;

3) $a = 3$ дм 2 см; $b = 10$ см;

$P = \boxed{}$.

Напишите формулу периметра прямоугольника.

Проверьте себя.

1) $P = 2(6 + 4) = 20$ (см);

2) $P = 2(5 + 3) = 16$ (см);

3) $P = 2(32 + 10) = 84$ (см).

Формула периметра прямоугольника:

$$P = 2a + 2b, \text{ или } P = 2(a + b),$$

где P – периметр прямоугольника, a – длина, b – ширина прямоугольника.

Периметр прямоугольника равен удвоенной сумме его длины и ширины.

Квадрат – это прямоугольник с равными сторонами.

Формула периметра квадрата:

$$P = 4a,$$

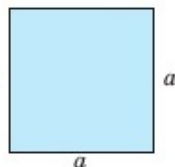


Рис. 1.28

где a – длина стороны квадрата (рис. 1.28).

II. Формула площади прямоугольника.

Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину.

Формула площади прямоугольника:

$$S = ab,$$

где S – площадь прямоугольника.

Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Формула площади квадрата:

$$S = a^2.$$

III. Формула пройденного пути.

Задание 2. Автобус едет со скоростью 60 км/ч.

Какой путь он пройдет:

1) за 2 часа, $s = \square$;

2) за 3 часа, $s = \square$;

3) за 4 часа, $s = \square$?

Напишите формулу пройденного пути.

Проверьте себя.

1) $S = 60 \cdot 2 = 120$ (км);

2) $S = 60 \cdot 3 = 180$ (км);

3) $S = 60 \cdot 4 = 240$ (км).

Формула пройденного пути:

$$s = v \cdot t,$$

где s – длина пройденного пути, v – скорость, t – время движения.

Пройденный путь равен произведению скорости на время движения.

Из формулы пути по правилу нахождения неизвестного множителя следует, что $v = s : t$; $t = s : v$.

IV. Формула стоимости.

Стоимость равна цене, умноженной на количество товара.

$$C = a \cdot n,$$

где C – стоимость товара, a – цена товара, n – количество товара в выбранных единицах.

V. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины на ширину и высоту.

Формула объема прямоугольного параллелепипеда:

$$V = abc,$$

где V – объем прямоугольного параллелепипеда, a – длина, b – ширина, c – высота прямоугольного параллелепипеда.

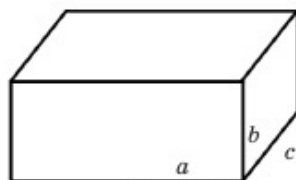


Рис. 1.29

Объем куба равен кубу его ребра.

Куб – это прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения одинаковы.

Формула объема куба:

$$V = a^3,$$

где a – длина ребра куба (рис. 1.30).

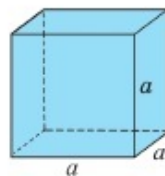


Рис. 1.30

Примечание:

1. Числовые значения величин подставляют в формулу после приведения их к одинаковой единице измерения.
2. В формуле не пишутся единицы измерения.



1. Чему равен периметр прямоугольника?
2. Напишите формулу площади прямоугольника.
3. Напишите формулу пути. Что означает каждая буква в этой формуле?
4. Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда?

122. Вычислите устно:

1) $17 + 43$	2) $80 - 26$	3) $100 - 65$	4) $90 - 24$
$:12$	$:18$	$\cdot 5$	$:3$
$\cdot 15$	$+ 97$	$+ 25$	$+ 48$
$- 35$	$- 36$	$: 8$	$: 5$
$\cdot 11$	$\cdot 3$	$+ 75$	$\cdot 3$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
?	?	?	?

A

123. Ребро куба 6 см. На сколько кубов с ребром 2 см можно разделить этот куб?
 А. 27 кубов; В. 24 куба; С. 34 куба; D. 30 кубов.
124. 1) Длина прямоугольного параллелепипеда 12 см, ширина 9 см, высота 5 см. Найдите его объем.
 2) Объем комнаты 72 м^3 , высота 3 м. Найдите площадь пола комнаты.

125. 2 порции мороженого стоят 240 тг. Цена одной порции уменьшилась на 30 тг. Сколько теперь надо заплатить за 4 порции мороженого?

	a	n	C
I			
II			

126. На рисунке 1.31 изображен треугольник ABC .

- Дополните до прямоугольника.
- Найдите площадь прямоугольника.
- Найдите площадь треугольника ABC .

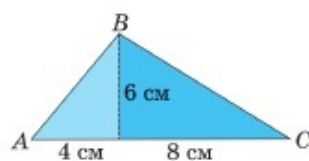


Рис. 1.31

В

127. Охотничья собака бежала за зайцем со скоростью 16 м/с, а заяц убегал от нее со скоростью 12 м/с. Собака догнала зайца за 13 с.
1) Какое расстояние было между ними первоначально? 2) Что означает число 4 в получившемся выражении?

128. Длина водоема прямоугольной формы равна 45 м, а ширина 38 м. На расстоянии 2 м от водоема поставили изгородь. Найдите длину изгороди.

A. 130 м; B. 140 м; C. 160 м; D. 182 м.

- 129°. Когда от листа жести квадратной формы отрезали прямоугольник шириной 5 см, осталось 150 см^2 жести. Найдите первоначальную площадь жестяного листа.

130. У Асхата было 500 тг. Он купил 7 тетрадей по цене 25 тг и 3 ручки по цене 80 тг. Что неизвестно? Задайте вопрос.

131. Куб с ребром в 1 дм разрезан на кубики с ребром в 1 см. Если из этих кубиков построить башню, ставя их друг на друга, то на какую высоту она поднялась бы?

A. 8 м; B. 10 м; C. 9 м; D. 5 м.

132. Верно ли утверждение:

- 1) любой прямоугольный параллелепипед – куб;
- 2) любой квадрат – прямоугольник;

- 3) противоположные грани прямоугольного параллелепипеда равны;
 4) любой куб – прямоугольный параллелепипед;
 5) любой прямоугольник – квадрат?

133. Коробку начали заполнять кубиками с ребрами, равными 1 см (рис. 1.32).
 Сколько кубиков войдет в коробку?
 Каков ее объем?

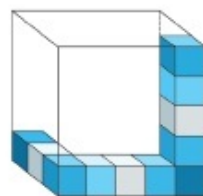


Рис. 1.32

С

134. Рабочие огородили участок прямоугольной формы длиной 75 м и шириной 30 м. Для этого они вбили столбики по углам участка, а также по его сторонам через каждые 3 м. Затем через столбики протянули 5 рядов проволоки.
 ▲ Сколько всего столбиков вбили рабочие?
 ▲ Сколько метров проволоки ушло на ограждение участка?

- 135*. Найдите площадь треугольника ABC , изображенного на рисунке 1.33.

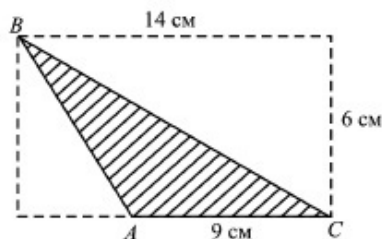


Рис. 1.33

- 136*. На рисунке 1.34 №1, №2, №3 и №4 – квадраты, а №5 – прямоугольник. Периметр квадрата №1 равен 32 см; периметр квадрата №2 – 24 см; площадь квадрата №3 – 25 см^2 ; площадь прямоугольника №5 – 133 см^2 . Найдите площадь квадрата №4.

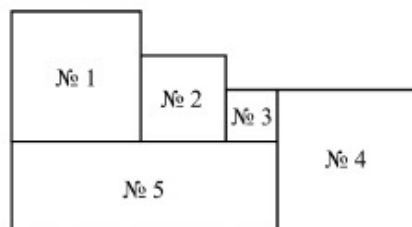


Рис. 1.34

137. В 22 пакета разложили конфеты трех сортов. В каждом пакете конфеты одного сорта. Докажите, что в любом случае обязательно найдутся 8 пакетов, в которых окажутся конфеты одного сорта.

138. Каждые 5 м² водохранилища дополнились 350 л дождевой воды. Насколько повысился уровень воды в водохранилище? Вычислите в сантиметрах.

139. Длина прямоугольного параллелепипеда в 3 раза больше, а высота в 2 раза меньше, чем его ширина. Сумма трех измерений прямоугольного параллелепипеда равна 54 см (рис. 1.35). Найдите объем его закрашенной части.

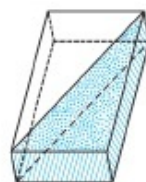


Рис. 1.35

140. Сколько коробок конфет вместится в ящик, изображенный на рисунке 1.36?

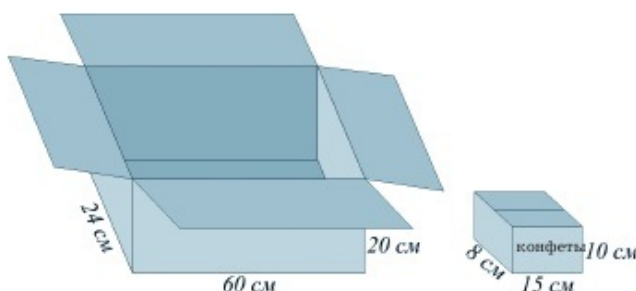


Рис. 1.36

Ключевые факты.

Формула – это правило, записанное в виде равенства, содержащего буквы.

Таблица формул

Прямоугольник	периметр – P	$P = 2(a + b)$	a – длина, b – ширина прямоугольника
	площадь – S	$S = a \cdot b$	
Длина пройденного пути – s		$s = v \cdot t$	v – скорость, t – время движения
Стоимость товара – C		$C = a \cdot n$	a – цена, n – количество (объем) товара
Объем прямоугольного параллелепипеда – V		$V = a \cdot b \cdot c$	a – длина, b – ширина, c – высота параллелепипеда

- ▲ 127. 1) 52 м. 129. 225 см^2 . 133. В коробку войдет 75 кубиков.
 134. Вбили всего 70 столбиков. На ограждение ушло
 1050 м проволоки. 135. 27 см^2 . 136. 144 см^2 .
 138. На 7 см. 139. 1296 см^3 . 140. 24 коробки.

1.12. Числовые последовательности

Пример 1. Запишем последовательно нечетные натуральные числа, начиная с числа 3.

3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; ... – числовая последовательность.

Числа, образующие последовательность, называют *членами последовательности*.

Числа, 3; 5; 7; ... – члены последовательности, где число 3 – первый член, число 5 – второй член, число 7 – третий член, а число $2n + 1$ на месте с номером n называют n -м членом последовательности.

В числовой последовательности каждое число имеет свой определенный номер.

С помощью букв числовую последовательность обозначают так:

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots a_n \dots, \text{ или } (a_n),$$

где индексы 1, 2, 3, 4 ... n показывают порядковый номер числа в числовой последовательности. Для записи членов последовательности вместо буквы a можно использовать и другие строчные буквы латинского алфавита. Например, $b; c; d; m; k$ и т.д.

Например, 1) 4; 7; 10; 13; 16; ... $3n+1$; ... – числовая последовательность, заданная формулой $3n+1$;

2) 3; 2; 3; 2; 3; 2; ... – числовая последовательность, составленная только из чисел 2 и 3.

3) 7; 7; 7; 7; 7; ... – числовая последовательность составленная из единственного числа 7. Такую последовательность называют *постоянной числовой последовательностью*.

Если нам известна формула n -го члена, то с ее помощью всегда можно найти нужный член последовательности. Для этого нужно подставить в формулу номер члена и вычислить значение получившегося выражения.

Пример 2. Найдем 5-й и 7-й члены числовой последовательности $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7; \dots x_n \dots$, заданной формулой $(n+3) \cdot 2$.

Решение. Если $n = 5$, то $x_5 = (5+3) \cdot 2 = 16$; $x_5 = 16$.

Если $n = 7$, то $x_7 = (7+3) \cdot 2 = 20$; $x_7 = 20$.

Пример 3. Составим числовую последовательность $c_1; c_2; c_3; c_4; \dots c_n; \dots$, заданную формулой n^2+1 .

Найдем члены последовательности: $c_1 = 2; c_2 = 5; c_3 = 10; c_4 = 17; \dots$

Составим числовую последовательность:

$2; 5; 10; 17; \dots; n^2+1; \dots$



1. Что такое числовая последовательность? Приведите примеры.
2. Как обозначается числовая последовательность с помощью букв?
3. Что показывают индексы в буквенной записи числовой последовательности?
4. Объясните, как можно составить числовую последовательность по формуле его n -го члена.

А

141. Установите закономерность и запишите еще три последующих члена последовательности:

- 1) 7; 9; 11; 13; 15; ... ;
- 2) 3; 6; 12; 24; 48; ... ;
- 3) 542; 532; 522; 512;

142. Впишите четыре предыдущих члена последовательности:

- 1) ... ; 26; 31; 36; 41; ... ;
- 2) ... ; 32; 64; 128; 256;

143. Установите закономерность, найдите формулу n -го члена последовательности:

- 1) 1; 4; 9; 16; 25; ... ; a_n ; ... ; $a_n = ?$
- 2) 0; 3; 8; 15; 24; ... ; x_n ; ... ; $x_n = ?$

В

144. Придумайте правило, по которому можно продолжить последовательность чисел:

1; 3; 9; 27; 81;

Запишите три следующие числа и прочитайте их.

145. Впишите в нижеприведенную таблицу первые пять членов числовой последовательности (a_n), заданную формулой $a_n = 4n - 3$.

Номер члена	1	2	3	4	5
Обозначение	a_1				
Член последовательности					

146. Имеется 8 одинаковых колец, из них одно легче остальных, остальные одинаковой массы. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно найти кольцо, которое легче остальных?

С

147. Для каждого из указанных членов последовательности впишите три предыдущих и три последующих члена:

- 1) ... ; 45; 55; 65; 75; ... ;
2) ... ; 925; 900; 875; 850;

148. Числовая последовательность задана формулой n -го члена $x_n = (2n+1) \cdot 3$. Заполните таблицу, вычислив первые шесть членов этой последовательности:

Номер члена	1	2	3	4	5	6
Обозначение	x_1					
Член последовательности						

149. Впишите три последующих члена последовательности:

- 1) если первое число равно 4, второе 7, а следующее равно сумме двух предыдущих;
2) если первое число равно 2, второе 3, а следующее равно произведению двух предыдущих.

150. Впишите в пустые клетки квадрата такие числа, чтобы квадрат стал «магическим».

8		16
	10	
		12

		11
17		1
		15

1		
22	7	10

Указание. В «магическом» квадрате суммы чисел по строкам, по столбцам и на отрезках, соединяющих противоположные вершины, равны. В клетках «магического» квадрата одинаковые числа не повторяются.

Упражнения для повторения главы I

А

- 151.** Запишите в виде числового выражения и найдите его значение:
- 1) произведение суммы чисел 18 и 25 и числа 3;
 - 2) частное разности чисел 95 и 23 и числа 4;
 - 3) сумма наибольшего двузначного числа и наименьшего трехзначного числа.
- 152.** 1. Запишите число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:
- 1) $2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$;
 - 2) $9 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5$;
 - 3) $3 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 8$;
 - 4) $7 \cdot 1000 + 9 \cdot 10 + 3$;
 - 5) $9 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10$;
 - 6) $4 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 6$.
- 2) Запишите числа в виде суммы разрядных слагаемых:
- 1) 815;
 - 2) 1 365;
 - 3) 40 910;
 - 4) 5 317 946.

- 153.** На координатном луче с единичным отрезком 2 см отмечены точки $A(2)$; $B(4)$; $C(5)$. Найдите длины отрезков OA , OB , OC .

- 154.** 1) Решите задачи, составляя буквенное выражение.
За один рейс 2 машины перевозят a т угля. Сколько тонн угля перевезут 8 машин за b рейсов? Вычислите при $a = 6$ и $b = 4$.
- 2) В часовой мастерской m настенных часов, будильников в 2 раза больше, а наручных часов в 3 раза больше, чем настенных. Сколько всего часов в мастерской? Найдите значение выражения при $m = 4$.

В

- 155.** Упростите выражение:
- 1) $46 + a + 24 + a$;
 - 2) $25 \cdot 9 \cdot b \cdot 4$;
 - 3) $96a + 4a$;
 - 4) $57 + b + 43 + b$;
 - 5) $89m - 9m$.
 - 6) $72n + 28n$.
- 156.** Решите уравнение:
- 1) $6m + m - 35 = 21$;
 - 2) $17n + 14n - 145 = 134$;
 - 3) $5n + 9n + 32 = 200$;
 - 4) $(x + 57) : 7 = 12$;
 - 5) $(161 - y) : 16 = 9$;
 - 6) $112 : (17 + x) = 4$.

- 157*.** Длина отрезка AD на 5 см меньше длины отрезка AB (рис. 1.37) и на 4 см больше длины отрезка AC . Длина отрезка AC в 3 раза меньше длины отрезка CB . Найдите длину отрезка AB .

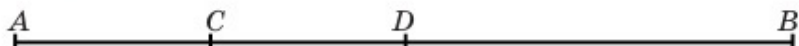


Рис. 1.37

- 158.** Нумерация страниц книги начинается с цифры 3. Сколько цифр надо, чтобы пронумеровать по 110-ю страницу?
- 159°.** В саду 15 яблонь, расположенных на расстоянии 6 м друг от друга.
- ▲ Найдите расстояние между двумя крайними яблонями.
 - ▲ Каково расстояние между 7-й и 12-й яблонями?
- 160.** Периметры квадрата и прямоугольника равны. Площадь квадрата равна 81 см^2 . Длина прямоугольника в 2 раза больше его ширины. Найдите площадь прямоугольника.
- 161.** Упростите выражение, найдите его значение:
- 1) $6(3x + 5y) + 7x - 5y$ при $x + y = 3$;
 - 2) $3(28a + b) - 73a + 8b$ при $a + b = 7$;
 - 3) $3m + 35n + 8(3m - n)$ при $m + n = 4$.

- 162.** Для определения количества выпавших осадков на клумбу длиной 7 м и шириной 3 м поставили пустое ведро с прямыми стенками. После дождя уровень воды в ведре стал равен 8 см. Сколько литров воды выпало на клумбу?
- А. 1570 л; В. 1680 л; С. 1600 л; D. 1720 л.



- 163*.** Два ювелира за 2 дня изготавливают 2 кольца. Сколько колец изготовят 6 ювелиров за 6 дней?
- 164.** Из кубиков сложили прямоугольный параллелепипед. Его длина состоит из 7 кубиков, ширина – из 6 кубиков, а высота – из 4 кубиков. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если поверхность одного кубика равна 54 см^2 .

165*. Из бруска Ернат сделал прямоугольный параллелепипед длиной 21 см, шириной 15 см, высотой 9 см. Его он разделил на кубики с ребром 3 см и выстроил их в один ряд. Найдите длину этого ряда кубиков.

166. На рис. 1.38 изображены квадраты №1, №2, №3, №4. Периметр квадрата №1 равен 20 см. Периметр квадрата №2 равен 12 см. Найдите:

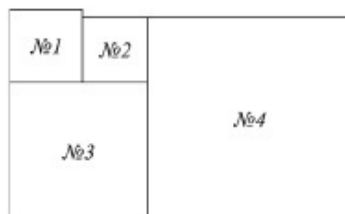


Рис. 1.38

- ▲ периметр квадрата №3;
- ▲ площадь квадрата №4.

- ▲ **151.** 1) 129; 2) 18; 3) 199. **157.** $AB = 12$ см. **158.** 220 цифр.
159. Расстояние между крайними яблонями 84 м.
160. 72 см^2 ; **163.** 18 колец.
164. 4536 см^3 . **165.** 3 м 15 см.
166. Периметр квадрата №3 равен 32 см.
 Площадь квадрата №4 равна 121 см^2 .



Задание 1. В классе 24 ученика. Можно ли на уроке физкультуры построить их:

- 1) в 4 ряда;
- 3) в 8 рядов;
- 5) в 3 ряда
- 2) в 6 рядов;
- 4) в 5 рядов;

с одинаковым числом учеников в каждом ряду? Какое число учеников возможно в каждом ряду? Найдите все возможные варианты построения учеников класса, заполнив таблицу.

Число рядов				
Число учеников в каждом ряду				

Количество рядов с одинаковым числом учеников – это число, на которое 24 делится без остатка.

Задание 2. 1) Запишите числа, на которые делится без остатка число 16.

2) Запишите первые пять натуральных чисел, которые делятся на число 3 без остатка.

Глава II. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

2.1. Делители натурального числа. Кратные натурального числа

I. Делители натурального числа.

? **Задание 1.** Тренер должен раздать 15 теннисных шариков поровну (без остатка) между спортсменами.

Скольким спортсменам можно раздать теннисные шарики?

- A. 2 спортсменам; B. 3 спортсменам;
C. 4 спортсменам; D. 5 спортсменам.

Проверьте себя.

Ответ:

15 теннисных шариков можно раздать поровну (без остатка) между 3 спортсменами или между 5 спортсменами.

Числа 3 и 5, на которые 15 делится без остатка – это *делители числа 15*.

Делителем натурального числа a называют натуральное число, на которое a делится без остатка.

Число 1 – делитель любого натурального числа.

Наибольший делитель данного натурального числа равен самому числу.

Значит, число 15 имеет четыре делителя: 1, 3, 5, 15.

Его обозначают так:

$$D(15) = \{1, 3, 5, 15\};$$

Например, 1) $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\};$

$$2) D(13) = \{1, 13\};$$

$$3) D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

В дальнейшем под термином «делится» будем подразумевать «делится без остатка», или «делится нацело».

Например, найдем делители числа 24.



Все делители числа 24 запишем в порядке возрастания.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 или

1,	2,	3,	4,
24,	12,	8,	6,

где 1 и 24; 2 и 12; 3 и 8; 4 и 6 – это пары делителей числа 24

$$1 \cdot 24 = 24; \quad 2 \cdot 12 = 24; \quad 3 \cdot 8 = 24; \quad 4 \cdot 6 = 24.$$

Произведение пары делителей данного натурального числа равно самому числу.

Это свойство пары делителей натурального числа.

II. Кратные натурального числа.

? **Задание 2.** Вафли упакованы в коробки по 14 кг. Сколько килограммов вафель можно взять, не распаковывая все коробки, если нужно 50 кг вафель?

Выберите правильные ответы:

A. 20 кг; B. 28 кг; C. 36 кг; D. 42 кг.

Проверьте себя.

Ответ:

Не распаковывая все коробки, можно взять вафель 28 кг или 42 кг. Числа 28, 42 делятся на 14, а числа 20, 36 на 14 не делятся.

В таком случае говорят, что числа 28, 42 *кратны* числу 14.

Кратным натурального числа a называют натуральное число, которое делится без остатка на a .

1. Любое натуральное число имеет бесконечно много кратных.
2. Наименьшее кратное данного натурального числа равно самому числу.

Кратными числа 14 являются числа: 14, 28, 42, 56, 70,

Его обозначают так:

$$K(14) = \{14, 28, 42, 56, \dots\};$$

Например, 1) $K(5) = \{5, 10, 15, 20, \dots\};$

$$2) K(21) = \{21, 42, 63, 84, \dots\}.$$

$$3) K(25) = \{25, 50, 75, 100, \dots\}.$$



1. Какое число называют делителем данного натурального числа? Приведите примеры.
2. Как найти пару делителей натурального числа?
3. Какое число называют кратным данному натуральному числу? Приведите примеры.

167. Назовите:

- 1) все делители чисел: 35; 29; 28.
- 2) по три числа, кратных каждому из чисел: 4, 8, 13.

А

168. 1) Запишите все делители чисел:

- а) 9; б) 14; в) 45; г) 75.

2) Напишите первые четыре числа, кратные числу:

- а) 8, б) 11, в) 15, г) 27.

169. Из чисел:

- 1) 5, 9, 15, 21, 24, 50 и 60 выберите делители числа – 120;
- 2) 45, 50, 70, 75, 90, 100 и 125 выберите числа, кратные числу 25.

170. Запишите пары чисел, в которых первое число делитель второго:

- 1) 5 и 45; 3) 8 и 34; 5) 17 и 51; 7) 12 и 60;
2) 9 и 71; 4) 16 и 80; 6) 4 и 64; 8) 23 и 115.

171. Продавец цветов принес 45 гвоздик. Сколькими способами он может составить букеты с одинаковым числом цветов в каждом букете? Какое количество цветов возможно в одном букете?



Число букетов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	15
Число гвоздик в одном букете										

172. Конфеты упакованы в коробки по 12 кг. Можно ли, не распаковывая коробки, взять:

- 1) 36 кг конфет; 2) 45 кг конфет; 3) 60 кг конфет?

173. Всего было 65 саженцев. Сколько рядов саженцев можно посадить, чтобы в каждом ряду их было одинаковое количество?

- А. 4 ряда; В. 13 рядов; С. 9 рядов; D. 5 рядов.



174. У мальчика в корзине некоторое количество морковок. Он может их раздать поровну 4, или 6, или 8 кроликам. Какое наименьшее количество морковок может быть в корзине у мальчика?

В

175. Выберите из чисел 3, 7, 10, 15, 18, 30 и 84:

- 1) делители числа 21; 3) числа, кратные числу 2;
2) делители числа 90; 4) числа, кратные числу 5.

176. Запишите наименьшее натуральное число, кратное:

- 1) числам 2 и 3; 3) числам 9 и 12;
2) числам 6 и 8; 4) числам 15 и 21.

177. Запишите число, которое является:

- 1) делителем 45 и кратным 5;
2) делителем 92 и кратным 23;
3) делителем 120 и кратным 30.

178°. Используя свойство пары делителей, найдите, делителями какого числа являются числа:

- 1, \square , 3, 4, 6, \square , 12, \square , 24, \square . Найдите это число.
- Какие еще числа можно вписать в рамочки?

179. Для составления одинаковых гирлянд купили 30 красных, 18 синих и 12 желтых шаров. В каждой гирлянде должно быть одинаковое количество шаров каждого цвета.



Заполните таблицу.

Число гирлянд				
Число шаров в каждой гирлянде	красные			
	синие			
	желтые			

180. Имеются 6 пакетов колец. В одном из них кольца массой 33 г каждое, а в остальных – по 30 г каждое. Одним взвешиванием на весах со стрелкой как можно определить, в каком пакете кольца по 33 г?

181. От остановки одновременно отъехали автобус и троллейбус. Автобус приезжает на эту остановку через каждые 1 ч 30 мин, а троллейбус – через каждый час. Через какое ближайшее время они опять окажутся вместе на этой остановке?



182°. Используя свойство пары делителей, угадайте корень уравнения, выраженный натуральным числом:

1) $x(x - 5) = 24$;

2) $x(x + 7) = 78$;

3) $x(x + 8) = 105$.

С

183. 1) Делители числа a : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, a .
 2) Делители числа b : 1, 3, 5, 15, 25, b .
 3) Делители числа c : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, c .
 4) Делители числа d : 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, d .
 Чему равны числа a , b , c , d ?

184. 1) Числа, кратные числу x : x , 22, 33, 44, ...
 2) Числа, кратные числу y : y , 18, 27, 36, ...
 3) Числа, кратные числу m : m , 26, 39, 52, ...
 4) Числа, кратные числу n : n , 30, 45, 60, ...
 Чему равны числа x , y , m , n ?

185. Вдоль дороги через каждые 60 м стоят столбы. Их нужно заменить новыми, уменьшив расстояние между ними на 10 м. На каком расстоянии от первого столба нужно установить новый столб на то же место, где стоял старый?

А. 250 м; В. 280 м; С. 300 м; D. 360 м.

186. Из листа бумаги Данияр вырезал прямоугольник длиной 21 см и шириной 15 см. Этот прямоугольник он разрезал без остатка на одинаковые квадратики.

- Найдите длину стороны квадратика.
- Сколько квадратиков получилось?

187. Выполните действия:

- 1) $(68 : 4 + 13) : 6 + ((85 - 28) : 3 + 72 : (6 \cdot 3) - 11) \cdot 18 - 189$;
 2) $85 : 17 \cdot (21 - 45 : (54 : 6)) + 90 : 15 \cdot (56 : 8) - 122$.

188. Замените звездочки необходимыми цифрами:

1) $\begin{array}{r} + 6 * 5 \\ * 7 * \\ \hline 1061 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} - * 6 * \\ 1 * 5 \\ \hline 173 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} + * 7 * \\ 1 * 9 \\ \hline 982 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} - 6 * 5 \\ * 7 * \\ \hline 130 \end{array}$
---	--	--	--

Ключевые факты.

1. Если натуральное число a делится без остатка на натуральное число b , то число a называется кратным числу b , а число b – делителем числа a .

Пример 1. $63 : 7 = 9$, где $7 \cdot 9 = 63$.

Число 63 – кратное числа 7, а 7 – делитель числа 63.

2. Каждое натуральное число имеет бесконечно много кратных. Их можно получить, если данное число умножить на 1, на 2, на 3 и т.д.

Пример 2.

$19 \cdot 1 = 19$; $19 \cdot 2 = 38$; $19 \cdot 3 = 57$; $19 \cdot 4 = 76$ и т.д.

$K(19) = \{19, 38, 57, 76, \dots\}$.

▲ **178.** Делителями числа 48.

183. 1) $a = 30$; 4) $d = 88$.

184. 1) $x = 11$; 4) $n = 15$.

186. Получилось 35 квадратиков.

187. 1) 32; 2) 0.

Научитесь использовать!**Нахождение натурального корня уравнения способом перебора пар делителей числа**
(Для дополнительного чтения)

Пример. Длина прямоугольника больше ширины на 6 см. Площадь прямоугольника равна 40 см^2 . Найдите его ширину.

Решение. Пусть x – ширина прямоугольника,

$x + 6$ – длина прямоугольника.

По условию задачи, $x(x + 6) = 40$.

Делители числа 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, или

пары делителей числа 40: 1 и 40; 2 и 20; 4 и 10; 5 и 8.

Способом перебора пары делителей выбираем делитель, при подстановке которого в уравнение получается верное равенство.

Это число 4; $x = 4$;

$$4 \cdot (4 + 6) = 40;$$

$$4 \cdot 10 = 40;$$

$$40 = 40.$$

Итак, натуральное число 4 является корнем уравнения $x(x + 6) = 40$.

Ответ: 4 см.

Такие уравнения вы будете подробно изучать в старших классах.

Задания.

Проверьте письменно (1–5).

№1. Найдите корни уравнения способом перебора пар делителей числа.

а) $x(x + 4) = 77$;

в) $x(x + 12) = 85$;

б) $x(x - 3) = 54$;

г) $x(x - 2) = 63$.

№2. Ширина прямоугольника на 3 см меньше длины, а площадь равна 70 см^2 . Найдите длины сторон прямоугольника.

№3. Площадь прямоугольника равна 108 см^2 . Его длина на 12 см больше ширины. Найдите ширину прямоугольника и его длину.

№4. Площадь прямоугольника равна 120 см^2 . Его длина на 7 см больше ширины. Найдите периметр прямоугольника.

A. 40 см;

B. 42 см;

C. 46 см;

D. 48 см.

№5. Длина прямоугольника на 13 см больше его ширины. Пло-

щадь прямоугольника равна 140 см^2 . Найдите периметр прямоугольника.

- А. 54 см; В. 60 см; С. 52 см; Д. 70 см.



- Из чисел 2, 5, 6, 8, 11, 15, 16, 19, 20, 31, 45, 53 выпишите в одну строку числа, имеющие два делителя, в другую строку – числа, имеющие больше двух делителей.
- Напишите четыре двузначных числа, которые делятся только на единицу и сами на себя.

2.2. Простые числа. Составные числа

?

Перечертите рисунок 2.1 в тетрадь.

Из натуральных чисел 1, 6, 7, 18, 19, 25 запишите в указанной части плоскости (рис. 2.1) те числа, которые имеют:

- 1) только один делитель;
- 2) только два делителя;
- 3) более двух делителей.

Проверьте себя по нижеприведенной таблице.



Рис. 2.1

Натуральные числа	Делители	Количество делителей
1	1	1
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	6
19	1, 19	2
25	1, 5, 25	3

Натуральные числа по количеству делителей разбиваются на 3 группы: простые числа, составные числа и число 1.

I. Простые числа.

Каждое из чисел 7 и 19, данных в таблице, имеет по два (1 и само это число) различных делителя. Такие натуральные числа называют *простыми числами*.

Натуральное число называется *простым числом*, если оно имеет только два различных делителя: единицу и само это число.

Например, 13 и 101 – простые числа.

Делители числа 13: 1 и 13.

Делители числа 101: 1 и 101.

Самое наименьшее простое число – 2.

Простых чисел бесконечно много.

Таблица простых чисел от 2 до 997 приведена на форзаце учебника.

Два простых числа, разность которых равна 2, называются **числами-близнецами**. Например, числа 5 и 7; 11 и 13; 17 и 19 – числа-близнецы.

II. Составные числа.

Каждое из чисел 6, 18 и 25, данных в таблице, имеет более двух различных делителей. Такие натуральные числа называют *составными числами*.

Натуральное число, которое имеет более двух делителей, называют составным числом.

Например, число 8 – составное число; его делители: 1, 2, 4, 8.

Число 24 – составное число; его делители: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

III. Натуральное число 1.

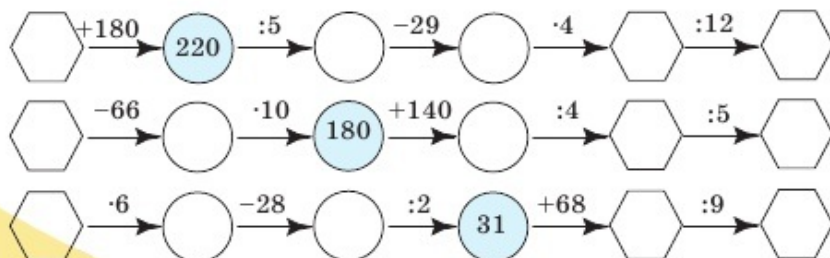
Натуральное число 1 имеет только один делитель – само это число.

Число 1 не относится ни к простым числам, ни к составным.



1. Какие числа называют простыми?
2. Какие числа называют составными?
3. Каким числом является число 1?
4. Сколько делителей имеет число 7? Назовите их.

189. Вычислите устно. Восстановите цепочку действий.



А

190. Какими цифрами оканчивается запись многозначных простых чисел?
191. Используя таблицу простых чисел:
 1) из чисел 66, 67, 128, 139, 201, 311, 450, 502, 503, 641, 864, 879, 991 в одну строчку выпишите простые числа, в другую – составные;
 2) напишите числа-близнецы от 1 до 50.
192. Из чисел 1, 3, 6, 7, 9, 15, 23, 28 и 37 выпишите числа, имеющие:
 1) только один делитель;
 2) только два делителя;
 3) более двух делителей.

В

193. 1) Запишите числа 10, 12, 18, 24, 30, 42; 68 в виде суммы двух простых чисел.
 2) Запишите числа 22, 35, 77, 65, 69, 95 в виде произведения двух простых чисел.
194. Средневековый казахский ученый Абу Насыр аль-Фараби родился в Отраре (Южно-Казахстанская область), жил в период между 870–950 гг. Сколько простых чисел содержится в числовом промежутке, указывающем на годы жизни ученого?



Абу Насыр
аль-Фараби

195. Как с помощью 4-минутных и 7-минутных песочных часов определить промежуток времени продолжительностью 10 мин?

С

196. Запишите все двузначные числа, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя при записи числа каждую цифру только один раз.
 1) Какие из них простые числа?
 2) Какие из них составные числа?

197. При каком значении x значение выражения:

- 1) $17x$ – простое число;
- 2) $23x$ – составное число. Запишите примеры.

198. Даны числа: 1) 111 111; 2) 171 717; 3) 414 141; 4) 232 323.
Докажите, что эти числа составные.

199. С пришкольного участка юннаты собрали 68 астр. Из всех цветов они составили букеты. В каждом букете по 5 или по 3 астры. Всего получилось 18 букетов. Сколько букетов получилось из 5 астр и сколько – из 3 астр?



200. Решите уравнение:

- 1) $2(11x - 5) - 17x = 55$;
- 2) $5(8x + 3) - 12 = 83$;
- 3) $7(2x + 9) + 3x = 114$;
- 4) $3(4x + 13) - 25 = 74$.

Ключевые факты.

По количеству делителей натуральные числа разбиваются на 3 группы.



194. 11 простых чисел.

199. 7 букетов по 5 астр, 11 букетов по 3 астры.

200. 1) 13; 2) 2; 3) 3; 4) 5.



Решето Эратосфена

(Для дополнительного чтения)

Живший в III веке до нашей эры, древнегреческий математик Евклид доказал, что простых чисел бесконечно много и наибольшего простого числа не существует.

Живший в Александрии несколько позже Евклида, древнегреческий математик Эратосфен предложил собственный способ составления таблицы простых чисел.

Изобразив на восковой дощечке таблицу натуральных чисел, Эратосфен специальной палочкой выкалывал единицу и составные числа. Первоначальная таблица стала подобна решету, где оставались только простые числа. Поэтому ее называли *решето Эратосфена*.

Изучим составление таблицы простых чисел способом Эратосфена.

Например, найдем все простые числа от 1 до 40. Для этого запишем все натуральные числа от 1 до 40. Вычеркнем число 1 – оно не простое. В первый раз вычеркнем все числа, кратные 2, кроме числа 2. Число 2 обведем кружочком.

Во второй раз вычеркнем все числа, кратные 3, кроме числа 3. Число 3 обведем кружочком. В результате, кроме чисел 2 и 3, оставшиеся числа не делятся на 2 и на 3.

В таблице после чисел 2 и 3 остается число 5. В третий раз вычеркнем все числа, кратные 5, кроме числа 5. Число 5 обведем кружочком и т. д.

Таким образом, в таблице остались простые числа, которые меньше 40. Значит, составили таблицу простых чисел, которые меньше 40:

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑰	18	⑱	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
㉓	32	33	34	35	36	㉗	38	39	40

Получили простые числа меньше 40:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

В таком порядке можно составить таблицу простых чисел до любого необходимого числа.



И.М. Виноградов

В исследование простых чисел огромный вклад внесли русские математики П.Л. Чебышев (1821–1894) и И.М. Виноградов (1891–1983).

П.Л. Чебышев доказал, что между любым числом, большим 1, и числом, в два раза большим данного числа, имеется по крайней мере одно простое число.

Например: 1) между простым числом 5 и в два раза большим его числом 10 имеется одно простое число – число 7; 2) между простым числом 17 и в два раза большим его числом 34 имеются 4 простых числа. Это простые числа: 19, 23, 29 и 31.

Задания.

- 1) Применив решето Эратосфена, составьте таблицу простых чисел:
 - а) от 1 до 20;
 - б) от 1 до 50.
- 2) Напишите простые числа:
 - а) между числами 13 и 26;
 - б) между числами 9 и 18.



Задание.

Не вычисляя значение выражения, определите, на какое из двух чисел делится значение выражения:

- 1) на 30 или на 25 делится произведение $120 \cdot 43$;
- 2) на 5 или на 3 делится сумма $45 + 70$;
- 3) на 7 или на 10 делится разность $150 - 30$?

Выберите ответы и заполните пропуски:

А. Делится на ..., так как и уменьшаемое, и вычитаемое делятся на это число.

В. Делится на ..., так как множитель ... делится на это число.

С. Делится на ..., так как каждое слагаемое делится на это число.

2.3. Основные свойства делимости

I. Делимость произведения.

Пример 1. Определим делимость произведения $24 \cdot 19 \cdot 7$ на число 8.

$$24 \cdot 19 \cdot 7 = (\underbrace{8 \cdot 3}_{\text{делится на 8}}) \cdot 19 \cdot 7 = 8 \cdot (3 \cdot 19 \cdot 7).$$

Так как число 24 делится на 8, то и произведение чисел $24 \cdot 19 \cdot 7$ делится на 8.

Пример, приведенный выше, подтверждает следующий признак делимости произведения.

Если хотя бы один из множителей делится на данное число, то и произведение делится на это число.

201. Используя свойство делимости произведения, найдите значение частного:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(35 \cdot 18) : 7$; | 4) $(5 \cdot 12 \cdot 70) : 14$; |
| 2) $(48 \cdot 13) : 12$; | 5) $(7 \cdot 32 \cdot 45) : 15$; |
| 3) $(99 \cdot 14) : 11$; | 6) $(5 \cdot 21 \cdot 54) : 9$. |

202. Найдите значение частного:

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| 1) $15a : 3$; | 2) $54ab : 9$; | 3) $36mn : 4$; |
| $21b : 7$; | $72xy : 12$; | $45xy : 15$; |
| $42c : 6$; | $51ab : 3$; | $28xy : 7$; |

203. Подберите три натуральных значения x так, чтобы произведение:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $18x$ делилось на 5; | 3) $41x$ делилось на 3; |
| 2) $24x$ делилось на 7; | 4) $72x$ делилось на 11. |

204. 1) В столовую привезли 7 наборов ложек, по 12 ложек в каждом. Можно ли все ложки разложить на столах по 4? Если это возможно, то найдите количество таких столов.

Решение.

а) Сколько всего ложек привезли в столовую? $12 \cdot 7$ (ложек).

б) На скольких столах разложены все ложки?

$$(12 \cdot 7) : 4 = (4 \cdot 3 \cdot 7) : 4 = 3 \cdot 7 = 21 \text{ (стол).}$$

Ответ: на 21 столе.

2) В одном букете 35 цветков, во втором – 21 цветок. Можно ли эти цветы разложить поровну в вазы по 7? Если это возможно, то сколько ваз потребуется?

205. Мост длиной 475 м поезд проходит за 45 с. С такой же скоростью он проходит мимо дежурного по станции за 20 с.

• Найдите скорость поезда.

• Найдите длину поезда.

А. 320 м; В. 360 м; С. 300 м; D. 380 м;

II. Делимость суммы.

? **Задача.** Подберите три натуральных значения a так, чтобы сумма:

1) $250 + a$ делилась на 10;

2) $a + 162$ делилась на 2;

3) $175 + a$ делилась на 25.

По результату решения заданий сделайте вывод о том, в каком случае сумма делится на данное число.

Проверьте себя.

Если каждое слагаемое делится на данное число, то и сумма делится на это число.

Пример 2. Определим делимость суммы $8585 + 51$ на число 17.

$$8585 + 51 = 17 \cdot 505 + 17 \cdot 3 = 17 \cdot (505 + 3).$$

Так как каждое из слагаемых 8585 и 51 делится на 17, то сумма $8585 + 51$ делится на 17.

206. Используя свойство делимости суммы, найдите значение выражения:

1) $(84 + 28) : 14$; 3) $(192 + 72) : 24$; 5) $(183 + 305) : 61$;

2) $(133 + 76) : 19$; 4) $(220 + 88) : 44$; 6) $(300 + 150) : 75$.

207. Выполните деление:

1) $(18x + 45y) : 9$;

3) $(40m + 55n) : 5$;

2) $(35m + 42n) : 7$;

4) $(195a + 65b) : 13$.

208. В классе 14 мальчиков и 12 девочек. Могут ли они играть в волейбол, разделившись поровну на 2 команды? Если да, то сколько мальчиков и сколько девочек будет в каждой команде?

209. Алеша, Боря, Витя и Саша вышли во двор. У Алеши 4 конфеты, у Бори 6 конфет, у Вити тоже 6 конфет а у Саши 4 почтовых марки. Все конфеты они поделили поровну. Саша взамен полученных конфет подарил мальчикам свои марки. Кто и сколько получил марок?

III. Делимость разности.

Задача. Подберите четыре натуральных значения x так, чтобы разность $210 - x$:

- 1) делилась на 2; 3) делилась на 7;
2) делилась на 3; 4) делилась на 10.

По результату решения заданий сделайте вывод о том, в каком случае разность делится на данное число.

Проверьте, правилен ли ваш вывод.

Если уменьшаемое и вычитаемое делятся на данное число, то и разность делится на это число.

Пример 3. Определим делимость разности $117 - 65$ на 13.

$$\overbrace{117} - \overbrace{65} = \overbrace{13 \cdot 9} - \overbrace{13 \cdot 5} = 13 \cdot (9 - 5).$$

Так как и уменьшаемое 117, и вычитаемое 65 делятся на 13, то и разность $117 - 65$ делится на 13.

210. Выберите, значение каких выражений делится на 7. Вычислите их:

- 1) $147 - 105$; 3) $217 - 84$; 5) $231 - 49$;
2) $88 - 63$; 4) $137 - 45$; 6) $315 - 112$.

211. Выполните деление:

- 1) $(27x - 9y) : 3$; 3) $(136a - 85b) : 17$;
2) $(117m - 39n) : 13$; 4) $(128c - 72d) : 8$.

212. Составьте числовое выражение по условию задачи и найдите его значение.

Из 27 путешествующих учеников 15 сели на катер, остальные – в лодку. Можно ли учеников, путешествующих на лодке, распределить поровну в 3 лодки? Если это возможно, то сколько учеников будет в каждой лодке?

213. Из одного пункта одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и велосипедист. За равные промежутки времени мотоциклист проехал расстояние 93 км, а велосипедист – 39 км.

1) Найдите время движения. 2) Какова скорость отставания велосипедиста?

- A. 12 км/ч; B. 18 км/ч; C. 17 км/ч; D. 14 км/ч.

214. Решите уравнение:

А. $x + 3 \cdot 25 = 87$; К. $555 : 5 - x = 74$; М. $3 \cdot (35 - x) = 63$;

О. $8 \cdot 17 - x = 107$; П. $2x + 87 = 93$; С. $(120 - x) : 13 = 8$.

37	29	14	3	12	16



В таблице под числами, являющимися корнями уравнений, запишите букву, стоящую рядом с соответствующим уравнением. Вы прочтаете название прибора, определяющего стороны горизонта.



Ответьте на вопросы:

1. В каком случае произведение делится на данное число?
2. Как узнать, делится ли сумма чисел на данное число?
3. В каком случае разность делится на данное число?

Ключевые факты.

1. Если число a делится на число c , то произведение ab делится на число c .

$$a = cn, \quad ab = c(nb).$$

2) Если каждое из чисел a и b делится на число c , то сумма $a + b$ и разность $a - b$ делятся на число c .

$$\begin{aligned} a &= cm, & b &= cn; \\ a + b &= cm + cn = c(m + n); \\ a - b &= cm - cn = c(m - n). \end{aligned}$$



- 1) Из чисел от 10 до 30 выпишите числа, кратные числу 2. Какие цифры у этих чисел будут последними?
- 2) Из чисел от 10 до 40 выпишите числа, кратные числу 5. Какие цифры у этих чисел будут последними?
- 3) Какие из чисел: 146, 160, 213, 230, 381, 450 делятся на 10? Какие не делятся? В чем отличие?

2.4. Признаки делимости натуральных чисел на 2, 5 и 10

Правила, с помощью которых можно узнать, делится ли одно натуральное число на другое натуральное число (не производя деления), называют *признаками делимости*.

I. Признак делимости на 2.

? **Задание.** Выберите из чисел 10, 7, 12, 13, 24, 16, 23, 28 те, которые являются кратными числу 2.

Нам известно, что числа, кратные числу 2, – это числа, делящиеся на 2. Какими цифрами оканчиваются числа, делящиеся на 2? Запишите эти цифры.

Проверьте себя.

Из данных чисел числа, кратные числу 2: 10, 12, 24, 16, 28.

Числа, делящиеся на 2, оканчиваются одной из цифр: 0, 2, 4, 6 и 8.

Цифры 0, 2, 4, 6 и 8 называют *четными*.

Запись чисел, кратных числу 2, оканчивается одной из четных цифр.

Цифры 1, 3, 5, 7 и 9 называют *нечетными*.

Если запись натурального числа оканчивается четной цифрой, то оно делится на 2.

Например, $18 : 2 = 9$; $104 : 2 = 52$; $1376 : 2 = 688$.

Числа, делящиеся на 2, называют *четными числами*.

Например,
6, 14, 28, 310, 972,
... – четные числа, а
7, 19, 33, 411, 915,
... – нечетные числа.

Числа, не делящиеся на 2, называют *нечетными числами*.

II. Признак делимости на число 5.

Числа, кратные числу 5: 5, 10, 15, 25, 30,

Последняя цифра этих чисел 0 или 5. Следовательно, общим признаком делимости на 5 является наличие цифр 0 и 5 в конце записи числа.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то оно делится на 5.

Например, $125 : 5 = 25$; $220 : 5 = 44$; $1000 : 5 = 200$.

III. Признак делимости на число 10.

Числа, кратные числу 10: 10, 20, 60, 100, 750, 1000, Все эти числа оканчиваются цифрой 0.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10.

Например, $30 : 10 = 3$; $120 : 10 = 12$; $1070 : 10 = 107$.

Так как $10 = 2 \cdot 5$, то все числа, которые делятся на 10, делятся и на 2, и на 5.

Например, $80 = 8 \cdot 10 = 8 \cdot (2 \cdot 5)$, тогда $80 : 10 = 8$;

$$80 : 2 = 40; \quad 80 : 5 = 16.$$



1. Какие цифры называют четными?
2. Какие цифры называют нечетными?
3. Приведите примеры четных и нечетных чисел.
4. Какие числа делятся на 2?
5. Какие числа делятся на 5?
6. Какие числа делятся на 10?

215. Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 1) \ 420 : 70 \\ + 12 \\ \cdot 5 \\ - 48 \\ : 6 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 96 - 15 \\ : 9 \\ \cdot 50 \\ + 120 \\ - 180 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 16 \cdot 5 \\ + 220 \\ : 6 \\ - 19 \\ \cdot 3 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 190 + 70 \\ : 13 \\ \cdot 8 \\ - 55 \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$$

A

216. Какие из чисел: 54, 60, 71, 102, 107, 208, 379, 420, 620, 653, 1000, 5632, 10 895, 13 786 являются четными, какие – нечетными? Выпишите в одну строку нечетные числа, в другую строку – четные.

217. Из чисел 144, 173, 184, 278, 391, 415, 520, 646, 825, 990, 975, 997 выпишите в отдельные строки числа, которые делятся: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

218. Заполните таблицу, поставив вместо звездочек соответствующие цифры.

	Числа, делящиеся на 2	Числа, делящиеся на 5	Числа, делящиеся на 10
63*			
37*			
49*			

219. Прочитанных страниц книги в 4 раза больше, чем непрочитанных. Сколько страниц может быть в книге: 142, 144 или 145? Сколько прочитанных страниц книги?

В

220. По записи числа выберите суммы, значения которых делятся:

1) на 2; 2) на 5.

а) $916 + 328$; в) $270 + 565$; д) $315 + 650$; ж) $450 + 317$;

б) $542 + 914$; г) $813 + 216$; е) $710 + 311$; з) $990 + 734$.

Вычислите значение суммы.

221. По записи числа выберите произведения, значения которых делятся:

1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

а) $7 \cdot 16$; в) $13 \cdot 10$; д) $7 \cdot 20 \cdot 3$; ж) $2 \cdot 5 \cdot 23$;

б) $11 \cdot 25$; г) $13 \cdot 15$; е) $19 \cdot 11 \cdot 13$; з) $21 \cdot 3 \cdot 6$.

Найдите значение частного.

222. Используя цифры 0, 3, 4, 5, причем каждую только один раз, запишите двузначные числа, которые делятся: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

223. Мирас купил 5 одинаковых фломастеров. Продавец назвал стоимость покупки 403 тг.

1) Верно ли подсчитал продавец?

2) Какой должна быть стоимость всей покупки, если продавец считал с избытком?

3) Какова цена фломастера?

- 224.** Дедушка, сын и внук должны добраться на велосипеде на дачу. Грузоподъемность велосипеда 100 кг. Масса дедушки 80 кг, сына – 60 кг, внука – 30 кг. Каким способом они попадут на дачу на одном велосипеде?

С

- 225.** Известно, что x – четное число. Какие из чисел:
 $3x$; $x + 1$; $5x$; $7x - 3$; $5x + 4$; $2x + 1$; $9x + 7$;
 $11x + 6$ четные, а какие – нечетные? Выпишите в одну строку четные числа, а в другую – нечетные.
- 226.** Для приготовления компота купили груши и сливы. Груши составляют 5 частей, а сливы – 3 части общего веса сухофруктов.
- Может ли масса груш быть больше, чем масса слив, на 425 или 500 г?
 - Сколько всего килограммов сухофруктов купили для приготовления компота?
- 227*.** Во дворе кошки и куры. У всех вместе 8 голов и 100 когтей. У кошки на одной лапе 5 когтей, а у кур – 4 когтя. Сколько кошек во дворе? Сколько кур во дворе?

Ключевые факты.

1. На 2 делятся те числа, у которых цифра в разряде единиц четная.

Например, числа 2746, 3960, 914, 218 делятся на 2;

2. На 5 делятся те числа, у которых цифра в разряде единиц 0 или 5.

Например, числа 915, 2370 делятся на 5.

3. На 10 делятся те числа, у которых цифра в разряде единиц 0.

Например, числа 8370, 1850 делятся на 10.

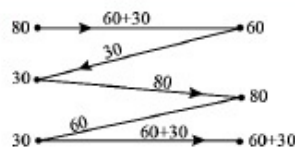


219. Прочитаны 116 страниц. **224.**

223. Цена фломастера 80 тг.

226. 2 кг сухофруктов.

227. 3 кошки и 5 кур.





Из чисел 12, 29, 45, 57, 61, 72, 83 и 99 выпишите те, у которых:
 1) сумма цифр делится на 3. Проверьте, делятся ли эти числа на 3;
 2) сумма цифр делится на 9. Проверьте, делятся ли эти числа на 9.
 Какие числа делятся на 3? Какие числа делятся на 9?

2.5. Признаки делимости натуральных чисел на 3 и на 9

Не производя деление, по записи числа можно определить, будет ли число делиться на 3 или 9.

1. Признак делимости на 3.

? Задача.

Заполните таблицу.

Натуральное число	273	328	384	451	567	623
Сумма цифр числа						

1. Из таблицы выпишите только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.

2. Делятся ли эти числа на 3?

Какое предположение можно сделать?

Проверьте себя.

1. Суммы цифр чисел 273, 384, 567 делятся на 3.

2. Числа 273, 384, 567 делятся на 3.

Если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3.

Пример 1. Определим делимость числа 273 на 3. Для этого разложим число 273 на разрядные слагаемые:

$$\begin{aligned}
 273 &= 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 = 2 \cdot (99 + 1) + 7 \cdot (9 + 1) + 3 = \\
 &= \underbrace{2 \cdot 99 + 7 \cdot 9}_{\text{делится на 3}} + \underbrace{(2 + 7 + 3)}_{\text{делится на 3}}
 \end{aligned}$$

Сумма первых двух слагаемых делится на 3, а сумма $2 + 7 + 3$ равна 12. Число 12 делится на 3.

Значит, число 273 делится на 3.

Пользуясь примером 1, мы можем сказать, что складывают не цифры, а числа. Каждая цифра обозначает число разрядных еди-

ниц. Для краткости принято называть сумму этих чисел *суммой цифр* данного числа.

II. Признак делимости на 9.

Делимость числа на 9, так же как его делимость на 3, зависит от суммы цифр этого числа.

Пример 2. Определим делимость числа 783 на 9. Для этого разложим число 783 на разрядные слагаемые:

$$783 = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 = 7 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 3 = \underbrace{(7 \cdot 99 + 8 \cdot 9)}_{\text{делится на 9}} + \underbrace{(7 + 8 + 3)}_{\substack{\text{сумма цифр} \\ \text{данного числа} \\ \text{делится на 9}}}.$$

Сумма первых двух слагаемых делится на 9, а сумма $7 + 8 + 3$ равна 18. Число 18 делится на 9.

Следовательно, и вся сумма $(7 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (7 + 8 + 3)$ делится на 9.

Значит, число 783 делится на 9.

Сформулируем признак делимости натурального числа на 9.

Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9.

Пример 3. Число 289 не делится на 9, так как сумма цифр $2 + 8 + 9$ числа 289 равна 19. А число 19 не делится на 9.

Запишем в общем виде разложение на разрядные слагаемые трехзначного натурального числа:

$$100a + 10b + c,$$

где a – цифра сотен, b – цифра десятков и c – цифра единиц трехзначного натурального числа.

$$100a + 10b + c = (99 + 1)a + (9 + 1)b + c = 99a + 9b + \underbrace{(a + b + c)}_{\text{сумма цифр}}.$$

Очевидно, что слагаемые $99a$ и $9b$ делятся на 9.

Сумма $a + b + c$ – это сумма цифр трехзначного натурального числа. Если эта сумма делится на 9, то само число делится на 9.



1. Какие натуральные числа делятся на 3?
2. Какие натуральные числа делятся на 9?
3. Какие натуральные числа не делятся ни на 9, ни на 3?

228. Назовите числа, делящиеся на 3 и не делящиеся на 3:

- 1) 120, 203, 306; 3) 690, 510, 135;
2) 660, 800, 840; 4) 780, 910, 1005.

А

229. 1) Из данных чисел выпишите числа, делящиеся на 3:

123, 325, 342, 404, 561, 672, 731, 873, 881, 948, 1041, 1112.

2) Из данных чисел выпишите числа, делящиеся на 9:

288, 333, 444, 558, 9468, 507, 8645, 576, 802, 891, 7839, 765, 781, 936.

230. 1) Какие из чисел: 44, 444, 4444, 444 444, 555, 5555 делятся на 3?

2) Какие из чисел: 81, 818, 8181, 81 818, 818 181 делятся на 9?

231. В составе поезда 9 платформ с тракторами. На каждой платформе одинаковое количество тракторов. Сколько всего тракторов может быть на платформах: 143, 146 или 144? Сколько тракторов помещается на одной платформе?

В

Если число делится и на 2, и на 3, то оно делится на 6.

Если число делится и на 3, и на 5, то оно делится на 15.

Если число делится и на 5, и на 9, то оно делится на 45.

232. 1) Какие из чисел: 114, 116, 132, 143, 372, 438, 647 делятся на 6? Выпишите их и найдите частное.

2) Какие из чисел: 105, 156, 255, 275, 345, 412, 465 делятся на 15? Выпишите их и найдите частное.

3) Какие из чисел: 135, 315, 325, 360, 495, 506, 585 делятся на 45? Выпишите их и найдите частное.

233. Заменяя звездочку соответствующей цифрой, запишите:

1) наименьшее число, делящееся на 3: $1*1$; $1*5$; $2*8$; $31*$; $23*$;

2) число, делящееся на 9: $5*3$; $42*$; $2*8$; $7*1$; $4*4$; $*37$.

- 234.** В швейную мастерскую привезли три рулона ткани. Во втором рулоне в 3 раза больше, а в третьем рулоне в 5 раз больше ткани, чем в первом. Может ли быть, что во всех трех рулонах 241 м ткани? 127 м? 216 м? Сколько метров ткани в третьем рулоне?

С

- 235.** 1) Напишите наименьшее число, кратное 3, подставив вместо звездочек (*) нужные цифры:

а) $5*9*$; в) $*71*$; д) $**41$; ж) $6*7*$;
 б) $30*4*$; г) $2**71$; е) $*4*21$; з) $6*23*$.

2) Напишите возможное наибольшее число, кратное 9, подставив вместо звездочек (*) нужные цифры:

а) $2*76*$; в) $*47*3$; д) $30*1*$;
 б) $38*6*$; г) $73*8*$; е) $2*3*0$.

- 236.** Возраст Гулданы через 3 года будет в 3 раза больше, чем было 3 года тому назад. Сколько Гулдане лет сейчас?

- 237.** 1) Какие из произведений: $21 \cdot 5$; $29 \cdot 3$; $33 \cdot 5$; $25 \cdot 3$; $16 \cdot 5$; $51 \cdot 5$ делятся на 15?

Выпишите их, разделите на 15 и найдите значение частного.

2) Какие из произведений: $18 \cdot 5$; $17 \cdot 9$; $27 \cdot 5$; $65 \cdot 9$; $71 \cdot 9$; $135 \cdot 5$ делятся на 45?

Выпишите их, разделите на 45 и найдите значение частного.

Образец: $35 \cdot 9 = 7 \cdot 5 \cdot 9 = 7 \cdot 45$; $35 \cdot 9 : 45 = 7$.

- 238.** 2 мальчика за 4 минуты делают 3 бумажных кораблика.

1) Сколько мальчиков за 8 минут сделают 6 бумажных корабликов?

2) Сколько мальчиков за 4 минуты сделают 6 бумажных корабликов?

- 239.** Найдите значение выражения:

В. $3535 : (316 + 21 \cdot 9)$; Е. $(58 \cdot 26 - 761) : 83$;
 Э. $(117 \cdot 19 - 1223) : 125$; С. $216 \cdot 33 : (814 + 121 \cdot 8)$;
 Т. $845 : (61 \cdot 15 - 746)$; Р. $324 : 27 \cdot (86 \cdot 105 - 9025)$.

8	7	9	60	9	4	5

Вставьте в таблицу буквы, соответствующие данному ответу, и вы сможете прочитать название самого высокого пика в мире.

Ключевые факты.

1. Если сумма числа разрядных единиц каждого разряда делится на 3, то и число делится на 3.

Пример 1. Число 276 делится на 3, так как в нем содержится 2 сотни, 7 десятков и 6 единиц.

$$2 + 7 + 6 = 15. \text{ Число } 15 \text{ делится на } 3.$$

2. Если сумма числа разрядных единиц каждого разряда делится на 9, то и число делится на 9.

Пример 2. Число 684 делится на 9, так как в нем содержится 6 сотен, 8 десятков и 4 единицы.

$$6 + 8 + 4 = 18. \text{ Число } 18 \text{ делится на } 9.$$



231. 16 тракторов.

234. 120 м.

238. 2) 4 мальчика.



Заполните пропуски (\square) так, чтобы равенство было верное:

1) $5 \cdot 5 = 25$, или $\square^2 = 25$; 3) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, или $\square^4 = 81$;

2) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$, или $\square^3 = 64$; 4) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, или $\square^5 = 32$.

2.6. Степень числа

Произведение равных множителей можно представить в виде выражения, которое называют *степенью*.

Степенью числа a с натуральным показателем n ($n > 1$) называют произведение n множителей, каждый из которых равен a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз.}}; \quad n > 1$$

Выражение a^n называют *степенью числа*, где a – *основание степени*, n – *показатель степени*. Запись a^n читают так: « a в n ной степени» или « a в степени эн».

В записи степени числа повторяющийся множитель называют **основанием степени**, а число, показывающее, сколько раз этот множитель повторяется, – **показателем степени**.

Результат возведения в степень называют **значением степени**.

Например, выражение 3^5 называют **степенью**.

$$\begin{array}{ccc} & \text{показатель степени} & \\ & \uparrow & \\ 3^5 & = & 243 \\ \text{основание степени} & & \text{значение степени} \end{array}$$

Читают: «3 в пятой степени равно 243», или «пятая степень числа 3 равна 243». *Вычисляют степень числа с помощью умножения.*

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243.$$

Вторую степень числа называют *квадратом* этого числа.

Например, запись 7^2 – квадрат числа 7. Читают: «семь во второй степени», или «семь в квадрате».

Третью степень числа называют *кубом* этого числа.

Например, запись 4^3 – куб числа 4. Читают: «4 в третьей степени», или «4 в кубе».

Степенью числа a с показателем 1 называют само это число.

$$a^1 = a.$$

Разрядные единицы 10, 100, 1000, ... можно записать в виде степени числа 10.

$$\text{Например, } 10 = 10^1;$$

$$100 = 10 \cdot 10 = 10^2;$$

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3;$$

$$10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4.$$

.....

.....

При записи разрядной единицы в виде степени с основанием 10 показатель степени равен числу нулей разрядной единицы.

Например, скорость света 300 000 000 м/с можно записать в виде степени $3 \cdot 10^8$ м/с.

Если в выражении $294 : 7^2$ заменим степень 7^2 произведением $7 \cdot 7$, то его обязательно нужно заключить в скобки.

$$294 : 7^2 = 294 : (7 \cdot 7) = 294 : 49 = 6.$$

Возведение в степень называют **действием третьей ступени**.

В выражениях без скобок, содержащих степень, сначала выполняется возведение в степень, затем – умножение и деление, и после этого – сложение и вычитание.

Например,

$$1) 16^2 - 130 = 16 \cdot 16 - 130 = 256 - 130 = 126;$$

$$2) (23 - 12)^2 = 11^2 = 11 \cdot 11 = 121;$$

$$3) 19 \cdot 2^3 = 19 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 19 \cdot 8 = 152, \text{ или } 19 \cdot 2^3 = 19 \cdot 8 = 152.$$

Если среди множителей есть одинаковые буквенные множители, то можно их записать в виде степени.

$$\text{Например, } 7 \cdot a \cdot 8 \cdot a = 7 \cdot 8a^2 = 56a^2.$$



- 1) В виде какого выражения можно представить произведение равных множителей? Приведите примеры.
- 2) Что называют основанием степени?
- 3) Что называют показателем степени?
- 4) Как читают выражения: 10^2 ; 10^3 ?

240. Прочитайте выражение, назовите основание степени, показатель степени:

$$7^2; \quad 11^3; \quad 10^4; \quad 25^6; \quad 100^2.$$

А

241. Запишите произведение в виде степени:

- 1) $4 \cdot 4$; 3) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; 5) $17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$;
- 2) $6 \cdot 6 \cdot 6$; 4) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$; 6) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

242. Запишите степень в виде произведения:

$$3^6; \quad 7^4; \quad 10^3; \quad 9^6; \quad a^5; \quad x^3.$$

243. Найдите значение степени:

- 1) 2^4 ; 3) 33^2 ; 5) 10^6 ; 7) 31^2 ; 9) 20^3 ;
- 2) 7^3 ; 4) 10^4 ; 6) 41^2 ; 8) 50^2 ; 10) 30^2 .

244. Запишите разрядные единицы в виде степени с основанием 10:

- 1) 100 000; 2) 1 000 000; 3) 10 000 000; 4) 100 000 000.

245. Найдите значение выражения:

- 1) $6 \cdot 10^2$; 2) $8 \cdot 10^4$; 3) $9 \cdot 10^6$; 4) $7 \cdot 10^5$; 5) $4 \cdot 10^7$.

246. Перечертите таблицу в тетрадь и заполните ее:

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2									
n^3									

1) Квадрат какого числа равен:

а) 16; б) 64; в) 49; г) 100?

2) Куб какого числа равен:

а) 8; б) 27; в) 125; г) 1000?

247. Сравните:

1) 3^2 и $3 \cdot 2$;

3) 14^2 и $14 \cdot 2$;

5) 6^2 и 2^6 ;

2) $2 \cdot 4$ и 2^4 ;

4) 4^2 и 2^4 ;

6) 5^2 и 2^5 .

248. Вычислите:

1) $5 \cdot 10^2$;

3) $7 \cdot 2^3$;

5) $45 : 3^2$;

7) $24 : 2^3$;

2) $(5 \cdot 10)^2$;

4) $(7 \cdot 2)^3$;

6) $(45 : 3)^2$;

8) $(24 : 2)^3$.

249. Дети собрали в саду 64 яблока. Собранные фрукты они поделили поровну. Каждому досталось столько яблок, сколько всего было детей.

а) Сколько детей собирали яблоки?

б) Сколько яблок досталось каждому?



В

250. Упростите выражение, используя степень:

1) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

4) $3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7$;

2) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;

5) $(a + b) \cdot (a + b)$;

3) $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$;

6) $(a - b) \cdot (a - b)$.

251. Найдите основание степени и заполните таблицу:

Значение степени	Показатель степени	
	2	4
16		
81		
625		

252. Запишите в виде числового выражения и найдите его значение:

- 1) сумма квадратов чисел 5 и 12;
- 2) разность квадратов чисел 16 и 11;
- 3) сумма кубов чисел 2 и 9;
- 4) разность кубов чисел 10 и 3.

253. Запишите число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:

- 1) $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 9$;
- 2) $5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$;
- 3) $2 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$;
- 4) $7 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 4$.

254* Райхан, Галя, Назерке и Вера – подруги. Кто-то из них инженер, поэтесса, портниха и врач. Поэтесса написала стихотворение о Райхан и Вере. Поэтесса и портниха пошли на концерт вместе с Галей. Райхан и Галя были на приеме у врача. Кто поэтесса? Кто инженер? Кто врач?

255. 1) Чему равно ребро куба объемом 64 см^3 ?

2) Из 27 кубиков, каждый из них объемом 1 см^3 , составили один куб. Найдите площадь одной грани составленного куба.

256. Найдите показатель степени и подставьте его вместо звездочки:

- 1) $30\ 000 = 3 \cdot 10^*$;
- 2) $6\ 400\ 000 = 64 \cdot 10^*$;
- 3) $2\ 000\ 000 = 2 \cdot 10^*$;
- 4) $150\ 000\ 000 = 15 \cdot 10^*$;
- 5) $315\ 000\ 000 = 315 \cdot 10^*$;
- 6) $4\ 200\ 000\ 000 = 42 \cdot 10^*$.

Образец: $750\ 000 = 75 \cdot 10\ 000 = 75 \cdot 10^4$.

С

257. Представьте в виде суммы разрядных слагаемых число. Разрядные единицы запишите с помощью степеней с основанием 10.

1) 4723; 2) 7095; 3) 53 802; 4) 80 456; 5) 375 612.

Образец: $2375 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$.

258. Впишите вместо звездочек такие цифры, чтобы получилось верное равенство:

1) $(1^*)^2 = * * 9$; 3) $(5^*)^2 = * 8 * 9$; 5) $(6^*)^2 = * * 44$;
2) $(3^*)^2 = 1 * * 5$; 4) $(4^*)^2 = 2 * * 6$; 6) $(7^*)^2 = 5 * * 6$;

259*. Вычислите значение выражения при $a = 7$, $b = 5$.

1) $(a + b)^2$; 3) $(a - b)^2$; 5) $a^2 - b^2$;
2) $(a + b) \cdot (a - b)$; 4) $a^2 + 2ab + b^2$; 6) $a^2 + b^2 - 2ab$.

Найдите буквенные выражения с равными значениями и запишите их с помощью знака равенства.

260*. Квадраты со стороной 4 см и 3 см разрезали на квадратики площадью 1 см² каждый. Из полученных квадратиков составили один большой квадрат. Найдите периметр составленного квадрата.

261. Вычислите:

1) $(2^4 \cdot 3^3 : 54 + 7^2) : 3 - 4^2$;
2) $(2^5 + 19) : 3 - 5^2 \cdot 3^3 : 45$;
3) $11^2 - (5^3 - 6^2 \cdot 3^3 : 9^2)$;
4) $2^5 \cdot 7^2 : 56 - (10^2 - 79)$.

***262.** Найдите показатель степени и подставьте его вместо звездочки. Используя источники информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), запишите приближенные значения:

1) массы Земли
 $6 \cdot 10^*$ кг;
2) массы Солнца
 $2 \cdot 10^*$ кг;

3) радиуса Земли

$$64 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

252. 1) 169; 4) 973. 255. 1) 4 см; 2) 9 см².

260. 20 см. 261. 1) 3; 2) 2; 3) 8; 4) 7.



Числа 30, 44 и 165 последовательно разделите на простые числа до тех пор, пока частное станет равным 1. Напишите каждое из данных чисел в виде произведения простых чисел.

Образец: $60 : 2 = 30$; $30 : 2 = 15$; $15 : 3 = 5$; $5 : 5 = 1$.
 $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

2.7. Разложение составных чисел на простые множители

Каждое составное число можно представить в виде произведения простых чисел.

Например, $15 = 3 \cdot 5$; $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$.

Запись составного числа в виде произведения только простых чисел называется разложением составного числа на простые множители.

Например, число 90 – составное число. $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Рассмотрим два способа разложения составного числа на простые множители.

Способ 1. Запишем составное число в виде произведения двух множителей. Если какой-либо полученный множитель – составное число, разложим его опять два множителя и т. д. Разложение продолжим до тех пор, пока в разложении не получим только простые числа.

Например, $84 = 4 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;

$$\begin{array}{cc} 4 & 21 \\ \swarrow \searrow & \swarrow \searrow \\ 2 & 2 & 3 & 7 \end{array}$$

$84 = 6 \cdot 14 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.

$$\begin{array}{cc} 6 & 14 \\ \swarrow \searrow & \swarrow \searrow \\ 2 & 3 & 2 & 7 \end{array}$$

Способ 2. Разложим составное число столбиком на простые множители, используя признаки делимости чисел.

Проведем вертикальную черту и запишем слева от нее делимое (данное составное число), а справа – наименьший простой делитель этого числа. Частное запишем слева от черты под делимым.

Каждый следующий простой делитель записываем под предыдущим. Условно их записывать в порядке возрастания.

Разложим столбиком составное число 420 на простые множители.

$$\begin{array}{r|l}
 420 & 2 \longleftarrow : 2=105 \\
 210 & 2 \longleftarrow : 3=35 \\
 105 & 3 \longleftarrow : 5=7 \\
 35 & 5 \longleftarrow : 7=1 \\
 7 & 7 \longleftarrow \\
 1 &
 \end{array}$$

простые
множители

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

После разложения в столбик множители следует выписать в строчку.

Составное число равно произведению простых множителей, на которые это число разложено.

Например, если $132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, то $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 = 132$.

Любое составное число можно разложить на простые множители единственным образом.

Разложения составного числа на простые множители могут отличаться только порядком, в котором записаны множители.

При разложении составного числа на простые множители повторяющиеся множители можно записывать в виде степени.

Например: 1) $36 \begin{array}{l} 2 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ 2) $100 \begin{array}{l} 2 \\ 50 \\ 25 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array}$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \qquad 100 = 2^2 \cdot 5^2$$



1. Что значит разложить составное число на простые множители?
2. Какой порядок записи множителей нужно соблюдать при разложении составного числа на простые множители?
3. Как найти составное число, если известно его разложение на простые множители?
4. Если даны различные записи разложения одного и того же составного числа, то в чем их отличие, в чем сходство?

263. Вычислите устно:

- 1) $12 \cdot 10$; 2) $16 \cdot 10$; 3) $46 \cdot 10$; 4) $64 \cdot 10$;
 $12 \cdot 15$; $16 \cdot 15$; $46 \cdot 15$; $64 \cdot 15$;
 $12 \cdot 101$; $16 \cdot 101$; $46 \cdot 101$; $64 \cdot 101$.

А

264. Разложите на простые множители составные числа:

- 1) 14, 26, 35, 38, 52, 87;
 2) 88, 136, 222, 246, 385, 435, 530, 555;
 3) 396, 456, 504, 700, 594, 1170, 2310, 3100.

Образец:

390	2
195	3
65	5
13	13
1	

265. Какое число разложено на простые множители:

$$390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

- 1) $2 \cdot 3 \cdot 5$; 3) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; 5) $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$;
 2) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$; 4) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; 6) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$?

266. Найдите значение частного $a : b$:

- 1) $a = 5 \cdot 7 \cdot 13$, $b = 7 \cdot 13$; 4) $a = 2 \cdot 2 \cdot 41$, $b = 2 \cdot 41$;
 2) $a = 11 \cdot 13 \cdot 41$, $b = 11 \cdot 41$; 5) $a = 3 \cdot 3 \cdot 29$, $b = 3 \cdot 29$;
 3) $a = 7 \cdot 3 \cdot 19$, $b = 7 \cdot 19$; 6) $a = 2 \cdot 11 \cdot 37$, $b = 2 \cdot 37$.

267. 1) Какими простыми числами можно выразить стороны прямоугольника с площадью 55 см^2 ?

Решение: $55 = 5 \cdot 11$.

Ответ: стороны прямоугольника равны 5 см и 11 см.

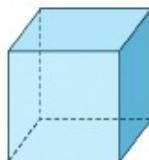
2) Каким простым числом выражается длина стороны квадрата, если его площадь равна 121 см^2 ?

3) Велосипедист проехал 33 км с постоянной скоростью. С какой скоростью и сколько часов ехал велосипедист, если эти величины выражаются простыми числами?

В

268. 1) Используя равенство $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, выберите делители числа 105 из чисел 1, 3, 4, 5, 7, 12, 15, 20, 21, 35. Запишите их.

- 2) Используя равенство $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$, выберите делители числа 130 из чисел 1, 2, 5, 10, 13, 24, 26, 31, 65. Запишите их.
269. Длина ребра куба выражена простым числом. Найдите длину ребра куба с объемом:
- 1) 27 см^3 ; 2) 125 см^3 .
270. 1) Для того чтобы обеспечить одного человека чистым воздухом, необходимо иметь растения на площади 45 м^2 . Какими простыми числами можно выразить измерения участка земли прямоугольной формы, который нужно озеленить? Сколько решений имеет задача?
- 2) Измерения ящика выражены простыми числами. Его объем равен 110 дм^3 . Найдите измерения этого ящика.
271. Меруерт, Кайрат, Юра и Лена – одноклассники. Один из них родился 7 мая, другой – 15 мая, третий – 20 августа, четвертый – 15 сентября. Меруерт и Юра родились в разных месяцах, но в одни и те же числа. Меруерт и Лена родились в одном месяце, но в разные дни. Кто и когда родился?



С

272. Измерения прямоугольного параллелепипеда выражаются простыми числами. Его объем равен: 1) 66 см^3 ; 2) 195 см^3 ; 3) 255 см^3 . Каковы измерения данного параллелепипеда?
- 273*. Коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, заполнили одинаковыми кубиками с ребром 5 см. Количество кубиков 385.
- ▲ Сколько кубиков расположено по длине, по ширине, по высоте параллелепипеда?
- ▲ Найдите длину, ширину и высоту коробки.
274. Измерения прямоугольного параллелепипеда (рис. 2.2) выражаются простыми числами. Площадь его передней грани равна 21 см^2 , верхней грани – 35 см^2 .
- Определите его измерения.
 - Найдите его объем.

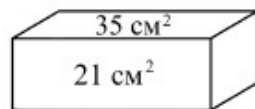


Рис. 2.2

275°. Саша на расстоянии 600 м увидел Антона, идущего со скоростью 80 м/мин. Саша побежал навстречу ему со скоростью 120 м/мин. Собака Саши тоже побежала навстречу Антону. Добежав до него, она вернулась к Саше и, повернув, снова побежала к Антону. Так она продолжала свой бег до их встречи. Какое расстояние пробежала собака, если она бежала со скоростью 300 м/мин?



- A. 750 м; B. 900 м; C. 810 м; D. 720 м.

Ключевые факты.

Разложением составного числа на простые множители называется представление его в виде произведения простых множителей.

Например, разложим число 462 на простые множители.

- 1) 462 делится на 2, $462 : 2 = 231$;
- 2) 231 не делится на 2, но делится на 3, $231 : 3 = 77$;
- 3) 77 не делится на 3, но делится на 7, $77 : 7 = 11$;
- 4) 11 не делится на 7, но делится на 11, $11 : 11 = 1$.

462	2	$462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11.$
231	3	
77	7	
11	11	
1		

▲ **266.** 1) 5; 6) 11. **267.** 3) Со скоростью 11 км/ч.

273. 55 см, 35 см, 25 см. **274.** Объем параллелепипеда 105 см^3 .



Напишите делители чисел 24 и 40, заполните таблицу.

	Делитель							
24								
40								

Закрасьте общие делители чисел 24 и 40. Какой из них является наибольшим?

? 2.8. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

1. Наибольший общий делитель.

Наибольшим общим делителем данных натуральных чисел называют наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из этих чисел.

Рассмотрим способы нахождения наибольшего общего делителя.

Способ 1. *Нахождение наибольшего общего делителя натуральных чисел способом перебора делителей данных чисел.*

Пример 1. Найдем наибольший общий делитель чисел 56 и 98.

Подсказка:

1. Выпишите все делители чисел 56 и 98;
2. Найдите перебором делителей общие делители чисел 56 и 98.
3. Из общих делителей выберите наибольший.

Проверьте себя.

$$1. D(56) = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\};$$

$$D(98) = \{1, 2, 7, 14, 49, 98\}.$$

2. Перебирая делители чисел 56 и 98, выпишем общие делители. Это будут числа: 1, 2, 7, 14.
3. Наибольшим из этих чисел является число 14.

Число 14 называется наибольшим общим делителем чисел 56 и 98. Его обозначают так:

$$\text{НОД}(56, 98) = 14.$$

Способ 2. *Нахождение наибольшего общего делителя натуральных чисел способом разложения их на простые множители.*

Нам известно, что $\text{НОД}(56, 98) = 14$.

? Определите, какая связь между разложениями на простые множители чисел 56 и 98 и их наибольшим общим делителем – числом 14?

Разложим на простые множители числа 56 и 98. Их наибольший общий делитель – число 14.

$\begin{array}{r l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$	$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7;$	$98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$	$\begin{array}{r l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$
	$14 = 2 \cdot 7$		
	$\text{НОД}(56, 98) = 2 \cdot 7 = 14.$		

Сформулируйте правило отыскания наибольшего общего делителя с использованием разложения на простые множители.

Проверьте себя.

Чтобы найти наибольший общий делитель данных чисел, надо:

1. Разложить данные числа на простые множители.
2. Выписать общие простые множители. Каждое из выписанных простых чисел взять с наименьшим показателем степени.
3. Найти произведение полученных общих простых множителей.

Это произведение является наибольшим общим делителем данных чисел.

Наибольший общий делитель данных чисел равен произведению общих простых множителей в разложениях этих чисел.

Пример 2. Найдем наибольший общий делитель чисел 756 и 1848.

$$756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7; \quad 1848 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\text{НОД}(756, 1848) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84, \text{ или } \text{НОД}(756, 1848) = 84.$$

По этому правилу можно найти наибольший общий делитель для трех и более чисел.

Пример 3. Найдем наибольший общий делитель чисел 18, 24, 30.

Решение. Разложим данные числа на простые множители:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$\text{НОД}(18, 24, 30) = 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОД}(18, 24, 30) = 6.$$

Если наименьшее из чисел является делителем остальных чисел, то это число является наибольшим общим делителем данных чисел.

Пример 4. Найдем НОД (120, 80, 20).

Решение. Число 20 является наименьшим из чисел 120, 80 и 20. Числа 120, 80 делятся на число 20. Тогда число 20 является наибольшим общим делителем чисел 120, 80 и 20. $\text{НОД}(120, 80, 20) = 20$.

II. Взаимно простые числа.

Пример 5. Найдем наибольший общий делитель чисел 25 и 12.

$$D(25) = \{1, 5, 25\}.$$

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

Числа 25 и 12 имеют единственный общий делитель – число 1. Значит, число 1 – наибольший общий делитель чисел 25 и 12.

$$\text{НОД}(25, 12) = 1.$$

Числа 25 и 12 называются *взаимно простыми числами*.

Натуральные числа, наибольший общий делитель которых равен 1, называют взаимно простыми числами.



1. Какое число называют наибольшим общим делителем данных чисел?
2. Как найти наибольший общий делитель двух натуральных чисел?
3. Как можно найти наибольший общий делитель данных чисел, если они делятся на наименьшее из них?
4. Какие числа называют взаимно простыми? Приведите пример.

276. Найдите наибольший общий делитель чисел (устно):

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) 3 и 12; | 4) 16 и 56; |
| 2) 4 и 10; | 5) 19 и 38; |
| 3) 15 и 60; | 6) 63 и 81. |

A

277. Найдите наибольший общий делитель чисел способом перебора делителей:

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1) 12 и 32; | 4) 36 и 63; | 7) 42 и 56; |
| 2) 30 и 42; | 5) 30 и 45; | 8) 80 и 32; |
| 3) 35 и 60; | 6) 27 и 54; | 9) 39 и 65. |

278. Найдите наибольший общий делитель чисел способом разложения на простые множители:

- | | | |
|-------------|-------------|--------------------|
| 1) 48 и 84; | 4) 52 и 78; | 7) 78, 117 и 195 |
| 2) 70 и 98; | 5) 44 и 65; | 8) 110, 154 и 286; |
| 3) 16 и 45; | 6) 72 и 96; | 9) 90, 126 и 162. |

Образец: $\text{НОД}(156, 390, 650) = ?$

$$156 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{13}; \quad 390 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{13};$$

$$650 = \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{13}. \quad \text{НОД}(156, 390, 650) = 2 \cdot 13 = 26.$$

- 279.** 1) Из чисел 3, 5, 6 и 25.
2) Из чисел 21, 30, 35, 52, 77 составьте четыре пары взаимно простых чисел.
- 280.** Дано разложение чисел a и b . Найдите наибольший общий делитель этих чисел.
1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3$; 3) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 7 \cdot 11$;
2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$; 4) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ и $b = 5 \cdot 7 \cdot 11$.
- 281.** 1) Самосвал с прицепом перевез в первый день 35 т, во второй день – 21 т, а в третий день – 14 т каменного угля. За каждый рейс он перевозил одинаковую массу угля. Сколько тонн угля перевозил самосвал за рейс?
- Решение.** Каждое из чисел: 35, 21 и 14 должно делиться на число, выражающее массу угля, которую перевозит машина за рейс.
Делители числа 35: 1, 5, 7, 35;
делители числа 21: 1, 3, 7, 21;
делители числа 14: 1, 2, 7, 14;
НОД (35, 21, 14) = 7.
О т в е т: 7 т.
- 2) В купейных вагонах первого поезда насчитывается 180 мест, второго поезда – 252 места, третьего поезда – 216 мест. Какое может быть наибольшее количество мест в одном купейном вагоне, если в каждом купейном вагоне одинаковое число мест?
- 282.** Чтобы приготовить одинаковые подарки для детей, купили 180 орехов, 150 яблок и 210 конфет. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно приготовить?
- 283.** Из 24 красных, 42 синих и 30 желтых шаров изготовили одинаковые гирлянды. В каждой гирлянде одинаковое количество и красных, синих, и желтых шаров. Какое наибольшее количество гирлянд было изготовлено?

В

- 284.** Найдите наибольший общий делитель чисел наиболее удобным способом:
1) 42 и 60; 3) 28 и 33; 5) 26, 65 и 130; 7) 72, 432 и 792;
2) 45 и 81; 4) 75 и 90; 6) 48, 240 и 264; 8) 163, 310 и 997.

285. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите их наибольший общий делитель:

$$a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ и } b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad h = 2 \cdot 5^2 \cdot 11 \text{ и } k = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 13;$$

$$c = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ и } d = 2^3 \cdot 3 \cdot 7; \quad m = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 \text{ и } n = 2^3 \cdot 3 \cdot 11;$$

$$e = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 \text{ и } f = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11; \quad x = 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \text{ и } y = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2.$$

286. Из данных чисел составьте пары взаимно простых чисел:

1) 25, 30, 39; 3) 78, 35, 91; 5) 212, 148, 259;

2) 55, 26, 58; 4) 185, 123, 205; 6) 315, 154, 135.

287. Длина комнаты 5 м 25 см, ширина 3 м 25 см. Пол комнаты нужно выложить целыми плитками квадратной формы.

- Каким будет наибольший размер плитки?
- Сколько таких плиток потребуется?

288. В нескольких букетах из гвоздик всего 28 цветов. В нескольких букетах из жасмина всего 35 цветов.

- Сколько цветов в каждом букете, если он имеет одинаковое количество цветов?
- Сколько букетов из гвоздик? Сколько букетов из жасмина?

289. Из 6 одинаковых по виду колец одно несколько тяжелее других. Как найти его двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь?

С

290. Докажите на примерах, что:

1. Два любых простых числа являются взаимно простыми числами.
2. Два соседних натуральных числа являются взаимно простыми числами.
3. Два соседних нечетных числа – взаимно простые числа.

291. Вынесите за скобки наибольший общий делитель коэффициентов:

1) $12a + 20b$; 3) $30m + 42n$; 5) $18a + 45b$; 7) $49m + 21n$;
2) $16c + 24d$; 4) $48x + 60y$; 6) $28c + 63d$; 8) $15m + 25n$.

292. На нефтебазу прибыло три состава с бензином. В первом составе 504 т нефти, во втором – 288 т, а в третьем – 648 т. Известно, что масса бензина в каждой цистерне одинакова.

- Какова масса бензина в каждой цистерне?
- Сколько цистерн в первом составе? во втором составе? в третьем составе?

293*. Частное двух чисел равно наибольшему общему делителю чисел 35 и 77. Сумма этих двух чисел равна наибольшему общему делителю чисел 96 и 160. Найдите данные числа.

294*. Прямоугольник $ABCD$ (рис. 2.3) состоит из квадратов I, II, III и прямоугольника $EFKD$. Площадь самого маленького квадрата равна 1 см^2 , а площадь прямоугольника $EFKD$ – 21 см^2 . Найдите периметр прямоугольника $ABCD$.

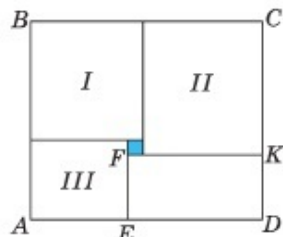


Рис. 2.3

295. Решите уравнение:

- М. $x + 187 : 11 = 21$; О. $581 : 83 + 51 : x = 24$;
 Т. $16 \cdot 25 - 28x = 612 : 3$; А. $216 : x + 16 \cdot 18 = 324$;
 К. $27 : x + 405 : 9 = 48$; Е. $24x - 345 : 23 = 105$.

9	3	4	5	7	6

В таблице под числами, являющимися корнями уравнений, запишите букву, стоящую рядом с соответствующим уравнением. Вы читаете название звезды с «хвостом».

Ключевые факты.

1. Наибольшее натуральное число, на которое делятся (без остатка) числа a и b , называют *наибольшим общим делителем чисел a и b* .

Это число обозначают: НОД (a, b).

Пример 1. Найти НОД чисел 18 и 45 способом перебора делителей.

$$\text{НОД}(18, 45) = ?$$

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\};$$

$$D(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\};$$

$$\text{НОД}(18, 45) = 9.$$

Пример 2. Найти НОД чисел 90 и 252 способом разложения на простые множители.

$$\text{НОД}(90, 252) = ?$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

$$\text{НОД}(90, 252) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

2. Натуральные числа, не имеющие общих простых делителей, называют *взаимно простыми числами*. Наибольший общий делитель взаимно простых чисел равен 1.

Например, числа 27 и 55 – взаимно простые. $\text{НОД}(27, 55) = 1$.

- ▲ **283.** 6 гирлянд. **287.** 273 плитки.
288. 4 букета из гвоздик; 5 букетов из жасмина.
292. В первом составе 7 цистерн, во втором 4, в третьем составе 9 цистерн. **293.** 28 и 4. **294.** 40 см.



Напишите кратные чисел 2 и 3, заполните таблицу.

Натуральное число	Кратные данного натурального числа					
	×2	×3	×4	×5	×6	×7
2						
3						

- 1) Закрасьте общие кратные чисел 2 и 3.
- 2) Найдите среди них наименьшее.

2.9. Наименьшее общее кратное

Числа 12, 24, 36, ... кратны и числу 4, и числу 6, т.е. являются общими кратными этих чисел. Наименьшее среди них – число 12. Число 12 называют наименьшим общим кратным чисел 4 и 6. Его обозначают так:

$$\text{НОК}(4, 6) = 12.$$

Наименьшим общим кратным данных натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, кратное каждому из данных чисел.

Рассмотрим способы нахождения наименьшего общего кратного.

Способ 1. Нахождение наименьшего общего кратного натуральных чисел способом перебора кратных данных чисел.

? **Пример 1.** Найдите наименьшее общее кратное чисел 16 и 12.

Подсказка:

1. Запишите числа, кратные 16.
Запишите числа, кратные 12.
2. Выберите из них общие кратные чисел 16 и 12.
3. Из общих кратных чисел 16 и 12 выберите наименьшее общее кратное.

Проверьте себя.

1. $K(16) = \{16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, \dots\}$.

$K(12) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, \dots\}$.

2. Общими кратными чисел 16 и 12 будут числа 48, 96,

3. Наименьшее из них – число 48. Значит, число 48 является наименьшим общим кратным чисел 16 и 12. Пишут:

$$\text{НОК}(16, 12) = 48.$$

В данном случае мы нашли наименьшие общие кратные чисел 16 и 12, перебирая кратные чисел 16 и 12.

Способ 2. Нахождение наименьшего общего кратного данных натуральных чисел способом разложения их на простые множители.

Чтобы найти наименьшее общее кратное данных натуральных чисел, надо:

1) разложить данные натуральные числа на простые множители;

2) записать разложение одного из чисел (лучше наибольшего);

3) добавить к ним недостающие множители из разложений остальных чисел.

4) найти произведение получившихся множителей.

Это число является наименьшим общим кратным данных чисел.

Пример 2. Найдем наименьшее общее кратное чисел 56 и 60.

56		2
28		2
14		2
7		7
1		

$$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7; \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

60		2
30		2
15		3
5		5
1		

$$\text{НОК}(56, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840,$$

или

$$\text{НОК}(56, 60) = 840.$$

Пример 3. Найдем наименьшее общее кратное чисел 90 и 24.

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{НОК}(90, 24) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360,$$

или

$$\text{НОК}(90, 24) = 360.$$

Наименьшее общее кратное можно найти не только для двух чисел, но и для трех и более.

Пример 4. Найдем наименьшее общее кратное чисел 18, 45 и 50. Разложим на простые множители, запишем с помощью степеней.
 $18 = 2 \cdot 3^2$; $45 = 3^2 \cdot 5$; $50 = 2 \cdot 5^2$.

$\text{НОК}(18, 45, 50) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$, или $\text{НОК}(18, 45, 50) = 450$.

Нам известно, что *взаимно простые числа не имеют общих простых множителей*. Поэтому для того, чтобы найти наименьшее общее кратное взаимно простых чисел, надо их перемножить.

Пример 5. Найдем наименьшее общее кратное взаимно простых чисел 6 и 35; $6 = 2 \cdot 3$; $35 = 5 \cdot 7$.

$\text{НОК}(6, 35) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 6 \cdot 35 = 210$,

или $\text{НОК}(6, 35) = 210$.

Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению.

Если наибольшее число из данных натуральных чисел делится на все остальные числа, то это число является наименьшим общим кратным данных чисел.

Пример 6. $\text{НОК}(57, 19) = 57$;

$\text{НОК}(8, 16, 32) = 32$.



1. Какое число называют наименьшим общим кратным данных натуральных чисел?
2. Как найти наименьшее общее кратное данных натуральных чисел?
3. Чему равно наименьшее общее кратное взаимно простых чисел?
4. Как найти наименьшее общее кратное данных натуральных чисел, если одно из них делится на остальные числа?

296. Найдите наименьшее общее кратное чисел (устно):

1) 2 и 5;

3) 6 и 12;

5) 3, 5 и 10;

2) 3 и 4;

4) 2 и 10;

6) 6, 8 и 24.

A

297. Найдите наименьшее общее кратное чисел удобным способом:

1) 6 и 8;

4) 5 и 15;

7) 5, 16 и 20;

2) 4 и 7;

5) 6 и 10;

8) 15, 30 и 45;

3) 9 и 15;

6) 12 и 20;

9) 10, 14 и 35.

298. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите их наименьшее общее кратное:

1) $a = 2 \cdot 3$ и $b = 2 \cdot 7$;

4) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3$ и $n = 2 \cdot 3 \cdot 5$;

- 2) $c = 3 \cdot 5$ и $d = 3 \cdot 3 \cdot 5$; 5) $p = 2 \cdot 2 \cdot 7$ и $t = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
 3) $e = 2 \cdot 2 \cdot 5$ и $f = 2 \cdot 3 \cdot 5$; 6) $x = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $y = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

299. Найдите наименьшее общее кратное чисел, разложив их на простые множители:

- 1) 21 и 18; 4) 20 и 35; 7) 14 и 18; 10) 12, 30 и 75;
 2) 24 и 32; 5) 75 и 90; 8) 28 и 42; 11) 15, 42 и 105;
 3) 16 и 20; 6) 6 и 13; 9) 21 и 33; 12) 21, 28 и 35.

300. Заполните пропуск \square :

- 1) НОК (3, 40) = \square ; 3) НОК (21, 14) = \square ; 5) НОК (20, 25) = \square ;
 2) НОК (7, 33) = \square ; 4) НОК (8, 12) = \square ; 6) НОК (38, 19) = \square .

301. 1) Какой должна быть наименьшая длина проволоки, чтобы ее можно было разрезать без остатка на части, равные 12 м и 18 м?
Решение. Найдем число, которое выражает длину проволоки и делится без остатка и на 12, и на 18. Для этого надо найти наименьшее общее кратное этих чисел.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad \text{НОК}(12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36.$$

Отв е т: длина проволоки равна 36 м.

2) Три машины выезжают с элеватора в 8 ч утра в разных направлениях. На элеватор первая машина возвращается через каждые 3 ч, вторая – через 4 ч, третья – через 6 ч. В котором часу все три машины вместе будут находиться на элеваторе, если их движение выполняется по такому графику?



302. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- 1) 28, 35 и 70; 3) 36, 54 и 81, 5) 25, 75 и 150;
 2) 18, 24 и 27; 4) 88, 132 и 264; 6) 54, 90 и 135.

В

303. Найдите наименьшее общее кратное натуральных чисел, представленных в виде произведений простых множителей:

- 1) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; 4) $m = 2^2 \cdot 3^3$ и $n = 3^3 \cdot 5$;
 2) $c = 2^4 \cdot 3^2$ и $d = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; 5) $p = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ и $t = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$;
 3) $e = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ и $f = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$; 6) $x = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ и $y = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$.

- 304.** Запишите пару взаимно простых чисел, для которых число:
- 1) 69 будет наименьшим общим кратным;
 - 2) 85 будет наименьшим общим кратным.
- 305.** Алия и Маша идут рядом. Шаг Алии 70 см, а шаг Маши 50 см. На каком наименьшем расстоянии они обе сделают по целому числу шагов?
- 306.** Как разместить вдоль стен квадратной комнаты 6 стульев так, чтобы у каждой стены стояли по 2 стула?
- 307.** Для того чтобы уложить коробочки шириной 5 см, длиной 1 дм 2 см, были изготовлены ящики с квадратным дном. Какой должна быть наименьшая площадь основания ящика, чтобы эти коробочки поместились в ящике вплотную?
- 308.** Каков наименьший периметр квадрата, если он делится без остатка на прямоугольники со сторонами 18 см и 8 см?

С

- 309.** Найдите наименьшее общее кратное данных чисел и вставьте его вместо звездочек:
- 1) НОК (4, 303) = *;
 - 2) НОК (121212, 151515) = *;
 - 3) НОК (40404, 363636) = *;
 - 4) НОК (242424, 181818) = *.
- 310.** Заполните таблицу:

Числа		$a \times b$	НОД (a, b)	НОК (a, b)	НОД (a, b) \times НОК (a, b)
a	b				
6	8	48			
9	12		3		
15	18			90	
24	60				1440

Допишите равенство:

Для любых натуральных чисел a и b произведение

$$\text{НОД} (a, b) \cdot \text{НОК} (a, b) = \square.$$

311*. Из двух сцепляющихся шестерен одна имеет 54 зуба, другая – 90 зубьев. До начала движения отмечены (рис. 2.4) два соприкасающихся зуба. Через сколько оборотов первой шестерни будет совпадение отмеченных зубьев?

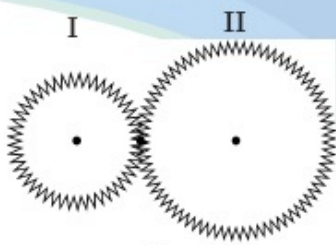


Рис. 2.4

312. Цена марки 45 тг. У Насти имеются монеты только достоинством 20 тг. Какое наименьшее число марок может купить Настя, если у продавца нет сдачи?

313°. Саша и Лена измерили одно и то же расстояние в 75 м, причем 25 раз их следы совпали. Найдите длину шага Саши, если шаг Лены равен 75 см.

314*. Два поезда, длина которых одинакова, движутся навстречу друг другу. Скорость первого поезда 54 км/ч, а второго – 36 км/ч. Второй поезд проехал мимо пассажира, сидящего в первом поезде, за 14 с. Какова длина каждого поезда?

А. 310 м; В. 340 м; С. 400 м; D. 350 м.

315. Выполните действия:

- 1) $((45 - (16 \cdot 4 + 59) : 41 + 72) \cdot 3 + 158) : 25;$
- 2) $(5 \cdot ((18 \cdot 105 : 45 + 306) : 29 + 75) - 269) : 83.$

Ключевые факты.

1. Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b называют наименьшее натуральное число, которое кратно и a , и b . Его обозначают так:

НОК (a , b).

Пример 1. Найти НОК чисел 18 и 15 перебором их кратных.

$K(18) = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, \dots\}.$

$K(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, \dots\}.$

$НОК(18, 15) = 90.$

Пример 2. Найти НОК чисел 504 и 756 разложением на простые множители.

$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7; 756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

$НОК(504, 756) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 = 1512.$

2. Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел m и n равно их произведению mn .

$\text{НОК}(m, n) = m \cdot n$, где m и n – взаимно простые числа.

Пример 3. $\text{НОК}(14, 27) = 378$.

- ▲ 301. 2) В 20 часов. 307. 36 дм². 308. 288 см.
311. Через 5 оборотов. 312. 4 марки. 313. 50 см.
315. 1) 20; 2) 2.

Упражнения для повторения главы II

А

316. Даны числа 94, 108, 207, 604, 825, 615, 710.

Из них выберите числа:

- 1) делящиеся на 2;
- 2) делящиеся на 5;
- 3) делящиеся на 3.

317. Вместо звездочки вставьте соответствующую цифру и запишите:

- 1) число, кратное 9;
- 2) наименьшее число, кратное 3.

83*; 2*3; 51*; 76*; 64*; 84*.

318. Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 48 и 28; 3) 45 и 32; 5) 60 и 75;
- 2) 12 и 15; 4) 24 и 88; 6) 78 и 117.

319. Из одной и той же исходной точки по кругу одновременно с разной скоростью побежали дети. Миша пробегает один круг за 4 мин, Сережа – за 3 мин, а Нурлан – за 6 мин. Через сколько минут мальчики встретятся?



В

320. Разложите числа на простые множители. Найдите их наименьшее общее кратное:

- 1) 54 и 135; 3) 150 и 400; 5) 42, 60 и 70;
- 2) 38 и 114; 4) 180 и 300; 6) 18, 63 и 35.

321. Вынесите за скобки наибольший общий делитель коэффициентов при уменьшаемом и вычитаемом:

- 1) $42x - 30y$; 3) $60m - 36n$; 5) $95a - 35b$;
 2) $56x - 24y$; 4) $75m - 15n$; 6) $88a - 55b$.

322. Для детского сада купили 21 игрушечную машину, 35 кукол и 77 мячей. Каждой группе досталось одинаковое количество машин, кукол и мячей. Скольким группам в детском саду розданы эти игрушки?

323. Маржан в киоске должна купить лотерейные билеты по 80 тг или марки по 60 тг. Сколько тенге должна взять Маржан из дома, если у продавца не будет денег для сдачи?

С

324. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите их наименьшее общее кратное:

- 1) $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$; 4) $h = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $k = 5^2 \cdot 7$;
 2) $c = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ и $d = 2^2 \cdot 5$; 5) $m = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ и $n = 2^4 \cdot 3$;
 3) $e = 2 \cdot 3 \cdot 11$ и $f = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$; 6) $x = 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $y = 5^2 \cdot 11$.

325. Запишите числа, которые являются:

- 1) делителями 42 и кратными 7;
 2) делителями 78 и кратными 13;
 3) делителями 76 и кратными 19.

326. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 165 см^3 . Его измерения выражаются простыми числами. Найдите эти измерения.

327°. Дом состоит из трех комнат (рис. 2.5). Площадь первой комнаты (I) 45 м^2 , а площадь второй (II) – 21 м^2 . Найдите площадь третьей комнаты (III).

- A. 32 м^2 ; B. 42 м^2 ; C. 48 м^2 . D. 46 м^2 .



Рис. 2.5



На путь из пункта A в пункт B моторная лодка затратила 2 ч, а на обратный путь – 3 ч. В каком направлении течет река?

2.10. Движение по реке (Для дополнительного изучения)

Лодка, катер, теплоход и пароход плывут по озеру или по реке. Катер будет плыть по озеру (в стоячей воде) только со своей собственной скоростью. Плот или щепки плывут по реке со скоростью течения реки.

Если объект движется по течению реки, то его скорость увеличивается на величину, равную скорости течения реки.

Скорость объекта по течению равна сумме его собственной скорости и скорости течения (рис. 2.6, а).

$$v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}},$$

где $v_{\text{по теч.}}$ – скорость объекта по течению;

$v_{\text{соб.}}$ – собственная скорость объекта;

$v_{\text{теч.}}$ – скорость течения реки.

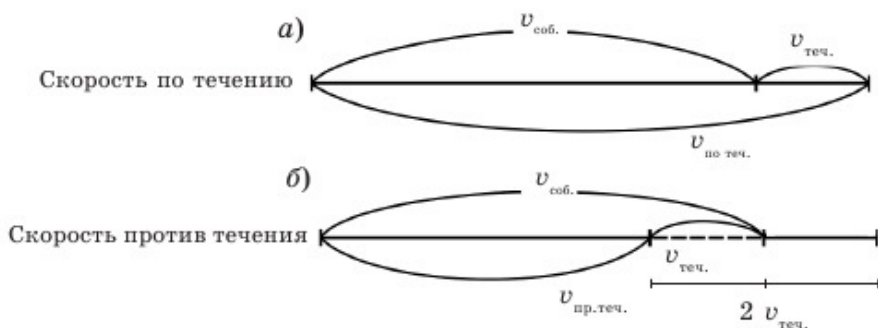


Рис. 2.6

Если объект движется против течения реки, то его скорость движения уменьшается на величину, равную скорости течения реки (рис. 2.6, б).

Скорость объекта против течения равна разности его собственной скорости и скорости течения.

$$v_{\text{пр. теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}},$$

где $v_{\text{пр. теч.}}$ – скорость объекта против течения.

Задача. Весельная лодка плывет по течению реки с собственной

скоростью 6 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. Какое расстояние проплывает весельная лодка за 3 ч?

Решение. 1) $6 + 2 = 8$ (км/ч) – скорость лодки по течению реки;
2) $8 \cdot 3 = 24$ (км) – расстояние, которое проплывает лодка за 3 ч.
Ответ: 24 км.

Для решения задач на движение по реке нам необходимо знать скорость течения реки и собственную скорость объекта.

По рисунку 2.6 можно найти скорость течения реки и собственную скорость объекта.

I. Нахождение скорости течения реки.

Скорость по течению реки больше скорости против течения на удвоенную скорость течения.

$$v_{\text{по теч.}} - v_{\text{пр. теч.}} = 2v_{\text{теч.}}$$

$$v_{\text{теч. реки}} = (v_{\text{по теч.}} - v_{\text{пр. теч.}}) : 2$$

Скорость течения реки равна полуразности скоростей объекта по течению и против течения.

II. Нахождение собственной скорости движения объекта (по рис. 2.6).

Для нахождения собственной скорости движения объекта надо найти сумму скоростей по течению и против течения.

$$\begin{aligned} v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр. теч.}} &= (v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}}) + (v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}}) = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}} + v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}} = 2v_{\text{соб.}} \\ v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр. теч.}} &= 2v_{\text{соб.}} \end{aligned}$$

Значит,

$$v_{\text{соб.}} = (v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр. теч.}}) : 2.$$

Собственная скорость объекта равна полусумме его скоростей по течению и против течения.



1. Как найти скорость движения катера по течению реки?
2. Как найти скорость движения теплохода против течения?
3. Чему равна скорость течения реки?
4. Чему равна собственная скорость объекта?

А

328. В каком случае катер двигался по течению, а в каком – против?

- 1) Катер из пункта А в пункт В плыл 5 часов.
- 2) Катер из пункта В в пункт А плыл 4 часа.



329. 1) Лодка по озеру (в стоячей воде) плыла 2 ч со скоростью 7 км/ч. Какое расстояние проплыла лодка?

- 2) Скорость течения реки 2 км/ч. На сколько километров река отнесет плот за 8 часов?

330. Собственная скорость теплохода 32 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч.

Найдите:

- 1) скорость теплохода по течению;
- 2) скорость теплохода против течения.

331. Скорость катера по течению реки 24 км/ч, а против течения – 20 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

332. Скорость моторной лодки по течению реки 30 км/ч, а против течения – 26 км/ч. Найдите скорость течения реки.

333. Собственная скорость теплохода 28 км/ч. Он плыл по течению реки 4 часа. Скорость течения реки 3 км/ч. Какое расстояние проплыл теплоход за это время?



334. Собственная скорость катера 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. Какое расстояние проплывет катер против течения реки за 3 часа?

335. Катер проплыл 92 км по течению реки. Скорость течения реки 3 км/ч, а собственная скорость катера 20 км/ч. Сколько часов плыл катер?

336. Лодка проплыла 15 км против течения реки. Собственная скорость лодки 7 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Сколько часов плыла лодка?

А. 4 часа; В. 5 часов; С. 3 часа; D. 2 часа.



В

337. Скорость течения реки 3 км/ч. На сколько километров в час скорость байдарки по течению больше, чем против течения?

338. Мальчик сделал игрушечную моторную лодку и пустил ее в речку. Скорость течения речки 30 м/мин. Будет ли двигаться игрушечная моторная лодка и в какую сторону, если она поплывет:

А) по течению с собственной скоростью 28 м/мин;

В) против течения с собственной скоростью 40 м/мин;

С) против течения с собственной скоростью 30 м/мин.



339. Катер проплыл 120 км по реке и вернулся обратно. Скорость течения реки 2 км/ч, а собственная скорость катера 22 км/ч.

• Сколько часов катер проплыл по течению реки?

• Сколько времени катер затратил на обратный путь?

• Сколько времени катер затратил на весь путь – по течению реки и обратно?

340. Моторная лодка 3 ч проплыла по реке, которая впадает в озеро. Затем 4 ч проплыла по озеру. Собственная скорость моторной лодки 30 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Какое расстояние проплыла моторная лодка за все это время?

341. Лодка проплывает по озеру расстояние 40 км за 5 ч, а по течению реки – за 4 ч. За сколько часов это же расстояние проплывет плот по реке?

А. за 18 ч; В. за 20 ч; С. за 22 ч; D. за 17 ч.

342. Теплоход по течению реки за 3 ч проплыл 114 км. Затем против течения за 2 ч проплыл 64 км. Найдите:

▲ собственную скорость теплохода;

▲ скорость течения реки.

С

343. 1) Катер проплыл 105 км между пристанями по течению реки за 5 ч, а против течения – за 7 ч. За сколько часов катер проплывет по озеру 108 км?
 А. За 6 ч; В. За 4 ч; С. За 7 ч; D. За 5 ч.
- 2) По течению реки моторная лодка проплыла 36 км за 2 ч, а против течения – за 3 ч. За сколько часов это расстояние проплывет плот?
344. Мальчик плывет по озеру со скоростью 58 м/мин. Плот проплывает по реке 280 м за 8 минут. За сколько минут мальчик проплывет 465 м по течению этой реки?
345. От пристани А отплыла лодка. Одновременно с ней от пристани В навстречу вышел катер. Собственная скорость лодки 8 км/ч, а собственная скорость катера 17 км/ч. Расстояние между пристанями 72 км. Какое расстояние будет между лодкой и катером через 2 ч? Почему не задана скорость течения реки?



346. Катер проплыл 42 км по течению реки, затем вслед за ним вышел теплоход. Собственная скорость катера 18 км/ч, а собственная скорость теплохода 32 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. Через сколько часов теплоход догонит катер? Какое условие в содержании задачи лишнее?



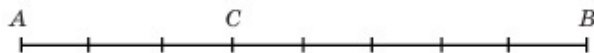
- 347*. Собственная скорость лодки больше скорости течения реки в 5 раз. Лодка по течению проплывает 36 км за 3 ч. Какое расстояние проплывет лодка против течения за 2 ч?
348. Мальчик плыл по течению реки со скоростью 73 м/мин. Скорость течения реки 25 м/мин. Неожиданно купальная шапочка мальчика слетела в воду. Мальчик обнаружил

это только через 3 мин. На каком расстоянии от мальчика находилась в это время его купальная шапочка? Решите задачу двумя способами.

- ▲ 333. 124 км. 334. 48 км. 335. 4 часа. 339. 11 ч.
 340. 216 км. 342. 35 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч.
 343. 2) За 12 часов. 344. За 5 мин. 345. 22 км.
 346. Через 3 часа. 347. 16 км. 348. 144 м.



На сколько равных частей разделен отрезок AB ? Сколько его частей содержится в отрезке AC ? Сколько его частей содержится в отрезке CB ? Дайте пояснение.



Глава III. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

3.1. Обыкновенная дробь. Чтение и запись обыкновенных дробей

I. Обыкновенная дробь.

Квадрат, изображенный на рисунке 3.1, разделен на восемь равных частей (долей), и три восьмых этого квадрата закрашено. Для обозначения такой части используем запись $\frac{3}{8}$. Такую запись называем обыкновенной дробью. Читаем: «три восьмых».

$\frac{3}{4}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{17}{100}$ – обыкновенные дроби.

Доля – это каждая из равных частей единицы

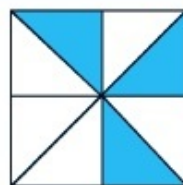
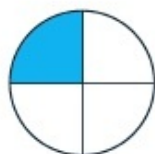


Рис. 3.1

На рисунке 3.2 закрашены:



$\frac{1}{4}$ круга



$\frac{2}{5}$ круга



$\frac{4}{8}$ круга

Рис. 3.2

? II. Чтение обыкновенной дроби.

Прочитайте обыкновенные дроби: $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{8}$, пользуясь правилом чтения обыкновенных дробей.

При чтении обыкновенной дроби сначала читают число над чертой – количественное числительное в женском роде. Затем читают число под чертой – порядковое числительное.

Проверьте себя.

Дробь $\frac{1}{4}$ читают: «одна четвертая», дробь $\frac{2}{5}$ читают: «две пятых», дробь $\frac{4}{8}$ читают: «четыре восьмых».

III. Запись обыкновенной дроби.

Число под чертой дроби показывает, на сколько равных частей разделено целое. Его называют *знаменателем дроби*.

Число над чертой дроби показывает, сколько таких частей взято. Его называют *числителем дроби*.

Запишем с помощью букв обыкновенную дробь –

$$\frac{a}{b} \leftarrow \begin{array}{l} \text{числитель;} \\ \text{знаменатель,} \end{array}$$

где a – натуральное число или нуль;

b – натуральное число.

? **Задача.** Мальчик разделил яблоко на 3 равные части (доли), из них он взял 2 части. Какую часть яблока взял мальчик?

Ответ запишите в виде дроби.

Каким числом выражается знаменатель дроби? Каким числом выражается числитель дроби?

Проверьте, так ли вы записали ответ на вопрос задачи.

||| Ответ: Мальчик взял $\frac{2}{3}$ яблока,

||| где число $\frac{2}{3}$ \leftarrow числитель.
||| $\frac{2}{3}$ \leftarrow знаменатель.

В записи обыкновенных дробей знак « \leftarrow » называется *дробной чертой*. Черта дроби означает действие деления.

Частное двух натуральных чисел можно записать в виде обыкновенной дроби.

Частное от деления натуральных чисел можно записывать в виде дроби, числитель которой равен делимому, а знаменатель – делителю.

Например: $12 : 4 = \frac{12}{4}$; $100 : 25 = \frac{100}{25}$; $90 : 18 = \frac{90}{18}$.

Любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби с любым натуральным знаменателем.

Например, $3 = 3 : 1 = \frac{3}{1}$, или $3 = \frac{3}{1}$; $3 = 12 : 4 = \frac{12}{4}$, или $3 = \frac{12}{4}$.



1. Как читается дробь $\frac{3}{5}$?
2. Что показывает знаменатель дроби? Числитель дроби?
3. Как записывается частное в виде обыкновенной дроби? Приведите примеры.

349. Прочитайте дроби: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{91}{100}$. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби. Объясните, что они означают.

А

350. Запишите в виде дроби:

- 1) Какая часть фигуры закрашена (рис. 3.3)?
- 2) Какая часть фигуры не закрашена?

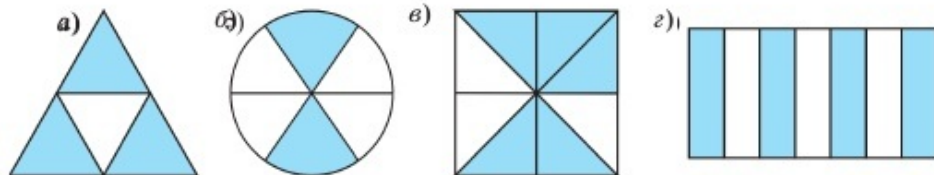


Рис. 3.3

351. 1) Запишите частное в виде дроби:

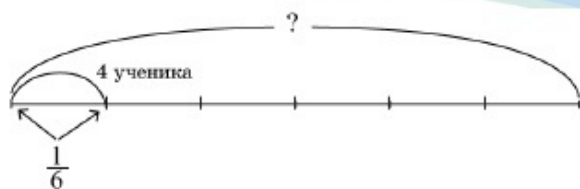
$$7 : 12; \quad 9 : 11; \quad 8 : 7; \quad 14 : 20; \quad 30 : 41; \quad 61 : 100.$$

2) Запишите дроби $\frac{4}{7}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{7}{4}$ в виде частного.

352. 1) В оркестре народных инструментов 32 музыканта. Из них $\frac{3}{8}$ – домбристы. Сколько домбристов в оркестре?

2) В тетради 48 страниц, $\frac{7}{12}$ всех страниц исписаны. Сколько страниц в тетради исписано?

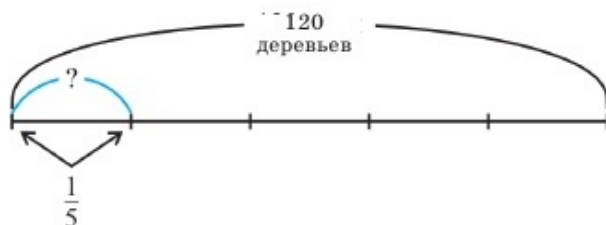
353. 1) В соревнованиях по гимнастике 4 ученика стали победителями. Это составило $\frac{1}{6}$ всех участников соревнований. Сколько учеников участвовало в соревнованиях?



2) В классе 9 девочек. Они составляют $\frac{1}{3}$ всех учеников класса. Сколько учеников в классе?

354. 1) В парке 120 деревьев, из них $\frac{1}{5}$ составляют ели. Сколько в парке елей?

2) На выставке 57 фотографий, из них $\frac{1}{3}$ – цветные. Сколько цветных фотографий на выставке?



355. Самостоятельное задание.

Запишите, какую часть суток вы:

- 1) находитесь в школе;
- 2) выполняете домашнее задание;
- 3) делаете работу по дому;
- 4) играете;
- 5) спите.

В

356. 1) Какая часть квадрата закрашена? 2) Какая часть квадрата не закрашена (рис. 3.4)? Запишите дробью.

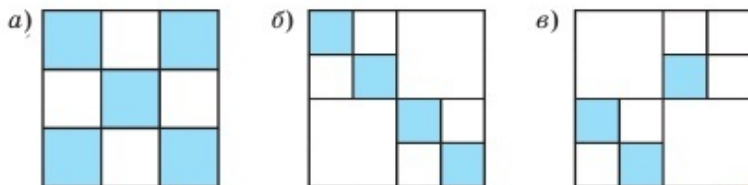


Рис. 3.4

357. Восстановите равенство, подставив вместо звездочек нужное число. Данное натуральное число запишите в виде дроби.

$$1) 2 = \frac{*}{3}; \quad 2 = \frac{14}{*};$$

$$3) 12 = \frac{*}{5}; \quad 12 = \frac{96}{*};$$

$$2) 8 = \frac{*}{4}; \quad 8 = \frac{*}{9};$$

$$4) 27 = \frac{270}{*}; \quad 27 = \frac{*}{100}.$$

358. У Айжан 3 яблока, 2 половины яблока и 4 четверти яблока. Сколько всего яблок у Айжан?

359. В букете 5 гвоздик, 13 веток жасмина и несколько роз. Какую часть букета составляют розы, если в букете всего 27 цветов?

360. На рисунке 3.5 изображен квадрат со стороной 4 см.

1) Какая часть квадрата закрашена?

2) Найдите площадь закрашенной части квадрата.

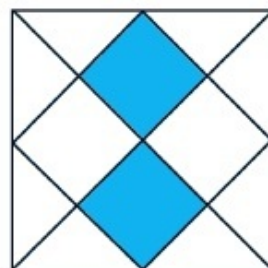


Рис. 3.5

361. На столе 5 чашек. Если переворачиваем одновременно любые две чашки, то можно ли поставить все чашки дном вверх?

362°. Марина и Лиза собирали груши. Число собранных ими груш на 11 больше числа груш, собранных Мариной, и на 7 больше, собранных Лизой. Какую часть всех груш собрала Марина? Какую часть собрала Лиза?

363. Прямоугольник вначале был разделен на 3 равные части. Потом каждая из этих частей была разделена на 4 равные части и 5 таких частей были закрашены. Чему равна площадь прямоугольника, если были закрашены 20 см² его площади?

A. 36 см²; B. 48 см²; C. 60 см²; D. 72 см².

364. Талгат Мусабаев во время полета в космос с 29 января 1998 г. пробыл в космическом пространстве 4992 часа. Из них $\frac{5}{832}$

времени он провел в открытом космосе, проводя ремонтные работы на станции «Мир». Сколько часов Талгат Мусабаев провел в открытом космосе?



- 365.** Путешественник проехал расстояние, равное 140 км. $\frac{5}{7}$ этого расстояния он проехал на автобусе, а остальное – на мотоцикле. Сколько километров путешественник проехал на мотоцикле?
- 366.** На автостоянке 48 автомашин. Из них $\frac{1}{6}$ – автобусы, а $\frac{3}{4}$ остальных – легковые. Сколько легковых машин на автостоянке?

С

- 367*.** В ящике 48 кубиков. Четверо мальчиков один за другим взяли из него кубики. Первый взял $\frac{1}{2}$ всех кубиков, а каждый из остальных взял $\frac{1}{2}$ кубиков остатка. Сколько кубиков взял четвертый мальчик?



- 368.** В магазине 580 электрических, ручных и ножных швейных машин. $\frac{1}{4}$ из них – электрические швейные машины, $\frac{1}{5}$ остального количества – ножные, а остальные – ручные швейные машины. Сколько ручных швейных машин в магазине?
- 369°.** Коля коллекционирует спортивные и исторические марки. Половина всех марок и половина остатка – спортивные марки, а остальные 7 марок – исторические. Сколько всего марок у Коли?
- 370*.** Гульдана сначала выучила $\frac{1}{2}$ всего стихотворения и еще 4 строки. Когда она выучила $\frac{1}{2}$ оставшейся части стихот-

ворения, ей осталось выучить еще 4 строки. Сколько всего строк в стихотворении?

371. Галя и ее отец плывут на лодке против течения реки. Собственная скорость лодки 90 м/мин, а скорость течения реки 30 м/мин. Галя уронила куклу в реку. На каком расстоянии от лодки будет находиться кукла через 4 мин? Какая величина в условии задачи лишняя?



- 372*. Магжан возвращался домой на велосипеде. Собака, сидевшая возле его дома, увидела Магжана и побежала ему навстречу со скоростью 10 м/с. Встретив его на середине пути, она побежала обратно к дому. Затем она снова побежала навстречу Магжану. Встретив его на $\frac{1}{4}$ пути, она повернула и снова побежала к дому, находящемуся на расстоянии 50 м.

- С какого расстояния собака увидела Магжана?
- Сколько всего метров пробежала собака?
- Сколько всего секунд бегала собака?

373. Решите уравнение:

1) $87 : (4x + 5) = 3;$

4) $3 \cdot (8x + 51) = 201;$

2) $17 \cdot (3x - 16) = 85;$

5) $(46x - 57) : 3 = 27;$

3) $9 \cdot (6x - 13) = 153;$

6) $(19x + 62) : 15 = 13.$

- ★374. Протяженность реки Сырдарьи в пределах Республики Казахстан равна 1400 км. Используя источники информационно-коммуникационных технологий, найдите всю длину Сырдарьи (округлить до сотен км). Вычислите, какая часть длины реки Сырдарьи протекает по территории нашей республики.

Ключевые факты.

1. Обыкновенной дробью называется число, состоящее из нескольких равных частей единицы (в том числе и из одной части).

Пример 1. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{6}$ – обыкновенные дроби.

2. Под чертой дроби записывается число долей, на которое делилось целое – *знаменатель* дроби, а над чертой записывается, сколько таких долей было взято – *числитель* дроби.

Числителем дроби может быть любое натуральное число или нуль, а знаменателем – любое натуральное число.

Пример 2. $\frac{7}{10}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{0}{8}$, где 7, 4, 0 – числители, а 10, 9, 8 – знаменатели дроби.

3. Деление натурального числа a на натуральное число b можно записать в виде дроби $\frac{a}{b}$.

$$a : b = \frac{a}{b}$$

где a – делимое, b – делитель.

Пример 3. $12 : 5 = \frac{12}{5}$; $19 : 4 = \frac{19}{4}$; $6 : 7 = \frac{6}{7}$.

▲ 359. Розы составляют $\frac{9}{27}$ части цветов в букете.

360. 2) 4 см². **364.** 30 часов. **366.** 30 легковых машин.

367. 3 кубика. **368.** 348 ручных швейных машин.

369. 28 марок. **370.** 24 строки. **371.** 360 м.

372. Собака увидела Магжана на расстоянии 200 м и бежала 30 секунд.

373. 1) 6; 3) 5; 5) 3. **374.** $\frac{7}{11}$.

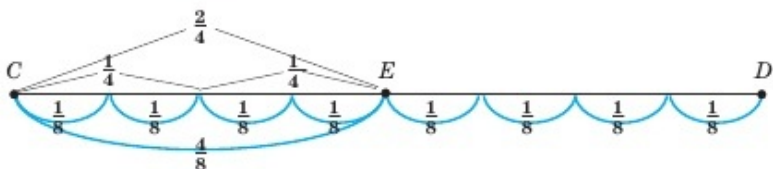
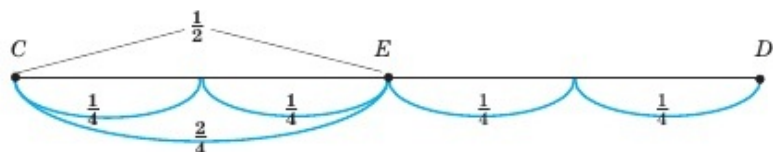


Какую часть отрезка CD составляет отрезок CE ?

Докажите равенства: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Докажите равенства: $\frac{4}{8} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Ответьте на вопросы: 1) Сколько $\frac{1}{4}$ долей содержится в $\frac{1}{2}$?



2) Сколько $\frac{1}{8}$ долей содержится в $\frac{1}{2}$?

3.2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

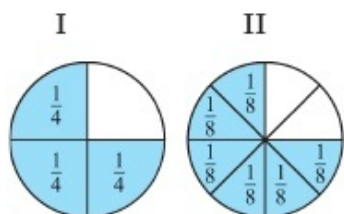


Рис. 3.6

I. Основное свойство дроби.

Задача. Запишите в виде дроби, какая часть круга закрашена в первом и во втором случаях (рис. 3.6).

Используя результаты, сравните полученные дроби.

Имея первую дробь, как можно получить вторую?

Решение. На рисунке 3.6 закрашено $\frac{3}{4}$ круга. Если каждую $\frac{1}{4}$ круга разделим на 2 равные части, то будет закрашено $\frac{6}{8}$ круга. В первом случае закрашено $\frac{3}{4}$ круга, а во втором – $\frac{6}{8}$ круга. В обоих случаях закрашена одна и та же часть круга. Значит, $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$.

Это равенство можно записать и так:

$$\frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}.$$

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}, \quad \text{где } a, b, n - \text{натуральные числа.}$$

Это основное свойство дроби.

Пример 1. $\frac{15}{21} = \frac{15 : 3}{21 : 3} = \frac{5}{7}$; $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{10}{14}$. Значит, $\frac{15}{21} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$.

Дроби $\frac{15}{21}$ и $\frac{10}{14}$ являются различными записями дроби $\frac{5}{7}$.

II. Сокращение дробей.

Деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель, отличный от единицы, называют *сокращением дроби*.

? Попробуйте сократить дроби: 1) $\frac{6}{15}$; 2) $\frac{28}{63}$.

Подсказка.

1. Для каждой дроби найдите натуральное число, на которое можно разделить и числитель, и знаменатель дроби.

2. Разделите и числитель, и знаменатель дроби на это число. Получится сокращенная дробь.

Проверьте себя.

$$1) \frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5}; \quad \frac{6}{15} = \frac{2}{5};$$

$$2) \frac{28}{63} = \frac{28 : 7}{63 : 7} = \frac{4}{9}; \quad \frac{28}{63} = \frac{4}{9},$$

Дробь, числитель и знаменатель которой – взаимно простые числа, называют **несократимой дробью**.

где $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{9}$ – несократимые дроби, так как 2 и 5; 4 и 9 – взаимно простые числа.

Наибольшее число, на которое можно сократить дробь, – это наибольший общий делитель ее числителя и знаменателя.

Рассмотрим следующие способы сокращения дроби.

Способ 1. Сокращение дроби делением числителя и знаменателя дроби на их наибольший общий делитель.

383. Сократите дробь:

- 1) $\frac{15}{18}; \frac{24}{30}; \frac{28}{32}; \frac{45}{75}; \frac{75}{300}; \frac{125}{1000};$
 2) $\frac{21}{360}; \frac{35}{700}; \frac{54}{900}; \frac{24}{600}; \frac{48}{800}; \frac{75}{1000}.$

384. Дроби $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{3}{4}$ замените равными им дробями со знаменателем 12.

385. Сократите дробь:

- 1) $\frac{6 \cdot 15}{5 \cdot 12};$ 3) $\frac{18 \cdot 21}{14 \cdot 36};$ 5) $\frac{81 \cdot 12}{24 \cdot 45};$
 2) $\frac{11 \cdot 9}{15 \cdot 22};$ 4) $\frac{45 \cdot 17}{17 \cdot 35};$ 6) $\frac{56 \cdot 16}{48 \cdot 49}.$

386. В коробке 12 карандашей, из них 2 красных, 6 синих, остальные зеленые. Какую часть карандашей составляют красные карандаши? синие? зеленые?

387. Жанар, Эльвира и Света, сидящие в одном вагоне, познакомились друг с другом. Они учатся в 5, 6, 7 классах и едут в Кызылорду, Актобе и Уральск. Жанар учится в 7 классе, она не поедет в Уральск. Девочка, которая едет в Уральск, учится в 5 классе. Эльвира учится в 6 классе, она не поедет в Кызылорду. Кто куда едет?

388. Сократите дробь:

- 1) $\frac{35 + 28}{35 - 28};$ 3) $\frac{24 + 3}{24 - 3};$ 5) $\frac{12 - 3}{12 + 3};$
 2) $\frac{75 - 33}{75 + 33};$ 4) $\frac{15 + 6}{15 - 6};$ 6) $\frac{26 + 2}{26 - 2}.$

С

389. Запишите в виде дроби (рис. 3.8)?

- 1) Какая часть фигуры закрашена?
 2) Какая часть фигуры не закрашена? Запишите разными спо-

собами. Составьте равенство, выражающее основное свойство дроби.

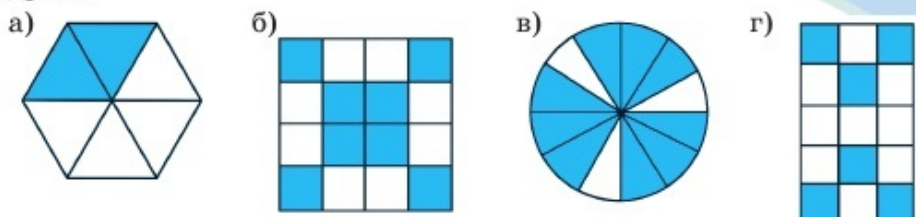


Рис. 3.8

390. Сократите дробь:

1) $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5}{3^2 \cdot 2^3}$;

2) $\frac{45 \cdot 4^2}{80 \cdot 3^2}$;

3) $\frac{7^3 \cdot 2^3}{16 \cdot 49}$;

4) $\frac{11 \cdot 9 \cdot 5}{3^3 \cdot 11^2}$;

5) $\frac{5^2 \cdot 3^3}{9 \cdot 25}$;

6) $\frac{5^3 \cdot 29}{87 \cdot 25}$.

391. В лотке 3 кг сахара. Сколько потребуется пакетов, чтобы разложить сахар по $\frac{1}{4}$ кг в каждый?

392. Вынесите общий множитель за скобки и сократите дробь:

1) $\frac{35 \cdot 28 + 35 \cdot 32}{60 \cdot 15}$;

3) $\frac{48 \cdot 31 + 48 \cdot 19}{16 \cdot 100}$;

2) $\frac{57 \cdot 62 - 57 \cdot 34}{28 \cdot 19}$;

4) $\frac{17 \cdot 96 - 17 \cdot 24}{48 \cdot 85}$.

393. Используя основное свойство дроби, найдите значение x :

1) $\frac{5x - 11}{7} = \frac{32}{56}$;

2) $\frac{7x - 9}{12} = \frac{35}{84}$;

3) $\frac{2x + 7}{17} = \frac{60}{68}$.

394. Представьте числитель в виде произведения и затем сократите дробь:

1) $\frac{x^2 + xy}{x^2}$;

2) $\frac{4a + 12ab}{12a}$;

3) $\frac{5m^2 - m^2}{8m}$;

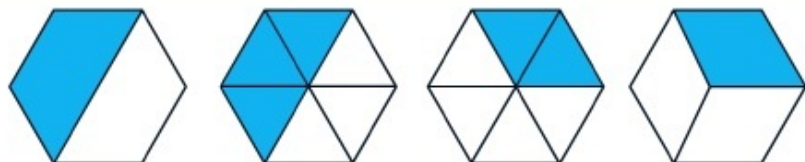
4) $\frac{3x + 6y}{5x + 10y}$.

395. Старинная задача.

На базаре цена коровы в 4 раза больше цены собаки, но в 4 раза меньше цены лошади. Мужик купил на 200 рублей одну собаку, одну лошадь и две коровы. Какова цена собаки? коровы?

Ключевые факты.**I. Основное свойство дроби.**

Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число.

**Пример 1.**

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6};$$

$$\frac{2}{6} = \frac{2 : 2}{6 : 2} = \frac{1}{3}.$$

II. Сокращение дроби.

Чтобы сократить дробь, ее числитель и знаменатель нужно разделить на их наибольший общий делитель. При этом получится несократимая дробь, равная данной.

Пример 2. $\frac{12}{28} = \frac{12 : 4}{28 : 4} = \frac{3}{7}$ НОД (12,28) = 4. Дробь сокращена на 4.

Это записывается так: $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$, или $\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{7}{\cancel{28}}} = \frac{3}{7}$.

▲ 388. 1) 9; 2) $\frac{7}{18}$; 3) $\frac{9}{7}$; **390.** 1) 15; 6) $\frac{5}{3}$. **392.** 1) $\frac{7}{3}$; 2) 3; 3) $\frac{3}{2}$.

393. 1) 3; 2) 2; 3) 4. **394.** 2) $\frac{1+3b}{3}$; 4) $\frac{3}{5}$.

395. Цена собаки 8 рублей, цена коровы 32 рубля.

**Задание.**

Из дробей $\frac{2}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{7}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{11}{8}$ выпишите дроби:

- 1) числитель которой меньше знаменателя;
- 2) числитель которой больше знаменателя или равен ему.

Дробь, в которой числитель меньше знаменателя, называется правильной дробью. Как называется дробь, в которой числитель больше знаменателя?

Выберите правильный ответ: **А.** Обратная дробь; **В.** Неправильная дробь.

3.3. Правильные дроби. Неправильные дроби

Числитель обыкновенной дроби может быть меньше, равен или больше знаменателя.

На рисунке 3.9 изображен отрезок AE . Если длину отрезка AB примем за 1, то длина отрезка AE равна 2.

I. Рассмотрим дроби, выражающие длины отрезков AC и AD .

$$AC = \frac{3}{7}; AD = \frac{5}{7}.$$

У дробей $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{7}$ числители меньше знаменателей. Такие дроби называют *правильными дробями*.

Дробь, в которой числитель меньше знаменателя, называют правильной дробью.

Например, $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{3}{10}, \frac{7}{8}$ – правильные дроби. *Правильная дробь меньше единицы.*

$$\frac{2}{3} < 1; \frac{4}{9} < 1; \frac{3}{10} < 1; \frac{7}{8} < 1.$$

II. Рассмотрим дроби, выражающие длины отрезков AB , AK и AL . $AB = \frac{7}{7}; AK = \frac{10}{7}; AL = \frac{12}{7}$.

У дроби $\frac{7}{7}$ числитель равен знаменателю, а у дробей $\frac{10}{7}$ и $\frac{12}{7}$ числители больше знаменателей. Такие дроби называют *неправильными дробями*.

Дробь, в которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют неправильной дробью.

Например, $\frac{5}{5}, \frac{11}{6}, \frac{9}{7}, \frac{10}{10}, \frac{36}{35}$ – неправильные дроби.

Неправильная дробь равна единице или больше ее.

$$\frac{5}{5} = 1; \frac{11}{6} > 1; \frac{9}{7} > 1; \frac{10}{10} = 1; \frac{36}{35} > 1.$$

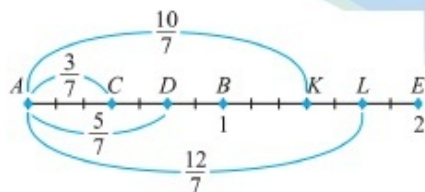


Рис. 3.9

Натуральное число можно записать в виде неправильной дроби, числитель которой кратен знаменателю.

$$\text{Например, } 4 = \frac{4}{1}; 4 = \frac{24}{6}; 4 = \frac{32}{8}; 4 = \frac{60}{15}.$$



1. Какую дробь называют правильной? Приведите примеры.
2. Какую дробь называют неправильной? Приведите примеры.
3. Как записать натуральное число в виде неправильной дроби? Приведите примеры.

396. Даны дроби $\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{9}{9}, \frac{9}{10}, \frac{25}{25}, \frac{71}{43}, \frac{8}{9}, \frac{99}{99}$. Какие дроби правильные, а какие – неправильные? Прочитайте устно.

A

397. Из дробей $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{2}, \frac{7}{12}, \frac{13}{13}, \frac{18}{23}, \frac{17}{10}, \frac{31}{34}, \frac{9}{7}$ выпишите правильные дроби в одну строку, а неправильные – в другую.

398. 1) Используя числа 5 и 2; 3 и 7; 10 и 1; 8 и 5, составьте правильные дроби.

2) Используя числа 3 и 5; 9 и 2; 2 и 7; 1 и 8, составьте неправильные дроби.

399. Натуральные числа 5, 6, 8, 11 и 15 запишите в виде неправильных дробей со знаменателем 7.

400. Запишите дроби.

1) При каких натуральных значениях x дробь:

а) $\frac{x}{3}$; б) $\frac{x}{5}$ – правильная?

2) При каких натуральных значениях y дробь:

а) $\frac{4}{y}$; б) $\frac{5}{y}$ – неправильная?

401. 1) Сумма 9 одинаковых по массе сплавов равна 8 кг. Напишите массу одного сплава. Какая это дробь?

2) Коллективное хозяйство для посадки различных культур поделило 10 га земли на 7 равных частей. Сколько гектаров составляет каждая из частей? Какая это дробь?

В

402. Сократите дробь. Выпишите отдельно правильные дроби и отдельно – неправильные:

$$\frac{6}{8}, \frac{18}{15}, \frac{21}{21}, \frac{44}{36}, \frac{15}{55}, \frac{46}{30}, \frac{42}{90}, \frac{88}{88}, \frac{16}{60}, \frac{56}{96}.$$

403. Запишите натуральное число в виде неправильной дроби, заполните таблицу.

Натуральное число		3	5	8	10	16
Неправильная дробь	со знаменателем 4					
	со знаменателем 5					

404. Запишите значения x в виде обыкновенной дроби:

- 1) 8 дм = x м; 3) 720 г = x кг; 5) 2 мин = x ч;
 2) 118 дм = x м; 4) 1635 кг = x т; 6) 90 мин = x ч.

405. Проволоку длиной 8 м разделили на равные:

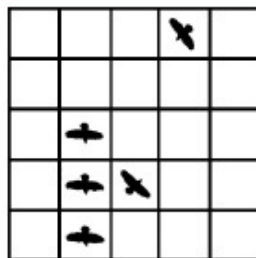
- а) 3 части; б) 24 части; в) 16 частей; г) 6 частей.

Запишите в виде дроби длину одной части проволоки.

В каком случае одна часть проволоки больше 1 метра, а в каком – меньше?

406. В пакете 500 г крупы. Как за два взвешивания на чашечных весах отмерить 150 г крупы, используя гирию массой 100 г?

407. Квадрат, изображенный на рисунке, надо разделить на 5 равных частей по линиям клеток так, чтобы в каждой части было по одной вороне. Перечертите рисунок в тетрадь и выполните задание.



С

408. 1) При каких натуральных значениях n дробь правильная:

- а) $\frac{n+4}{7}$; б) $\frac{n-2}{4}$; в) $\frac{2n+3}{8}$?

2) При каких натуральных значениях n дробь неправильная:

- а) $\frac{10}{n+8}$; б) $\frac{8}{5+n}$; в) $\frac{9-n}{6}$?

409. Запишите в виде неправильной дроби:

- 1) Сколько $\frac{1}{3}$ части содержится в 4 яблоках?
- 2) Сколько $\frac{1}{4}$ части содержится в 7 грушах?
- 3) Сколько $\frac{1}{10}$ части содержится в 3 дынях?

410. При каких натуральных значениях x дроби:

- 1) $\frac{x}{7}$ и $\frac{10}{x}$ – неправильные, а дробь $\frac{8}{x}$ – правильная;
- 2) $\frac{x}{11}$ и $\frac{14}{x}$ – неправильные, а дробь $\frac{12}{x}$ – правильная?

411°. Длина отрезка AD равна 24 см. Длина отрезка CD меньше на 9 см, а длина отрезка AB больше на 6 см, чем длина отрезка AD (рис. 3.10).

- 1) Найдите длину отрезка AB .
- 2) Найдите длину отрезка AC . Какую часть отрезка AB составляет отрезок AC ?
- 3) Найдите длину отрезка DB . Какую часть отрезка AB составляет отрезок DB ?



Рис. 3.10

412. Используя основное свойство дроби, найдите значение x :

- 1) $\frac{4x+1}{11} = \frac{50}{22}$;
- 2) $\frac{39}{57} = \frac{13}{8x-5}$;
- 3) $\frac{72}{60} = \frac{18}{4x+7}$;
- 4) $\frac{5x-6}{9} = \frac{70}{45}$.

413*. Решите задачу рациональным способом.

Половина выловленных рыбаками рыб и еще 3 сазана, половина остатка и еще 5 окуней, половина нового остатка и еще 2 щуки. Остальные 7 рыб – лещи. Сколько сазанов, окуней и щук в отдельности выловили рыбаки?

414. Вынесите общий множитель за скобки и сократите дроби:

1) $\frac{7x + 7y}{21}$;

3) $\frac{9a + 12b}{3}$;

5) $\frac{5x - xy}{x}$;

2) $\frac{8m - 4n}{4m}$;

4) $\frac{45c + 18d}{27d}$;

6) $\frac{6mn - 4m}{2m}$.

Ключевые факты.

1. Если $a < b$, то $\frac{a}{b}$ – правильная дробь.

Пример 1. $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{18}$ – правильные дроби.

2. Если $a \geq b$, то $\frac{a}{b}$ – неправильная дробь.

Пример 2. $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{9}{16}$ – неправильные дроби.

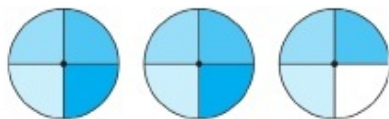
▲ **411.** 2) $AC = \frac{3}{10} AB$; 3) $DB = \frac{1}{5} AB$. **412.** 1) 6; 3) 2.

413. 52 сазана, 28 окуней, 11 щук.

414. 3) $3a + 4b$; 5) $5 - y$; 6) $3n - 2$.



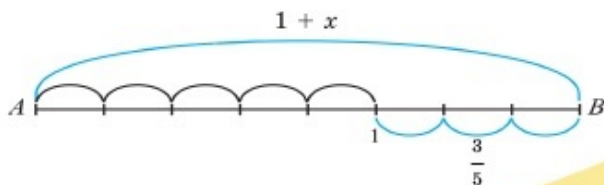
Задание 1. Сколько всего $\frac{1}{4}$ частей круга закрашено на рисунке? Сколько целых кругов и сколько частей круга закрашены на рисунке? Запишите в виде суммы целого и дробного числа.



Задание 2. Длина отрезка AB равна значению выражения $1 + x$.

1) Найдите значение x .

2) Длину отрезка AB запишите в виде суммы целого и дробного числа.



3.4. Смешанные числа



Задача. 7 одинаковых яблок нужно поровну разделить между тремя детьми. Сколько должен получить один ребенок? Как сделать так, чтобы каждый получил свою долю?

Решение. Чтобы разделить 7 яблок на троих, не обязательно разрезать каждое яблоко.

Можно сначала каждому раздать по 2 яблока и одно оставшееся разделить на 3 равные части. Тогда каждый ребенок должен получить по $2 + \frac{1}{3}$ яблока. Сумму $2 + \frac{1}{3}$ принято записывать в виде $2\frac{1}{3}$ без знака сложения.

$2\frac{1}{3}$ читают: «две целых одна третья».

Ответ. $2\frac{1}{3}$ яблока.

Число $2\frac{1}{3}$ называют *смешанным числом*, или *смешанной дробью*, где число 2 – *целая часть* смешанного числа, а число $\frac{1}{3}$ – его *дробная часть*.

Число, состоящее из целой и дробной частей, называют смешанным числом.

Результат деления можно записать так:

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Любую неправильную дробь можно записывать в виде смешанного числа.

I. Запись неправильной дроби в виде смешанного числа.

Чтобы представить неправильную дробь в виде смешанного числа, нужно:

- 1) разделить с остатком числитель на знаменатель;
- 2) в качестве целой части взять неполное частное;
- 3) остаток будет числителем, а делитель – знаменателем дробной части.

Например, $\frac{23}{6} = 3 + \frac{5}{6} = 3\frac{5}{6}$. Пишут: $\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 6 - \text{знаменатель} \\ - 18 & 3 - \text{целая часть} \\ \hline 5 & \text{числитель} \end{array}$$

$$\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}; \quad \frac{43}{8} = 5\frac{3}{8}; \quad \frac{55}{9} = 6\frac{1}{9}.$$

II. Запись смешанного числа в виде неправильной дроби.

Чтобы представить смешанное число в виде неправильной дроби, нужно:

- 1) умножить его целую часть на знаменатель дробной части;
- 2) к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- 3) записать полученную сумму числителем дроби, а знаменатель оставить без изменения.

Например, $5\frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{43}{8}$. Пишут: $5\frac{3}{8} = \frac{43}{8}$.

$$7\frac{1}{4} = \frac{29}{4}; \quad 8\frac{2}{7} = \frac{58}{7}; \quad 12\frac{3}{4} = \frac{51}{4}.$$

III. Натуральное число можно записать в виде смешанного.

Примеры: $9 = 8 + \frac{7}{7} = 8\frac{7}{7}$, или $9 = 8\frac{7}{7}$; $9 = 8 + \frac{5}{5} = 8\frac{5}{5}$, или $9 = 8\frac{5}{5}$.



1. Какое число называется смешанным?
2. Как записать неправильную дробь в виде смешанного числа? Запишите неправильную дробь $\frac{48}{9}$ в виде смешанного числа.
3. Как записать смешанное число в виде неправильной дроби? Запишите смешанное число $7\frac{2}{5}$ в виде неправильной дроби.
4. Как записать натуральное число в виде смешанного? Приведите примеры.

415. Вычислите устно:

1) $300 : 25$	2) $500 - 40$	3) $630 : 21$	4) $220 + 340$
$\cdot 5$	$: 23$	$+90$	$: 80$
$+80$	$\cdot 9$	-66	$\cdot 70$
-48	$+75$	$\cdot 9$	-160
$: 4$	-65	$: 2$	$+120$
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
?	?	?	?

416. Прочитайте дроби:

$$2\frac{3}{5}; 1\frac{4}{9}; 3\frac{5}{7}; 9\frac{1}{3}; 14\frac{3}{8}; 7\frac{19}{100}; 8\frac{3}{10}.$$

▲

417. Запишите с помощью цифр смешанные числа: 1) шесть целых четыре пятых; 2) восемь целых три седьмых; 3) десять целых пять восьмых; 4) сто целых пять девяносто вторых.

418. 1) Запишите неправильную дробь в виде смешанного числа:

$$\frac{9}{4}; \frac{5}{2}; \frac{14}{9}; \frac{27}{10}; \frac{17}{5}; \frac{32}{15}; \frac{43}{20}; \frac{127}{30}.$$

2) Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

$$2\frac{1}{3}; 4\frac{1}{2}; 3\frac{5}{8}; 5\frac{2}{9}; 6\frac{1}{5}; 7\frac{2}{3}; 9\frac{3}{4}; 12\frac{1}{6}.$$

419. Числа 2, 4, 9, 10 и 26 запишите в виде смешанного числа со знаменателем 7.

Например. Запишем число 8 в виде смешанного числа со знаменателем 3.

$$8 = 7 + \frac{3}{3} = 7\frac{3}{3}.$$

420. 1) Собака за 4 секунды пробегает расстояние, равное 47 м. Найдите скорость собаки и напишите ее в виде смешанного числа.

2) Теплоход «Комета» за 5 часов проходит 206 км. Запишите скорость теплохода в виде смешанного числа.

421°. Алишер от дома до дачи и обратно ехал на велосипеде. На эту поездку у него ушло 30 мин. Если же он из дома на дачу поедет на велосипеде, а обратно вернется пешком, ему понадобится

1 ч. Сколько времени ему понадобится, если он от дома до дачи и обратно будет идти пешком?

В

422. Запишите неправильные дроби в виде смешанного числа, предварительно сократив их:

$$\frac{12}{8}; \frac{20}{16}; \frac{35}{25}; \frac{46}{32}; \frac{56}{12}; \frac{105}{45}; \frac{90}{65}.$$

423. Запишите натуральное число в виде смешанного. Заполните таблицу.

Натуральное число		5	6	10	15	18
Смешанное число	со знаменателем 3					
	со знаменателем 7					

424. Запишите деление с остатком в виде равенства неправильной дроби и смешанного числа:

1) $13 : 5 = 2$ (ост. 3); 3) $39 : 4 = 9$ (ост. 3); 5) $72 : 5 = 14$ (ост. 2);
2) $29 : 3 = 9$ (ост. 2); 4) $54 : 13 = 4$ (ост. 2); 6) $83 : 6 = 13$ (ост. 5).

Образец: $17 : 5 = 3$ (ост. 2); $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$.

425. Выразите:

а) в килограммах: 1) 1 кг 500 г; 2) 3 кг 200 г; 3) 6 кг 400 г;

б) в метрах: 1) 1 м 6 дм; 2) 4 м 30 см; 3) 1 м 20 см;

в) в часах: 1) 1 ч 15 мин; 2) 3 ч 45 мин; 3) 7 ч 12 мин.

Ответы запишите в виде смешанного числа.

426. В результате деления числа x на 7 получилось $3\frac{2}{7}$. Найдите x .

427. Заполните пустые клетки:

1) $\frac{17}{5} = 3\frac{\square}{5}$; $\frac{20}{7} = \square\frac{6}{7}$; $\frac{43}{10} = 4\frac{\square}{10}$; $\frac{60}{11} = \square\frac{5}{11}$;

2) $1\frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$; $3\frac{3}{4} = \frac{\square}{4}$; $5\frac{3}{10} = \frac{\square}{10}$; $9\frac{1}{5} = \frac{\square}{5}$.

428. Способом перебора пар делителей числа найдите корень уравнения:

$$x(7 + x) = 18; \quad x(x - 3) = 28; \quad x(x + 1) = 42.$$

429. 1) Периметр квадрата равен 35 см. Напишите длину его стороны в виде смешанного числа.
 2) Площадь прямоугольника 23 см², длина его равна 6 см. Напишите ширину прямоугольника в виде смешанного числа.

С

430. Запишите смешанное число:

1) $5\frac{1}{4}$ со знаменателем 8, 12, 28;

2) $8\frac{1}{7}$ со знаменателем 21, 35, 49.

Образец: Запишем смешанное число $9\frac{2}{3}$ со знаменателем 15.

$$9\frac{2}{3} = 9 + \frac{2}{3} = 9 \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = 9\frac{10}{15}; \quad 9\frac{2}{3} = 9\frac{10}{15}.$$

431. 1) Сколько $\frac{1}{8}$ долей содержится в смешанном числе $9\frac{1}{8}$?

2) Сколько $\frac{1}{11}$ долей содержится в смешанном числе $5\frac{8}{11}$?

432*. В одном пакете $\frac{1}{8}$ кг лекарственных трав. Сколько понадобится пакетов, чтобы разложить $7\frac{1}{2}$ кг лекарственных трав?

433. Расстояние между двумя соседними телеграфными столбами равно $\frac{1}{20}$ км. Сколько телеграфных столбов расположено на расстоянии $9\frac{1}{2}$ км?

434. Запишите дробь в виде частного, решите уравнение:

1) $\frac{3b + 28}{25} = 4;$

3) $\frac{16a - 24}{6} = 12;$

2) $\frac{3a}{4} = 15;$

4) $\frac{29b + 172}{3} = 5^3.$

435. Вычислите: 1) $(1845 : 15 + (873 - 689) \cdot 12) : 21 - 109;$

2) $((58 - 506 : 23) \cdot (101 \cdot 27 - 2685) + 1748) : 163.$

- 436.** 26 л сока разлили в 2-литровые и 3-литровые банки. Всего получилось 11 банок. Во сколько 2-литровых банок разлили сок?

Ключевые факты.

1. Смешанное число – это сумма натурального числа и правильной дроби, записанная без знака «+».

Пример 1. Вместо $7 + \frac{2}{5}$ пишут $7\frac{2}{5}$ (читают: семь целых две пятых).

Число $7\frac{2}{5}$ называют смешанным числом, где 7 – целая часть, а $\frac{2}{5}$ – дробная часть.

2. Чтобы записать неправильную дробь в виде смешанного числа, надо разделить с остатком числитель дроби на ее знаменатель. Неполное частное записать целой частью смешанного числа, а остаток – числителем его дробной части. Знаменатель оставить без изменения.

Пример 2. $32 : 9 = 3$ (ост. 5), значит $\frac{32}{9} = 3\frac{5}{9}$.

3. Чтобы записать смешанное число в виде неправильной дроби, нужно знаменатель умножить на целую часть и прибавить числитель дробной части. Полученную сумму записать числителем, а знаменатель оставить без изменения.

Пример 3. $9\frac{1}{3} = \frac{9 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{28}{3}$, значит $9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$.

- ▲ 432.** 60 пакетов. **433.** 191 телеграфный столб. **434.** 1) 24; 3) 6.
435. 1) 2; 2) 20. **436.** В 7 двухлитровых банок.



- Начертите координатный луч. Обозначьте точку O – начало отсчета. Выберите единичный отрезок длиной 10 см.
- Единичный отрезок разделите на 10 равных частей.
- На координатном луче отметьте точки, соответствующие дробям $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$. Обозначьте их буквами A , B и C . $A\left(\frac{1}{10}\right)$; $B\left(\frac{3}{10}\right)$; $C\left(\frac{7}{10}\right)$.

3.5. Изображение обыкновенных дробей и смешанных чисел на координатном луче

На координатном луче можно изобразить любую дробь $\frac{a}{b}$. Для этого надо $\frac{1}{b}$ часть единичного отрезка отложить a раз на координатном луче от точки O .

Чтобы изобразить обыкновенную дробь на координатном луче, нужно:

1) разделить единичный отрезок на равное количество частей, соответствующих числу, стоящему в знаменателе дроби;

2) от начала отсчета отложить количество равных частей, соответствующих числу, стоящему в числителе дроби.

1. Изображение обыкновенных дробей на координатном луче.

? Пользуясь приведенным выше алгоритмом, попробуйте изобразить на координатном луче дробь $\frac{5}{9}$.

Подсказка.

1. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным 9 клеткам тетради. На правом конце единичного отрезка запишите число 1.

2. Разделите единичный отрезок на столько равных частей, сколько дано на знаменателе дроби.

3. От начала отсчета отложите столько равных частей, сколько дано в числителе дроби, и их правый конец обозначьте буквой A . Так вы получите на координатном луче точку A , которая соответствует дроби $\frac{5}{9}$.

Проверьте себя.

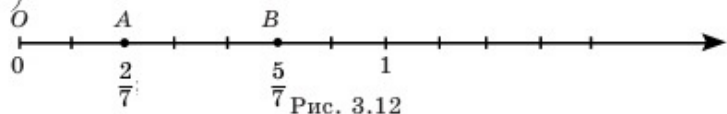
На рисунке 3.11 изображен координатный луч, где дробь $\frac{5}{9}$ изображена точкой A . $A\left(\frac{5}{9}\right)$.



Рис. 3.11

Пример 1. Найдем на координатном луче точки, соответствующие дробям $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{7}$.

Чтобы изобразить на координатном луче дроби $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{7}$, нужно разделить единичный отрезок на 7 равных частей. Отсчитать 2 и 5 таких частей от начала отсчета (точки O). Получим на координатном луче точки A и B , соответствующие дробям $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{7}$ (рис. 3.12). $A\left(\frac{2}{7}\right)$; $B\left(\frac{5}{7}\right)$.



II. Изображение смешанных чисел на координатном луче.

Пример 2. Найдем на координатном луче точку, соответствующую смешанному числу $2\frac{3}{4}$.

Чтобы изобразить на координатном луче смешанное число $2\frac{3}{4}$, нужно от начала отсчета отложить два раза единичный отрезок (рис. 3.13). Затем следующий единичный отрезок надо разделить на 4 равные части и отсчитать 3 такие части вправо от числа 2.

Так мы получим на координатном луче точку C , которая соответствует смешанному числу $2\frac{3}{4}$. $C\left(2\frac{3}{4}\right)$.

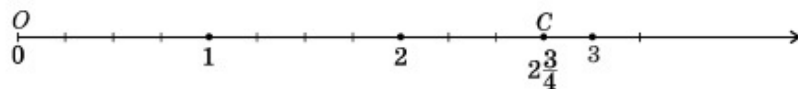


Рис. 3.13

Таким же образом построим точки A , B и C , которые являются изображениями смешанных чисел $1\frac{1}{3}$; $1\frac{5}{6}$ и $2\frac{1}{2}$ (рис. 3.14). $A\left(1\frac{1}{3}\right)$; $B\left(1\frac{5}{6}\right)$ и $C\left(2\frac{1}{2}\right)$.

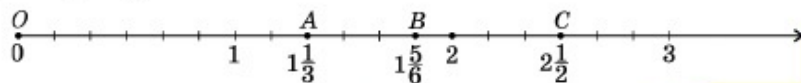


Рис. 3.14



1. Как изобразить на координатном луче обыкновенную дробь? Например, дробь $\frac{2}{3}$?
2. Как изобразить на координатном луче смешанное число? Например, смешанное число $4\frac{1}{5}$?

А

437. Какие числа соответствуют точкам A , B , C и D на координатном луче (рис. 3.15)? Запишите точки A , B , C и D с координатами.

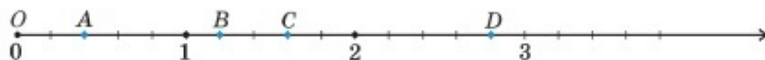


Рис. 3.15

438. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите длину 5 клеток тетради. Отметьте на координатном луче точки, изображающие дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{5}$; $1\frac{3}{5}$; $2\frac{4}{5}$; $3\frac{2}{5}$.

439. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите отрезок длиной 4 см. Отметьте на нем точки: $A\left(\frac{1}{2}\right)$, $B\left(1\frac{1}{4}\right)$, $C\left(1\frac{3}{4}\right)$, $D(2)$, $E\left(2\frac{1}{2}\right)$.

440. Запишите координаты точек E , F , M , N (рис. 3.16).



Рис. 3.16

441. Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 8 см. Разделите единичный отрезок на 2 равные части, затем еще раз разделите каждую из частей на 2 равные части. Напишите координаты точек, соответствующих каждой из полученных частей.
442. Рабочие заасфальтировали дорогу за 12 дней. Какую часть дороги заасфальтировали за 5, 7 и 10 дней? Отметьте их на координатном луче точками A , B и C .
443. Увидев лису, волк бросился догонять ее (рис. 3.17).
- 1) Отметьте буквой положение волка и запишите его координату.

- 2) Отметьте буквой положение лисы и запишите ее координату.
 3) Чему равно расстояние между лисой и волком? Ответ запишите дробью.

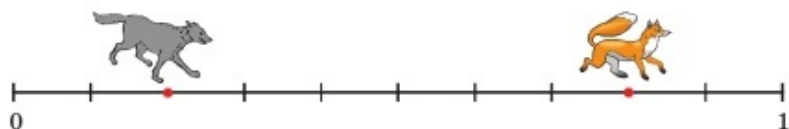


Рис. 3.17

В

444. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите отрезок длиной 6 см. Отметьте на координатном луче точки, которые соответствуют дробям: $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{6}$; $1\frac{1}{2}$.
445. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите 20 клеток тетради. Отметьте на нем точки с координатами: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{4}{10}$. Какие числа изображаются одной и той же точкой?
446. Начертите в тетради координатный луч, изображенный на рисунке 3.18. Отметьте на нем точки $A\left(\frac{2}{3}\right)$, $B\left(1\frac{1}{3}\right)$ и $C\left(1\frac{2}{3}\right)$.

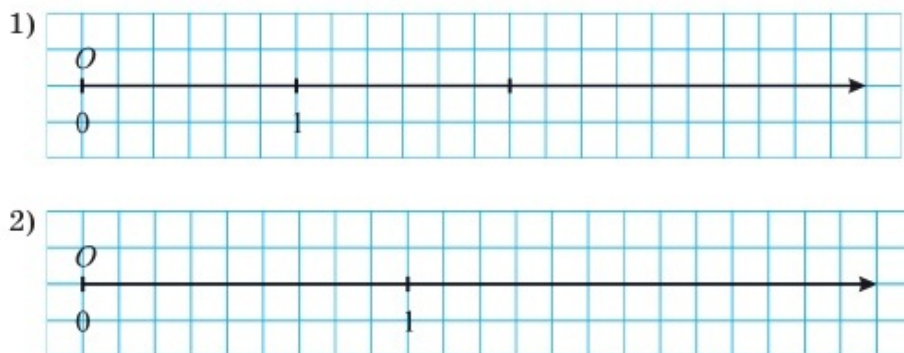


Рис. 3.18

447. Начертите координатный луч, за единичный отрезок примите отрезок длиной 1 см. Отметьте на нем:
- 1) точку $A(6)$. Отложите от нее отрезки, равные 2 единичным отрезкам. Запишите координаты полученных точек. Сколько точек получилось?
 - 2) точки $A(2)$ и $B(8)$. Найдите точку C , являющуюся серединой отрезка AB . Запишите точку C с координатой.

448. Как отрезать от ленты длиной 1 м 20 см кусок длиной 45 см, не пользуясь линейкой?

449. Рассмотрите рисунок 3.19. Какая дробь на координатном луче соответствует подструнной подставке домбры (точке A), какая – грифу домбры (точке B), какая – начальной точке головки (точке C)? Напишите точки A , B и C с координатами.

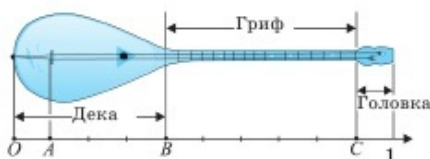


Рис. 3.19

С

450. Точка A расположена на координатном луче между числами 2 и 3. Она лежит правее на 4 части от числа 2 и левее на 5 частей от числа 3. Какую дробь изображает точка A ?
451. На координатной прямой отмечены точки A и B (рис. 3.20).
- Запишите координаты этих точек.

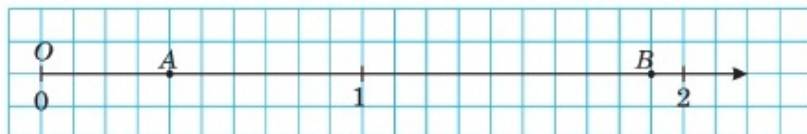


Рис. 3.20

- Найдите координаты точек C и D , делящих отрезок AB на три равные части.
452. Перечертите рисунок 3.21 в тетрадь. Найдите длину единичного отрезка координатного луча.

На координатном луче отметьте точки $A(\frac{5}{6})$, $B(1\frac{1}{2})$, $C(2\frac{1}{6})$, $D(2\frac{2}{3})$.



Рис. 3.21

453. Точка C , изображенная на координатном луче (рис. 3.22), равноудалена от точек A и B . Найдите координату точки B и отметьте ее.

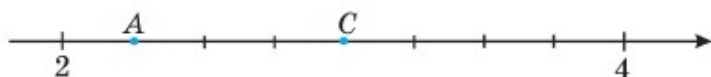


Рис. 3.22

454*. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$ (рис. 3.23).

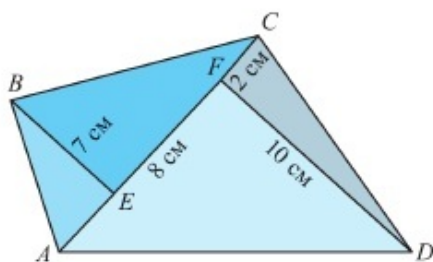


Рис. 3.23

455. Поезд длиной 320 м со скоростью 54 км/ч и поезд длиной 275 м со скоростью 72 км/ч движутся навстречу друг другу по параллельно расположенным путям. Через сколько секунд после встречи машинистов этих поездов встретятся бригады последних вагонов?

456. Запишите дробь в виде частного и решите уравнение:

$$1) \frac{7x + 139}{13} = 15;$$

$$3) \frac{413 - x}{12} + 27 = 60;$$

$$2) 5 + \frac{294}{x + 8} = 26;$$

$$4) 41 - \frac{216 - 3x}{34} = 35.$$

457. Начертите в тетради координатный луч, изображенный на рисунке 3.24.

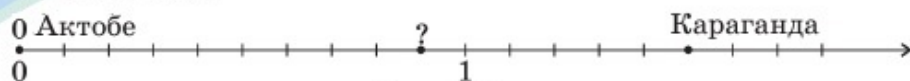


Рис. 3.24

Начало отсчета координатного луча соответствует положению города Актобе.

1. Используя географическую карту, найдите название города, положению которого соответствует отмеченная на координатном луче точка.
2. Запишите координаты городов, отмеченные точками.

Ключевые факты.

1. Чтобы изобразить дробь $\frac{a}{b}$ (где $a < b$) на координатном луче, надо разделить единичный отрезок на b равных частей и из них от начала отсчета отложить a частей.

Пример 1. Изобразим на координатном луче дробь $\frac{5}{8}$.

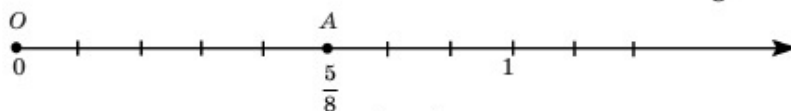


Рис. 1

На рисунке 1 точкой A изображена дробь $\frac{5}{8}$: $A\left(\frac{5}{8}\right)$.

2. Чтобы изобразить на координатном луче смешанное число, надо от начала отсчета отложить столько единиц, сколько их имеется в его целой части, и присоединить изображение дробной части.

Пример 2. Изобразим на координатном луче смешанное число $3\frac{2}{5}$.

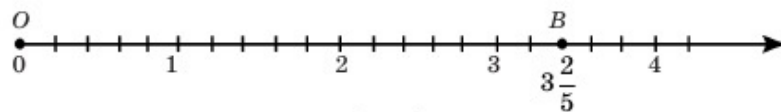


Рис. 2

На рисунке 2 точкой B изображено смешанное число $3\frac{2}{5}$. $B\left(3\frac{2}{5}\right)$.

- ▲ 443. 3) $\frac{3}{5}$ единичного отрезка. 447. 2) С (5). 450. А $\left(2\frac{4}{9}\right)$.
 451. С $\left(\frac{9}{10}\right)$; D $\left(1\frac{2}{5}\right)$. 454. 85 см². 455. Через 17 с.
 456. 1) 8; 2) 6.



Используя основное свойство дроби, заполните пропущенные места (\square , Δ). Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{1}{6}$ и $\frac{4}{9}$, $\frac{1 \cdot \square}{6 \cdot \square}$ и $\frac{4 \cdot \Delta}{9 \cdot \Delta}$, где $6 \cdot \square = 9 \cdot \Delta$;

2) $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{10}$; $\frac{3 \cdot \square}{4 \cdot \square}$; $\frac{7 \cdot \Delta}{10 \cdot \Delta}$, где $4 \cdot \square = 10 \cdot \Delta$.

3.6. Приведение обыкновенных дробей и смешанных чисел к наименьшему общему знаменателю

Используя основное свойство дроби, приведем дробь $\frac{3}{7}$ к новому знаменателю 14. Для этого и числитель, и знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ умножим на число 2, так как $14 : 7 = 2$. Получим:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}.$$

Число 2 называют дополнительным множителем дроби $\frac{3}{7}$.

Число, на которое надо умножить числитель и знаменатель дроби, чтобы получить новый знаменатель, называют *дополнительным множителем*.

Чтобы найти дополнительный множитель дроби, надо общий (новый) знаменатель разделить на знаменатель данной дроби.

Дополнительный множитель можно записать над соответствующим числителем.

$$\frac{3}{7} \overset{2}{=} \frac{6}{14}.$$

Дробь можно привести к любому знаменателю, кратному знаменателю данной дроби.

Любые две дроби можно привести к одному и тому же знаменателю, или иначе, к общему знаменателю. Обычно дроби приводят к *наименьшему общему знаменателю*. Он равен наименьшему общему кратному знаменателей данных дробей.

Например, приведем дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{2}{3}$ к наименьшему общему знаменателю.

НОК (4, 3) = 12. Значит, наименьшим общим знаменателем дробей $\frac{1}{4}$ и $\frac{2}{3}$ является число 12.

$$\frac{1^{\cdot 3}}{4} = \frac{3}{12}; \quad \text{и} \quad \frac{2^{\cdot 4}}{3} = \frac{8}{12};$$

Наименьшим общим знаменателем данных несократимых дробей является наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей.

I. Приведение обыкновенных дробей к наименьшему общему знаменателю.

? **Задание.** Приведите дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{8}$ к наименьшему общему знаменателю.

Подсказка.

1. Найдите наименьшее общее кратное знаменателей 6 и 8. НОК (6, 8) = ?

2. Найдите дополнительный множитель для каждой дроби.

3. Умножьте числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительный множитель.

Проверьте себя.

1. НОК (6, 8) = 24;

2. $24 : 6 = 4$ – это дополнительный множитель дроби $\frac{5}{6}$;

$24 : 8 = 3$ – это дополнительный множитель дроби $\frac{1}{8}$.

3. $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$; $\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{3}{24}$, или $\frac{5^{\cdot 4}}{6} = \frac{20}{24}$ и $\frac{1^{\cdot 3}}{8} = \frac{3}{24}$.

Дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{8}$ приведены к наименьшему общему знаменателю, то есть преобразованы в дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{20}{24} \quad \text{и} \quad \frac{3}{24}.$$

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей, оно и будет их наименьшим общим знаменателем;
- 2) найти дополнительный множитель для каждой дроби;
- 3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.

II. Приведение смешанных чисел к наименьшему общему знаменателю.

Например, приведем смешанные числа $2\frac{5}{12}$ и $1\frac{7}{9}$ к наименьшему общему знаменателю.

Решение. Приведем к наименьшему общему знаменателю дробные части смешанных чисел.

НОК (9, 12) = 36. Дополнительные множители: $36 : 9 = 4$, $36 : 12 = 3$.

$$1\frac{7}{9} = 1\frac{28}{36}; \quad 2\frac{5}{12} = 2\frac{15}{36}.$$

Задача. Приведите дроби $\frac{4}{21}$ и $\frac{7}{30}$ к наименьшему общему знаменателю.

Решение (образец): 1) $21 = 3 \cdot 7$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$;

$$\text{НОК}(21, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210;$$

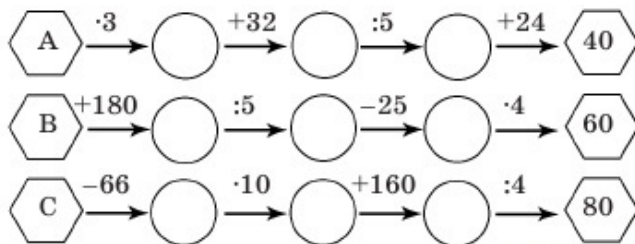
$$2) 210 : 21 = 10; \quad 210 : 30 = 7;$$

$$3) \frac{4}{21} = \frac{40}{210}; \quad \frac{7}{30} = \frac{49}{210}.$$



1. Какое число может быть наименьшим общим знаменателем данных дробей?
2. Какое число называют дополнительным множителем?
3. Как найти дополнительный множитель?
4. Как привести дроби к наименьшему общему знаменателю?

458. Вычислите устно. Восстановите цепочку чисел способом «обратных вычислений»:



А

Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю (459–461).

459. 1) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{11}$; 5) $\frac{9}{13}$ и $\frac{4}{5}$; 7) $\frac{2}{15}$ и $\frac{1}{3}$;

2) $\frac{6}{11}$ и $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{7}{18}$ и $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{5}{7}$ и $\frac{3}{4}$; 8) $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{4}$.

460. 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{5}$, $\frac{11}{20}$ и $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{15}$ и $\frac{4}{5}$;

2) $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{9}{28}$; 4) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ и $\frac{3}{16}$; 6) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{9}$ и $\frac{5}{6}$.

461. 1) $\frac{7}{20}$ и $\frac{5}{12}$; 3) $\frac{3}{16}$ и $\frac{7}{12}$; 5) $\frac{1}{12}$ и $\frac{2}{9}$; 7) $\frac{8}{15}$ и $\frac{5}{12}$;

2) $\frac{11}{24}$ и $\frac{1}{30}$; 4) $\frac{11}{18}$ и $\frac{7}{12}$; 6) $\frac{4}{21}$ и $\frac{13}{28}$; 8) $\frac{7}{30}$ и $\frac{1}{12}$.

462. Вместо звездочки вставьте соответствующие числа. Какие дроби приведены к общему знаменателю:

1) $\frac{2}{*} = \frac{14}{21}$ и $\frac{5}{*} = \frac{15}{21}$; 3) $\frac{2}{*} = \frac{34}{51}$ и $\frac{8}{*} = \frac{24}{51}$;

2) $\frac{4}{*} = \frac{52}{65}$ и $\frac{7}{*} = \frac{35}{65}$; 4) $\frac{10}{*} = \frac{70}{133}$ и $\frac{3}{*} = \frac{57}{133}$?

463. Приведите смешанные числа к наименьшему общему знаменателю:

1) $2\frac{1}{6}$ и $3\frac{1}{9}$; 3) $4\frac{2}{7}$ и $5\frac{4}{21}$; 5) $1\frac{3}{11}$ и $2\frac{1}{2}$; 7) $2\frac{8}{15}$ и $1\frac{5}{12}$;

2) $1\frac{3}{4}$ и $3\frac{5}{12}$; 4) $1\frac{7}{20}$ и $2\frac{3}{50}$; 6) $6\frac{7}{100}$ и $4\frac{9}{10}$; 8) $3\frac{1}{18}$ и $2\frac{4}{15}$.

464. Представьте натуральное число в виде дроби с тем же знаменателем, что и данная дробь:

1) 7 и $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{3}{7}$ и 4; 5) 15 и $\frac{3}{10}$; 7) 9 и $\frac{5}{12}$;

2) 9 и $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{9}{10}$ и 8 ; 6) 20 и $\frac{3}{8}$. 8) $\frac{7}{11}$ и 3 .

Образец: 4 и $\frac{5}{6}$; $\frac{24}{6}$ и $\frac{5}{6}$.

465. Скорость теплохода по течению реки равна 35 км/ч, а против течения – 29 км/ч.

▲ Найдите скорость течения реки.

▲ Найдите собственную скорость теплохода.

В

466. Сократите дроби и приведите их к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{18}{30}$ и $\frac{15}{18}$; 3) $\frac{49}{105}$ и $\frac{27}{36}$; 5) $\frac{10}{20}$, $\frac{8}{24}$ и $\frac{9}{45}$;

2) $\frac{28}{40}$ и $\frac{10}{45}$; 4) $\frac{60}{90}$ и $\frac{15}{50}$; 6) $\frac{22}{44}$, $\frac{24}{30}$ и $\frac{27}{36}$.

467. Представьте натуральное число в виде смешанного числа с тем же знаменателем, что и данное смешанное число:

1) 7 и $2\frac{1}{3}$; 3) $5\frac{3}{8}$ и 9 ; 5) 10 и $1\frac{5}{99}$; 7) 8 и $3\frac{1}{4}$;

2) 4 и $5\frac{3}{8}$; 4) $6\frac{7}{12}$ и 11 ; 6) 9 и $13\frac{1}{5}$; 8) 5 и $6\frac{5}{9}$.

Образец: 12 и $3\frac{5}{9}$; $11\frac{9}{9}$ и $3\frac{5}{9}$.

468. 1) Смешанное число $3\frac{2}{7}$ замените равным ему смешанным числом со знаменателем: а) 21 ; б) 49 ; в) 56 ; г) 63 .

2) Смешанное число $4\frac{5}{9}$ замените равным ему смешанным числом со знаменателем: а) 18 ; б) 36 ; в) 45 ; г) 54 .

469. Приведите смешанные числа:

1) $7\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{6}$, $3\frac{4}{9}$ – к знаменателю 18 ;

2) $9\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{3}$, $6\frac{3}{4}$, $8\frac{5}{6}$ – к знаменателю 12 ;

3) $12\frac{2}{3}$, $7\frac{3}{5}$, $6\frac{4}{9}$, $4\frac{2}{15}$ – к знаменателю 45 .

470. Мадина принесла в комнату для отдыха 8 ваз со цветами. Вдоль каждой стены она поставила по 3 вазы. Как ей это удалось?

471^o. Старинная задача. Отец оставил трем сыновьям в наследство 2 дома и наказал разделить их поровну. Старший и средний сыновья взяли каждый по дому и дали младшему по 500 динаров каждый. Сколько динаров стоит каждый дом?

- А. 2000 динаров; С. 1800 динаров;
В. 1500 динаров; D. 1200 динаров.

С

472. Приведите к новому знаменателю и найдите:

1) Сколько в $\frac{1}{3}$ содержится: а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{12}$; г) $\frac{1}{15}$?

2) Сколько в $\frac{3}{4}$ содержится: а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{12}$; в) $\frac{1}{16}$; г) $\frac{1}{20}$?

473. Приведите смешанные числа к наименьшему общему знаменателю:

1) $2\frac{5}{9}$ и $3\frac{1}{12}$; 3) $1\frac{1}{15}$, $3\frac{5}{24}$ и $2\frac{3}{40}$;

2) $1\frac{5}{8}$ и $4\frac{3}{125}$; 4) $9\frac{13}{24}$, $2\frac{5}{8}$ и $3\frac{1}{6}$.

474. Приведите к новому знаменателю:

1) $7\frac{1}{2}$; $9\frac{2}{5}$; $3\frac{4}{5}$ – к знаменателю 10;

2) $6\frac{3}{4}$; $5\frac{9}{20}$; $8\frac{6}{25}$; $1\frac{3}{50}$ – к знаменателю 100;

3) $2\frac{5}{8}$; $3\frac{7}{125}$; $6\frac{11}{125}$; $4\frac{123}{500}$ – к знаменателю 1000.

475*. Приведите дробь к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{3-b}{a^2}$ и $\frac{b}{a}$; 2) $\frac{4a+5}{bc}$ и $\frac{2a}{cd}$; 3) $\frac{b+7}{2a}$ и $\frac{9-b}{3a}$.

476. Для нумерации страниц сборника сказок потребовалось 349 цифр. Сколько страниц в этом сборнике, если нумерация страниц началась с его третьей страницы (с цифры 3)?

А. 172 страницы;

В. 153 страницы;

С. 185 страниц;

D. 162 страницы.

477. Решите уравнение:

$$1) \frac{192 : (5x - 3) - 7}{9} = \frac{10\,005}{10\,005}; \quad 2) \frac{(7x + 16) : 11 + 8}{12} = \frac{19\,991}{19\,991}.$$

Ключевые факты.

Любые две дроби можно привести к одному и тому же знаменателю, или иначе, – к общему знаменателю.

Обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю.

Приведение обыкновенных дробей и смешанных чисел к наименьшему общему знаменателю.

Пример 1. Приведем дроби $\frac{7}{12}$ и $\frac{2}{15}$ к наименьшему общему знаменателю.

$$1. \text{НОК}(12, 15) = 60.$$

1) Найдем наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей. Это и есть наименьший общий знаменатель данных дробей.

$$2. 60 : 12 = 5; \\ 60 : 15 = 4.$$

2) Разделив наименьший общий знаменатель на знаменатель данных дробей, найдем для каждой дроби дополнительный множитель.

$$3. \frac{7^{15}}{12} = \frac{35}{60};$$

$$\frac{2^{14}}{15} = \frac{8}{60}.$$

3) Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.

Данные дроби $\frac{7}{12}$ и $\frac{2}{15}$ приведены к наименьшему общему знаменателю. Получили дроби $\frac{35}{60}$ и $\frac{8}{60}$.

Если даны смешанные числа, то к наименьшему общему знаменателю приведем их дробные части.

Пример 2. Приведем смешанные числа $4\frac{5}{18}$ и $6\frac{1}{12}$ к наименьшему общему знаменателю.

$$\text{НОК}(18,12) = 36.$$

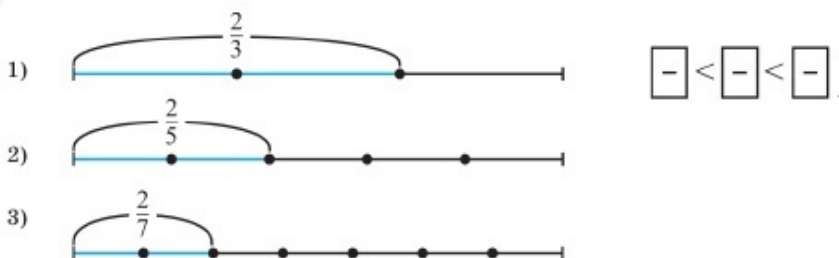
$$36 : 18 = 2;$$

$$36 : 12 = 3.$$

$$4\frac{5}{18} = 4\frac{10}{36} \text{ и } 6\frac{1}{12} = 6\frac{3}{36}.$$



На рисунке изображены отрезки одинаковой длины. В первом случае закрашено $\frac{2}{3}$ отрезка, во втором – $\frac{2}{5}$ отрезка, а в третьем случае – $\frac{2}{7}$ отрезка.



Сравните дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{7}$, соответствующие длинам закрашенных частей отрезков. Какая дробь соответствует большей закрашенной части отрезка? Какая дробь соответствует меньшей закрашенной части отрезка? Запишите дроби в порядке возрастания.

3.7. Сравнение обыкновенных дробей. Сравнение смешанных чисел

Обыкновенные дроби можно сравнивать так же, как и натуральные числа.

1. Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями.

Задача. Используя рисунок 3.25, сравните дроби $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{8}$.

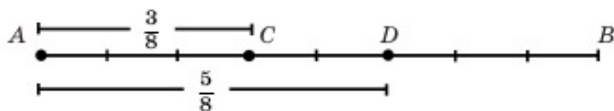


Рис. 3.25

Длину отрезка AB примите за 1.

1. Запишите длины отрезков AD и AC .
2. Сравните длины отрезков AD и AC .
3. Подумайте, какая из двух дробей с равными знаменателями больше, а какая меньше. Почему? Запишите в виде неравенства.

Сделайте вывод о том, как сравниваются дроби с одинаковыми знаменателями.

Проверьте себя.

1. $AD = \frac{5}{8}$; $AC = \frac{3}{8}$.

2. Длина отрезка AD больше длины отрезка AC , значит, дробь $\frac{5}{8}$ больше дроби $\frac{3}{8}$. Пишут: $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями та дробь больше, у которой больше числитель, и меньше та, у которой меньше числитель.

Изобразим на координатном луче дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$.

На координатном луче (рис. 3.26) точка $A\left(\frac{3}{8}\right)$ лежит слева от точки $B\left(\frac{5}{8}\right)$.



Рис. 3.26

На координатном луче меньшая дробь изображается левее большей дроби, а большая дробь изображается правее меньшей дроби.

Примеры: $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$; $\frac{4}{9} < \frac{7}{9}$; $\frac{3}{10} > \frac{1}{10}$.

II. Сравнение дробей с одинаковыми числителями.

Пример 1. Сравните дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$.

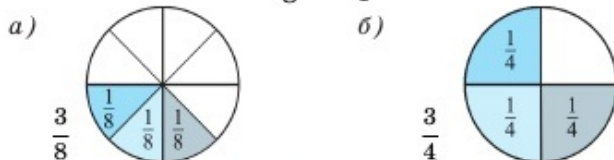


Рис. 3.27

На рисунке 3.27а закрашено $\frac{3}{8}$ круга, а на рисунке 3.27б – $\frac{3}{4}$ круга.

Так как одна часть круга при его делении на 8 равных частей меньше одной части круга при его делении на 4 равные части, то

$$\frac{3}{8} < \frac{3}{4}.$$

Из двух дробей с одинаковыми числителями та дробь больше, у которой знаменатель меньше, и меньше та, у которой знаменатель больше.

Примеры: $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$; $\frac{4}{9} < \frac{4}{5}$; $\frac{7}{10} > \frac{7}{12}$.

III. Сравнение дробей с разными числителями и знаменателями.

Пример 2. Сравним дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$.

Сравниваемые дроби сначала приведем к наименьшему общему знаменателю и затем сравним как дроби с одинаковыми знаменателями.

НОК (6, 8) = 24. $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$; $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$. Так как $\frac{20}{24} > \frac{9}{24}$, то $\frac{5}{6} > \frac{3}{8}$.

Правило сравнения дробей можно привести к общему виду:

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, если $ad = bc$, например, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, так как $2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$;

2) $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, если $ad > bc$, например, $\frac{3}{7} > \frac{2}{9}$, так как $3 \cdot 9 > 7 \cdot 2$;

3) $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, если $ad < bc$, например, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$, так как $3 \cdot 6 < 4 \cdot 5$.

Если произведение числителя первой дроби на знаменатель второй больше (меньше) произведения знаменателя первой дроби на числитель второй, то первая дробь больше (меньше).

IV. Сравнение смешанных чисел.

Пример 3. Сравним смешанные числа $2\frac{5}{7}$ и $3\frac{1}{7}$.

Сравниваем целую часть смешанных чисел.

Так как $2 < 3$, то $2\frac{5}{7} < 3\frac{1}{7}$.

Из двух смешанных чисел то больше, у которого целая часть больше.

Если целые части смешанных чисел равны, то сравниваются их дробные части.

Пример 4. $2\frac{5}{7} > 2\frac{1}{3}$, так как $\frac{5}{7} > \frac{1}{3}$.

Из двух смешанных чисел с одинаковыми целыми частями то больше, у которого дробная часть больше.



1. Какая из дробей с одинаковыми знаменателями больше?
2. Какая из дробей с одинаковыми числителями больше? Какая меньше?
3. Как сравниваются дроби с разными знаменателями?
4. Объясните сравнение смешанных чисел.

478. Даны дроби $\frac{2}{4}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{9}{12}$. Найдите дроби, которые равны (устно):

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{4}$.

A

479. Сравните дроби и запишите результат с помощью знаков $>$ или $<$:

- 1) $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{7}$; 7) $\frac{11}{27}$ и $\frac{8}{27}$;
 2) $\frac{2}{7}$ и $\frac{5}{7}$; 4) $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{8}$; 6) $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{5}$; 8) $\frac{9}{14}$ и $\frac{9}{11}$.

480. 1) Запишите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{9}{10}, \frac{9}{8}, \frac{9}{7}, \frac{9}{13}, \frac{9}{2}, \frac{9}{11}, \frac{9}{9}.$$

2) Запишите дроби в порядке убывания:

$$\frac{11}{15}, \frac{14}{15}, \frac{2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{4}{15}, \frac{1}{15}, \frac{8}{15}.$$

481. Сравните смешанные числа, запишите результат с помощью знаков $<$ или $>$:

- 1) $1\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{4}$; 3) $3\frac{5}{8}$ и $4\frac{5}{8}$; 5) $2\frac{9}{11}$ и $2\frac{9}{10}$;
 2) $2\frac{5}{8}$ и $2\frac{1}{8}$; 4) $7\frac{1}{9}$ и $6\frac{5}{9}$; 6) $5\frac{3}{4}$ и $5\frac{1}{4}$.

482. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю и сравните их:

1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$; 3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$.

483. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным

6 см. Отметьте на координатном луче точки: $A\left(\frac{5}{6}\right)$; $B\left(1\frac{2}{3}\right)$;
 $C\left(\frac{1}{2}\right)$; $D\left(1\frac{1}{6}\right)$.

Какая из этих точек расположена левее всех на луче, а какая – правее? Сравните координаты этих точек.

484. Первый принтер за 5 мин распечатывает 41 страницу, второй принтер за 3 мин – 28 страниц. У какого принтера производительность работы больше?



В

485. Не приводя дроби к общему знаменателю, сравните их. Замените звездочку знаком $<$ или $>$:

1) $\frac{3}{4} * \frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{3} * \frac{4}{5}$; 5) $\frac{7}{9} * \frac{9}{10}$; 7) $\frac{3}{8} * \frac{5}{6}$;
 2) $\frac{3}{7} * \frac{5}{6}$; 4) $\frac{5}{8} * \frac{6}{11}$; 6) $\frac{5}{12} * \frac{3}{10}$; 8) $\frac{13}{15} * \frac{3}{10}$.

Образец. Сравним дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{7}$.

$3 \cdot 7 < 8 \cdot 4$; $21 < 32$. Значит, $\frac{3}{8} < \frac{4}{7}$.

486. Запишите дроби в порядке возрастания:

$\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{8}$.

487. Сравните смешанные числа и запишите результат с помощью знаков $>$ или $<$:

1) $2\frac{5}{7}$ и $2\frac{3}{8}$; 3) $3\frac{4}{5}$ и $3\frac{1}{2}$; 5) $5\frac{1}{6}$ и $4\frac{2}{3}$;
 2) $4\frac{1}{3}$ и $5\frac{1}{4}$; 4) $9\frac{5}{6}$ и $10\frac{1}{6}$; 6) $6\frac{5}{6}$ и $6\frac{2}{7}$.

488. 1) Сравните величины:

а) $\frac{3}{4}$ ч и 20 минут; б) $\frac{51}{100}$ кг и 590 г; в) $\frac{7}{10}$ км и 900 м.

2) Что тяжелее:

а) $\frac{6}{8}$ м³ воды или $\frac{3}{4}$ м³ льда;

б) $\frac{1}{2}$ см³ парафина или $\frac{5}{10}$ см³ свинца?

489. Тихий океан занимает $\frac{1}{2}$ часть, Атлантический – $\frac{1}{4}$ часть, а Индийский – $\frac{1}{5}$ часть водной поверхности Земли. Сравните части водной поверхности Земли, занимаемые этими океанами.

Результат сравнения запишите в виде двойного неравенства.

490. Вода составляет $\frac{13}{20}$ части организма человека, $\frac{1}{2}$ часть организма животных и $\frac{3}{4}$ части организма рыб. В каком организме воды больше, а в каком – меньше? Результат сравнения запишите в виде двойного неравенства.

491. Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 7 литров воды?

С

492. 1) Не изменяя знаменателя дроби $\frac{12}{19}$, запишите дроби, меньшие ее: в 2 раза; в 3 раза; в 4 раза; в 6 раз.

2) Не изменяя числителя дроби $\frac{5}{24}$, запишите дроби, большие ее: в 2 раза; в 4 раза; в 6 раз; в 8 раз.

493*. 1) Запишите четыре дроби со знаменателем 9 больше $\frac{3}{7}$, но меньше $\frac{6}{7}$.

2) Запишите три дроби со знаменателем 7 больше $\frac{2}{5}$, но меньше $\frac{4}{5}$.

494. Масса Меркурия составляет $\frac{3}{50}$, масса Венеры – $\frac{4}{5}$, а масса Луны – $\frac{3}{250}$ массы Земли. Какое из этих небесных тел имеет большую массу, а какое – меньшую по сравнению с массой Земли? Ответ запишите в виде двойного неравенства.
495. Сократите дроби и сравните их. Результат сравнения запишите с помощью знаков $>$, $<$ или $=$:
- 1) $\frac{115}{223}$ и $\frac{115}{223}$; 2) $\frac{117}{219}$ и $\frac{117}{219}$; 3) $\frac{205}{365}$ и $\frac{205}{365}$; 4) $\frac{224}{234}$ и $\frac{224}{234}$; 5) $\frac{560}{605}$ и $\frac{560}{605}$.
496. Выделение теплоты топливом определяется количеством содержащегося в нем углерода. Доля углерода в древесине составляет $\frac{1}{2}$, в антраците – $\frac{9}{10}$, в торфе – $\frac{3}{5}$, в угле – $\frac{7}{10}$. Запишите долю углерода в этих видах топлива в порядке возрастания.
497. Дархан и Нурлан стреляли на игровом автомате. Дархан стрелял 12 раз и попал в мишень 8 раз, а Нурлан стрелял 15 раз и попал в мишень 9 раз. У кого из ребят лучший результат?
- 498^o. Дима, Жандос и Мади пробежали одинаковое расстояние за $\frac{4}{15}$ мин, за $\frac{5}{12}$ мин и за $\frac{1}{3}$ мин. Дима пробежал быстрее, чем Мади, а Жандос пробежал быстрее, чем Дима. Кто за сколько минут пробежал это расстояние?
- 499*. Длина 6 прыжков охотничьей собаки равна длине 11 прыжков лисы. Когда собака делает 4 прыжка, за это время лиса делает 7 прыжков. Чья скорость больше: охотничьей собаки или лисы? Сравните. Результат запишите в виде неравенства.

Ключевые факты.

1. Из двух дробей с одинаковыми  та дробь

больше, $\left\{ \begin{array}{l} \text{числитель} \\ \text{знаменатель} \end{array} \right.$ которой $\left\{ \begin{array}{l} \text{больше.} \\ \text{меньше.} \end{array} \right.$

Примеры: 1) $\frac{8}{11} > \frac{5}{11}$; 2) $\frac{6}{7} > \frac{6}{13}$.

2. Из двух смешанных чисел с $\left\{ \begin{array}{l} \text{разными} \\ \text{равными} \end{array} \right.$ целыми частями

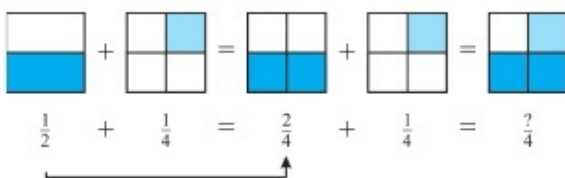
больше то число, $\left\{ \begin{array}{l} \text{целая} \\ \text{дробная} \end{array} \right.$ часть которого больше.

Примеры: 1) $3\frac{1}{7} > 2\frac{1}{5}$; 2) $4\frac{3}{5} > 4\frac{1}{2}$.



Задание 1.

По рисунку найдите сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.



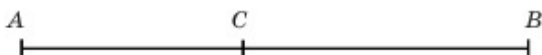
Задание 2.

Найдите сумму: 1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$; 2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.

Задание 3.

Длина отрезка AB равна $\frac{7}{10}$ дм. Длина отрезка AC равна $\frac{3}{10}$ дм.

Найдите длину отрезка CB , если $AB = AC + CB$.



3.8. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

I. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

Пример 1. Запишите, какая часть фигуры (рис. 3.28):

- 1) закрашена синим;
- 2) закрашена красным;
- 3) закрашена синим и красным;
- 4) не закрашена.

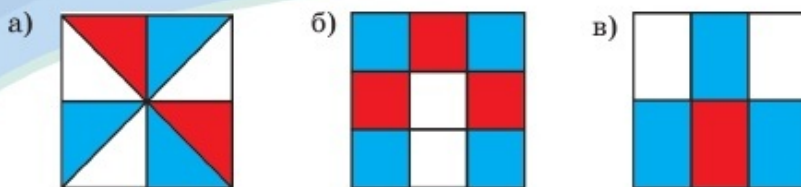


Рис. 3.28

Ответьте на третий и четвертый вопросы, складывая или вычитая дроби.

Сформулируйте правило сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

Проверьте себя.

$$а) \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8};$$

$$б) \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9};$$

$$в) \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6};$$

$$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8};$$

$$\frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{2}{9};$$

$$\frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Чтобы найти значение суммы дробей с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители и оставить тот же знаменатель.

В буквенном виде: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; c \neq 0$

Чтобы найти значение разности дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого и оставить тот же знаменатель.

В буквенном виде: $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$, где $a \geq b$ и $c \neq 0$.

Например, 1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7};$

3) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4};$

2) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$

4) $1 - \frac{3}{10} = \frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}.$

II. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

Пример 2. Найдите значение:

1) суммы $\frac{5}{12} + \frac{7}{15}$; 2) разности $\frac{7}{12} - \frac{2}{9}$.

Подсказка:

1. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю;
2. Сложите (вычтите) дроби с одинаковыми знаменателями.

Проверьте себя.

$$\frac{5^5}{12} + \frac{7^4}{15} = \frac{25+28}{60} = \frac{53}{60}; \quad \frac{7^3}{12} - \frac{2^4}{9} = \frac{21-8}{36} = \frac{13}{36}.$$

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, надо:

- 1) привести дроби к наименьшему общему знаменателю;
- 2) сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями.

Например, 1) $\frac{8^5}{15} + \frac{3^3}{25} = \frac{40+9}{75} = \frac{49}{75}$; 2) $\frac{7^6}{15} - \frac{5^5}{18} = \frac{42-25}{90} = \frac{17}{90}$;

3) $3 - \frac{2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} = \frac{15-2}{5} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$, или

$$3 - \frac{2}{5} = 2\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = 2\frac{5-2}{5} = 2\frac{3}{5}.$$

При сложении дробей выполняется переместительное свойство сложения.

Пример 3. $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{5+2}{9} = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}$; $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}$.

При сложении дробей выполняется сочетательное свойство сложения.

Пример 4.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{11} + \frac{5}{11}\right) + \frac{3}{11} &= \frac{1+5}{11} + \frac{3}{11} = \frac{(1+5)+3}{11} = \frac{1+(5+3)}{11} = \\ &= \frac{1}{11} + \frac{5+3}{11} = \frac{1}{11} + \left(\frac{5}{11} + \frac{3}{11}\right); \quad \left(\frac{1}{11} + \frac{5}{11}\right) + \frac{3}{11} = \frac{1}{11} + \left(\frac{5}{11} + \frac{3}{11}\right). \end{aligned}$$

Применяя переместительное и сочетательное свойства сложения (вычисление рациональным способом), слагаемые можно менять местами и объединять их с помощью скобок.



1. Как сложить дроби с одинаковыми знаменателями?
2. Как вычитают дроби с одинаковыми знаменателями? Приведите примеры.
3. Как сложить дроби с разными знаменателями?
4. Как вычитают дроби с разными знаменателями? Приведите примеры.

500. Найдите значение выражения (устно):

$$1) \frac{2}{7} + \frac{1}{7}; \quad 3) \frac{5}{6} - \frac{1}{6}; \quad 5) \frac{13}{20} + \frac{11}{20}; \quad 7) \frac{41}{100} - \frac{33}{100};$$

$$2) \frac{9}{14} - \frac{5}{14}; \quad 4) \frac{5}{9} + \frac{2}{9}; \quad 6) \frac{17}{32} - \frac{15}{32}; \quad 8) \frac{8}{99} + \frac{2}{99}.$$

А

501. 1) Используя рисунок 3.29, найдите значение суммы

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}.$$

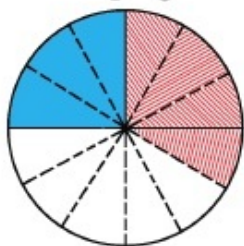


Рис. 3.29

2) Используя рисунок 3.30, найдите значение разности

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}.$$

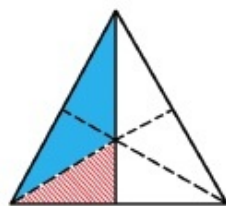


Рис. 3.30

502. Выполните действия:

$$1) \frac{3}{4} - \frac{1}{4}; \quad 3) \frac{7}{12} - \frac{5}{12}; \quad 5) \frac{3}{10} + \frac{1}{10}; \quad 7) \frac{1}{30} + \frac{7}{30};$$

$$2) \frac{5}{8} + \frac{3}{8}; \quad 4) \frac{8}{15} + \frac{2}{15}; \quad 6) \frac{17}{25} - \frac{12}{25}; \quad 8) \frac{28}{45} - \frac{13}{45}.$$

503. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{5}{9} + \frac{13}{27}; \quad 3) \frac{5}{12} - \frac{13}{72}; \quad 5) \frac{5}{12} + \frac{1}{60}; \quad 7) \frac{9}{10} + \frac{4}{15};$$

$$2) \frac{3}{8} + \frac{5}{24}; \quad 4) \frac{3}{5} - \frac{1}{7}; \quad 6) \frac{9}{17} - \frac{19}{68}; \quad 8) \frac{4}{15} - \frac{11}{60}.$$

504. 1) Путник прошел $\frac{5}{8}$ всего пути. Какую часть пути ему осталось пройти?

2) Вода занимает $\frac{7}{10}$ поверхности Земли. Поэтому Землю иногда называют голубой планетой. Какую часть поверхности Земли занимает суша?

505.⁰ Лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 3 ч, а по течению реки – за 2 ч. Какую часть этого расстояния проплывает плот по реке за 1 ч?

506. Длина головки домбры составляет $\frac{1}{10}$ м, грифа – $\frac{1}{2}$ м, деки – $\frac{2}{5}$ м (рис. 3.31). Какова общая длина домбры?

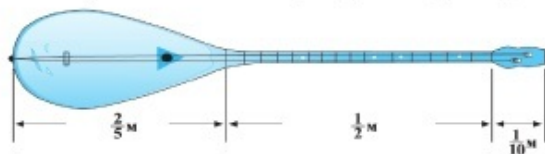


Рис. 3.31

507. Решите уравнение:

1) $x + \frac{7}{12} = \frac{3}{4}$; 3) $x - \frac{3}{5} = \frac{3}{8}$; 5) $y + \frac{2}{7} = \frac{1}{3}$; 7) $y - \frac{3}{8} = \frac{5}{32}$;

2) $x - \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$; 4) $x + \frac{5}{24} = \frac{7}{12}$; 6) $x - \frac{1}{6} = \frac{7}{9}$; 8) $y + \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$.

В

508. Предварительно сократив дроби, найдите значение выражения:

1) $\frac{3}{12} + \frac{25}{30}$; 3) $\frac{30}{54} + \frac{22}{30}$; 5) $\frac{12}{27} + \frac{14}{21}$; 7) $\frac{12}{18} - \frac{5}{60}$;

2) $\frac{10}{24} - \frac{21}{54}$; 4) $\frac{28}{40} - \frac{10}{75}$; 6) $\frac{14}{24} - \frac{15}{40}$; 8) $\frac{4}{24} + \frac{3}{36}$.

509. Найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{6}$;

2) $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3}$; 4) $\frac{5}{9} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}$; 6) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}$.

510. Выполните действия:

$$1) \left(\frac{7}{15} - \frac{1}{6}\right) + \frac{2}{5}; \quad 3) \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{6}\right) + \frac{2}{3}; \quad 5) \left(\frac{7}{18} - \frac{1}{12}\right) + \frac{5}{6};$$

$$2) \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{9}\right) + \frac{25}{36}; \quad 4) \left(\frac{7}{8} - \frac{13}{20}\right) + \frac{9}{10}; \quad 6) \left(\frac{3}{4} - \frac{8}{15}\right) + \frac{17}{20}.$$

511. Найдите сумму дробей, знаменатели которых являются взаимно простыми числами:

$$1) \frac{1}{3} + \frac{1}{*} = \frac{**}{15}; \quad 3) \frac{1}{7} + \frac{1}{*} = \frac{**}{28}; \quad 5) \frac{1}{3} + \frac{1}{*} = \frac{**}{6};$$

$$2) \frac{1}{*} + \frac{1}{9} = \frac{**}{45}; \quad 4) \frac{1}{*} + \frac{1}{8} = \frac{**}{24}; \quad 6) \frac{1}{*} + \frac{1}{7} = \frac{**}{42}.$$

512. По рисунку 3.32 найдите значение x и y .

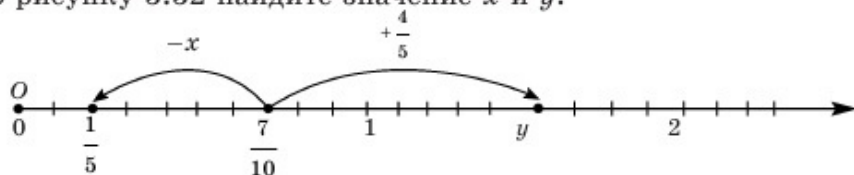


Рис. 3.32

513. Вычислите, применяя переместительное и сочетательное свойства сложения:

$$1) \left(\frac{5}{21} + \frac{2}{15}\right) + \frac{2}{21}; \quad 3) \left(\frac{7}{30} + \frac{8}{45}\right) + \left(\frac{2}{45} + \frac{1}{30}\right);$$

$$2) \left(\frac{2}{35} + \frac{3}{28}\right) + \frac{1}{28}; \quad 4) \left(\frac{5}{24} + \frac{11}{60}\right) + \left(\frac{13}{60} + \frac{1}{24}\right).$$

514. Из бидона в кувшин перелили $\frac{1}{2}$ часть молока, в банку — $\frac{1}{3}$ часть, а в пиалу — $\frac{1}{6}$ часть. Осталось ли молоко в бидоне?

515. В наш город прибыли туристы. Из них $\frac{4}{5}$ знают английский язык, $\frac{1}{3}$ — немецкий. Какая часть туристов знает и английский, и немецкий языки?

516. На сканере за первый час отсканировали $\frac{2}{5}$ произведения, за второй час — $\frac{1}{3}$, за третий час — остальную часть. Какая часть произведения отсканирована за третий час?

517. Марат выловил две рыбы. Масса одной рыбы $\frac{9}{10}$ кг, а масса другой на $\frac{1}{5}$ кг меньше. Какова масса двух рыб?



518. В бассейн подведено три трубы. Первая труба наполняет бассейн водой за 6 ч, а вторая – за 8 ч. По третьей трубе вода из наполненного бассейна вытекает за 4 ч полностью. Какая часть объема бассейна наполняется водой за час, если вода течет одновременно по трем трубам?

519. Нарисуйте в тетрадь граф, состоящий из четырех пересекающихся окружностей (рис. 3.33), одним росчерком.

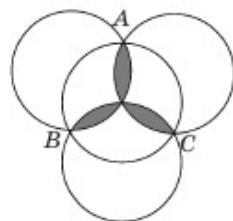


Рис. 3.33

520. Найдите частное, подставив вместо рамки пропущенную цифру:

- 1) $(21 \ 0 \square 5 + 43 \ 12 \square + 103 \ \square 25) : 15$;
 2) $(270 \ 13 \square + 94 \square \ 125 + 1 \square 2 \ 165) : 45$.

С

521. Найдите сумму дробей, знаменатели которых являются взаимно простыми числами:

- 1) $\frac{2}{*} + \frac{*}{4} = \frac{*+5}{20}$; 3) $\frac{*}{11} + \frac{1}{*} = \frac{6+*}{22}$; 5) $\frac{3}{*} + \frac{*}{5} = \frac{*+28}{35}$;
 2) $\frac{4}{*} + \frac{*}{3} = \frac{*+14}{21}$; 4) $\frac{2}{*} + \frac{*}{8} = \frac{*+15}{40}$; 6) $\frac{*}{9} + \frac{1}{*} = \frac{10+*}{45}$.

522. Найдите сумму:

- 1) $\frac{9}{c} + \frac{5}{c}$; 3) $\frac{a}{c} + \frac{b}{3c}$; 5) $\frac{d}{ac} + \frac{c}{ad}$;
 2) $\frac{a}{c} + \frac{4}{c}$; 4) $\frac{1}{c} + \frac{3}{2c}$; 6) $\frac{2a}{3c} + \frac{a}{6c}$.

523*. Решите уравнение и сделайте проверку:

$$1) \frac{1}{3x} + \frac{1}{x} = \frac{4}{15}; \quad 3) \frac{1}{4x} + \frac{1}{x} = \frac{5}{16}; \quad 5) \frac{1}{8x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{8};$$

$$2) \frac{1}{x} - \frac{1}{7x} = \frac{2}{7}; \quad 4) \frac{1}{x} - \frac{1}{9x} = \frac{2}{9}; \quad 6) \frac{1}{x} - \frac{1}{5x} = \frac{2}{15}.$$

524. В кувшине имеется 6 л молока. Используя сосуды емкостью $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{2}$ л, как можно в кувшине оставить 4 л молока?

525. Докажите:

$$1) \frac{4444 \cdot 4444}{1+2+3+4+3+2+1} - \frac{5555 \cdot 5555}{1+2+3+4+5+4+3+2+1} = 0;$$

$$2) \frac{22222 \cdot 22222}{1+2+3+4+3+2+1} - \frac{33333 \cdot 33333}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} = 0.$$

526*. Мастер может выполнить заказ за 5 ч, а его ученик – за 7 ч. Мастер работал 2 ч, а ученик – 3 ч. Какая часть заказа осталась невыполненной?

527. Ученики пятого класса писали контрольную работу, $\frac{1}{6}$ учеников класса получила отметку «5», а $\frac{1}{3}$ – «4». Всего 15 учеников класса получили оценки «5» и «4». Сколько учеников писали контрольную работу?

528. В рассказе глаголы составляют $\frac{2}{15}$ всех слов, имен существительных на $\frac{1}{6}$ больше. В рассказе всего 36 имен существительных.

- Сколько всего слов в рассказе?
- Сколько глаголов в рассказе?

529. Отец Ербола идет впереди него на расстоянии 240 м со скоростью 70 м/мин. Ербол со своей собакой бежит вслед за отцом со скоростью 130 м/мин. Собака Ербола бежала со скоростью 160 м/мин от Ербола к его отцу, затем от отца к Ерболу и т.д. от одного к другому до тех пор, пока Ербол догнал отца. Сколько метров пробежала собака?

530. Найдите объем фигуры, изображенной на рисунке 3.34.

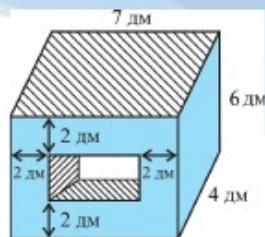


Рис. 3.34

531. Используя основное свойство дроби, найдите значение a :

$$1) \frac{18}{a+23} = \frac{3}{5}; \quad 3) \frac{5}{12} = \frac{30}{44+7a};$$

$$2) \frac{4}{7} = \frac{8+2a}{21}; \quad 4) \frac{1}{9} = \frac{5a-14}{54};$$

$$5) \frac{3}{8} = \frac{21}{4(a+8)}; \quad 6) \frac{14}{45} = \frac{7(a-5)}{90}.$$

Образец: $\frac{8}{15} = \frac{24}{4a+9}$. $24 : 8 = 3$. $\frac{8 \cdot 3}{15 \cdot 3} = \frac{24}{4a+9}$. Тогда $4a + 9 = 15 \cdot 3$; $4a + 9 = 45$; $4a = 36$; $a = 9$.

Ключевые факты.

1. Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить (вычесть) их числители, а знаменатель оставить без изменения.

Например, 1) $\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1+4}{9} = \frac{5}{9}$; 2) $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$.

2. Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, надо привести дроби к наименьшему общему знаменателю и сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями.

Например, 1) $\frac{3^3}{8} + \frac{5^4}{6} = \frac{9+20}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$;

2) $\frac{7}{10} - \frac{3^2}{5} = \frac{7-6}{10} = \frac{1}{10}$.

▲ 508. 1) $1\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{36}$; 3) $1\frac{13}{45}$. 510. 2) $\frac{23}{24}$; 4) $1\frac{1}{8}$; 6) $1\frac{1}{15}$.

515. $\frac{2}{15}$ часть знает и английский, и немецкий языки.

517. $1\frac{3}{5}$ кг. 518. $\frac{1}{24}$ объема бассейна. 520. 1) 11 151; 2) 29 965.

523. 1) 5; 2) 3; 3) 4. 526. $\frac{6}{35}$ части заказа.

528. Всего 120 слов. Глаголов – 16. 529. 640 м. 530. 144 дм³.

531. 1) 7; 2) 2; 6) 9.



Продолжите вычисления:

Пример 1.

$$1) 2\frac{3}{5} + 4\frac{1}{5} = (2+4) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) = \boxed{};$$

$$2) 3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4} = (3+5) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \boxed{}.$$

Пример 2.

$$1) 7\frac{5}{8} - 4\frac{1}{3} = (7-4) + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{3}\right) = \boxed{};$$

$$2) 9 - 2\frac{5}{6} = 8\frac{6}{6} - 2\frac{5}{6} = (8-2) + \left(\frac{6}{6} - \frac{5}{6}\right) = \boxed{}.$$

3.9. Сложение и вычитание смешанных чисел

I. Сложение и вычитание смешанных чисел с одинаковыми знаменателями.

? **Пример 1.** Найдите значение суммы $1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$.

В случае затруднений воспользуйтесь рисунком 3.35.

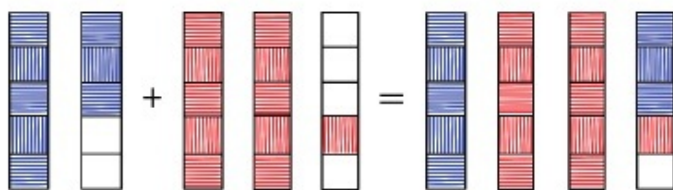


Рис. 3.35

Запишите вместо звездочек нужные числа.

$$1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5} = * \frac{* + *}{5} = * \frac{*}{5}$$

Например, 1) $2\frac{1}{9} + 5\frac{4}{9} = 7\frac{1+4}{9} = 7\frac{5}{9}$, или $2\frac{1}{9} + 5\frac{4}{9} = 7\frac{5}{9}$;

$$2) 5\frac{4}{7} + 3\frac{5}{7} = 8\frac{4+5}{7} = 8\frac{9}{7} = 9\frac{2}{7}, \text{ или } 5\frac{4}{7} + 3\frac{5}{7} = 8\frac{9}{7} = 9\frac{2}{7}.$$

Если дробная часть суммы окажется неправильной дробью, то надо выделить из нее целую часть и прибавить к целой части суммы.

Аналогично вычитание смешанных чисел с одинаковыми знаменателями сводится к вычитанию отдельно целых частей и дробных частей.

Пример 2. Найдем значение разности $8\frac{7}{9} - 5\frac{2}{9}$.

Решение. $8\frac{7}{9} - 5\frac{2}{9} = 3\frac{7-2}{9} = 3\frac{5}{9}$, или $8\frac{7}{9} - 5\frac{2}{9} = 3\frac{5}{9}$.

Чтобы найти сумму (разность) смешанных чисел с одинаковыми знаменателями, надо:

- 1) найти сумму (разность) целых частей;
- 2) найти сумму (разность) дробных частей;
- 3) сложить полученные результаты. Записать результат в виде смешанного числа.

II. Сложение и вычитание смешанных чисел в разными знаменателями.

Пример 3. Найдем значение суммы $4\frac{5}{6} + 2\frac{3}{8}$.

Решение. Сначала приводим дробные части данных смешанных чисел к наименьшему общему знаменателю: НОК (6; 8) = 24. Затем отдельно складываем целые и дробные части.

$$4\frac{5^{\setminus 4}}{6} + 2\frac{3^{\setminus 3}}{8} = 4\frac{20}{24} + 2\frac{9}{24} = 6\frac{29}{24} = 7\frac{5}{24}, \text{ или}$$

$$4\frac{5^{\setminus 4}}{6} + 2\frac{3^{\setminus 3}}{8} = 6\frac{20+9}{24} = 6\frac{29}{24} = 7\frac{5}{24}.$$

Чтобы сложить смешанные числа с разными знаменателями, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение целых частей и отдельно – дробных. Записать результат в виде смешанного числа.

Если дробные части уменьшаемого и вычитаемого имеют разные знаменатели, то их предварительно приводят к общему знаменателю.

Пример 4. Найдем значение разности $6\frac{7}{8} - 4\frac{2}{3}$.

$$6\frac{7^{\setminus 3}}{8} - 4\frac{2^{\setminus 8}}{3} = 6\frac{21}{24} - 4\frac{16}{24} = 2\frac{5}{24}, \text{ или } 6\frac{7^{\setminus 3}}{8} - 4\frac{2^{\setminus 8}}{3} = 2\frac{21-16}{24} = 2\frac{5}{24}.$$

Чтобы вычесть смешанные числа с разными знаменателями, надо:

1) привести дробные части к наименьшему общему знаменателю;

2) отдельно выполнить вычитание целых частей и отдельно – дробных. Записать результат в виде смешанного числа.

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то следует занять единицу из целой части уменьшаемого и представить дробную часть в виде неправильной дроби.

Пример 5. Найдем значение разности $8\frac{1}{5} - 3\frac{4}{9}$.

$$8\frac{1}{5} - 3\frac{4}{9} = 8\frac{9}{45} - 3\frac{20}{45} = \left(7 + \frac{45}{45}\right) + \frac{9}{45} - 3\frac{20}{45} = 7\frac{54}{45} - 3\frac{20}{45} = 4\frac{34}{45},$$

$$\text{или } 8\frac{1}{5} - 3\frac{4}{9} = 8\frac{9}{45} - 3\frac{20}{45} = 7\frac{54}{45} - 3\frac{20}{45} = 4\frac{34}{45}.$$

III. Вычитание смешанного числа из натурального.

Запишем натуральное число (уменьшаемое) в виде смешанного числа с таким же знаменателем, как у вычитаемого.

Пример 6. $9 - 6\frac{3}{10} = 8\frac{10}{10} - 6\frac{3}{10} = 2\frac{10-3}{10} = 2\frac{7}{10}$.

Например, 1) $5 + 7\frac{3}{8} = 12\frac{3}{8}$; 2) $5\frac{2}{7} - 3 = 2\frac{2}{7}$;

3) $\frac{2^{12}}{9} + 5\frac{1^3}{6} = 5\frac{4+3}{18} = 5\frac{7}{18}$.



1. Как сложить смешанные числа с одинаковыми знаменателями?
2. Как найти сумму смешанных чисел с разными знаменателями?
3. Как найти разность смешанных чисел с разными знаменателями?

532. Выполните устно цепочку действий и найдите значения букв:

$$a \xrightarrow{+\frac{5}{8}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{4}} 1 \xrightarrow{-\frac{2}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{5}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{3}{10}} b$$

$$c \xrightarrow{+\frac{1}{9}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{2}{3}} 1 \xrightarrow{-\frac{1}{2}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{10}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{2}{5}} d$$

533. Найдите значение выражения (устно):

- 1) $3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{6}$; 3) $10\frac{9}{11} - 4\frac{2}{11}$; 5) $4\frac{5}{8} - 3$; 7) $6\frac{5}{9} - \frac{5}{9}$;
 2) $8\frac{7}{9} - 5\frac{2}{9}$; 4) $7\frac{2}{3} - \frac{2}{3}$; 6) $10\frac{1}{9} - 4$; 8) $3 - 1\frac{3}{4}$.

A

534. Выполните сложение смешанных чисел:

- 1) $3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{6}$; 3) $8\frac{3}{4} + 2\frac{7}{8}$; 5) $6\frac{1}{5} + 1\frac{2}{3}$;
 2) $4\frac{2}{5} + 9\frac{3}{7}$; 4) $2\frac{3}{8} + 1\frac{5}{6}$; 6) $4\frac{3}{8} + 8\frac{1}{2}$.

535. Выполните вычитание смешанных чисел:

- 1) $3\frac{4}{5} - 2\frac{3}{5}$; 3) $4\frac{5}{6} - 2\frac{5}{12}$; 5) $9\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$; 7) $11\frac{3}{7} - 5\frac{1}{3}$;
 2) $7\frac{5}{6} - 4\frac{2}{3}$; 4) $10\frac{4}{9} - 8\frac{5}{18}$; 6) $6\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3}$; 8) $8\frac{3}{5} - 6\frac{3}{10}$.

Найдите значение выражения (536, 537).

- 536.** 1) $\frac{1}{2} + 6\frac{3}{7}$; 3) $\frac{2}{9} + 1\frac{8}{15}$; 5) $7\frac{1}{12} + 6$;
 2) $6 + 4\frac{9}{11}$; 4) $\frac{1}{14} + 9\frac{3}{7}$; 6) $\frac{5}{7} + 3\frac{1}{4}$.

- 537.** 1) $7 - 5\frac{1}{4}$; 3) $12 - 9\frac{3}{8}$; 5) $8 - 3\frac{2}{7}$; 7) $9\frac{3}{10} - 4$;
 2) $6 - 5\frac{2}{3}$; 4) $11 - 6\frac{2}{3}$; 6) $5\frac{6}{13} - 2$; 8) $2\frac{3}{14} - 1$.

538. В кузове грузовика перевезли $4\frac{2}{5}$ т каменного угля, а в прицепе – $3\frac{1}{4}$ т. Сколько всего тонн угля перевезли на грузовике с прицепом?

539. Масса арбуза и дыни $11\frac{7}{10}$ кг, из них масса дыни составляет $3\frac{1}{5}$ кг. На сколько килограммов арбуз тяжелее дыни?

А. $5\frac{3}{10}$ кг; В. $5\frac{7}{10}$ кг; С. $6\frac{4}{5}$ кг; D. $4\frac{8}{25}$ кг.

540. Чтобы приготовить сплав для отливки статуи, взяли $37\frac{4}{5}$ кг меди, $4\frac{19}{20}$ кг цинка и $2\frac{1}{4}$ кг олова. Какова масса сплава для отливки статуи?

А. $40\frac{1}{2}$ кг; В. 40 кг; С. 41 кг; D. 45 кг.

B

541. Запишите натуральные числа: 1) 3; 2) 5; 3) 8; 4) 9 в виде суммы двух смешанных чисел, знаменатели которых равны 7 и 7.

Образец: $7 = 2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{4}$; $10 = 6\frac{5}{11} + 3\frac{6}{11}$.

542. Выполните сложение:

1) $3\frac{1}{15} + 2\frac{7}{25}$; 3) $9\frac{5}{18} + 6\frac{1}{12}$; 5) $5\frac{5}{24} + 2\frac{1}{6}$;
 2) $2\frac{7}{10} + 9\frac{2}{15}$; 4) $1\frac{7}{12} + 3\frac{5}{9}$; 6) $3\frac{1}{12} + 4\frac{2}{15}$.

543. Найдите разность смешанных чисел:

1) $12\frac{5}{9} - 7\frac{1}{6}$; 3) $9\frac{5}{12} - 6\frac{2}{7}$; 5) $5\frac{9}{25} - 3\frac{8}{15}$; 7) $10\frac{3}{8} - 4\frac{2}{3}$;
 2) $7\frac{1}{4} - 3\frac{7}{15}$; 4) $4\frac{1}{6} - 2\frac{4}{21}$; 6) $4\frac{3}{35} - 2\frac{5}{14}$; 8) $7\frac{1}{16} - 3\frac{5}{24}$.

544. Применяя переместительное и сочетательное свойства сложения, найдите сумму:

1) $3\frac{1}{8} + 7\frac{5}{12} + 5\frac{3}{8} + \frac{1}{12}$; 3) $9\frac{7}{8} + 5\frac{2}{7} + 1\frac{1}{8} + 4\frac{5}{7}$;
 2) $10\frac{2}{5} + 15\frac{5}{6} + 3\frac{3}{5} + 4\frac{1}{6}$; 4) $15\frac{7}{18} + 11\frac{8}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{18}$.

545. Найдите значение выражения:

1) $8\frac{7}{10} - \left(7\frac{4}{5} - a\right)$ при $a = 6\frac{1}{2}$; 3) $a - \left(9\frac{3}{50} - 5\frac{7}{25}\right)$ при $a = 7\frac{1}{2}$;

$$2) 14\frac{1}{6} - \left(8\frac{9}{10} - b\right) \text{ при } b = 5\frac{2}{3}; \quad 4) \left(20\frac{1}{5} - b\right) - 6\frac{1}{3} \text{ при } b = 11\frac{2}{15}.$$

546. Найдите корни уравнения:

$$1) x + \frac{2}{x} = 7\frac{2}{7}; \quad 2) y - \frac{y}{7} = 5\frac{1}{7}; \quad 3) y - \frac{1}{y} = 8\frac{8}{9}; \quad 4) y + \frac{3}{y} = 10\frac{3}{10}.$$

547. Составьте задачу по выражению:

$$1) 6\frac{1}{12} - 4\frac{2}{3}; \quad 2) 7\frac{1}{8} - 3\frac{3}{4}; \quad 3) 9 - 7\frac{7}{8}.$$

548. 1) Ученик готовился к урокам в течение $1\frac{1}{4}$ ч. Он готовился $\frac{1}{4}$ ч к уроку естествознания. Домашнее задание по математике выполнял на $\frac{1}{6}$ ч больше времени, чем по естествознанию.

В течение остального времени он учил стихотворение. Сколько времени потратил ученик на то, чтобы выучить стихотворение?

2) Составьте аналогичную задачу о своей подготовке к урокам.

549. 1) Трактор в первый день вспахал $12\frac{7}{10}$ га земли, а во второй день – на $2\frac{1}{5}$ га больше. Сколько гектаров земли вспахал трактор за два дня?

А. $28\frac{1}{2}$ га; В. $27\frac{3}{5}$ га; С. 29 га; Д. $26\frac{1}{4}$ га.

2) В составе латуни содержится $2\frac{2}{5}$ кг меди, а цинка – на $\frac{9}{10}$ кг меньше. Какова масса латуни?

550. Мальчик по кругу расположил камешки в 10 кучках. Число камешков в любой кучке отличается от числа камешков соседней кучки на 1. В самой большой кучке 14 камешков. Сколько камешков в самой маленькой кучке? Четное или нечетное число составляет сумма камешков во всех кучках?

551. От Караганды (через Астану, Ерейментау) до Екибастуза по железной дороге $505\frac{1}{4}$ км. От Астаны до Ерейментау $140\frac{4}{5}$ км,

от Ерейментау до Екибастуза $167\frac{9}{20}$ км. Сколько километров от Караганды до Астаны по железной дороге?



С

552*. Задание с выбором ответа. Решите уравнение:

1) $\square \frac{8}{3x} - 4 \frac{1}{x} = 3 \frac{1}{3}$; 2) $3 \frac{1}{6x} + \square \frac{1}{3x} = 7 \frac{1}{4}$; 3) $8 \frac{1}{3x} - \square \frac{1}{5x} = 6 \frac{1}{30}$.

A. 2; **B.** 7; **C.** 5; **D.** 4.

553. Заполните рамки. Найдите сумму:

1) $3 \frac{1}{\square} + 1 \frac{\square}{10} = \square \frac{2+3}{30}$;

3) $2 \frac{9}{\square} + \square \frac{1}{12} = 6 \frac{27+\square}{48}$;

2) $1 \frac{\square}{25} + 7 \frac{1}{\square} = \square \frac{9+5}{75}$;

4) $3 \frac{1}{\square} + \square \frac{2}{15} = 7 \frac{5+\square}{60}$.

554*. 1) $5 \frac{7}{15} - \left(7 \frac{1}{12} - \left(4 \frac{29}{60} - \left(2 \frac{1}{5} - 1 \frac{5}{6} \right) \right) \right)$;

2) $6 \frac{13}{24} - \left(\left(14 \frac{7}{24} - 10 \frac{31}{48} \right) - \left(2 \frac{3}{4} - 1 \frac{7}{12} \right) \right) - 1 \frac{1}{16}$.

555. Длина прямоугольника $7\frac{3}{5}$ см. Его периметр равен периметру квадрата со стороной 6 см. Найдите ширину прямоугольника.

556*. За три дня в магазине продали 1206 кг яблок. В первый и второй дни продали $825\frac{3}{4}$ кг яблок, а во второй и третий дни – $849\frac{1}{5}$ кг яблок. Сколько килограммов яблок продали во второй день?

557. Найдите периметр квадрата $ABCD$, изображенного на рисунке 3.36.

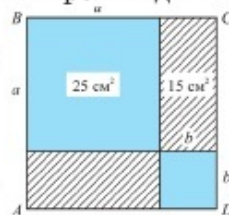


Рис. 3.36

558°. Длина поезда 420 м. Он проехал по мосту за 58 с, а мимо дежурного по станции – за 21 с. Найдите длину моста.



559. Найдите значение выражения:

О. $7\frac{5}{18} - 3\frac{2}{27} - \frac{11}{54}$; У. $9\frac{3}{20} - 2\frac{3}{25} - 4$; Л. $13 - 5\frac{7}{12} - 1\frac{4}{15}$;

С. $8\frac{7}{12} - 4\frac{5}{18} - 1\frac{1}{4}$; Г. $5\frac{11}{42} - 2\frac{3}{14} - 1\frac{1}{21}$; Б. $11 - 6\frac{13}{21} - \frac{3}{14}$.

2	$6\frac{3}{20}$	4	$4\frac{1}{6}$	$3\frac{3}{100}$	$3\frac{1}{18}$

В таблице под ответами запишите буквы, стоящие рядом с соответствующими примерами. Вы прочтаете название модели Земли.

Ключевые факты.

1. При сложении (и вычитании) смешанных чисел с одинаковыми знаменателями целые части складывают (вычитают) отдельно, и дробные части складывают (вычитают) – отдельно. Результат записывают в виде смешанного числа.

Например: 1) $7\frac{3}{8} + 4\frac{1}{8} = 11\frac{4}{8} = 11\frac{1}{2}$;

2) $9\frac{7}{11} - 3\frac{5}{11} = 6\frac{2}{11}$.

2. Чтобы сложить (вычесть) смешанные числа с разными знаменателями, надо привести дробные части к наименьшему общему знаменателю и сложить (вычесть) смешанные числа с одинаковыми знаменателями.

Например:

1) $3\frac{5^{36}}{12} + 6\frac{2^{36}}{15} = 3\frac{25}{60} + 6\frac{8}{60} = 9\frac{33}{60} = 9\frac{11}{20}$;

2) $7\frac{3^{36}}{4} - 2\frac{1^{36}}{5} = 7\frac{15}{20} - 2\frac{4}{20} = 5\frac{11}{20}$.

▲ 545. 1) $7\frac{2}{5}$; 2) $10\frac{14}{15}$; 3) $3\frac{18}{25}$; 4) $2\frac{11}{15}$. 548. $\frac{5}{12}$ часа.

550. 9 камешков. 551. 197 км. 554. 1) $2\frac{1}{2}$; 2) 3.

555. $4\frac{2}{5}$ см. 556. $468\frac{19}{20}$ кг. 557. 32 см. 558. 740 м.

3.10. Аликвотные дроби

(Для дополнительного изучения)

Древние египтяне при вычислениях и измерении величин в качестве дробей рассматривали только *аликвотные дроби*. Египтяне такие дроби считали «настоящими дробями».

Слово «аликвот» происходит от латинского слова *aliquot*, что в переводе означает «несколько».

Дроби с числителем 1 и натуральным знаменателем, кроме 1, называются *аликвотными дробями*.

Например, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{15}, \frac{1}{50}, \frac{1}{99}$ – аликвотные дроби. Аликвотными дробями выражается только одна доля целого, поэтому их еще называют *единичными дробями*.

Аликвотные дроби – правильные дроби с числителем, равным 1.

Любая аликвотная дробь меньше 1.

Например, $\frac{1}{8} < 1$; $\frac{1}{99} < 1$. Дробь $\frac{1}{2}$ – наибольшая аликвотная дробь. Наименьшей аликвотной дроби не существует.

Древние египтяне дроби с числителем, не равным 1, записывали в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

$$\text{Например, } \frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 6}{7 \cdot 6} = \frac{12}{42} = \frac{7}{42} + \frac{3}{42} + \frac{2}{42} = \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21};$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21}.$$

То есть аликвотные дроби можно записать в виде суммы дробей с различными знаменателями.

$$\text{Например, } \frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{4}{48} = \frac{3}{48} + \frac{1}{48} = \frac{1}{16} + \frac{1}{48}; \quad \frac{1}{12} = \frac{1}{16} + \frac{1}{48}.$$

Математики Древнего Египта для упрощения расчетов составляли специальные таблицы. В них дробные числа записывались в виде суммы аликвотных дробей. Одна из таких таблиц имеется в папирусе Ахмеса. Его назвали по имени писца Ахмеса (около 2000 г. до н.э.), который и являлся составителем этого папируса.

Например, дробь $\frac{2}{13}$ в таблице записывалась так:

$$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}.$$

Так как: $\frac{2}{13} = \frac{2 \cdot 8}{13 \cdot 8} = \frac{16}{104} = \frac{13}{104} + \frac{2}{104} + \frac{1}{104} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}.$



1. Какие дроби называются аликвотными?
2. Какими дробями являются аликвотные дроби – правильными или неправильными?
3. Чему равна наибольшая аликвотная дробь?

A

560. Выпишите из ряда дробей аликвотные: $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{1}{21}, \frac{1}{45}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}.$

561. Запишите дроби $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}$ в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

Образец: $\frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12},$ или

$$\frac{7}{12} = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12}.$$

562. Запишите дроби $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$ в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

Образец: $\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{5}{40} = \frac{4}{40} + \frac{1}{40} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40}.$

563. 1) Олжас, Нуртас и Алмас купили 2 дыни. Как, не разрезая каждую дыню на 3 доли, мальчики разделят их поровну?

Решение. По условию задачи 2 дыни нужно разделить на 3 равные части. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}.$ Каждый мальчик

взял по половинке дыни, а когда оставшуюся половину дыни разделили на 3 равные части, то каждый мальчик получил еще по $\frac{1}{6}$ дыни.

Ответ: На половину дыни и $\frac{1}{6}$ дыни.

2) Не используя метровую линейку, надо разделить 3 одинаковых по длине кружева на 5 равных частей. Как это сделать, не разрезая каждое кружево на 5 равных частей?

В

564. Какая часть прямоугольника (рис. 3.37) закрашена:

1) синим цветом;

2) серым цветом?

3) Какая часть прямоугольника не закрашена?



Рис. 3.37

Приняв площадь прямоугольника за 1, запишите число 1 в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

565. Запишите дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{15}{16}$ в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

566. Запишите дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$ в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

567. 6 мальчиков должны поровну разделить между собой 5 яблок. Каким способом они это сделают, не разрезая каждое яблоко на 6 долей?

568. Как разделить 7 плиток шоколада между десятью мальчиками, не разламывая никакой шоколад больше, чем на 5 частей?

С

569. Запишите в виде разности аликвотных дробей:

1) $\frac{1}{4 \cdot 5}$, 2) $\frac{1}{5 \cdot 6}$, 3) $\frac{1}{6 \cdot 7}$, 4) $\frac{1}{8 \cdot 9}$, 5) $\frac{1}{9 \cdot 10}$.

Образец: $\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, так как $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3 \cdot 4}$.

570. Найдите сумму:

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{14 \cdot 15} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{11 \cdot 12}.$$

571^o Вороны расселись на тополя. Если на каждый тополь сядут по 3 вороны, то один тополь останется незанятым. Если же на каждый тополь сядут по 2 вороны, одного тополя не хватит. Сколько ворон? Сколько тополей?



572. Старинная задача. Перед тем как отправиться в путешествие по дальним странам, один богатый купец оставил наследство своим детям. Он завещал $\frac{1}{2}$ часть своего богатства старшему сыну, $\frac{1}{3}$ часть – младшему сыну, а $\frac{1}{6}$ часть – дочери. Смогут ли дети поделить наследство между собой так, как завещал их отец?

568. Каждый мальчик получит по $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{5}$ плитки шоколада.

570. $\frac{1}{11}$. 572. Дети могут поделить наследство, так как

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1.$$



Исторические сведения

(Для дополнительного чтения)




С самых древних времен для решения практических жизненных вопросов людям приходилось не только считать предметы, но и вести расчеты за купленные и проданные товары, измерять различные величины. Не всегда результат измерения или стоимость товара удавалось выразить в виде натурального числа. Приходилось учитывать «части» и доли. Человечеству понадобилось придумать удобные средства для вычислений – дробные числа. В первых учебниках математики дроби назывались «ломаными числами». В процессе развития понятия о дробях различали три разных вида дробей:

1) **единичные дроби** (аликвотные дроби);

2) **систематизированные дроби.** У таких дробей числитель – любое натуральное число, а знаменатель – только число 10 или число 60, в различных степенях;

3) **дроби общего вида.** У таких дробей числителем и знаменателем могут быть любые натуральные числа.

Такое разнообразие дробей приводило к различным затруднениям при расчетах и измерениях. Дальнейшее развитие и формирование понятия о дробях происходило в таких странах с развитой наукой и экономикой, как Древние Египет, Вавилония, Индия и Рим.

В старину для записи дробей в разных странах использовали различные символы. Например, египтяне дробь $\frac{1}{10}$ обозначали знаком , дробь $\frac{1}{2}$ – знаком , а дробь $\frac{1}{3}$ – знаком . Остальные дроби они записывали в виде суммы долей. Дробь $\frac{7}{8}$ они записывали в виде $\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{8}$, но знак «+» не указывали. А сумму $4 + \frac{1}{3}$ записывали в виде $4 \frac{1}{3}$. Такая запись смешанных чисел (без знака «+») сохранилась до сих пор.

В Древней Индии при записи обыкновенных дробей не чертили дробную черту, числитель дроби писали над знаменателем.

Например, дробь $\frac{1}{3}$ писали в виде $\boxed{\frac{1}{3}}$, смешанное число $2 \frac{1}{3}$ в виде $\boxed{\frac{2}{1}} \frac{1}{3}$ или в виде $\boxed{\frac{21}{13}}$. Видимо, с тех времен принято записывать натуральное число в виде дроби со знаменателем 1. Такая запись дроби имела место в научных трудах среднеазиатского ученого аль-Насави (1030 г.). Если у дроби отсутствовала целая часть, аль-Насави вместо нее писал нуль. Например, дробь $\frac{1}{5}$ он писал в виде $\boxed{\frac{0}{1}} \frac{1}{5}$.

В старину на Руси дробь $\frac{1}{2}$ называли «половина», дробь $\frac{1}{4}$ – четверть, смешанное число $1 \frac{1}{2}$ – полтора и т.д.

Впервые дробная черта была использована в письменных вычислениях арабским ученым уал-Хассара (XII век) и итальянцем Леонардо Пизанским (XIII век). Леонардо Пизанский и ввел слово «дробь». Черта дроби стала постоянно использоваться только с XVI века.

В Древней Вавилонии дроби были шестидесятиричными, т.е. записывались со знаменателем 60. Такая система исчисления сохранилась до сих пор. Например, единицы измерения времени $1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч}$, $1 \text{ секунда} = \frac{1}{60} \text{ мин}$, а также деление окружности на 360 градусов. Названия «числитель», «знаменатель» ввел в XIII веке греческий ученый-математик Максим Плануд, дробь в общем виде $\frac{m}{n}$ встречается в трудах древнегреческого ученого Архимеда (287–212 гг. до н.э.). Полноценные сведения об обыкновенных дробях ввел в европейские учебники по арифметике математик из Средней Азии аль-Хорезми. В начале X века в Индии стали осуществлять действия над дробями.



Вычислите произведение, записывая множитель в виде суммы равных слагаемых:

$$1) \frac{5}{7} \cdot 4; \quad 2) \frac{7}{9} \cdot 5; \quad 3) \frac{6}{13} \cdot 2; \quad 4) 1\frac{1}{5} \cdot 2; \quad 5) 3\frac{2}{7} \cdot 3; \quad 6) 5\frac{3}{8} \cdot 2.$$

$$\text{Образец: } 1) \frac{5}{8} \cdot 3 = \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} = \frac{5+5+5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

$$2) 2\frac{1}{4} \cdot 3 = \left(2 + \frac{1}{4}\right) \cdot 3 = \left(2 + \frac{1}{4}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right) = 2 \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 3 = 6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}.$$

3.11. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел

I. Умножение обыкновенной дроби на натуральное число.

? **Пример 1.** Найдите периметр квадрата со стороной $\frac{3}{25}$ м.

Решение.

Нам известно, что периметр данного квадрата равен значению произведения $\frac{3}{25} \cdot 4$.

Подсказка. Запишите произведение $\frac{3}{25} \cdot 4$ как сумму, которая состоит из 4 слагаемых, каждое из которых равно $\frac{3}{25}$.

Постарайтесь самостоятельно сформулировать правило умножения обыкновенной дроби на натуральное число.

Проверьте себя.

$$\frac{3}{25} \cdot 4 = \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25}. \text{ Значит, } \frac{3}{25} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{25}.$$

Чтобы умножить обыкновенную дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тот же.

В буквенном виде это правило записывается так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}, \text{ где } n - \text{натуральное число, } n > 1.$$

Например, 1) $\frac{7}{10} \cdot 3 = \frac{7 \cdot 3}{10} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10};$

2) $\frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{5 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{8}_2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}.$

II. Умножение дроби на дробь.

? **Пример 2.** Длина прямоугольника $ABCD$ равна $\frac{7}{8}$ дм, а ширина — $\frac{3}{5}$ дм. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$ (рис. 3.38).

Решение.

Квадрат, изображенный на рисунке 3.38, по длине разделен на 8 равных частей, а по ширине — на 5 равных частей. Значит, квадрат разделен на $8 \cdot 5$ равных частей.

Прямоугольник $ABCD$ состоит из $7 \cdot 3$ таких частей.

Подсказка.

- 1) Найдите площадь одной части квадрата.
- 2) Найдите площадь $7 \cdot 3$ таких частей, то есть площадь прямоугольника $ABCD$.

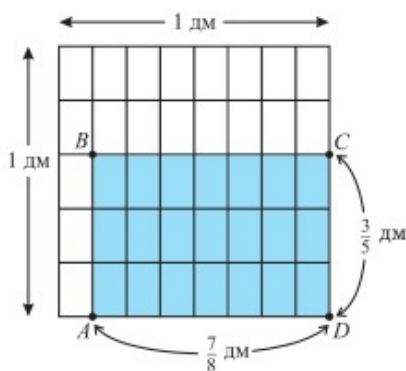


Рис. 3.38

Проверьте себя.

1. Площадь одной части квадрата равна $\frac{1}{8 \cdot 5}$ дм².

2. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна:

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 5} = \frac{21}{40} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Чтобы умножить дробь на дробь, надо умножить их числители и записать числителем, умножить их знаменатели и записать знаменателем.

С помощью букв правило умножения дробей можно записать так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d},$$

где a, c – натуральные числа или нуль; b, d – натуральные числа.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общие делители, то лучше сократить числители и знаменатели до вычисления их произведений.

Например, 1) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3}^1 \cdot 5}{8 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{5}{16}$;

2) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{49}$ или $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$.

III. Умножение смешанных чисел.

Пример 3. $3\frac{2}{5} \cdot 6\frac{1}{4} = \frac{17}{5} \cdot \frac{25}{4} = \frac{17 \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{5}_1 \cdot 4} = \frac{85}{4} = 21\frac{1}{4}$;

Чтобы выполнить умножение смешанных чисел, надо их записать в виде неправильных дробей, а затем выполнить умножение дробей.

Например, 1) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$;

2) $8\frac{3}{10} \cdot 5 = \frac{83}{10} \cdot 5 = \frac{83 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{10}_2} = \frac{83}{2} = 41\frac{1}{2}$.

Если один из множителей равен нулю, то и произведение равно нулю.

Пример 4. $\frac{4}{7} \cdot 0 = 0$; $0 \cdot \frac{4}{7} = 0$.

Пример 5. Если $5\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$, $5 \neq 0$, то $x - \frac{2}{3} = 0$; $x = \frac{2}{3}$.

Если один из множителей представлен в виде буквы, то букву пишут после дроби на уровне черты дроби.

Пример 6. $\frac{5}{8}x$, где $\frac{5}{8}$ – коэффициент, x – буквенный множитель.



1. Как умножить дробь на натуральное число?
2. По какому правилу выполняется умножение дробей?
3. Объясните, как выполнить умножение смешанных чисел.

573. Вычислите устно:

1) $\frac{14}{17} + \frac{2}{17}$
 $-\frac{3}{17}$
 $-\frac{8}{17}$
 $+\frac{6}{17}$
 $-\frac{9}{17}$

2) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$
 $+\frac{1}{4}$
 $-\frac{2}{5}$
 $+\frac{1}{5}$
 $+\frac{3}{5}$

3) $\frac{2}{9} + \frac{1}{9}$
 $+\frac{2}{3}$
 $-\frac{2}{7}$
 $-\frac{4}{7}$
 $+\frac{6}{7}$

4) $\frac{3}{10} - \frac{1}{10}$
 $+\frac{4}{5}$
 $-\frac{1}{6}$
 $-\frac{3}{6}$
 $+\frac{2}{3}$

574. Выполните умножение дробей (устно):

- 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; 3) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$; 5) $\frac{5}{7} \cdot 2$; 7) $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4}$;
 2) $\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4}$; 4) $9 \cdot \frac{1}{10}$; 6) $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{7}$; 8) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}$.

A

575. Выполните умножение:

$$1) \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}; \quad 3) \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}; \quad 5) \frac{15}{16} \cdot \frac{8}{25}; \quad 7) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6};$$

$$2) \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2}; \quad 4) \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{9}; \quad 6) \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}; \quad 8) \frac{7}{15} \cdot \frac{5}{7}.$$

576. Выполните умножение смешанного числа на натуральное:

$$1) 3\frac{1}{4} \cdot 8; \quad 3) 4 \cdot 1\frac{1}{2}; \quad 5) 2\frac{3}{8} \cdot 6; \quad 7) 3 \cdot 2\frac{1}{9};$$

$$2) 5\frac{1}{3} \cdot 6; \quad 4) 7 \cdot 1\frac{1}{3}; \quad 6) 1\frac{3}{4} \cdot 2; \quad 8) 8 \cdot 3\frac{1}{2}.$$

577. Выполните умножение смешанных чисел:

$$1) 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}; \quad 3) 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}; \quad 5) 7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{15}; \quad 7) 3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3};$$

$$2) 2\frac{7}{9} \cdot 3\frac{3}{5}; \quad 4) 3\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{17}; \quad 6) 5\frac{1}{6} \cdot 3\frac{1}{7}; \quad 8) 7\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{11}.$$

578. Выполните умножение:

$$1) 8\frac{9}{20} \cdot \frac{2}{13}; \quad 3) 10\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7}; \quad 5) 3\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{8}; \quad 7) 10\frac{1}{5} \cdot \frac{10}{17};$$

$$2) 5\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}; \quad 4) \frac{5}{6} \cdot 1\frac{6}{5}; \quad 6) 9\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}; \quad 8) \frac{3}{11} \cdot 5\frac{1}{2}.$$

579. Вычислите наиболее удобным способом, применяя свойства умножения:

$$1) \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}; \quad 3) \frac{15}{19} \cdot \left(\frac{19}{25} \cdot \frac{7}{9}\right) \cdot \frac{5}{7};$$

$$2) \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{8}\right); \quad 4) \left(\frac{10}{13} \cdot \frac{11}{12}\right) \cdot \left(\frac{12}{55} \cdot \frac{13}{20}\right).$$

580. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{5}{12}a + 7 \text{ при } a = 4; \quad 3) \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4}a \text{ при } a = 1\frac{3}{5};$$

$$2) \frac{4}{9}b + \frac{2}{3} \text{ при } b = \frac{3}{4}; \quad 4) 2\frac{3}{10}b + \frac{1}{2} \text{ при } b = 2\frac{1}{2}.$$

581. 1) Цена 1 кг конфет 350 тг. Сколько стоит $1\frac{3}{5}$ кг конфет?
 2) Масса 1 см³ золота $19\frac{3}{10}$ г. Какова масса 20 см³ золота?
 3) Искусственный спутник Земли запустили со скоростью $7\frac{9}{10}$ км/с. Какое расстояние он пролетит за 8 с?
582. Сторона квадратной пластинки равна $2\frac{3}{4}$ дм.
 ▲ Найдите ее периметр.
 ▲ Найдите ее площадь.

- 583.^o Портниха купила ткань, чтобы сшить платья, на каждое из которых расходуется по $2\frac{3}{4}$ м ткани. Для этого ей пришлось отрезать от рулона ткань 7 раз.
- Сколько платьев сшила портниха?
 - Сколько метров ткани она израсходовала?

В

584. Выполните действия:

$$1) \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{20}\right) \cdot \frac{1}{2}; \quad 3) \left(7\frac{3}{5} - 2\frac{4}{15}\right) \cdot \frac{9}{32}; \quad 5) \left(5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{9};$$

$$2) \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{16}{19}; \quad 4) \left(\frac{11}{24} + \frac{1}{6}\right) \cdot 1\frac{3}{5}; \quad 6) \left(7 - 2\frac{5}{16}\right) \cdot \frac{4}{25}.$$

585. Выполните действия:

$$1) \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15}; \quad 3) \frac{9}{20} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{25}; \quad 5) 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{3};$$

$$2) \frac{7}{18} \cdot \frac{9}{14} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}; \quad 4) 3\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - 3\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{27}; \quad 6) 1\frac{17}{28} \cdot \frac{7}{9} + \frac{14}{25} \cdot \frac{5}{7}.$$

586. Применяя распределительное свойство умножения, вынесите общий множитель за скобки. Вычислите:

$$1) 8 \cdot \frac{4}{11} + 8 \cdot \frac{7}{11}; \quad 3) \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{13} + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{13}; \quad 5) \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7};$$

$$2) 5 \cdot \frac{1}{7} + 5 \cdot \frac{6}{7}; \quad 4) \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6}; \quad 6) \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6}.$$

587. 1) Вычислите квадрат числа:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{2}{7}, 1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{9}, 6\frac{2}{3}.$$

2) Вычислите куб числа:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{4}{9}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{1}{2}.$$

588. Запишите величины, выразив:

1) в граммах: $\frac{3}{4}$ кг; $\frac{7}{10}$ кг; $1\frac{3}{5}$ кг; $2\frac{1}{20}$ кг; $3\frac{2}{25}$ кг;

2) в сантиметрах: $\frac{2}{5}$ дм; $\frac{3}{10}$ дм; $\frac{7}{20}$ м; $\frac{11}{25}$ м; $1\frac{9}{10}$ м;

3) в секундах: $\frac{1}{3}$ мин; $\frac{1}{4}$ мин; $\frac{9}{10}$ мин; $\frac{1}{3600}$ ч; $\frac{1}{2}$ ч.

589. Решите уравнение:

1) $4\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$; 3) $\left(x - 1\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{3} = 0$; 5) $12\left(x - 1\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}\right) = 0$;

2) $8\left(x - \frac{3}{14}\right) = 0$; 4) $\left(x - 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{5} = 0$; 6) $9\left(x - 3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7}\right) = 0$.

590. 1) На рисунке 3.39 изображен куб, где

$ABCD$ – верхняя грань куба. Площадь треугольника ACD равна $24\frac{1}{2}$ см².

Вычислите объем закрашенной части куба.

2) Масса стального бруска 9 кг. Из него

изготовили 14 деталей, масса каждой из них

$\frac{5}{8}$ кг. Сколько килограммов стали осталось?

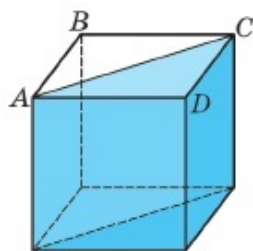


Рис. 3.39

591. **Практическая работа.** Измерьте длину и ширину пола комнаты в квартире (в доме) и запишите измерения в метрах.

- Найдите площадь пола комнаты и результат выразите в квадратных метрах.

- Сколько килограммов краски понадобится для покраски пола комнаты, если для покраски 1 м² пола комнаты нужно

$\frac{3}{10}$ кг краски?

592. Площадь Ботанического сада примерно 108 га. Летом каждая

зеленая площадка в 50 м² за сутки выделяет $2\frac{1}{4}$ кг кислорода.

Сколько килограммов кислорода выделяется за сутки со всей территории Ботанического сада?

593. Между домом Диаса и школой находится 20 домов. По направлению от дома к школе, в первом доме и после этого в каждом 3-м доме живут темноволосые мальчики. По направлению от школы к дому в первом доме и после этого в каждом 6-м доме живут рыжеволосые мальчики. В остальных домах живут только девочки. Сколько домов, где живут девочки?

594. Длина внешней окружности колеса велосипеда $1\frac{4}{5}$ м. За 1 секунду колесо совершает $1\frac{2}{3}$ оборота. Какое расстояние проедет велосипедист за 5 мин?

С

595. Вычислите:

$$1) \left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \frac{7}{15}; \quad 3) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{4}{5}; \quad 5) \left(2\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{27}{98}; \quad 7) \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \frac{5}{6};$$

$$2) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{32}{45}; \quad 4) \left(2\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \frac{14}{19}; \quad 6) \left(\frac{8}{11}\right)^2 \cdot \frac{11}{32}; \quad 8) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{15}{24}.$$

596. Найдите значение выражения:

$$1) 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{6} - \frac{1}{2}; \quad 3) 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{5} \cdot 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{9} \cdot 1\frac{2}{11} + \frac{1}{2};$$

$$2) 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{8} - \frac{1}{4}; \quad 4) 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{7} \cdot 1\frac{4}{11} \cdot 1\frac{4}{15} \cdot 1\frac{4}{19} - \frac{2}{3}.$$

597. Угадайте закономерность в порядке записи числовой последовательности и запишите следующие три дроби.

$$1) \frac{1}{37}; \frac{2}{37}; \frac{3}{37}; \frac{4}{37}; \dots; \quad 2) \frac{21}{29}; \frac{19}{29}; \frac{17}{29}; \frac{15}{29}; \dots;$$

$$3) \frac{1}{17}; \frac{2}{17}; \frac{4}{17}; \frac{8}{17}; \dots$$

598°. Веселая лодка догоняет плот, плывущий от нее на расстоянии 9 км. Собственная скорость весельной лодки $10\frac{1}{2}$ км/ч. Какое расстояние будет между ними через $\frac{2}{3}$ ч?

599. 1) У девочки есть 4 яблока, 4 пол-яблока и 4 пол-пол-яблока. Сколько всего яблок у девочки?

2) У Самата в корзине было 27 груш. По дороге домой он встретил Юру, отдал ему $\frac{1}{3}$ груш из корзины. Затем он встретил Ермуханбета, ему отдал $\frac{1}{3}$ оставшихся груш в корзине. Самат возле дома встретил Диму, ему досталось $\frac{1}{3}$ нового остатка груш в корзине. Сколько груш после этого у Самата в корзине осталось?

600*. Купили дыню, арбуз и тыкву. Масса этих бахчевых культур, кроме дыни, равна 11 кг, кроме арбуза, – 9 кг, кроме тыквы, – 12 кг. Найдите массу каждого бахчевого плода.

601*. Найдите площадь четырехугольника (рис. 3.40) и выразите ее в квадратных сантиметрах.

• Найдите площадь прямоугольника $AEFK$ в квадратных сантиметрах.

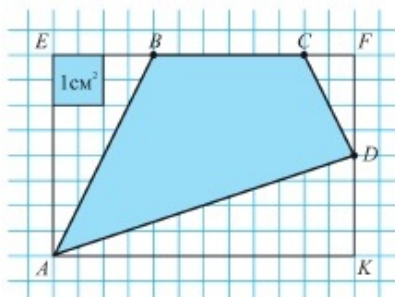


Рис. 3.40

• Найдите площадь прямоугольных треугольников AEB , CFD , ADK в квадратных сантиметрах.

• Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

602. Выполните действия:

$$1) \frac{1}{3} \cdot \left(2\frac{2}{15} \cdot 6\frac{1}{4} - 5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8} \right) + 4\frac{5}{9}; \quad 2) 30\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5} \cdot \left(1\frac{4}{5} \cdot \left(12\frac{7}{12} - 9\frac{19}{36} \right) - \frac{17}{35} \cdot 1\frac{11}{34} \right).$$

Ключевые факты.

1. Чтобы умножить дробь на натуральное число, нужно умножить на это число числитель, не меняя знаменатель. Например,

$$\frac{5}{18} \cdot 3 = \frac{5 \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{6}{18}} = \frac{5}{6}.$$

2. Произведение двух дробей есть дробь, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель – произведению знаменателей этих дробей.

$$\text{Например, } \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 5} = \frac{14}{45}.$$

3. Чтобы научиться умножать смешанные числа, используйте данные примеры:

$$\text{Например, } 1) 3\frac{9}{10} \cdot 2\frac{4}{13} = \frac{39}{10} \cdot \frac{30}{13} = \frac{\overset{3}{\cancel{39}} \cdot \overset{3}{\cancel{30}}}{\underset{1}{10} \cdot \underset{1}{13}} = 9.$$

$$2) 4\frac{1}{8} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{33}{8} \cdot \frac{17}{3} = \frac{\overset{11}{\cancel{33}} \cdot 17}{8 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{187}{8} = 23\frac{3}{8}.$$

▲ 583. Портниха израсходовала 22 м ткани.

585. 1) $\frac{7}{18}$; 2) $\frac{15}{28}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{9}{10}$; 5) $\frac{3}{4}$. 590. 1) $171\frac{1}{2}$ см³.

592. 48 т 600 кг. 593. 9 домов. 594. 900 м.

596. 1) 3; 2) 2; 3) 7; 4) 7. 598. 2 км. 599. 2) 8 груш.

600. Дыня – 5 кг, арбуз – 7 кг, тыква – 4 кг.

601. Площадь четырехугольника равна 13 см². 602. 1) 7; 2) 24.

3.12. Взаимно обратные числа

Два числа, произведение которых равно 1, называют *взаимно обратными числами*.

Например, дроби $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$ – взаимно обратные числа, так как $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = 1$.

Самостоятельная работа

Задание 1.

Выберите пять пар взаимно обратных чисел из следующих дробей:

- 1) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{4}{7}$ и $\frac{7}{4}$; 5) $\frac{2}{9}$ и $\frac{9}{2}$; 7) $\frac{9}{10}$ и $\frac{9}{11}$;
 2) $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{7}{10}$ и $\frac{10}{7}$; 6) $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$; 8) $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$.

Задание 2.

Запишите дроби, обратные следующим дробям:

$$\frac{5}{12}; \quad \frac{9}{13}; \quad \frac{11}{7}; \quad \frac{2}{13}; \quad \frac{10}{11}; \quad \frac{9}{100}.$$

Подумайте, как найти число, обратное обыкновенной дроби.

Проверьте себя.

Чтобы найти число, обратное обыкновенной дроби, нужно числитель и знаменатель дроби поменять местами.

Например, $\frac{7}{15}$ и $\frac{15}{7}$ – взаимно обратные числа, так как $\frac{7}{15} \cdot \frac{15}{7} = \frac{7 \cdot 15}{15 \cdot 7} = 1$.

Задание 3.

Из данных смешанных чисел найдите пять пар взаимно обратных чисел.

- 1) $2\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{7}$; 3) $1\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{8}$; 5) $7\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{23}$; 7) $10\frac{1}{2}$ и $\frac{21}{2}$;
 2) $5\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{11}$; 4) $4\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{14}$; 6) $8\frac{1}{4}$ и $\frac{8}{5}$; 8) $3\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{23}$.

Задание 4. Запишите число, обратное данному:

$$3\frac{2}{7}; \quad \frac{15}{8}; \quad 2\frac{3}{10}; \quad \frac{14}{3}; \quad 5\frac{2}{9}; \quad 7\frac{1}{6}; \quad 10\frac{3}{4}.$$

? Подумайте, как найти число, обратное смешанному числу. Перед тем, как найти число, обратное смешанному числу, какое преобразование надо произвести?

Проверьте себя.

Чтобы найти число, обратное смешанному числу, нужно представить его в виде неправильной дроби и найти число, обратное неправильной дроби.

Например, $9\frac{2}{5} = \frac{47}{5}$; $9\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{47}$ – взаимно обратные числа.

Число, обратное натуральному числу – дробь, числитель которой 1, а знаменатель – само натуральное число.

Например, 9 и $\frac{1}{9}$ – взаимно обратные числа, так как $9 \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$.

Задание 5. Напишите числа, обратные следующим числам:

1) правильным дробям $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{11}{20}$.

Дробь, обратная правильной дроби, является .

2) смешанным числам $1\frac{1}{5}$, $2\frac{3}{7}$, $4\frac{1}{8}$, $10\frac{2}{5}$, $21\frac{5}{9}$, $30\frac{5}{7}$, $8\frac{3}{10}$.

Дробь, обратная смешанным числам, является .

3) натуральным числам 3, 5, 7, 9, 12, 1, 17, 10, 100.

Число, обратное натуральному числу, – это .

дробь.

Задание 6. Напишите дроби, обратные следующим дробям:

$\frac{1}{a}$, $\frac{1}{7x}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{5}{a}$, $\frac{b}{7}$, $\frac{2x}{5}$, $\frac{3x}{2y}$.

603. 1) Оператор набрал на компьютере текст за 3 ч. Какую часть текста оператор набрал на компьютере за 1 час?

2) Бассейн наполняется водой за 20 мин. Какая часть бассейна наполнится за 1 минуту?

3) Расстояние от старта до финиша Динара пробежала за 15 с, а Данияр – за 12 с. У кого из детей скорость больше?

604. Какие утверждения верные:

1. Число 1 обратно самому себе.

2. Произведение взаимно обратных чисел меньше 1.

3. Число 0 не имеет обратного числа.

4. Любое число имеет обратное число.

5. Любое число, кроме нуля, имеет обратное число.

6. Произведение взаимно обратных чисел равно 1?

605. Решите уравнения:

1) $\frac{2}{7}x = 1$; 3) $1\frac{5}{8}x = 1$; 5) $\frac{7}{15}x = 1$; 7) $100x = 1$;

2) $9x = 1$; 4) $\frac{1}{2}x = 1$; 6) $3\frac{2}{5}x = 1$; 8) $\frac{2}{13}x = 1$.



1. Как называется действие, обратное умножению?

2. Найдём значение выражения $\frac{24}{4} : \frac{21}{7}$.

Нам известно, что $\frac{24}{4} = 6$; $\frac{21}{7} = 3$ и $6 : 3 = 2$. Значит, значение выражения $\frac{24}{4} : \frac{21}{7}$ равно 2.

Теперь выражение $\frac{24}{4} : \frac{21}{7}$ будем рассматривать как деление дроби на дробь. Для того чтобы найти частное данных дробей, дробь делителя заменим обратной ей дробью $\frac{7}{21}$ и действие деления заменим действием умножения. Вычислите частное, записав в рамочки нужные числа.

$$\frac{24}{4} : \frac{21}{7} = \frac{24}{4} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{24 \cdot \square}{4 \cdot \square} = \frac{\square}{\square} = 2.$$

3. Какое преобразование было произведено, чтобы заменить действие деления действием умножения? Решите примеры, используя такое преобразование.

Примеры: $\frac{8}{9} : \frac{1}{3}$; $\frac{4}{5} : \frac{1}{2}$; $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$; $\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$.

Образец: $\frac{3}{5} : \frac{6}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot 7}{5 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{7}{10}$.

3.13. Деление обыкновенных дробей и смешанных чисел

I. Деление обыкновенной дроби на обыкновенную дробь.

? **Задача.** Площадь прямоугольника $\frac{9}{25}$ дм². Его ширина равна $\frac{2}{5}$ дм. Найдите длину прямоугольника.

Решение. Пусть x – длина прямоугольника, выраженная в дециметрах.

$$x = \frac{9}{25} : \frac{2}{5}.$$

Пользуясь подсказкой, попробуйте решить задачу самостоятельно.

Подсказка.

1. Запишите равенство с неизвестным, выражающее площадь данного прямоугольника.

2. Умножьте обе части равенства, на число, обратное числу $\frac{2}{5}$;
 3. Запишите значение x .
 Сформулируйте правило деления дроби на дробь.

Проверьте себя.

Дано: $x = \frac{9}{25} : \frac{2}{5}$.

1. $\frac{2}{5}x = \frac{9}{25}$.

Площадь данного прямоугольника.

2. $\frac{2}{5}x \cdot \frac{5}{2} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{2}$.

Умножим обе части равенства на число $\frac{5}{2}$ – обратное делителю $\frac{2}{5}$.

3. $x = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{2}$

Значение частного (x) равно произведению делимого $\frac{9}{25}$ на число $\frac{5}{2}$.

Значит,

$$\frac{9}{25} : \frac{2}{5} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{25} : \frac{2}{5} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{2} = \frac{9 \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{5}{\cancel{25}} \cdot 2} = \frac{9}{10} \text{ (дм)}$$

$$x = \frac{9}{10} \text{ (дм)}.$$

Ответ: $\frac{9}{10}$ дм.

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

Используя буквы, правило деления дробей можно записать так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c},$$

где a – натуральное число или число 0; b, c, d – натуральные числа.

Например, 1) $\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 3}{7 \cdot \cancel{2}} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$, или $\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{7}$;

2) $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$.

Делитель не может быть равен нулю. Делить на нуль нельзя.

II. Деление смешанного числа на смешанное число.

Чтобы разделить смешанное число на смешанное число, надо записать их в виде неправильной дроби. Затем разделить дробь на дробь, используя правило деления дробей.

$$\text{Например, } 4\frac{2}{5} : 1\frac{7}{9} = \frac{22}{5} : \frac{16}{9} = \frac{22}{5} \cdot \frac{9}{16} = \frac{11 \cancel{22} \cdot 9}{5 \cdot \cancel{16}_8} = \frac{99}{40} = 2\frac{19}{40}.$$

III. Деление натурального числа на дробь. Деление дроби на натуральное число.

Если делимое или делитель является натуральным числом, то натуральное число можно записать в виде дроби со знаменателем 1. Затем, используя правило деления дробей, надо разделить одну дробь на другую.

Например:

$$1) 4 : \frac{2}{3} = \frac{4}{1} : \frac{2}{3} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\cancel{4}^2 \cdot 3}{\cancel{2}_1} = 6 \text{ (рис. 3.41), или } 4 : \frac{2}{3} = \frac{\cancel{4}^2 \cdot 3}{\cancel{2}_1} = 6.$$

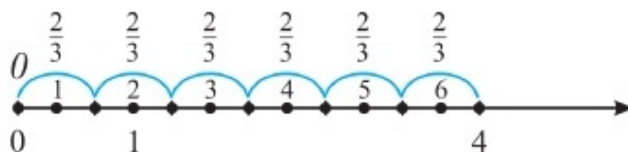


Рис. 3.41

$$2) \frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} : \frac{2}{1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\cancel{4}^2 \cdot 1}{5 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{2}{5} \text{ или } \frac{4}{5} : 2 = \frac{\cancel{4}^2 \cdot 1}{5 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{2}{5}.$$

Деление натурального числа на дробь и дроби на натуральное число с помощью букв запишем так:

$$\boxed{n : \frac{a}{b} = \frac{nb}{a}}; \quad \boxed{\frac{a}{b} : n = \frac{a}{bn}}, \text{ где } n \text{ – натуральное число.}$$

Например,

$$1) 2 : 1\frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9};$$

$$2) 3\frac{1}{3} : 2 = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\cancel{10}^5}{3 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$3) 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\cancel{3}^1 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2}_1 \cdot \cancel{3}_1} = 2;$$

$$4) \frac{4}{7} : 1\frac{2}{3} = \frac{4}{7} : \frac{5}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}.$$



1. Сформулируйте правило деления дробей.
2. Как разделить смешанное число на смешанное число?
3. Объясните, как разделить натуральное число на дробь.

606. Выполните деление (устно):

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{1}{3} : 3; & 3) \frac{2}{5} : \frac{2}{3}; & 5) \frac{4}{5} : \frac{2}{5}; & 7) 8 : \frac{2}{3}; \\
 2) \frac{7}{10} : 7; & 4) \frac{1}{100} : \frac{1}{100}; & 6) 7 : \frac{1}{4}; & 8) \frac{1}{5} : \frac{1}{10}.
 \end{array}$$

A

Выполните деление (607, 608).

607. 1) $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$; 3) $\frac{4}{9} : \frac{8}{9}$; 5) $\frac{3}{5} : \frac{1}{25}$; 7) $\frac{1}{10} : \frac{1}{10}$;
 2) $\frac{3}{8} : \frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{12} : \frac{1}{6}$; 6) $\frac{2}{7} : \frac{3}{7}$; 8) $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$.

608. 1) $3 : \frac{1}{9}$; 3) $4 : \frac{3}{8}$; 5) $2\frac{1}{7} : 15$; 7) $4\frac{1}{2} : 6$;
 2) $6 : \frac{1}{11}$; 4) $5 : \frac{5}{7}$; 6) $1\frac{7}{9} : 8$; 8) $5\frac{1}{4} : 7$.

609. Найдите частное:

$$\begin{array}{llll}
 1) 3\frac{1}{5} : 2\frac{2}{15}; & 3) 6\frac{1}{2} : 1\frac{6}{7}; & 5) 5\frac{3}{11} : 2\frac{7}{11}; & 7) 5\frac{5}{14} : 2\frac{1}{7}; \\
 2) 1\frac{7}{8} : 4\frac{1}{6}; & 4) 6\frac{2}{3} : 2\frac{7}{9}; & 6) 5\frac{1}{3} : 3\frac{5}{9}; & 8) 6\frac{2}{5} : 1\frac{7}{9}.
 \end{array}$$

610. Выполните действия:

$$\begin{array}{lll}
 1) \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{21}\right) : 1\frac{4}{7}; & 3) 1\frac{7}{12} : \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right); & 5) \left(\frac{3}{14} + \frac{5}{7}\right) : 3\frac{5}{7}; \\
 2) \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{22}\right) : \frac{5}{11}; & 4) \frac{17}{36} : \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\right); & 6) \frac{19}{24} : \left(\frac{3}{16} + \frac{5}{24}\right).
 \end{array}$$

611. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{2}{9}x = \frac{5}{12}; & 3) \frac{3}{5}x = 6; & 5) \frac{3}{7}x = 1\frac{4}{5}; \\
 2) \frac{4}{15}y = \frac{2}{5}; & 4) \frac{7}{8}y = 14; & 6) \frac{9}{10}y = 4\frac{1}{2}.
 \end{array}$$

612. 1) В одной пачке $\frac{1}{4}$ кг чая. В скольких пачках содержится 1 кг чая?

2) За 1 ч поезд проехал $\frac{1}{3}$ всего пути. За сколько часов поезд проедет весь путь?

613. 1) В одном пакете $\frac{3}{4}$ кг урюка. В скольких пакетах содержится 6 кг урюка?

2) Скорость распространения звука в воздухе равна $\frac{3}{10}$ км/с. За сколько секунд распространится звук на расстояние, равное 3 км?

614. 1) Длина внешней окружности колеса машины равна $2\frac{2}{5}$ м. Сколько оборотов совершит колесо, если машина проедет 108 м?

2) Трамвай за $\frac{2}{3}$ ч проезжает расстояние $10\frac{1}{6}$ км. Найдите его скорость.



615. Расстояние до назначенного пункта туристы прошли за два дня. В первый день они прошли на $\frac{3}{7}$ больше, чем во второй. Какую часть расстояния прошли туристы в первый день, какую во второй?

В

616. Выполните действия:

$$1) \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} : \frac{9}{10};$$

$$3) 2\frac{2}{11} \cdot 1\frac{3}{8} : \frac{3}{4};$$

$$5) \frac{3}{5} \cdot \left(2\frac{2}{3} : 3\frac{1}{5} \right);$$

$$2) \frac{6}{7} : \frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{5};$$

$$4) \frac{11}{23} \cdot 3\frac{2}{7} : 5\frac{1}{2};$$

$$6) 1\frac{1}{8} \cdot \left(9\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4} \right).$$

617. Выполните действия:

$$1) \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} \right) : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \right);$$

$$3) \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{16} \right) : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right);$$

$$2) \left(1 - \frac{4}{9} \right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right);$$

$$4) \left(\frac{5}{7} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{4}{9} - \frac{5}{12} \right).$$

618. Решите уравнение:

$$1) \left(1 - \frac{7}{10}\right)x = 2\frac{1}{4};$$

$$3) \left(3\frac{1}{8} + 1\frac{3}{4}\right)x = 2\frac{1}{6};$$

$$2) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)x = 1\frac{4}{5};$$

$$4) \left(2\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6}\right)x = \frac{3}{4}.$$

619. 1) Периметр квадрата равен $18\frac{2}{5}$ см. Найдите длину стороны квадрата.

2) Сумма всех ребер куба равна 69 см. Найдите длину ребра куба.

620. Голубь пролетел расстояние, равное 420 м, за 25 с.

▲ За сколько секунд он пролетит расстояние, равное 672 м?

▲ Какое расстояние пролетит голубь за 30 с?



621. При паянии изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова. Сколько килограммов свинца и сколько килограммов олова в отдельности содержится в куске сплава массой $2\frac{9}{20}$ кг?

622^o. За день ученик прочитал $\frac{9}{13}$ книги. Это на 25 страниц больше, чем половина книги. Сколько всего страниц в книге?

623. В магазин привезли овощи. Когда продали $\frac{2}{7}$ всех овощей, то их осталось на 150 кг больше, чем продали. Сколько килограммов овощей привезли в магазин?

624. Квадрат со стороной 12 см разбит на квадратные клетки со стороной 4 см. В клетках отмечены 37 точек. Докажите, что найдется клетка, в которой отмечено не менее 5 точек.

625. Для компота купили фрукты. Из них яблоки составляют 7 частей, груши – 4 части, абрикосы – 3 части. Груш на $1\frac{7}{20}$ кг меньше, чем яблок. Сколько всего килограммов фруктов купили?

626. Из Уральска и Актобе одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Они встретились через $4\frac{1}{4}$ ч. Один из них проехал $382\frac{1}{2}$ км, а другой – $300\frac{9}{10}$ км. На сколько километров приблизились эти два поезда через час? Решите задачу двумя способами.



С

627. Вычислите:

$$1) \frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}; \quad 2) \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{4}{9}}{\frac{7}{9} - \frac{1}{12} - \frac{1}{18}}; \quad 3) \frac{2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}}{1\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{2}}$$

628. Сократите дроби и выполните действия:

$$1) \frac{6a^2}{7b} : \frac{3a}{21b^2}; \quad 2) \frac{8c^3}{5d} : \frac{2c^2}{15d^2}; \quad 3) \frac{16x^2}{5y} \cdot \frac{5^2y}{2^3x}$$

- 629^o. Решите уравнение:

$$1) \frac{1}{x} - \frac{1}{6\frac{1}{4}x} = \frac{3}{25}; \quad 2) \frac{2}{x} + \frac{1}{4\frac{1}{2}x} = \frac{4}{9}; \quad 3) \frac{6}{x} + \frac{1}{1\frac{1}{2}x} = \frac{2}{3}$$

Выберите ответы:

А. 10; В. 6; С. 5; Д. 7.

- 630*. Масса 3 л керосина и 5 л бензина $5\frac{9}{10}$ кг. Масса 5 л керосина и 3 л бензина $6\frac{1}{10}$ кг. Найдите массу 1 л керосина. Найдите массу 1 л бензина.

- 631*. Решите задачу рациональным способом.

Привезли рассаду цветов и распределили их по трем клумбам.

На первой клумбе посадили $\frac{1}{3}$ всех кустов рассады, на второй – $\frac{1}{3}$ остатка, на третьей – $\frac{1}{3}$ нового остатка рассады. После этого осталось 24 куста рассады.

- Сколько всего кустов рассады цветов привезли?
- Сколько кустов рассады цветов посадили на первой клумбе? на второй? на третьей?

632*. В первый час машина проехала $\frac{1}{4}$ расстояния между двумя городами и 10 км, а во второй час – $\frac{2}{5}$ остатка расстояния и 12 км. Когда машина в третий час проехала $\frac{2}{3}$ нового остатка расстояния и 10 км, до города осталось 20 км.

- Каково расстояние между двумя городами?
- Какое расстояние машина проехала за второй час?

633*. Из рулона ткани сшили пододеяльники, простыни и наволочки. На пошив пододеяльников ушло без 6 метров $\frac{2}{5}$ рулона. На пошив простыней ушло без 4 метров $\frac{3}{5}$ от остатка рулона. Когда без 3 метров $\frac{3}{4}$ от нового остатка рулона пошили наволочки, в рулоне осталось 10 м ткани.

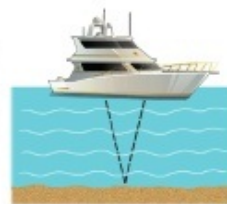
- Сколько метров ткани было в рулоне?
- Сколько метров ткани ушло на пошив пододеяльников?

634. Старинная задача.

Сын спрашивает отца: «Сколько Вам лет, отец?» Отец отвечает: «Если к моему возрасту прибавишь его половину, его четверть и еще 1, то получишь 134». Сколько лет отцу?

635*. Первый из трех соседей купил 5 мешков муки, второй – 3 мешка. Всю купленную муку три соседа разделили поровну. Третий сосед разделил 7200 тенге между двумя соседями соответственно его покупке у них муки. Сколько тенге получил первый сосед? Сколько второй?

★636. Глубину морей, океанов и озер измеряют с помощью эхолота. Звук, издаваемый эхолотом, доходит до дна, отражается и возвращается к эхолоту. Скорость звука в воде 1500 м/с.



1) Используя информационно-коммуникационные источники (ИКТ), запишите наибольшую глубину озера Байкал – самого глубокого озера в мире. Найдите время, за которое звук, издаваемый эхолотом, дойдет до дна и отражаясь, возвратится к эхолоту.

А. $2\frac{2}{15}$ с; В. $2\frac{4}{25}$ с; С. $2\frac{7}{10}$ с; Д. $2\frac{3}{4}$ с.

2) Самое глубокое место в мире – Марианская впадина в Тихом океане.

Звук, издаваемый эхолотом до дна Марианской впадины, возвратился через $14\frac{2}{3}$ с. Какова ее глубина?

А. 9000 м. В. 13 000 м. С. 11 000 м. Д. 12 000 м.

Ключевые факты.

1. Деление дроби на дробь можно заменить умножением делимого на число, обратное делителю.

Пример 1. $\frac{8}{15} : \frac{2}{7} = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{2} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \cdot 7}{15 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$.

2. Чтобы разделить дробь на натуральное число, нужно умножить на это число ее знаменатель, не меняя числитель.

Пример 2. $\frac{4}{9} : 3 = \frac{4}{9 \cdot 3} = \frac{4}{27}$;

▲ 616. 5) $\frac{1}{2}$; 6) 6. 617. 1) 2; 2) $6\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{5}{7}$. 620. 40 секунд;

504 м.

622. 130 страниц. 623. 350 кг. 625. $6\frac{3}{10}$ кг. 626. $160\frac{4}{5}$ км.

627. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) 2. 628. 1) $6ab$; 2) $12cd$.

630. 1 л керосина – 800 г, 1 л бензина – 700 г.

631. • Привезли всего 81 куст рассады.

• Посадили 27, 18 и 12 кустов рассады.

632. • Расстояние между двумя городами 240 км.

• Машина за второй час проехала 80 км.

633. • В рулоне 90 м ткани.

• На пошив пододеяльников ушло 30 м ткани.

634. 76 лет. 635. Первый сосед получил 6300 тг, второй – 900 тг.

Арифметические действия над обыкновенными дробями и смешанными числами

Порядок выполнения действий над обыкновенными дробями и смешанными числами такой же, как и порядок выполнения действий над натуральными числами.

637. Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 1) \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \\ + 2 \\ + \frac{4}{7} \\ - 2\frac{2}{5} \\ - \frac{1}{5} \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 1\frac{2}{9} + \frac{3}{9} \\ - \frac{5}{9} \\ - \frac{3}{8} \\ + 2 \\ - \frac{5}{8} \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) 1 - \frac{1}{8} \\ - \frac{3}{8} \\ + \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{4} \\ + 3 \\ \hline ? \end{array}$$

A

638. Заполняя рамочки, по рисунку 3.42 найдите сумму дробей:

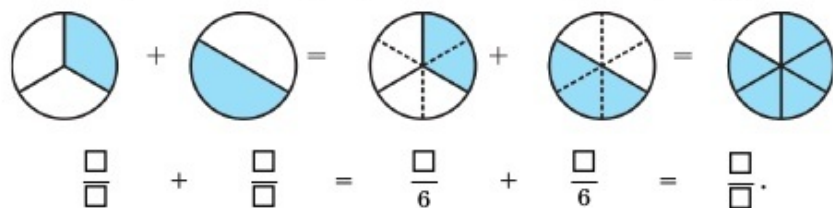


Рис. 3.42

Выполните действия (639–641).

639. 1) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{7}$; 3) $\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{9}{11}$; 5) $\frac{3}{5} : \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right)$;

2) $\left(\frac{4}{15} + \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{5}$; 4) $\frac{8}{11} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right)$; 6) $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{7}{12} + \frac{3}{4}\right)$.

640. 1) $3\frac{1}{3} : \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$; 3) $3\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} : \frac{2}{7}$; 5) $4\frac{1}{8} \cdot \frac{6}{11} : 2\frac{1}{4}$;

2) $\frac{4}{5} \cdot 2\frac{1}{2} : 6;$

4) $26 : 3\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16};$

6) $1\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4} : \frac{3}{10}.$

641. 1) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} + 1\frac{1}{3};$

3) $\frac{3}{8} : \frac{1}{2} + 3\frac{1}{4};$

5) $1\frac{2}{5} : \frac{5}{7} + \frac{3}{8};$

2) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} - \frac{1}{3};$

4) $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} + 1\frac{3}{8};$

6) $2\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9} - \frac{5}{6}.$

642. Тракторист вспахал в первый день $12\frac{1}{4}$ га поля, во второй – на $\frac{2}{5}$ га больше. Сколько гектаров поля вспахал тракторист за два дня?

643. Сырой кирпич весит $4\frac{1}{2}$ кг, при сушке он теряет $\frac{4}{5}$ кг. Какова масса высушенного кирпича?

644. Длина стороны квадрата $6\frac{2}{5}$ см.

▲ Найдите периметр квадрата;

▲ Вычислите площадь квадрата.

645. Два поезда вышли одновременно со станций A и B навстречу друг другу и встретились через 3 часа. До встречи первый поезд прошел $210\frac{3}{4}$ км, а второй – $181\frac{1}{2}$ км. На сколько километров сблизятся поезда за час?

646. Решите уравнения:

1) $\frac{11}{15}x = 77;$

3) $\frac{15}{64}x = 25;$

5) $3\frac{2}{5}y = 6\frac{4}{5};$

2) $\frac{23}{28}x = 92;$

4) $5\frac{1}{3}x = 8\frac{8}{9};$

6) $9\frac{1}{2}y = 14\frac{1}{4}.$

647. Вычислите, применяя распределительное свойство умножения:

$$1) 3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3};$$

$$3) \frac{1}{9} \cdot 1\frac{5}{6} + 1\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{9};$$

$$2) 1\frac{2}{5} \cdot 2\frac{5}{7} - 1\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{14};$$

$$4) 1\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8}.$$

648. Упростите выражение. Вычислите значения выражений:

$$1) 6\frac{3}{7}a + 1\frac{1}{2}a \text{ при } a = 14;$$

$$3) 2\frac{3}{10}a - 1\frac{2}{3}a \text{ при } a = 6;$$

$$2) 8b - 3\frac{5}{9}b \text{ при } b = \frac{3}{5};$$

$$4) 2\frac{5}{8}b + 3\frac{1}{4}b \text{ при } b = 2\frac{2}{3}.$$

649. Вычислите:

$$1) \left(2\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{9};$$

$$3) 3\frac{5}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^2;$$

$$5) 7\frac{2}{5} - \left(\frac{2}{5}\right)^2;$$

$$2) \left(1\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{5}{8};$$

$$4) \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 3\frac{1}{4};$$

$$6) 9 - \left(1\frac{1}{3}\right)^2.$$

650. В гараже стоят легковые машины и автобусы. Из них $\frac{1}{4}$ часть и еще 8 – легковые машины, остальные 10 машин – автобусы. Сколько всего легковых машин и автобусов в гараже?

651. 1) В первый день в магазине продали $\frac{1}{3}$ овощей, а во второй – $\frac{2}{9}$ овощей. После этого в магазине осталось $5\frac{3}{5}$ т овощей. Сколько тонн овощей было в магазине первоначально?

2) Оператор до обеда набрал $\frac{1}{2}$ всей рукописи, после обеда – $\frac{1}{3}$ рукописи. К концу дня 7 страниц остались ненабранными. Сколько страниц в рукописи?

652. Сколько понадобится рулонов обоев длиной 12 м и шириной $\frac{3}{4}$ м для оклейки стены длиной $7\frac{1}{2}$ м и высотой $2\frac{2}{5}$ м?

653. В оранжерее растут розы, астры и тюльпаны. Из них $\frac{1}{6}$ составляют розы, а $\frac{3}{5}$ остатка – астры. Остальные 120 цветов – тюльпаны. Сколько всего цветов в оранжерее?

654. В фермерском хозяйстве $\frac{2}{5}$ площади земли занимают пастбища, а $\frac{1}{4}$ – посевы бахчевых культур. Площадь, занимаемая пастбищами, на 15 га больше, чем площадь, занимаемая бахчевыми. Сколько гектаров земли в фермерском хозяйстве?

655. Вычислите:

$$1) \frac{5}{9} + 1\frac{5}{7} \cdot \left(4\frac{2}{3} - 2\frac{5}{8}\right) : 1\frac{3}{4}; \quad 3) 2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{10} : \left(2\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{5}{6};$$

$$2) 2 - 3\frac{1}{7} \cdot \left(2 - 1\frac{9}{11}\right) : \frac{8}{21}; \quad 4) 4\frac{5}{12} - 1\frac{1}{2} : \left(2\frac{1}{6} + \frac{8}{15}\right) \cdot 1\frac{4}{5}.$$

С

656. Запишите дроби $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{11}$ в виде суммы аликвотных дробей с различными знаменателями.

657. Вычислите:

$$1) \left(3\frac{1}{3} + 5\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{2}{5} - 2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right); \quad 3) \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \cdot 5\frac{1}{7} : \left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right).$$

658. Решите уравнения:

$$1) \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}} + \frac{2}{3} = 1; \quad 2) \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{4}x - \frac{7}{12}} - \frac{1}{2} = \frac{3}{14};$$

$$3) \frac{2\frac{1}{3}}{\frac{3}{8}x - \frac{5}{6}} + 5\frac{2}{3} = 9\frac{1}{6}.$$

659. Вычислите:

$$1) \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} - \frac{3}{6}}{\frac{9}{10} + \frac{3}{5}};$$

$$2) \frac{\frac{7}{8} + \frac{1}{6}}{2} + 2\frac{1}{3};$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$$

$$3) \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}.$$

660. В магазин завезли 320 компьютеров. Для учреждений купили $\frac{1}{8}$ компьютеров, а для школ – $\frac{5}{7}$ оставшегося количества. Сколько компьютеров купили для школ?

661. Сумма первой и второй сторон треугольника $4\frac{1}{5}$ дм. Сумма второй и третьей сторон $4\frac{9}{10}$ дм. Сумма первой и третьей сторон $3\frac{1}{2}$ дм. Найдите периметр треугольника.

662. Подруги надели платья и туфли синего, белого и красного цветов. Только у Айжан платье и туфли были одного цвета. У Сауле туфли были белые, а платье не белое и не красное. У Гульнур и туфли, и платье не красного цвета. Определите цвет платья и туфель каждой из подруг.

663. Путешественник проехал $\frac{1}{3}$ намеченного расстояния на мотоцикле, $\frac{3}{7}$ остального пути – на автобусе, $\frac{3}{4}$ нового остатка пути по реке – на катере. После этого ему осталось пройти 20 км до намеченного места. Сколько километров составляет все расстояние?

664*. Для вязания купили пряжу. На безрукавку потратили половину всей пряжи и еще 100 г. Из половины оставшейся пряжи и 50 г связали шапку. Когда из 200 г пряжи нового остатка связали рукавички, осталось еще 50 г пряжи.

- Сколько всего граммов пряжи купили?
- Сколько граммов пряжи ушло на шапку?

665*. Найдите значения букв a , b , x , y . Заполните пустые клетки «магического квадрата» соответствующими числами.

6	x	a
	15	
13	y	b

- ▲ 641. 2) $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{2}{3}$. 645. На $130\frac{3}{4}$ км. 648. 1) 111; 3) $3\frac{4}{5}$.
649. 2) 4; 4) $3\frac{5}{16}$; 6) $7\frac{2}{9}$. 650. 24 легковых машин и автобусов.
651. 2) 42 страницы. 652. 2 рулона. 653. 360 цветов.
654. 100 га. 655. 1) $2\frac{5}{9}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 4; 4) $3\frac{5}{12}$. 657. 1) $\frac{9}{10}$; 2) $1\frac{4}{5}$.
658. 1) 6; 2) 7; 3) 4. 659. 1) 3; 2) 5; 3) $1\frac{1}{2}$. 660. 200 компьютеров. 661. $6\frac{3}{10}$ дм. 663. 210 км.
664. • Всего пряжи 1 кг 400 г.
• На шапку ушло 350 г пряжи.



Задача 1. В книге 72 страницы. Ученик прочитал $\frac{3}{8}$ книги. Сколько страниц книги прочитал ученик?

Решение.

1) Сколько страниц составляет $\frac{1}{8}$? $72 : \square = ?$
знаменатель дроби

2) Сколько страниц составляет $\frac{3}{8}$ книги?
 $72 : \square \cdot \Delta = ?$
числитель дроби

Если решить задачу, используя действие умножения, то:

$$72 \cdot \frac{\Delta}{\square} = 27 \text{ (страниц).}$$

Ответ: ученик прочитал 27 страниц книги.

Задача 2.

Ученик прочитал 27 страниц книги, что составило $\frac{3}{8}$ книги. Сколько страниц в книге?

Решение:

1) Сколько страниц составляет $\frac{1}{8}$ книги?
 $27 : \Delta$
числитель дроби

2) Сколько страниц в $(1 - \frac{8}{8})$ книге?

$27 : \Delta \cdot \square$
знаменатель дроби

Если решить задачу, используя действие деления, то

$$27 : \frac{\Delta}{\square} = \frac{27 \cdot \square}{\Delta} = 72 \text{ (страницы).}$$

Ответ: В книге 72 страницы.

Алфавитный указатель
Часть I**А**

Алиquotные дроби 186

Арабские цифры 4

Б

Буквенное выражение 39

В

Взаимно обратные числа 200

Взаимно простые числа 104

Д

Двойное неравенство 15

Делитель натурального числа 66

Десятичная система счисления 5

Доля 122

Дополнительный множитель 155

Е

Единичный отрезок 10

З

Знаменатель дроби 123

Значение выражения 39

К

Квадрат числа 92

Координатный луч 10

Координата точки 10

Корень уравнения 48

Коэффициент 40

Кратные числа 67

Куб числа 92

М

Математические выражения 40

Н

- Наибольший общий делитель 102
- Наименьшее общее кратное 108
- Натуральное число 4
- Нахождение собственной скорости объекта 116
- Нахождение скорости течения реки 116
- Неправильная дробь 137
- Несократимая дробь 131
- Нечетные числа 83
- Нечетные цифры 83

О

- Общий множитель 44
- Обыкновенная дробь 132
- Основное свойство дроби 130
- Основное свойство частного 25

П

- Периметр прямоугольника 54
- Площадь прямоугольника 54
- Порядок выполнения действий 36
- Правильная дробь 137
- Признаки делимости на 2, 5, 10, 82
- Признаки делимости на 3, 9, 87
- Пройденный путь 55
- Простые множители 97
- Простые числа 73

Р

- Разложение на простые множители 97
- Разрядные единицы 5
- Разрядные слагаемые 4
- Решение уравнения 48
- Решето Эратосфена 76
- Римские цифры 19

С

- Свойство пары делителей 67
- Смешанное число 142

Сокращение дробей 130
Составное число 74
Способ сложения Гаусса 34
Сравнение натуральных чисел 14
Сравнение обыкновенных дробей 162
Сравнение смешанных чисел 164
Степень числа 91

У

Умножение дроби на дробь 192
Умножение смешанных чисел 193
Упрощение выражений 43
Уравнение 48

Ч

Четные числа 83
Четные цифры 82
Числа-близнецы 70
Числитель дроби 123
Числовая последовательность 60
Числовые выражения 38

СОДЕРЖАНИЕ

Глава I. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ

Введение.....	3
1.1. Натуральные числа и нуль	4
1.2. Координатный луч. Изображение натуральных чисел и числа нуль на координатном луче.....	9
1.3. Сравнение натуральных чисел. Двойное неравенство	14
Исторические сведения о системах счисления и записи чисел (<i>Для дополнительного чтения</i>).....	18
1.4. Сложение и вычитание натуральных чисел	20
1.5. Умножение и деление натуральных чисел. Основное свойство частного	24
История возникновения арифметических действий, знаков равенства и неравенства. (<i>Для дополнительного чтения</i>)	28
1.6. Свойства арифметических действий	29
Способ сложения Гаусса (<i>Для дополнительного чтения</i>)	34
1.7. Арифметические действия над натуральными числами	36
1.8. Числовые выражения. Буквенные выражения	38
1.9. Упрощение выражений	43
Задания для самостоятельной работы на составление уравнений	47
1.10. Уравнение	48
1.11. Формулы. Вычисление по формулам	54
1.12. Числовые последовательности	60
Упражнения для повторения главы I	63

Глава II. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

2.1. Делители натурального числа. Кратные натурального числа	66
Нахождение натурального корня уравнения способом перебора пар делителей числа. (<i>Для дополнительного чтения</i>)	72
2.2. Простые числа. Составные числа	73
Решето Эратосфена (<i>Для дополнительного чтения</i>)	77
2.3. Основные свойства делимости	78
2.4. Признаки делимости натуральных чисел на 2, 5 и 10	82

2.5. Признаки делимости натуральных чисел на 3 и на 9 ...	87
2.6. Степень числа	91
2.7. Разложение составных чисел на простые множители	97
2.8. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа....	102
2.9. Наименьшее общее кратное	108
Упражнения для повторения главы II	114
2.10. Движение по реке. (Для дополнительного изучения)	116

Глава III. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

3.1. Обыкновенная дробь. Чтение и запись обыкновенных дробей	122
3.2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей	130
3.3. Правильные дроби. Неправильные дроби	137
3.4. Смешанные числа	142
3.5. Изображение обыкновенных дробей и смешанных чисел на координатном луче	148
3.6. Приведение обыкновенных дробей и смешанных чисел к наименьшему общему знаменателю	155
3.7. Сравнение обыкновенных дробей. Сравнение смешанных чисел	162
3.8. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	169
3.9. Сложение и вычитание смешанных чисел	178
3.10. Аликвотные дроби (Для дополнительного изучения)	186
Исторические сведения (Для дополнительного чтения) ..	189
3.11. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел ..	191
3.12. Взаимно обратные числа	200
3.13. Деление обыкновенных дробей и смешанных чисел	203
Арифметические действия над обыкновенными дробями и смешанными числами	212
Алфавитный указатель	218

Учебное издание

**Алдамуратова Турсынкуль Алдамуратовна,
Байшоланова Карлыгаш Советовна
Байшоланов Еркин Советулы**

МАТЕМАТИКА

Часть 1

Учебник для 5 класса общеобразовательной школы

Редактор *Н. Жиенгалиев*

Спецредактор *Г. Симакина*

Художественные редакторы *Д. Сабитаева, М. Нурбеков*

Технический редактор *О. Рысалиева*

Корректор *И. Кротов*

Компьютерная верстка *А. Чагимкулова*

ИБ № 031

Сдано в набор 14.01.2017. Подписано в печать 22.05.2017. Формат 70x100¹/₁₆.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Школьная». Усл.-печ. л. 18,2.
Уч.-изд. л. 11,65. Тираж 30 000 экз. Заказ №2455.

ТОО «Корпорация «Атамұра», 050000, г. Алматы, пр. Абылай хана, 75.
Полиграфкомбинат ТОО «Корпорация «Атамұра» Республики Казахстан, 050002,
г. Алматы, ул. М. Макатаева, 41.