

А. Е. Абылкасымова, Т. П. Кучер, З. А. Жумагулова

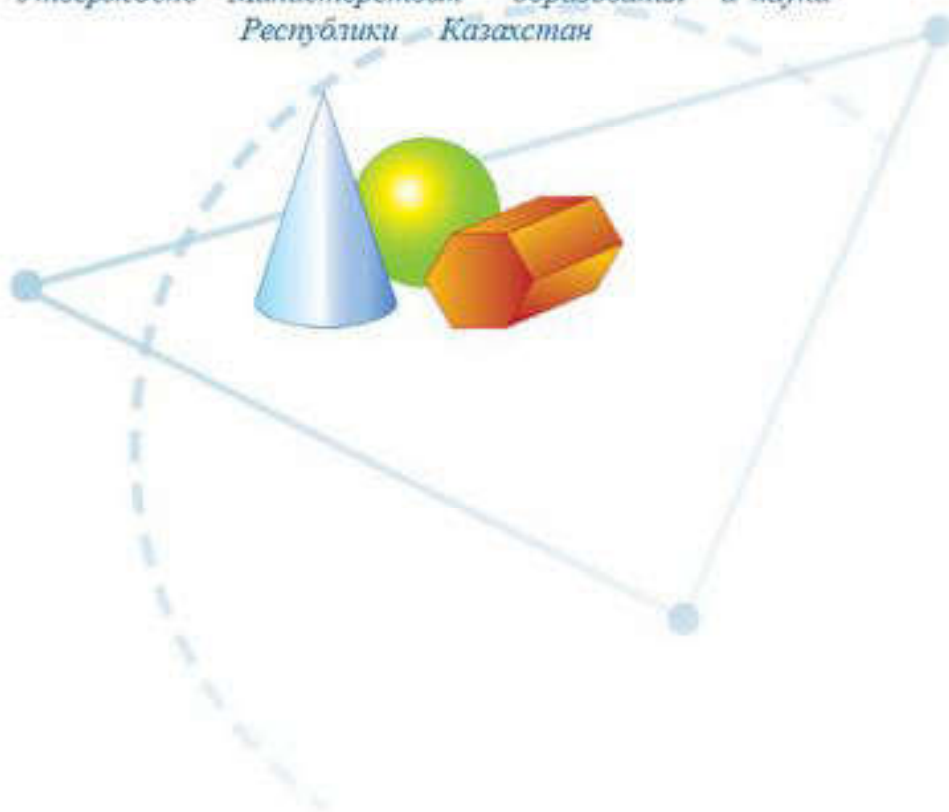
МАТЕМАТИКА

Часть 1

5

Учебник для 5 класса
общеобразовательных школ









*Утверждено Министерством образования и науки
Республики Казахстан*



Алматы "Мектеп" 2017

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72
А17

Условные обозначения:

-  — правила, свойства, признаки
-  — предложение, раскрывающее содержание понятия или смысл термина
-  — цели обучения
-  — вопросы для самоконтроля
-  — вопросы для развития мышления
-  — упражнения, обязательные для выполнения
-  — упражнения средней сложности
-  — упражнения повышенной сложности и исследовательского характера

Абылкасымова А. Е. и др.

А17 Математика. Учебник для 5 кл. общеобразоват. шк.: в 2 частях /
А. Е. Абылкасымова, Т. П. Кучер, З. А. Жумагулова. — Часть 1. — Алматы:
Мектеп, 2017. — 144 с.: ил.

ISBN 978—601—07—0847—1

А $\frac{4306020500-059}{404(05)-17}$ 8(1)—17

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72

ISBN 978—601—07—0847—1 (ч. 1)
ISBN 978—601—07—0859—4

© Абылкасымова А. Е., Кучер Т. П.,
Жумагулова З. А., 2017
© Издательство "Мектеп",
художественное оформление, 2017
Все права защищены
Имущественные права на издание
принадлежат издательству "Мектеп"



СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ

§ 1. Запись натуральных чисел	6
§ 2. Координатный луч	12
§ 3. Сравнение натуральных чисел	17
§ 4. Арифметические действия с натуральными числами	21
§ 5. Числовые и буквенные выражения. Упрощение выражений ...	26
§ 6. Уравнения	31
§ 7. Формулы. Вычисления по формулам	35
§ 8. Решение текстовых задач	41
§ 9. Последовательность из натуральных чисел	46

Глава 2. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

§ 10. Делители и кратные натуральных чисел. Простые и составные числа	50
§ 11. Основные свойства делимости	54
§ 12. Признаки делимости на числа 2, 3, 5, 9, 10	58
§ 13. Степень	63
§ 14. Разложение натурального числа на простые множители	67
§ 15. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК)	71

Глава 3. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

§ 16. Обыкновенная дробь. Чтение и запись обыкновенных дробей	78
§ 17. Основное свойство обыкновенной дроби	86
§ 18. Правильные и неправильные обыкновенные дроби. Смешанные числа	92
§ 19. Перевод неправильной обыкновенной дроби в смешанное число и смешанного числа в неправильную обыкновенную дробь	96
§ 20. Изображение обыкновенных дробей и смешанных чисел на координатном луче	100
§ 21. Приведение обыкновенных дробей к общему знаменателю	103
§ 22. Сравнение обыкновенных дробей и смешанных чисел	106
§ 23. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	110
§ 24. Сложение смешанных чисел	117
§ 25. Вычитание смешанных чисел	121
§ 26. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел	128
§ 27. Деление обыкновенных дробей и смешанных чисел	132
§ 28. Действия с обыкновенными дробями, нулем, натуральными и смешанными числами	137
Ответы	142



Дорогие ребята!

Вы продолжаете изучать основы одной из важных и интересных наук — математики.

В современном мире человеку не обойтись без знания основ математики. Изучая этот предмет, вы научитесь думать, рассуждать, творчески мыслить, находить решения различных задач. И в этом вам, конечно, поможет данный учебник. С его помощью вы закрепите навыки работы с натуральными числами, которые приобрели в начальных классах школы. Вы узнаете о делимости натуральных чисел, о десятичных и обыкновенных дробях, научитесь их сравнивать и выполнять арифметические действия над ними, а также ознакомитесь с понятием *процент*, научитесь решать задачи на проценты, составлять *формулы* и строить *диаграммы*. Продолжите освоение математического языка и основных математических законов. Все это важно и нужно для того, чтобы использовать эти математические знания и умения в реальной повседневной жизни для решения практических задач.

В начале работы с учебником внимательно ознакомьтесь с теми условными обозначениями, которые в нем используются, это поможет вам легко ориентироваться в учебнике.

Весь материал учебника разделен на одиннадцать глав, которые поделены на параграфы (§). В последней главе представлены упражнения для повторения. Они помогут вам совершенствовать приобретенные в течение учебного года умения и навыки. Нужный параграф вы найдете по «Содержанию», которое находится в начале учебника, а в его конце помещены ответы к некоторым упражнениям.

Надеемся, что в учебнике вы найдете много интересной и полезной информации. Ознакомьтесь с историей развития математики, математических понятий. Убедитесь, что математика находит применение в любой области деятельности и имеет большое значение для общественного прогресса. Усвоение материала учебника потребует от вас внимательности, упорства, терпения.

Желаем вам успехов в изучении математики !

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ



глава

1

Натуральные числа и нуль

§ 1. Запись натуральных чисел



Вы

• *Тәжік тілінен алынған мысалдар: 1-ші сандық жүйеде: 1, 2, 3, 4 және т.д. Бұл сандар натуралды сандар деп аталады.*

Вы знаете, что для счета предметов используют числа 1, 2, 3, 4 и т. д. Эти числа называются *натуральными числами*.

Натуральные числа 1, 2, 3, 4, 5, ..., записанные в порядке возрастания, образуют *натуральный ряд*, или *ряд натуральных чисел*.

В натуральном ряду есть наименьшее число 1, но нет наибольшего числа.

За каждым натуральным числом следует еще одно натуральное число, которое больше предыдущего на единицу.

Нуль не является натуральным числом.

Любое натуральное число можно записать при помощи некоторых из десяти знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Знаки для записи чисел называются *цифрами*.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 называются *четными цифрами*.

Цифры 1, 3, 5, 7, 9 называются *нечетными цифрами*.

Числа, которые оканчиваются четной цифрой, являются *четными числами*, а числа, которые оканчиваются нечетной цифрой, являются *нечетными числами*.

Каждое натуральное число разбивается на *разряды*, которые читаются справа налево: единицы, десятки, сотни и т. д.

Три первых разряда в записи числа объединяют в одну группу и называют *классом единиц*. В этот класс входят единицы, десятки, сотни.

Четвертый, пятый и шестой разряды образуют *класс тысяч*. В него входят единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч.

Как показано в таблице 1, за классом тысяч следует *класс миллионов*, за ним — *класс миллиардов* и т. д.

Знание разрядов и классов помогает правильно прочитать и записать любое натуральное число.

Например, число 105246783009 читается так: сто пять миллиардов двести сорок шесть миллионов семьсот восемьдесят три тысячи девять.



Город Бозок

2) Если меньшая (по значению) цифра стоит перед большей, то она вычитается из большей.

Например, IV — это запись числа 4, так как $5 - 1 = 4$.

3) Если меньшая (по значению) цифра стоит после большей, то она прибавляется к большей.

Например, VI — это запись числа 6, так как $5 + 1 = 6$.

4) Если число записано одинаковыми цифрами, то эти цифры складываются.

Например, III — запись числа 3, так как $1 + 1 + 1 = 3$. XX — это запись числа 20, так как $10 + 10 = 20$.

Римские цифры часто используют при описании событий. *Например*, Бозок — древний город, развалины которого были обнаружены в 1999 году в 15 км от Астаны, был основан в VIII веке. Бозок достиг наивысшего расцвета в X—XI веках. К концу XV века город прекратил свое существование.

A

Упражнения

- Запишите цифрами числа, встречающиеся в тексте: “Открытие Дворца мира и согласия, называемого в народе *триамидой*, состоялось в городе Астане в сентябре две тысячи шестого года. Высота этого здания равна шестидесяти двум метрам, или высоте двенадцатиэтажного дома. В нем размещаются оперный театр на тысячу пятьсот мест, музей, библиотека, выставочные и концертные залы и другие помещения”.
- Запишите числа, встречающиеся в предложениях:
 - Площадь материков и островов на Земле равна примерно ста сорока девяти миллионам квадратных километров.
 - Площадь океанов на Земле равна примерно тремстам шестидесяти одному миллиону квадратных километров.
 - Средняя высота материков — восемьсот шестьдесят метров над уровнем моря.
- Прочитайте числа, показывающие численность населения: Земли на начало 2016 года, если она достигла 7 309 680 851 человек, и стран, указанных в таблице 3.
 - Какие из указанных чисел являются четными, какие — нечетными?



Дворец мира и согласия

2) Выпишите: а) нечетные числа; б) числа, в которых цифра 0 записана в разряде сотен тысяч; в) число, в котором 12 десятков миллионов.

3) Запишите в виде суммы разрядных слагаемых наименьшее число из данной таблицы.

Таблица 3

	Наименование страны	Численность населения	Флаг страны
1	Монголия	3 061 425	
2	Казахстан	17 651 300	
3	Австралия	24 020 600	
4	Канада	35 985 751	
5	Южная Корея	51 529 338	
6	Германия	81 292 400	
7	Япония	126 880 000	
8	Россия	146 495 530	
9	Соединенные Штаты Америки	322 613 000	
10	Индия	1 282 790 000	
11	Китай	1 374 220 000	



В Упражнения

4. Сколько натуральных чисел между числами:
 1) 7 и 23; 2) 189 и 245; 3) 1002 и 1332?

Если в записи многозначного числа все цифры или некоторые из них заменены буквами, то над записью числа ставят черту.

Например, $\overline{m}, \overline{3cd8}$.

Каждое такое число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых. Например: $\overline{3cd8} = 3 \cdot 1000 + c \cdot 100 + d \cdot 10 + 8$.

5. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых числа:
 1) $\overline{5a}$; 2) $\overline{d2}$; 3) $\overline{m4m}$; 4) $\overline{86k}$;
 5) $\overline{mn1}$; 6) $\overline{16b}$; 7) $\overline{9abc}$; 8) \overline{mkl} .
 6. Какими могут быть длина и ширина прямоугольника, периметр которого равен 14 см, если они выражены натуральными числами?

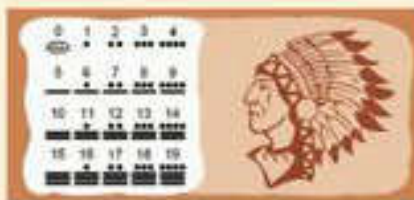
С Упражнения

7. Сколько натуральных чисел между числами:
 1) $\overline{3a}$ и $\overline{4a}$; 2) $\overline{3ba}$ и $\overline{4ba}$?
 8. Запишите все трехзначные числа без повторения одинаковых цифр, используя цифры:
 1) 2, 8, 7; 2) 5, 0, 9; 3) 4, 5, 6, 7.



Подготовьте сообщение

9. Как возникли цифры?



Цифры в стенах пирамид и папирусах

10. 1) Запишите наибольшее четырехзначное число, в котором все цифры различны, и цифры в разрядах, начиная с меньшего, расположены в порядке возрастания.

2) Абзала попросили назвать номер квартиры, в которой он живет. Абзал ответил, что этот номер выражается числом, которое в 26 раз больше числа, стоящего в разряде единиц номера, причем все цифры четные. Какой же номер этой квартиры?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



11. Выберите подходящую длину:

- 1) высота кружки (10 мм; 10 см; 10 дм);
- 2) высота комнаты (30 см; 30 дм; 30 км);
- 3) рост ученика (100 мм; 100 см; 100 дм);
- 4) длина линейки (20 мм; 20 см; 20 дм);
- 5) ширина парты (60 мм; 600 мм; 600 дм);
- 6) толщина учебника (15 мм; 15 см; 15 дм).

12. Измерьте длину своей пясти руки и длину своего локтя и сравните с длиной, приведенной в таблице "Некоторые единицы длины".

Некоторые единицы длины

1 вершок \approx 4 см 5 мм¹.

Пясть (21 см) — расстояние между расставленными большим и средним пальцами руки.

Локоть (45 см) — расстояние от кончиков пальцев до локтя согнутой руки.

1 аршин \approx 71 см.

Маховая сажень (176 см) — расстояние между кончиками пальцев, вытянутых в стороны рук.

1 сажень \approx 2 м 13 см.

Косая сажень (248 см) — расстояние от пальцев левой ноги до кончиков пальцев поднятой правой руки.

1 верста \approx 1 км 67 м.

1 ярд \approx 91 см 4 мм.

1 дюйм \approx 2 см 5 мм.

1 миля \approx 1 км 609 м.

1 фут \approx 30 см 5 мм.

13. 1) Для украшения костюма Айгуль надо отрезать четыре ленточки длиной 5 см, 6 см, 10 см с помощью сантиметровой линейки, на которой сохранились только деления, соответствующие числам 0, 4 и 9. Удастся ли Айгуль отмерить ленточки нужной длины?

2) Нарисуйте прямую, отрезок и луч. Как на рисунке отличить эти геометрические фигуры?

¹ знак \approx читается: приближенно равно.



A

Упражнения

14. Найдите координаты точек:

1) A , C и D (рис. 4);



Рис. 4

2) E , F , L , M и N (рис. 5).

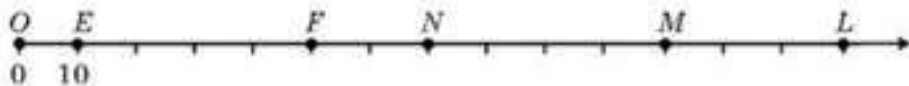


Рис. 5

15. Чему равны расстояния от начала координат до точек:

1) P , S , T и Q (рис. 6);



Рис. 6

2) X , Y и Z (рис. 7)?

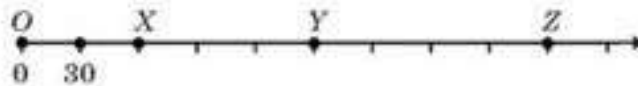


Рис. 7

16. 1) Отметьте на координатном луче точки K , Γ , $И$, соответствующие массам птиц: курицы (K), гуся (Γ), индюка ($И$), которые изображены на рисунке 8.



5 кг



20 кг



10 кг

Рис. 8

2) Длина прыжка каждого животного: кенгуру (K), гепарда (Γ), англопы (A), тушканчика (T) соответственно составляет 7 м, 10 м,

11 м, 2 м. Отметьте на координатном луче точки $K, Г, A, T$, соответствующие длине прыжка.

В Упражнения

17. На координатном луче отметьте точку K (11). Запишите координату точки, которая расположена:
- 1) левее точки K на 4 отрезка, равных единичному отрезку;
 - 2) правее точки K на 3 отрезка, равных единичному отрезку.
18. Запишите координаты точек M, N, S, K, P (рис. 9).

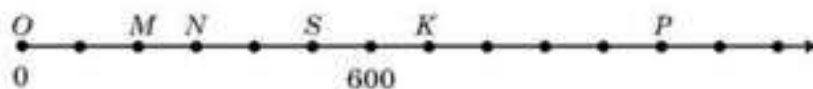


Рис. 9

19. Глубина озера Балхаш (B) 27 м. Это на 12 м больше, чем глубина озера Зайсан ($З$) и в 2 раза меньше, чем глубина одного из крупнейших озер Казахстана — озера Алаколь (A). Сколько метров составляет глубина озер Зайсан и Алаколь? Изобразите на координатной прямой точки $A, B, З$.



Озеро Балхаш



Озеро Зайсан



Озеро Алаколь

С Упражнения

20. Найдите координату точки B , если она расположена по отношению к точке A (a) на 2 единицы: 1) правее; 2) левее.
21. Найдите числа, обозначенные буквами b и c , если:
- 1) $a = 2$;
 - 2) $a = 40$;
 - 3) $a = 300$ (рис. 10).



Рис. 10



22. Чтобы отметить число 15 на координатном луче, можно от начала координат отложить 15 отрезков, равных единичному отрезку. Сколько отрезков надо отложить, чтобы отметить число 15 на координатном луче, если длина каждого из этих отрезков равна трем единицам? Сколькими еще способами можно отметить число 15 на координатном луче?



Подготовьте сообщение

23. Как появилась линейка?



Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



24. 1) Площадь Братского водохранилища (Россия) равна 5470 км^2 , а Бухтарминского (Казахстан) — 5490 км^2 . Площадь какого из водохранилищ больше?
2) Чему равна общая площадь Казахстана (площадь суши Казахстана (С), если одна из них равна 2699700 км^2 , другая — 2724900 км^2 ? Вычислите площадь водных ресурсов Казахстана (В). Сравните эти площади. Запишите получившиеся неравенства.



Бухтарминское водохранилище

25. Сравните числа:

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1) 93 и 89; | 2) 201 и 210; |
| 3) 839 и 893; | 4) 672 и 7002; |
| 5) 4242 и 4224; | 6) 53 711 и 6999. |

26. Укажите верное неравенство:

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| 1) $459 > 145$; | 2) $900 > 90$; |
| 3) $1028 > 1208$; | 4) $7521 < 7539$; |
| 5) $99\ 888 > 99\ 988$; | 6) $62\ 624 > 62$. |

§ 3. Сравнение натуральных чисел



Вы

- $100 + 20 > 100 + 10$ және $100 + 10 < 100 + 20$ екі жағдайда да 100 санын салыстырамыз. Осылайша, $100 + 20 > 100 + 10$ және $100 + 10 < 100 + 20$ екі жағдайда да 100 санын салыстырамыз.

Для двух любых различных натуральных чисел всегда можно установить, какое из них больше, а какое — меньше.

Натуральные числа можно сравнивать разными способами.

Почему число 20 больше 17? Каким способом сравнили эти числа?

Из двух натуральных чисел меньше то, которое при счете называют раньше, и больше то, которое называют позже.

Как сравнить натуральные числа, в записи которых разное число разрядов? Сравните числа 1001 и 999.

Из двух натуральных чисел больше то, в записи которого больше разрядов, и меньше то, в записи которого разрядов меньше.

Как сравнить натуральные числа, в записи которых одинаковое число разрядов? Сравните числа 2821 и 2819.

Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством разрядов больше то, у которого больше первая (слева направо) из цифр одинакового разряда.

Два натуральных числа равны, если у них одинаковое количество разрядов и цифры одинаковых разрядов равны.

Вы научились сравнивать числа с использованием счета по их записи. Числа также можно сравнивать по их расположению на координатном луче.

Из двух натуральных чисел меньше то, которое на координатном луче находится левее, и больше то, которое на координатном луче находится правее.

Объясните!

Почему $19 > 14$ и $19 < 22$ (рис. 11)?



Рис. 11



Говорите правильно

При чтении неравенств слева направо левую часть читают в именительном падеже, а правую — в родительном падеже, а справа налево — наоборот. Например, $34 < 123$

- ✓ тридцать четыре меньше ста двадцати трех;
- ✓ сто двадцать три больше тридцати четырех.

31. Напишите двойное неравенство, используя числа:
 1) 11; 20; 26; 2) 15; 9; 17; 3) 43; 39; 40; 4) 500; 200; 450.
32. Реки Ишим, Сырдарья и Урал протекают по территории Казахстана. Общая протяженность каждой реки соответственно составляет 2528 км, 2219 км, 2450 км. Какова длина каждой реки? Сравните длины рек, записав двойное неравенство.

В Упражнения

33. Какое натуральное число можно подставить вместо x , чтобы неравенство было верным:
 1) $x < 2$; 2) $x < 6$?
34. Назовите три натуральных числа, при подстановке которых вместо x получается верное неравенство:
 1) $x < 1001$; 2) $x > 999$.
35. Перечислите все натуральные числа, при подстановке которых вместо y получается верное двойное неравенство:
 1) $13 < y < 19$; 2) $31 < y < 37$;
 3) $289 < y < 294$; 4) $1100 < y < 1103$.
36. Используя координатный луч, изображенный на рисунке 12, сравните:
 1) a и 3; 2) a и 6; 3) a и b ; 4) b и 3.



Рис. 12

С Упражнения

37. Используя рисунок 13, запишите все возможные двойные неравенства.

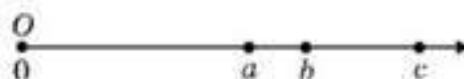


Рис. 13

38. Какое натуральное число надо подставить вместо буквы a в двойные неравенства $23 < a < 49$, $35 < a < 200$ и $47 < a < 61$, чтобы они одновременно оказались верными?

Подготовьте сообщение

39. Расскажите об ученом-математике Томасе Гарриоте, который ввел знак неравенства, и о Роберте Рекорде, который ввел знак равенства.



Томас Гарриот
(1560—1621)



Роберт Рекорд
(1510—1558)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



40. Используя справочный материал по математике, найдите ответы на вопросы:
- 1) Что произойдет со значением суммы, если слагаемые поменять местами?
 - 2) В каком порядке можно складывать три числа?
 - 3) Чему равно значение суммы числа a и нуля?
 - 4) Как вычесть сумму из числа и вычесть число из суммы?
 - 5) Чему равно значение разности некоторого числа и нуля?
 - 6) Чему будет равно значение разности, если от некоторого числа отнять равное ему число?
 - 7) Всегда ли можно воспользоваться правилом вычитания числа из суммы?
 - 8) Что произойдет со значением произведения, если поменять местами множители?
 - 9) Чему равно значение произведения : 1) единицы и любого натурального числа; 2) нуля и любого натурального числа?
 - 10) Чему равно значение частного, если делитель равен единице?
 - 11) Чему равно значение частного, полученного при делении натурального числа на равное ему число?
 - 12) В каком порядке можно умножить три числа?
 - 13) Как можно сумму (разность) умножить на число?

§ 4. Арифметические действия с натуральными числами



Вы

- $24 \cdot 25 - (23 + 100 : 20)$ және $24 \cdot 25 - 23 + 100 : 20$ өрнектерінің мәнін табыңыз.

Помогите расставить порядок действий:

$$24 \cdot 25 - (23 + 100 : 20)$$

$$24 \cdot 25 - 23 + 100 : 20$$

Объясните!

Как нашли значения выражений:

1) $4289 + 267 + 311 + 5333 - 295462 : 194$;

Решение .

- 1) $295462 : 194 = 1523$;
- 2) $4289 + 311 = 4600$;
- 3) $267 + 5333 = 5600$;
- 4) $4600 + 5600 = 10200$;
- 5) $10200 - 1523 = 8677$.

Ответ: 8677.

2) $400322 : (306 - 133) - 476684 : 206 + 906$?

Решение .

- 1) $306 - 133 = 173$;
- 2) $400322 : 173 = 2314$;
- 3) $476684 : 206 = 2314$;
- 4) $2314 - 2314 = 0$;
- 5) $0 + 906 = 906$.

Ответ: 906.



1. $4289 + 267 + 311 + 5333 - 295462 : 194$ өрнегінің мәнін табыңыз.
2. $400322 : (306 - 133) - 476684 : 206 + 906$ өрнегінің мәнін табыңыз.



Упражнения

При сложении чисел бывает удобно представить слагаемое в виде суммы. Например,

$$286 + 78 = 286 + (14 + 64) = (286 + 14) + 64 = 300 + 64 = 364.$$

41. Используя описанный выше прием, вычислите:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $279 + 56$; | 2) $313 + 88$; |
| 3) $577 + 44$; | 4) $94 + 628$; |
| 5) $181 + 438$; | 6) $166 + 255$; |
| 7) $1205 + 796$; | 8) $2088 + 233$. |

42. По данным 2015 года городское население нашей республики составляло около 9647 тыс. человек, что на 1854 тыс. человек больше численности сельского населения. Какова была численность населения республики по данным 2015 года?

43. Сформулируйте вопрос и решите задачу. В Северном Казахстане имеется 21 580 больших и малых озер общей площадью 15 623 км², в Центральном и Южном Казахстане — 17 554 озера общей площадью 4658 км².

44. Не вычисляя, сравните значения выражений:

- 1) $938 - (235 + 127)$ и $938 - 235 + 127$;
- 2) $(938 + 235) - 127$ и $938 + (235 - 127)$.

Вычислите (45—46):

45. 1) $(127 + 89) \cdot 305 - 42993$;
- 2) $59\,057 : 73 + 239 \cdot 49$;
- 3) $139\,725 : 405 - 151\,892 : 508$;
- 4) $7410 + 51\,642 : (517 + 389)$;
- 5) $81 \cdot (2423 - 1879) : 36$;
- 6) $(10\,034 - 17\,514 : 21) \cdot 25$.
46. 1) $7 \cdot 65 + 7 \cdot 35 + 3 \cdot 35 + 3 \cdot 55$;
- 2) $8 \cdot 3 + 3 \cdot 93 + 8 \cdot 97 + 3 \cdot 7$;
- 3) $37 \cdot 49 + 37 \cdot 51 + 63 \cdot 49 + 51 \cdot 63$;
- 4) $819 \cdot 73 + 181 \cdot 27 + 73 \cdot 181 + 27 \cdot 819$.

Для того чтобы быстрее и легче найти значения произведений, содержащих множители 2 и 5; 4 и 25; 8 и 125, нужно запомнить равенства:
 $2 \cdot 5 = 10$; $4 \cdot 25 = 100$; $8 \cdot 125 = 1000$.

47. Пользуясь равенствами, записанными перед упражнением, найдите значения произведений:

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $9 \cdot 2 \cdot 5$; | 2) $8 \cdot 4 \cdot 25$; | 3) $9 \cdot 25 \cdot 4$; |
| 4) $3 \cdot 125 \cdot 8$; | 5) $7 \cdot 4 \cdot 25$; | 6) $6 \cdot 8 \cdot 125$; |
| 7) $11 \cdot 2 \cdot 5$; | 8) $13 \cdot 4 \cdot 25$; | 9) $21 \cdot 8 \cdot 125$. |

48. Выполните умножение по образцу:

$$62 \cdot 5 = (31 \cdot 2) \cdot 5 = 31 \cdot (2 \cdot 5) = 31 \cdot 10 = 310.$$

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $32 \cdot 5$; | 2) $82 \cdot 5$; | 3) $24 \cdot 5$; |
| 4) $16 \cdot 25$; | 5) $28 \cdot 25$; | 6) $44 \cdot 25$; |
| 7) $125 \cdot 16$; | 8) $125 \cdot 88$; | 9) $72 \cdot 125$. |

49. 1) Деревья на площади 61 а (ар) выделяют кислород, которого хватает для дыхания 122 человек. Каков должен быть размер площади, засаженной деревьями, чтобы обеспечить кислородом одного человека?

2) За один день дятел уничтожает до 900 короедов. Сколько короедов могут уничтожить: два дятла за 10 дней, 30 дятлов за неделю?

3) Пчела, летящая до опыления цветка, делает 437 взмахов крыльями в секунду, после опыления — 325 взмахов в секунду. На сколько больше взмахов крыльями делает пчела, летящая до опыления цветка, чем после опыления за: а) 1 мин; б) 1 ч?

Вычислите (50—52):

50. 1) $14\ 065 : 29 + 378 \cdot 207 - 78\ 729$;
 2) $22\ 351 - 258 \cdot 86 - 50\ 158 : 809$;
 3) $11\ 707 : 23 + 4\ 687 : 43 - 609$;
 4) $89 \cdot 805 - 908 \cdot 67 + 2507$.
51. 1) $(254 \cdot 26 + 1547) : 429 + 971$;
 2) $(600 - 11\ 552 : 38) + 704 \cdot 23$;
 3) $37 \cdot 902 - (8282 : 82 + 32\ 273)$;
 4) $10\ 000 - (515 + 37\ 125 : 25)$.
52. 1) $400\ 322 : (59 \cdot 101 - 3645) + 827$;
 2) $1128 + 266\ 832 : (8460 - 302 \cdot 27)$;



- 3) $2000 - (55\ 022 : 451 + 93) : 215$;
 4) $(95\ 882 : 382 + 181\ 897) : 258 - 599$.

B
Упражнения

53. 1) Лошадь за один глоток выпивает 500 см^3 воды. За сколько глотков она выпьет суточную норму, которая составляет 20 л?
 2) Сосна и ель — основные хвойные деревья Северо-Казахстанской области. Сосна за каждые 10 месяцев прибавляет в высоту по 80 см, ель — по 20 см. Сколько сантиметров прибавят в высоту сосна и ель за год?
 3) Наша республика занимает второе место в мире по запасам урана, что в 3 раза выше занимаемого нашей страной места в мире по запасам газа и на 5 мест выше, чем по запасам нефти. Какое место в мире занимает наша республика по запасам газа и по запасам нефти?
54. Выполните действия:
 1) $33 \cdot 17 - 21 \cdot 19 + 2020 : 10 + 4157$;
 2) $1288 : 23 + 81 \cdot 29 - 42 \cdot 28 - 799$;
 3) $4590 : 45 + 203 \cdot 78 - 11\ 888$;
 4) $100\ 209 - 58 \cdot 405 - 62\ 293 : 77$.
55. Вычислите:
 1) $(1001 - 535) \cdot (3539 - 34 \cdot 98) : 699$;
 2) $(2122 - 1904) \cdot (104 \cdot 66 - 6660) : 327$;
 3) $(4704 : 98 + 330) \cdot 309 : (901 - 334)$;
 4) $606 \cdot (1111 - 943) : (8180 - 38 \cdot 202)$;
 5) $(599 \cdot 237 + 63\ 921) : (4004 - 3662) \cdot 25$;
 6) $42\ 849 : 4761 \cdot (7854 + 399 \cdot 499) : (289 + 222)$;
 7) $(100\ 000 - 601 \cdot 142 + 83\ 889) : (1255 - 334)$;
 8) $3333 - 2999 + (308 \cdot 613 + 1196) : 190 + 7777$.

C
Упражнения

56. Найдите значение выражения:
 1) $(409 \cdot (2000 - 1769) + 55\ 521) : (204 + 4796)$;
 2) $(613 \cdot 308 + (8888 + 2308)) - 194\ 472 : 222$;
 3) $((134\ 550 : (500 - 86) + 1675) + 8000) : 125 + 20$.



Подготовьте сообщение

57. Расскажите об ученых-математиках Уильяме Оутреде и Готфриде Вильгельме Лейбнице, которые ввели знаки умножения и деления, и Иоганне Видмане, который использовал знаки плюса и минуса.



Уильям
Оутред
(1575—1660)



Готфрид
Вильгельм
Лейбниц
(1646—1716)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



58. 1) Приведите примеры числового выражения. Как найти значение числового выражения?
2) Приведите примеры буквенного выражения. Как найти значение буквенного выражения?
59. Сравните значения выражений, не вычисляя их значений:
- 1) $875 + 328 + 451$ и $451 + 328 + 875$;
 - 2) $875 + 328 + 451$ и $451 + 328 + 895$;
 - 3) $(736 + 487) \cdot 236$ и $736 + 487 \cdot 236$;
 - 4) $(736 + 487) \cdot 236$ и $736 \cdot 236 + 487 \cdot 236$.
60. Вычислите удобным способом:
- 1) $2 \cdot (50 \cdot 73 \cdot 596)$;
 - 2) $(25 \cdot 37 \cdot 896) \cdot 4$;
 - 3) $(4873 \cdot 125) \cdot 8$;
 - 4) $(200 - 25) \cdot 4$;
 - 5) $(100 + 125) \cdot 8$;
 - 6) $638 \cdot 87 + 362 \cdot 87$.

§ 5. Числовые и буквенные выражения. Упрощение выражений


Вы

• *ἰσχύει ἡ ἀξίωσις πῦρὸς πῦρ: ἀσθενεῖ δὲ ἡ ἀδύναμις ἀπὸ τῆς ἀδύνατου.*

Вам известны числовые и буквенные выражения.

Чтобы быстрее и легче найти значение выражения, содержащего несколько арифметических действий, часто выражения упрощают.

Для упрощения выражений используют свойства арифметических действий.

Например, выражение $44 \cdot x + 16 \cdot x$ можно упростить, если использовать распределительное свойство умножения. Получим: $44 \cdot x + 16 \cdot x = (44 + 16) \cdot x = 60 \cdot x$.

Итак, вместо выражения $44 \cdot x + 16 \cdot x$ получили более простое выражение: $60 \cdot x$.

В ходе упрощения выражения $44 \cdot x + 16 \cdot x$, содержащего в каждом слагаемом одинаковый множитель x , получили выражение $(44 + 16) \cdot x$, в котором одинаковый множитель x оказался за скобками. В таких случаях в математике говорят, что *общий множитель x вынесли за скобки*.

Кроме того, выражение $44 \cdot x + 16 \cdot x$ представляло собой сумму, после упрощения — произведение: $(44 + 16) \cdot x$. Поэтому говорят, что *представили сумму в виде произведения*.

Чтобы выражение стало более простым, в математике знак умножения между числом и буквой или между буквами принято не писать.

Например, вместо $44 \cdot x$ пишут $44x$, вместо $a \cdot x$ пишут ax . При использовании этого правила выражение $44 \cdot x + 16 \cdot x$ после упрощения примет вид: $60x$.

Правило о том, что числа можно складывать в любом порядке, позволяет заменить выражение со скобками на выражение без скобок.

Например, $8y + (3y + 6) + (y + 1) = 8y + 3y + 6 + y + 1$. Если выражение со скобками заменили на выражение без скобок, то говорят, что *раскрыли скобки*.

Объясните!

Выражения $(273 + 184) + (727 + 816)$ и $(273 + 727) + (184 + 816)$ содержат одинаковые слагаемые, но легче найти значение второго выражения. Почему?

В этом случае говорят, что использовали *рациональный способ вычисления*.

Например, способ вычисления будет рациональным, если для выражения:

1) $4 \cdot (25 \cdot 789)$ использовать сочетательное свойство умножения:
 $(4 \cdot 25) \cdot 789$;

2) $128 \cdot 67 - 28 \cdot 67$ записать разность в виде произведения:
 $(128 - 28) \cdot 67$;

3) $(500 + 25) \cdot 4$ записать произведение в виде суммы:
 $500 \cdot 4 + 25 \cdot 4$ и т. п.

Приведем другие примеры упрощения выражений:

1) $5a \cdot (7 \cdot 4) = 4 \cdot 5 \cdot 7 a = 140 a$;

2) $13k + 7k = (13 + 7)k = 20k$;

3) $(15b - 7b) \cdot 3 = 8b \cdot 3 = 8 \cdot 3 \cdot b = 24b$;

4) $14c + 18 + 5c + 10 = (14c + 5c) + (18 + 10) = 19c + 28$.



1. $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$:

1) $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$;

2) $4 \cdot (25 \cdot 78)$;

3) $93 \cdot 6 - 3 \cdot 6$;

4) $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$;

5) $(100 - 25) \cdot 4$;

6) $(100 + 25) \cdot 4$;

2. $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$:

1) $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$;

2) $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$;

3) $93 \cdot 6 - 3 \cdot 6$;

4) $93 \cdot 6 + 7 \cdot 6$;

5) $(100 - 25) \cdot 4$;

6) $(100 + 25) \cdot 4$;

A Упражнения

61. Найдите значения выражений:

1) $10\,000 - b$, если $b = 8276$;

2) $a + 8729$, если $a = 1271$;

3) $5566 : c$, если $c = 506$;

4) $308 \cdot d$, если $d = 74$.

62. Найдите значения выражений:

1) $(38 \cdot 201 + 4242 : 21) - 7829$;

2) $(514 \cdot 15 + 4498) : 218$;

3) $40\,084 : 911 \cdot 405 - 8820$;

4) $5702 + 16\,885 : 55 \cdot 14$.



63. Вынесите общий множитель за скобки в выражениях:

1) $19 \cdot 6 + 14 \cdot 6$;

2) $9 \cdot 7 + 7 \cdot 3$;

3) $8 \cdot 13 + 8 \cdot 9$;

4) $10 \cdot 5 + 5 \cdot 9$;

5) $6 \cdot 32 - 6 \cdot 23$;

6) $15 \cdot 10 - 8 \cdot 10$;

7) $27 \cdot 7 - 7 \cdot 19$;

8) $91 \cdot 17 - 17 \cdot 18$.

64. Запишите в виде разности произведения:

1) $9 \cdot (21 - 8)$;

2) $31 \cdot (25 - 9)$;

3) $(40 - 29) \cdot 12$;

4) $(51 - 15) \cdot 19$;

5) $8 \cdot (19 - 3)$;

6) $(62 - 3) \cdot 6$.

65. На территории нашей республики обитает множество видов позвоночных животных. Вычислив значения данных выражений, вы узнаете сведения о некоторых из них:

1) $(902 \cdot 56 + 9488) : 300 - 22$ – столько видов млекопитающих;

2) $64\,676 : 74 - (26 \cdot 201 - 4364)$ – столько видов земноводных.

В

Упражнения

66. Упростите выражения:

1) $103x - (44x + 18x)$;

2) $276m - (172m + 14m)$;

3) $326x + (17x - 14x)$;

4) $26z + (13z - 5z) + z$;

5) $35a + 18 + 15a + 11$;

6) $42x + 45 + 8x + 45$;

7) $12y + y + 52 + 8y + 3$;

8) $204b + 30b + 6b + 56$.

67. 1) Вычислив значение выражения $(302x + 546x) - (848x - 18x)$ при $x = 27$, узнаете, сколько видов птиц обитают на территории нашей республики. Найдите это число.

2) Вычислив значение выражения $1000x + (444x - 399x) - (685x + 353x)$ при $x = 7$, узнаете число пресмыкающихся, обитающих на территории нашей республики. Найдите это число.

68. Найдите значения выражений:

1) $13y + 244 + 24y - 67$, если $y = 25$;

2) $48m - 13m + 876$, если $m = 17$;

3) $19x + 457 + 39x - 278$, если $x = 23$;

4) $75 + 36m + 27 + 64m$, если $m = 421$;

5) $35x + 204 + 66x - 199$, если $x = 73$;

6) $26a + 421 + 74a - 241$, если $a = 39$.

Математика в бизнесе

69. Подсчитайте *прибыль* за ноябрь, если затраты на *аренду* территории под автостоянку в месяц составили 150 000 тг, на автостоянке ежедневно стояло a машин и плата была 200 тг/сут. Вычислите прибыль при $a = 30, 34, 37$.
70. Заполните таблицу 4.

Таблица 4

s	33	50	300
t	90	133	350
m	111	88	400
$10s - 3t + m$			

71. Среди объектов, построенных в честь независимости нашей республики, в городе Астане есть монументы “Астана — Байтерек” и “Қазақ елі”. Найдите их высоту, если высота “Байтерека” такая же, как и значение выражения $(8 \cdot 91 + 34 \cdot 8 - 301 \cdot 3)$ м, высота стелы в центре монумента “Қазақ елі” — $(4 \cdot 31 \cdot 25 - 3009)$ м.
72. Составьте буквенное выражение с помощью предложения: 1) запишите сумму чисел 75 и 4 и частного чисел 36 и a ; 2) запишите разность частного чисел 300 и b и суммы чисел 56 и 27. Если возможно, упростите записанные выражения.
73. В выражении $120 : 24 + 29 \cdot 3 - 80$ расставьте скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно: 1) 12; 2) 22.
74. 1) Между селами по шоссе a км. Из этих сел по шоссе выехали одновременно два велосипедиста. Скорость одного из них равна 12 км/ч, другого — 11 км/ч. Сколько километров будет между ними через 1 ч?
2) В первый день в магазин привезли 300 кг муки, во второй день — на a кг больше, чем в первый. В третий день привезли на 60 кг муки меньше, чем во второй день. Сколько килограммов муки привезли за три дня?

Монумент
“Байтерек”Монумент
“Қазақ елі”



Упражнения

Математика в жизни моей семьи

75. Узнайте цену проезда на автобусе в вашем городе для взрослого человека и для учащегося. Какова стоимость проезда a взрослых людей и b учащихся? Вычислите стоимость проезда при: 1) $a = 2$ и $b = 3$; 2) $a = 3$ и $b = 5$.



Подготовьте сообщение

76. Расскажите о математиках Никколо Тарталье и Готфриде Вильгельме Лейбнице, которые впервые применили скобки.



Никколо
Тарталья
(1499—1557)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



77. Найдите уравнения и решите их:

1) $28 + x$;	2) $y + 195 = 300$;
3) $920 - z = 587$;	4) $x - 261$;
5) $11y = 187$;	6) $z \cdot 101 > 404$;
7) $x : 19 < 48$;	8) $324 : y = 36$.

78. Найдите корни уравнений:

1) $4994 + x = 6001$;	2) $x - 2197 = 3934$;
3) $y + 2332 = 4010$;	4) $5304 - y = 4999$;
5) $28z = 2856$;	6) $z \cdot 43 = 4429$;
7) $y : 19 = 19\ 076$;	8) $2592 : y = 24$.

79. Найдите уравнения, для которых число 102 является корнем.

1) $x \cdot 34 = 863 + 2605$;	2) $2134 + x = 2982 - 746$;
3) $884 - 7 \cdot x = 714$;	4) $3876 : x = 38$.

§ 6. Уравнения



Вы

• *119-119: x = 102* — это уравнение. Число 102 — решение уравнения $119 - 119 = x$, потому что, если вместо буквы x подставить число 102, то получим верное числовое равенство: $119 - 119 = 102$.

Вы это знаете!

Вам известно, что равенство, содержащее букву, обозначающую неизвестное число, называется *уравнением*.

Например, $2 + x = 7$ — уравнение. Число 5 — решение уравнения $2 + x = 7$, потому что, если вместо буквы x подставить число 5, то получим верное числовое равенство: $2 + 5 = 7$.

В математике принято решение уравнения называть также *корнем уравнения*.

Значит,

решением или корнем уравнения называется число, при подстановке которого в уравнение вместо буквы получается верное числовое равенство.

Уравнение может иметь несколько корней или не иметь корней.

Например, уравнение $(x - 12) \cdot (x - 13) = 0$ имеет два корня: число 12 и число 13, а уравнение $x \cdot 0 = 15$ не имеет корней.

Решить уравнение — значит найти все его корни или показать, что оно не имеет корней.

Для решения уравнений вы использовали правила нахождения неизвестных компонентов арифметических действий: слагаемых, уменьшаемого, вычитаемого, делимого, делителя, множителей.

Объясните, как решили уравнение:

$$\begin{aligned} x + 18 &= 26 + 15 \\ x + 18 &= 41 \\ x &= 41 - 18 \\ x &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 + 18 &= 26 + 15 \\ 41 &= 41. \end{aligned}$$

Ответ : 23.

Решим уравнение $119 - 119 : x = 102$.

Решение. В данном уравнении неизвестное x находится в вычитаемом $119 : x$. Поэтому используем правило нахождения неизвестного вычи-



таемого: чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть значение разности: $119 : x = 119 - 102$ или $119 : x = 17$. Получили уравнение, в котором неизвестное x является делителем. Используем правило нахождения неизвестного делителя: чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на значение частного: $x = 119 : 17$ или $x = 7$.

Ответ : 7.



Говорите правильно

Читая уравнения и буквенные выражения, надо знать, что в математике не принято склонять названия букв.

$x + 46 = 78$ — сумма *икс* и сорока шести равна семидесяти восьми.

$x = 5$ — *икс* равен пяти.



1. Ἐὰν εἶτε ἰσοῦσιὰ ὀδοῦνιὰν ἐν ἰσῶσιὰ ἰσοῦνῶν?
2. *οἱ ἰσῶσιὰν ἐῖδιαι ὀδοῦνιὰν ? Ἀπῶσιὰν ὀδοῦνιὰν εἶσιὰν εἶδιαι?
3. *οἱ εἶσιὰν ἐῖσιὰν ὀδοῦνιὰν ὀδοῦνιὰν ?
4. Ἐὰν εἶσιὰν ἐῖσιὰν ἐπιῖσιὰν ἰσοῦνῶν ἰσοῦνῶν ὀδοῦνιὰν?
5. Ἐὰν εἶσιὰν ἐῖσιὰν, ἰσοῦνῶν ἐῖσιὰν ὀδοῦνιὰν?



Упражнения

Решите уравнения (80—83):

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| 80. 1) $43x + 72 = 502$; | 2) $67 - 21y = 25$; |
| 3) $19y - 200 = 47$; | 4) $83 + 29x = 982$. |
| 81. 1) $(x + 58) - 37 = 91$; | 2) $(63 - y) + 109 = 121$; |
| 3) $69 - (y - 28) = 13$; | 4) $103 - (z + 47) = 54$. |
| 82. 1) $321 + (x + 13) = 450$; | 2) $122 + (y - 7) = 200$; |
| 3) $204 - (x + 29) = 100$; | 4) $53 - (y - 13) = 24$. |
| 83. 1) $(x - 23) \cdot 14 = 56$; | 2) $(200 + x) : 12 = 32$; |
| 3) $205 : (y - 27) = 41$; | 4) $729 : (c - 15) = 81$; |
| 5) $89 \cdot (b + 13) = 7120$; | 6) $12 \cdot (97 - z) = 240$. |

В Упражнения

84. Найдите корни уравнений:

1) $17x + 18x = 700$;

2) $41y - 17y = 480$;

3) $39x + 33x = 432$;

4) $82z - 57z = 575$.

85. Используя данные таблицы 5, составьте уравнения и решите их.

Таблица 5

Вместимость 1 банки	Число банок	Вместимость всех банок	
Одинаковая	24 шт.	72 л	
	28 шт.	x л	
	Цена	Количество	Стоимость
Булочка	48 тг/шт.	Одинаковое	420 тг
Шоколадный батончик	85 тг/шт.		x тг
Скорость	Время	Расстояние	
36 км/ч	3 ч	Одинаковое	
x км/ч	2 ч		

С Упражнения

86. Вместо звездочки запишите такое число, чтобы 5 было корнем уравнения:

1) $9x + 5 = *$; 2) $8x - 4 = *$; 3) $* - 13x = 12$.

87. Запишите уравнение с помощью предложения:

1) значение суммы двух последовательных натуральных чисел равно 303;

2) значение суммы трех последовательных натуральных чисел, оканчивающихся четной цифрой, равно 306.

Решите эти уравнения.

Подготовьте сообщение

88. 1. Расскажите об ученом-математике аль-Хорезми, который для решения уравнений ввел особое число — неизвестную величину и понятие *корень уравнения*.



аль-Хорезми
(780—850)



Подготовьте сообщение

2. Расскажите об ученом-математике Рене Декарте, который стал обозначать неизвестные величины буквами x , y , z .



Рене Декарт
(1596—1650)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



89. Используя справочный материал, найдите ответы на вопросы:

- 1) Как найти периметр треугольника?
- 2) Как вычисляется площадь квадрата?
- 3) Можно ли найти длину ломаной?

90. Сравните периметры и площади прямоугольника и квадрата (рис. 14).

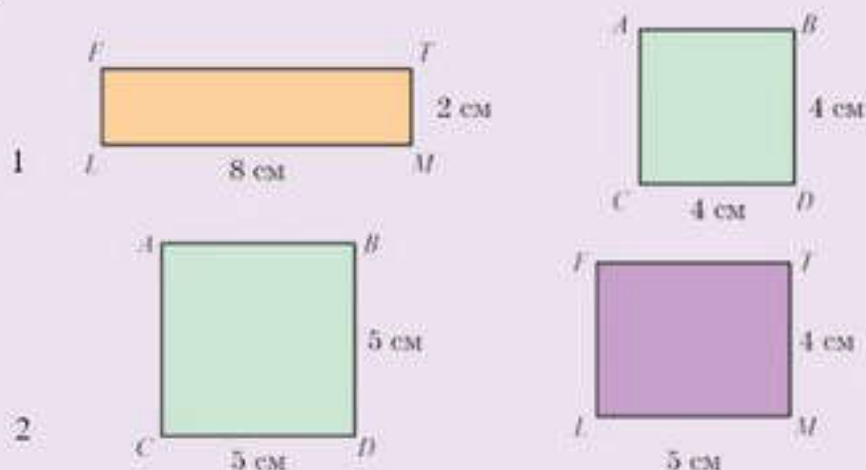


Рис. 14

91. Заполните таблицу 6.

Таблица 6.1

Скорость (v)	Время (t)	Расстояние (s)
20 км/ч	5 ч	? км
128 см/с	? с	896 см
? м/мин	29 мин	377 м

Таблица 6.2

Цена	Количество	Стоимость
150 тг/шт.	15 шт.	? тг
300 тг/л	? л	900 тг
? тг/кг	5 кг	125 тг

§ 7. Формулы. Вычисления по формулам



Вы

- $P = a + b + c$;
- $P = a + b + c$;

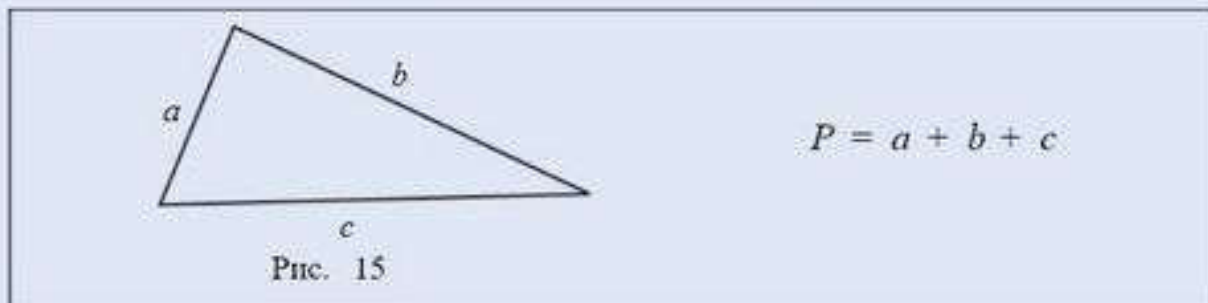
Вы это знаете!

Вы знаете правило нахождения периметра треугольника: чтобы найти периметр треугольника, надо сложить длины его сторон.

Правила в математике часто записывают с помощью равенств, содержащих буквы.



Если обозначить буквой P периметр треугольника, а длины его сторон — буквами a , b , c (рис. 15), то периметр треугольника можно записать с помощью равенства: $P = a + b + c$.



Говорите правильно

Если правило записано с помощью равенства, содержащего буквы, то говорят, что *правило выражено формулой*.

Значит,

$P = a + b + c$ — формула для нахождения периметра треугольника со сторонами длиной a , b , c .



Зная длины сторон треугольника a , b , c , с помощью формулы $P = a + b + c$ можно найти периметр этого треугольника.

Например, если $a = 3$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см (рис. 16.1), то $P = 3 + 4 + 5 = 12$ (см).

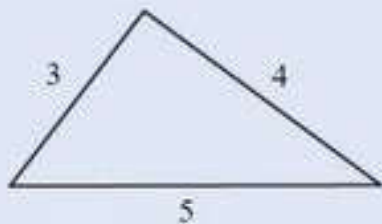


Рис. 16.1

Если в треугольнике известны длины сторон b и c , периметр P , то, используя формулу $P = a + b + c$, можно найти длину стороны a : $a = P - b - c$ (рис. 16.2).

$$P = 12 \text{ см}$$

$$a = 12 - 4 - 5 = 3 \text{ (см)}.$$

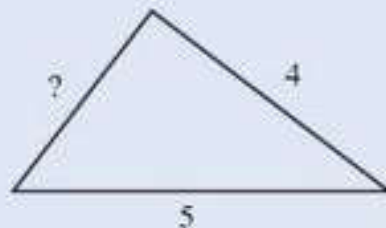


Рис. 16.2



Говорите правильно

Если $a = P - (b + c)$, то говорят, что сторона треугольника a выражена через периметр P и стороны b и c .

Рассмотрим еще один пример: выразим формулой правило нахождения площади прямоугольника. Известно: чтобы найти площадь прямоугольника, надо его длину умножить на ширину. Обозначим площадь прямоугольника буквой S , его длину — буквой a и ширину — буквой b (рис. 17). Тогда площадь прямоугольника можно записать с помощью формулы: $S = a \cdot b$.



$S = a \cdot b$ — формула для нахождения площади прямоугольника, длина и ширина которого равны a и b .

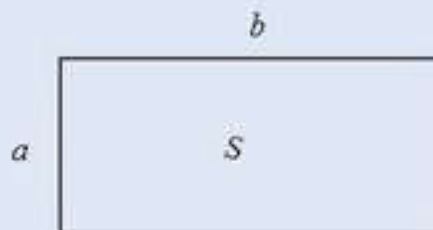


Рис. 17

С помощью формул выполняют различные вычисления.

Например, по формуле площади прямоугольника $S = a \cdot b$ можно найти площадь, зная длину и ширину прямоугольника, или, зная

площадь прямоугольника и его длину, найти его ширину, или, зная площадь прямоугольника и его ширину, найти длину.

Если $S = a \cdot b$, то $b = S : a$ и $a = S : b$.

$$\begin{aligned} a &= 4 \text{ см} \\ b &= 5 \text{ см} \\ S &= ? \text{ см}^2 \\ S &= a \cdot b \\ S &= 4 \cdot 5 = 20 \text{ (см}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 20 \text{ см}^2 \\ a &= 4 \text{ см} \\ b &= ? \text{ см} \\ b &= S : a \\ b &= 20 : 4 = 5 \text{ (см)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 20 \text{ см}^2 \\ b &= 5 \text{ см} \\ a &= ? \\ a &= S : b \\ a &= 20 : 5 = 4 \text{ (см)} \end{aligned}$$



Говорите правильно

в равенстве $S = a \cdot b$ площадь прямоугольника S выражена через его длину a и ширину b ;

в равенстве $b = S : a$ ширина прямоугольника b выражена через его площадь S и длину a ;

в равенстве $a = S : b$ длина прямоугольника a выражена через его площадь S и ширину b .

Составим формулу для нахождения длины пройденного пути. Вы знаете, что длина пройденного пути равна значению произведения скорости на время. Обычно длину пройденного пути обозначают буквой s ; время, за которое пройден этот путь, — буквой t и скорость — буквой v .

Получим формулу: $v = s : t$.

$s = v \cdot t$ — формула для нахождения длины пути, пройденного за время t со скоростью v .

В равенстве $s = v \cdot t$ расстояние выражено через скорость v и время t . Из формулы $s = v \cdot t$ можно выразить скорость и время.

Подумайте!

1. Через какие величины в равенствах $v = s : t$ и $t = s : v$ выражены v и t ?

2. Назовите известные и неизвестные величины, записанные в нижеприведенных таблицах. Объясните решение этих задач.

$$\begin{aligned} v &= 12 \text{ км/ч} \\ t &= 2 \text{ ч} \\ s &= ? \text{ км} \\ s &= v \cdot t \\ s &= 12 \cdot 2 = 24 \text{ (км)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= 3 \text{ ч} \\ s &= 18 \text{ км} \\ v &= ? \text{ км/ч} \\ v &= s : t \\ v &= 18 : 3 = 6 \text{ (км/ч)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= 40 \text{ км/ч} \\ s &= 80 \text{ км} \\ t &= ? \text{ ч} \\ t &= s : v \\ t &= 80 : 40 = 2 \text{ (ч)}. \end{aligned}$$



$v = s : t$ — формула для нахождения скорости по известной длине пройденного пути s и затраченному на этот путь времени t .

$t = s : v$ — формула для нахождения времени, затраченного на прохождение пути длиной s со скоростью v .

В математике формулы используют для записи свойств арифметических действий.

Например, $a \cdot 0 = 0$; $a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$; $a \cdot 1 = a$ и др.

Формулы используют и при решении задач.

Составим формулы для решения задач, связанных с движением по реке.

Обычно скорость течения реки обозначают символом v_p .

Скорость движения объекта (водного транспорта, человека, какого-либо животного или предмета и др.) называют его *собственной скоростью*.

Собственную скорость движения лодки можно обозначить $v_л$, собственную скорость катера — $v_к$, собственную скорость движения теплохода — $v_т$ и т. п.

Скорость движения объекта по течению реки обозначают $v_{по\ теч.}$ и против течения — $v_{пр. теч.}$.

Поскольку течение реки при движении, например, катера:

1) по течению реки помогает, увеличивая скорость, то $v_{по\ теч.} = v_к + v_p$;

2) против течения реки мешает, уменьшая скорость, то $v_{пр. теч.} = v_к - v_p$.

Скорость движения по течению и против течения можно изобразить отрезками. Если скорость объекта изобразить с помощью розового отрезка, скорость течения реки — с помощью желтого отрезка, то голубой отрезок, равный:

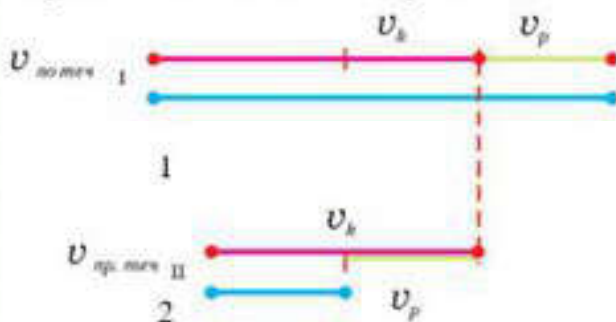


Рис. 18

1) сумме розового и желтого отрезков, изобразит скорость по течению реки;

2) разности розового и желтого отрезков, изобразит скорость против течения реки (рис. 18).



1. $a + (b + c) = (a + b) + c$ ой ой ой?
2. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ ой ой ой? $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ ой ой ой?
3. $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ ой ой ой? $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ой ой ой?
4. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ой ой ой?



Упражнения

92. Если c — стоимость товара, u — его цена и k — количество товара, то $c = u \cdot k$. Выразите из этой формулы: 1) цену товара через количество и стоимость; 2) количество товара через цену и стоимость.
93. Цена билета для проезда в автобусе a тг/шт. Какова стоимость 2; 3; 5; 8 билетов? Обозначьте стоимость проезда в автобусе буквой C и запишите формулу для вычисления стоимости проезда в автобусе, если будет куплено k билетов.
94. Используя формулу для нахождения периметра квадрата, выразите длину стороны квадрата a через периметр P . Найдите a , если P равен: 1) 12 см; 2) 8 дм; 3) 28 дм.
95. Используя формулу для нахождения периметра прямоугольника, выразите длину a прямоугольника через его ширину b и периметр P . Найдите a , если b и P соответственно равны: 1) 1 см и 8 см; 2) 2 см и 10 см.



Упражнения

96. На пошив платья расходуется 17 дм ткани. Составьте формулу, с помощью которой можно узнать, сколько метров ткани l потребуется, чтобы сшить k платьев. Выразите из полученной формулы k и найдите, сколько платьев можно сшить из ткани, если ее имеется: 1) 17 м; 2) 119 дм; 3) 187 дм; 4) 34 м.
97. 1) Заполните с помощью формулы $y = 13x$ таблицу 7.

Таблица 7

x	5	32	99	473
y				

- 2) Заполните с помощью формулы $x = 8y$ таблицу 8.

Таблица 8

y	8	23	24	32
x				



Упражнения

98. Запишите формулу для нахождения площади квадрата и объема куба. Используя формулу, вычислите площадь квадрата и объем куба, длина стороны которых равна: 1) 5 см, 2) 6 см, 3) 7 см.

99. Составьте формулу по таблицам 9, 10.

Таблица 9

1)	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	y	3	6	9	12	15	18	21	24	27

Таблица 10

2)	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	y	3	5	7	9	11	13	15	17	19

100. Цена тетради 48 тг/шт., а ручки 80 тг/шт. Пусть a — количество купленных тетрадей, b — количество купленных ручек. Что будет выражать неравенство $25 \cdot a + 6 \cdot b < 1700$?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



101. 1) Расстояние между двумя муравейниками 30 м. Из этих муравейников одновременно вылезли 2 муравья и побежали в противоположных направлениях со скоростью 4 м/с. На каком расстоянии они окажутся через 30 с?

2) Из двух городов, расстояние между которыми 400 км, одновременно выехали автобус со скоростью 60 км/ч и автомобиль со скоростью 90 км/ч. В каком направлении они двигались, если через 2 ч между ними было расстояние: а) 100 км; б) 700 км; в) 340 км; г) 460 км?

102. Во время зимних каникул школьники собрались из Кокшетау поехать в Астану, посетив попутно курорт Боровое. Из Кокшетау на курорт Боровое можно отправиться на электричке или на автобусе, а из курорта Боровое в Астану — на поезде или на электричке. Какие маршруты могут выбрать ребята для своего путешествия?

§ 8. Решение текстовых задач



Вы

• қаебаіеба оіаіеу бабабу қааа+еабаіаба+аіеі піпіаіі е піпіуір
обаіаіеу (абабаба+аіеі піпіаіі).

Подумайте!

Объясните решение первой задачи.

Задача 1. Длина одного садового участка 40 м, ширина — 15 м. Ширина другого садового участка с такой же площадью составляет одну вторую часть длины первого. У какого садового участка длина забора больше и на сколько метров больше?

Решение .

1) $(40 + 15) \cdot 2 = 110$ (м)

2) $40 \cdot 15 = 600$ (м²)

3) $40 : 2 = 20$ (м)

4) $600 : 20 = 30$ (м)

5) $(20 + 30) \cdot 2 = 100$ (м)

6) $110 - 100 = 10$ (м).

Ответ : длина забора больше у первого участка на 10 м.

Задача 2. На полив газона площадью 50 м² требуется 600 л воды. Сколько литров воды потребуется для полива газона площадью 70 м², если норма расхода воды одинаковая?

Решение . Какой главный вопрос задачи? Что обозначим буквой x ? Пусть x литров воды потребуется для полива грядки площадью 70 м². Составим таблицу 11.

Таблица 11

Объем воды	Площадь газона	Норма расхода воды
600 л	50 м ²	одинаковая
x л	70 м ²	



Что можно узнать по данным таблицы? (Норму расхода воды.) Как ее найти? (Чтобы найти норму расхода воды, надо объем воды разделить на площадь газона.) $600 : 50$ и $x : 70$.



Поскольку норма одинаковая, то $600 : 50 = x : 70$

$$12 = x : 70$$

$$x = 12 \cdot 70$$

$$x = 840$$

$$600 : 50 = \underline{840} : 70$$

$$12 = 12$$

Ответ : потребуется 840 л воды.

Рассмотрим пример решения задачи, поиск плана решения которой можно найти геометрическим способом.

Задача 3. Масса арбуза и дыни равна 8 кг. Арбуз в 3 раза тяжелее дыни. Какова масса дыни?



Рис. 19

Решение . Изобразим массу дыни отрезком. Так как арбуз в 3 раза тяжелее дыни, то массу арбуза изобразим отрезком в 3 раза длиннее первого (рис. 19).

Тогда масса арбуза и дыни составляет 4 части. По условию задачи, эта масса равна 8 кг. Поэтому 1 часть составляет $8 \text{ кг} : 4 = 2 \text{ кг}$. Значит, масса дыни 2 кг.

Ответ : 2 кг.

А

Упражнения

103. Национальная казахская одежда обязательно дополняется орнаментом — вышивкой. Для вышивки детского национального костюма мальчикам примерно уходит 2 м тесьмы, а на платье для девочек — на 1 м больше.

- 1) Сколько метров тесьмы нужно для вышивки четырех костюмов для мальчиков и четырех платьев для девочек?
- 2) Хватит ли 45 м тесьмы для вышивки пяти костюмов для мальчиков и пяти платьев для девочек?

Математика в жизни моей семьи

104. В квитанции (табл. 12) для оплаты коммунальных услуг за вашу квартиру указаны некоторые услуги. Узнайте их цены и заполните столбцы “Цена” и “Количество”.

Таблица 12

Наименование	Цена	Количество	Стоимость
Электроэнергия	...тг/кВт	...кВт	
Холодное водоснабжение	...тг/м ³	...м ³	
Итого в месяц			

1. Вычислите стоимость каждой коммунальной услуги и общую стоимость коммунальных услуг за месяц по данным таблицы.
2. Если цена холодного водоснабжения будет уменьшена на 45 т/м^3 , то на сколько тенге снизится стоимость коммунальных услуг за месяц?

105. Решите задачу, составьте обратные задачи и решите их. Лыжник за 3 ч прошел 30 км. Сколько времени ему потребуется, чтобы пройти 20 км, двигаясь с такой же скоростью?
106. На первой полке 32 книги, это на 8 книг меньше, чем на второй, на третьей — на 5 книг больше, чем на второй. Сколько всего книг на трех полках?
107. Между городами A и B по железной дороге 710 км. Из A в B вышел поезд со скоростью 75 км/ч. Через 2 ч навстречу ему из B в A вышел другой поезд со скоростью 65 км/ч. Через сколько часов после выхода второго поезда они встретятся?
108. Длина пути, который турист проехал на поезде и автобусе, равна 180 км. Турист проехал на поезде путь на 60 км больше, чем на автобусе. Сколько километров турист проехал на автобусе?
109. Сформулируйте вопросы и решите задачу. В спортивной секции 43 спортсмена. Из них 9 многоборцев, а спортсменов, занимающихся бегом, на 4 больше, чем прыгунов. ...
110. На фабрике по пошиву национальных костюмов за три дня сшили 98 костюмов, причем во второй день на 19 костюмов больше, чем в первый день, в третий день на 9 костюмов меньше, чем во второй день.
1. Сколько костюмов сшили на фабрике во второй день?
 2. Сколько костюмов сшили на фабрике за первые два дня?
111. Сформулируйте вопросы и решите задачу. Завод за три дня изготовил 198 станков, причем в первый день завод изготовил в 2 раза больше станков, чем во второй день, в третий день — столько станков, сколько за первые два дня. ...

Математика и здоровье

112. Врач прописал пациенту по одной таблетке три раза в день в течение десяти дней. Такие таблетки продаются в разных упаковках: в одной упаковке по 12 таблеток, в другой — по 16. Цена первой упаковки 880 т/уп., второй — 1350 т/уп.
1. Сколько таблеток нужно пациенту, чтобы выполнить предписание врача?
 2. Какие упаковки выгоднее купить пациенту?



В Упражнения

113. Скорость лодки в 2 раза больше скорости течения реки. Найдите скорость лодки, если ее скорость по течению реки равна 9 км/ч.
114. В соревнованиях по бегу Арман пробежал дистанцию за 33 мин, Ерлан — на 4 мин больше, чем Арман, а Сакен — на 41 мин меньше, чем Арман и Ербол вместе. Кто первым пришел к финишу?
115. В книге, где напечатаны рассказ и повесть, 68 страниц. Повесть занимает в 3 раза больше страниц, чем рассказ. Сколько страниц занимает рассказ и сколько — повесть?
116. Крытых вагонов в составе товарного поезда в 2 раза больше, чем платформ, а число цистерн на 10 больше, чем платформ. Сколько всего вагонов в составе товарного поезда, если число цистерн 21?
117. В швейной мастерской было 13 рулонов материи по 90 м в каждом и 11 рулонов материи по 80 м в каждом. Сколько метров материи осталось после того, как израсходовали 1440 м?

С Упражнения

118. Задуманное число было увеличено в 4 раза. Полученное значение произведения уменьшили на 128, результат умножили на 13 и получили число 52. Какое число было задумано?
119. Алена купила 2 пирожка и пирожное и заплатила 230 тг. Малика купила 6 пирожков и пирожное и заплатила 470 тг. Потом Малика 2 пирожка отдала Марине. Сколько тенге Марина должна вернуть Малике?

Математика в жизни моей семьи

120. Семья из двух взрослых и двух детей собралась в поездку из г. Астана в г. Алматы. Надо приобрести билеты для всех в оба конца.

Таблица 13.1

№ поезда	Маршрут	Время в пути	Цена билета	
			взрослый	детский
002	Астана — Алматы-2			
004	Астана — Алматы-2			
010	Астана — Алматы-1			
016	Петропавловск — Алматы-2			
040	Костанай — Алматы-1			

В таблице 13.1 указаны номера некоторых поездов сообщением Астана — Алматы:

- 1) Используя сайт АО “Казахстан темір жолы” railways.kz, заполните таблицу.
- 2) Сравните время в пути и цены билетов. Сформулируйте вывод.
- 3) Найдите минимальную сумму денег, которую можно затратить на проезд в оба конца для поездки семьи.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



- 121.** 1. Сколько двузначных чисел, которые больше или равны 10, но меньше 20? Сколько среди них четных и нечетных чисел?
2. Выпишите:
- 1) все нечетные однозначные числа, которые больше или равны 3, но меньше 9;
 - 2) все четные двузначные числа, которые больше 41, но меньше или равны 50;
 - 3) все трехзначные числа, которые больше или равны 562, но меньше или равны 568.

Математика в твоей жизни

- 122.** 1) Узнайте день и месяц рождения каждого одноклассника и запишите в таблицу 13.2.

Таблица 13.2

№ п/п	Месяц рождения	День рождения (число)	Имя и фамилия
1			
2			
3			
...			
...			

Запишите даты рождения (образец: 05.12 — 5 декабря) одноклассников в порядке возрастания.

- 2) Используя прогноз погоды из Интернета, запишите ожидаемую температуру воздуха на предстоящую неделю.

В

Упражнения

126. Найдите закономерность, по которой составлена последовательность и дополните ее следующими двумя числами:
- 1) 5, 6, 8, 11, 15, 20, ...;
 - 2) 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...;
 - 3) 45, 44, 42, 39, 35, ...;
 - 4) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...;
 - 5) 1, 8, 27, 64, 125, 216, ...;
 - 6) 2, 9, 28, 65, 126, 217,
127. Найдите закономерность, по которой составлена последовательность и вставьте недостающее число:
- 1) 8, 16, 24, ..., 40, 48;
 - 2) 64, 32, 16, ..., 4, 2;
 - 3) 5, 6, 11, 17, 28, ...;
 - 4) 3, 10, 26, 72, 196,
128. Установите закономерность. Какое число нужно вписать вместо * (рис. 20)?

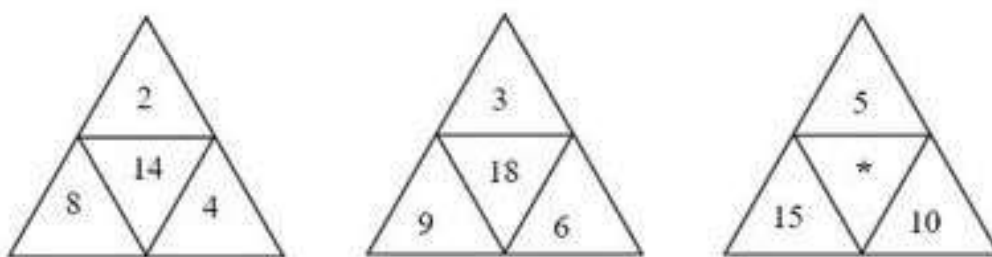


Рис. 20

Математика в жизни моей семьи

129. 1. Составьте неубывающую последовательность:
- а) дней рождения членов вашей семьи;
 - б) месяцев рождения членов вашей семьи;
 - в) годов рождения членов вашей семьи.
2. Составьте невозрастающую последовательность времени, затраченного на просмотр телевизионных передач членами вашей семьи:
- а) позавчера;
 - б) вчера;
 - в) сегодня.



Упражнения



Подготовьте сообщение

130. Расскажите об ученом-математике Леонардо Пизанском (известном как Фибоначчи). По его имени называют последовательность Фибоначчи, которая обладает интересными свойствами и приложениями. В этой последовательности каждый ее член равен значению суммы двух предыдущих.



Леонардо Пизанский (Фибоначчи) (1170—1250)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



131. Найдите неизвестные компоненты деления, если известны:
- 1) делимое 16 192, делитель 46;
 - 2) делимое 24 212, делитель 34;
 - 3) делитель 83, значение частного 822, остаток 0;
 - 4) делитель 65, значение частного 934, остаток 50;
 - 5) делимое 374, значение частного 34, остаток 0;
 - 6) делимое 495, значение частного 41, остаток 3.
132. 1) Выполните деление с остатком на число 7 следующих чисел: 0, 15, 253, 621, 3444. Выпишите числа, которые делятся на 7, т. е. числа, при делении которых на 7 в остатке получается 0;
- 2) запишите пять чисел, которые делятся только на 1 и себя;
 - 3) докажите, что числа 8 и 15 делятся на четыре числа;
 - 4) докажите, что число 16 делится на пять чисел;
 - 5) докажите, что число 20 делится на шесть чисел.

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

2205	3
735	3
245	5
49	7
7	7



глава

2

Делимость натуральных чисел

§ 10. Делители и кратные натуральных чисел.
Простые и составные числа

Вы

- $10 \div 2 = 5$, $10 \div 5 = 2$; $10 \div 3 = 3$ (остаток 1), $10 \div 4 = 2$ (остаток 2), $10 \div 6 = 1$ (остаток 4), $10 \div 7 = 1$ (остаток 3), $10 \div 8 = 1$ (остаток 2), $10 \div 9 = 1$ (остаток 1).
- $10 \div 2 = 5$, $10 \div 5 = 2$; $10 \div 3 = 3$ (остаток 1), $10 \div 4 = 2$ (остаток 2), $10 \div 6 = 1$ (остаток 4), $10 \div 7 = 1$ (остаток 3), $10 \div 8 = 1$ (остаток 2), $10 \div 9 = 1$ (остаток 1).

Вам известны названия компонентов арифметических действий. Например, в частном $5 : 3$ число 5 — делимое, 3 — делитель.

В случае когда одно число делится на другое, делимое и делитель имеют и другие названия. Например, так как 6 делится на 3, то говорят, что число 6 *кратно* числу 3, а число 3 — *делитель* числа 6.

Если натуральное число k делится на натуральное число d , то число k называется *кратным* числу d , а число d называется *делителем* числа k .

Объясните!

Почему 8 кратно числу 4, число 4 — это делитель числа 8?

Предложения: “8 делится на 4”, “8 кратно 4”, “4 — делитель числа 8” — означают одно и то же.

В зависимости от числа делителей среди натуральных чисел различают *простые числа* и *составные числа*.

Простым числом называется такое натуральное число, которое имеет только два делителя — единицу и само это число.

Объясните!

Почему числа 2 и 11 являются простыми числами?

Простых чисел бесконечно много.

На форзаце учебника размещена таблица простых чисел, меньших 1000.

Составным числом называется такое натуральное число, которое имеет более двух делителей.



Объясните!

Почему числа 4 и 12 являются составными числами?

Число 1 имеет только один делитель: единицу, поэтому не является ни простым, ни составным числом.



1. $\text{Éáèíá} + \text{èñèí} \text{ íáçúááþó} \text{ éðáðíúí} \text{ -èñèí} \text{ ááíííó} \text{ -èñèó} ?$
2. $\text{Éáèíá} + \text{èñèí} \text{ íáçúááþó} \text{ ááèèðáèáí} \text{ íáðóðáèííáí} \text{ +èñèá} ?$
3. $\text{Ñéíèùèí} \text{ éðáðíúó} \text{ ííæáð} \text{ áúóó} \text{ ó} \text{ íáðóðáèííáí} \text{ +èñèá} ?$
4. $\text{Èþáíá} \text{ èè} \text{ íáííçíá+ííá} \text{ +èñèí} \text{ ýáèýáðñýðííóúí} \text{ , á} \text{ ááóçíá+ííá} \text{ +èñèí} \text{ ñíðóááíí} \text{ ?} \text{Íðéáááèóá} \text{ íðèíáðó.}$
5. $\text{Íðéáááèóá} \text{ íðèíáð} \text{ íðííóíáí} \text{ óðáðçíá+ííáí} \text{ +èñèá.}$

A

Упражнения

133. Напишите день и месяц своего дня рождения.
- 1) Выясните, составным или простым числом является каждое из чисел.
 - 2) Найдите делители каждого числа.
 - 3) Запишите для каждого числа по три кратных.

Математика в твоей жизни

134. 1) Можно ли учащихся вашего класса рассадить поровну на два ряда?
- 2) Можно ли учащихся вашего класса разделить на три, на четыре группы с одинаковым количеством детей?
- 3) Для проведения спортивного соревнования учащихся всех 5 классов надо разделить на восемь групп с одинаковым количеством участников. Возможно ли такое деление в вашей школе?
- 4) На сколько равных кучек можно разложить 24 асыка?
- 5) В каждой коробке по 8 асыков. Можно ли, не вскрывая коробок, взять: а) 32 асыка; б) 44 асыка?
135. Запишите в порядке возрастания последовательность из натуральных чисел: 1) трехзначных, кратных 100; 2) простых трехзначных, которые больше числа 140, но меньше числа 170.
136. Какие простые числа больше 970, но меньше 1000, пропущены в последовательности 997, 977, 971, 991?





137. Из чисел 2; 3; 5; 11; 14; 15; 25; 42; 89; 91 выберите те числа, которые являются:
- 1) простыми числами;
 - 2) составными числами;
 - 3) делителями числа 75;
 - 4) кратными числу 7.
138. 1) Назовите в порядке возрастания все делители числа:
 1) 18; 2) 42;
 2) назовите в порядке убывания все делители числа:
 1) 48; 2) 75.
139. Найдите по четыре числа, которые кратны одновременно:
 1) 5 и 4; 2) 2 и 7.
140. 70 коробок цветных карандашей нужно упаковать в ящики. Имеются ящики, вмещающие по 5 коробок, 8 коробок и по 14 коробок. Какие ящики удобнее взять для упаковки?
141. Верно ли, что число:
- 1) 502 — делитель числа 22 088;
 - 2) 65 667 кратно числу 3127;
 - 3) 13 188 кратно числу 24;
 - 4) 762 — делитель числа 16 664;
 - 5) 93 — делитель числа 9579;
 - 6) 25 400 кратно числу 154;
 - 7) 5372 кратно числу 68;
 - 8) 911 — делитель числа 4555?
142. Напишите все простые числа, при подстановке которых вместо буквы получится верное неравенство:
- 1) $7 < a < 27$;
 - 2) $50 < x < 83$;
 - 3) $305 < b < 330$;
 - 4) $918 < y < 955$.
143. Найдите число, которое является делителем числа:
- 1) 24 и кратным 6;
 - 2) 36 и кратным 9;
 - 3) 100 и кратным 20;
 - 4) 108 и кратным 36.
144. Найдите наименьшее натуральное число, кратное одновременно числам:
 1) 6 и 11; 2) 9 и 45.

B

Упражнения

145. Можно ли расселить в трехместные каюты группу туристов так, чтобы в них не осталось свободных мест, если туристов:
 1) 69; 2) 72; 3) 76; 4) 119?
146. В одной группе имеется 48 спортсменов, в другой — 36 спортсменов. Как нужно построить спортсменов так, чтобы их группы шли одна за другой одинаковыми рядами?
147. Заполните таблицу 14, вписывая в пустые клетки по два числа, удовлетворяющие обоим условиям.

Таблица 14.1

Число	Делитель 15	Делитель 18	Делитель 32
Делитель 6			
Делитель 12			
Делитель 24			

Таблица 14.2

Число	Кратно 3	Кратно 5	Кратно 11
Кратно 4			
Кратно 7			
Кратно 13			

С

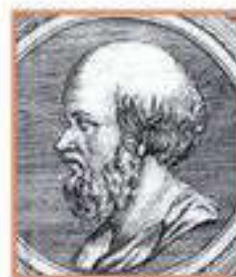
Упражнения

148. Вместо x напишите натуральное число, для которого верно неравенство $x < 71$, и которое: 1) кратно 15; 2) кратно 23. Запишите все такие числа.
149. Может ли быть простым числом:
1) значение суммы двух простых чисел;
2) значение разности двух простых чисел;
3) значение произведения двух простых чисел?
150. Запишите четырехзначные числа, кратные 487 и оканчивающиеся цифрой 2.



Подготовьте сообщение

151. Расскажите об ученом-математике Эратосфене. Он придумал способ нахождения простых чисел, называемый *решетом Эратосфена*.

Эратосфен Киренский
(276—196 гг. до н. э.)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями

152. Найдите значение выражения рациональным способом:
1) $251 + 584 + 249 + 216$; 2) $25 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 4$.
153. Сравните значения выражений:
1) $42 : 6 + 54 : 6$ и $(42 + 54) : 6$;
2) $54 : 6 - 42 : 6$ и $(54 - 42) : 6$;
3) $(63 : 9) \cdot 5$ и $(63 \cdot 5) : 9$;
4) $(65 \cdot 26) : 13$ и $(65 : 13) \cdot 26$ и $(26 : 13) \cdot 65$.

§ 11. Основные свойства делимости



Вы

• $(a+b) : c = a : c + b : c$, $(a-b) : c = a : c - b : c$, $a : c = (a : d) : (c : d)$, $a : c = (a : d) : (c : d)$.

Вам известно, как сумму разделить на некоторое число, если каждое слагаемое делится на это число.

Объясните!

1. Почему сумму чисел 56 и 21 можно разделить на число 7 так:
 $(56 + 21) : 7 = 56 : 7 + 21 : 7 = 8 + 3 = 11$?
2. Убедитесь в этом, если слагаемых больше двух.



Сформулируйте вывод

Как связана делимость каждого слагаемого и делимость суммы?

Если каждое слагаемое делится на некоторое натуральное число, то значение их суммы делится на это число.

Также справедливо свойство:

Если уменьшаемое и вычитаемое делятся на некоторое натуральное число, то значение их разности делится на это число.

Объясните!

1. Почему значение разности $(36 - 8)$ можно разделить на число 4 так:

$$(36 - 8) : 4 = 36 : 4 - 8 : 4 = 9 - 2 = 7?$$

2. Если одно из двух натуральных чисел делится на некоторое число, а другое на него не делится, то разделится ли на это число значение суммы или значение разности этих чисел? Объясните свой ответ, используя таблицу 15.

Убедитесь в правильности своего ответа еще на нескольких примерах.

Таблица 15

	Выражение		Проверьте
25 делится на 5	сумма	$25 + 7$	делится ли значение суммы $25 + 7$ на 5?
7 не делится на 5	разность	$25 - 7$	делится ли значение разности $25 - 7$ на 5?

Вывод

Если одно из двух натуральных чисел делится на некоторое натуральное число, а другое на него не делится, то значения их суммы и разности не делятся на это число.

Вы знаете, как произведение разделить на некоторое натуральное число, если один из множителей делится на это число.

Объясните!

Почему значение произведения $72 \cdot 3$ можно разделить на 8 так: $(72 \cdot 3) : 8 = (72 : 8) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$?

Вывод

Если один из множителей делится на некоторое натуральное число, то и значение произведения делится на это число.



1. $15 + 39$ делится на 3; $33 + 88$ делится на 11;
2. $15 + 39$ делится на 11; $33 + 88$ делится на 3;

A

Упражнения

154. Объясните, почему значение суммы:

- 1) $15 + 39$ делится на 3;
- 2) $33 + 88$ делится на 11;



- 3) $24a + 24c$ делится на 24, где a и c — натуральные числа;
 4) $18a + 45b + 99c$ делится на 9, где a, b, c — натуральные числа.

155. Верны ли утверждения:

- 1) если каждое из двух слагаемых делится на 2, то и значение суммы делится на 2;
- 2) если каждое из двух слагаемых делится на 5, то и значение суммы делится на 5;
- 3) если уменьшаемое и вычитаемое делятся на 3, то и значение разности делится на 3?

156. 1) Представьте числа 5; 10; 15; 20; 25; 30 в виде произведения $5k$, где k — некоторое натуральное число.

2) Укажите три числа, которые можно записать в виде произведения: 1) $3k$; 2) $4k$; 3) $7k$; 4) $11k$, где k — натуральное число.

157. Объясните, используя свойства делимости, почему число:

- 1) 156 делится на 12;
- 2) 253 делится на 23;
- 3) 126 делится на 9;
- 4) 189 делится на 21.

158. Вместо x подберите такое натуральное число, чтобы:

- 1) значение суммы $864 + x$:
 - а) делилось на 3;
 - б) не делилось на 3;
- 2) значение разности $510 - x$:
 - а) делилось на 10;
 - б) не делилось на 10.

В

Упражнения

159. Объясните, используя свойства делимости, почему число:

- 1) 1980 делится на 18;
- 2) 1100 делится на 55.

160. Вместо y подберите такое натуральное число, чтобы:

- 1) значение суммы $y + 1320$:
 - а) делилось на 12;
 - б) не делилось на 12.
- 2) значение разности $y - 940$:
 - а) делилось на 47;
 - б) не делилось на 47.

161. Укажите три числа, которые можно подставить вместо букв a и c , чтобы делилось на 60 значение выражения:

- 1) $a + 772 - c$;
- 2) $891 - a + c$.

162. Выясните, делится ли значение выражения $845 + y$ на 5, если y — четное число. Сколько ответов может быть?



Упражнения

163. Докажите, что кратны 2 значения выражений:

$$64x; \quad 38(x - y); \quad 216xyz.$$

164. Укажите два числа, которые можно подставить вместо буквы, чтобы делились на 5 значения выражений:

$$1) 628 + 26x; \quad 2) 1534y - 22; \quad 3) n + 916 \cdot 25.$$

165. Простым или составным числом является значение суммы трех последовательных натуральных чисел?



Подготовьте сообщение

166. Расскажите об ученом-математике Пифагоре и его учениках. Они изучали вопросы о делимости натуральных чисел. Какие *совершенные числа* найдены ими?



Пифагор
(примерно 570—
490 гг. до н. э.)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями

167. Из чисел 1234; 4320; 13 271; 502 025; 373 819; 63 633 выпишите числа, оканчивающиеся на: 1) четную цифру; 2) нечетную цифру.

168. Проверьте, делятся ли на 2 однозначные числа, записанные: 1) четными цифрами; 2) нечетными цифрами.

169. Запишите восемь чисел, кратных 2; 5. Какие цифры стоят в разряде единиц записанных чисел? Делятся ли эти числа на 25? Какими цифрами оканчиваются числа, делящиеся на 25?

170. Проверьте, какими цифрами оканчиваются двузначные числа больше 34, но меньше 51, которые делятся: 1) на 5, 2) на 10. Можно ли среди этих чисел указать числа, которые делятся и на 5, и на 10?

§ 12. Признаки делимости на числа 2, 3, 5, 9, 10



Вы

- $100 + 80 + 9 = 189$ делится на 2, 3, 5, 9, 10? $1000 + 200 + 50 + 7 = 1277$ делится на 2, 3, 5, 9, 10? $40000 + 6000 + 300 + 50 + 1 = 46351$ делится на 2, 3, 5, 9, 10?

По записи любого натурального числа можно узнать, делится ли это число на 2 или не делится.

Рассмотрите примеры в таблице 16 и убедитесь в этом.

Подумайте!

Таблица 16

Почему значение выражения не делится на 2?	Почему значение выражения делится на 2?
$7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9$	$7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 4$
$9 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$	$9 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6$
$4 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1$	$4 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2$



Сформулируйте вывод

В каких случаях число, записанное в виде суммы разрядных слагаемых, делится на число 2, а в каких — не делится на число 2.

Может ли число, которое делится на 2, оканчиваться нечетной цифрой, а которое не делится на 2 — четной цифрой?

Признак делимости на число 2: натуральное число делится на число 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается одной из цифр: 0, 2, 4, 6, 8.

Сформулируем признаки делимости на некоторые другие числа.

Признак делимости на число 5: натуральное число делится на число 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается одной из цифр: 0 или 5.

Признак делимости на число 10: натуральное число делится на число 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается нулем.

В справедливости признаков делимости на числа 5 и 10 убедитесь, рассуждая так же, как при обосновании признака делимости на число 2.

Для того чтобы сформулировать признак делимости на число 3, рассмотрим следующую таблицу 17.

Таблица 17

Число	Число делится или не делится на число 3?	Сумма цифр ¹ числа	Значение суммы цифр числа	Значение суммы цифр числа делится или не делится на число 3?
15	да	$1 + 5$	6	да
26	нет	$2 + 6$	8	нет
100	нет	$1 + 0 + 0$	1	нет
963	да	$9 + 6 + 3$	18	да
6001	нет	$6 + 0 + 0 + 1$	7	нет



Сформулируйте вывод

Какие числа делятся на число 3, а какие не делятся на число 3?

Признак делимости на число 3: натуральное число делится на число 3 тогда и только тогда, когда значение суммы цифр числа делится на 3.

Аналогичное свойство имеют числа, которые кратны числу 9 (делятся на 9).

Признак делимости на число 9: натуральное число делится на число 9 тогда и только тогда, когда значение суммы цифр числа делится на 9.



Попробуйте самостоятельно

В справедливости признака делимости на 9 убедитесь самостоятельно.



1. $15 \div 3 = 5$, $15 \div 9 = 1 \text{ (остаток } 6)$, $15 \div 10 = 1 \text{ (остаток } 5)$?
2. $26 \div 3 = 8 \text{ (остаток } 2)$, $26 \div 9 = 2 \text{ (остаток } 8)$, $26 \div 10 = 2 \text{ (остаток } 6)$?
3. $100 \div 3 = 33 \text{ (остаток } 1)$, $100 \div 9 = 11 \text{ (остаток } 1)$, $100 \div 10 = 10$?

¹ Слово сочетание *сумма цифр* используется в математике вместо предложения "сумма чисел, записанных цифрами натурального числа".



А

Упражнения

171. Из чисел 31; 42; 63; 415; 702; 1005; 1110 выберите числа, которые делятся: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5; 4) на 9; 5) на 10.
172. Запишите по два натуральных числа, которые делятся: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5; 4) на 9; 5) на 10.
173. 1) На каждом этаже жилого дома по три квартиры. Может ли быть, что всего в подъезде 27 квартир, 32 квартиры, 69 квартир?
2) На праздник дети получили по пять одинаковых подарков. Может ли быть, что во всех подарках было 44 конфеты, 65 конфет, 80 конфет?
3) Для детского сада купили 10 одинаковых наборов цветной бумаги. Может ли в них оказаться всего 59 листов, 75 листов, 90 листов?
174. Назовите все натуральные числа, делящиеся на 3 и на 5, которые больше 9, но меньше 29.
175. Запишите все натуральные числа, которые больше 311, но меньше 331 и делящиеся одновременно: 1) на 2 и на 5; 2) на 2, на 3, на 5.
176. Можно ли утверждать, что числа 502 011; 331 102; 814 401 составные? Ответ обоснуйте.
177. Используя цифры 0, 2, 5, составьте все возможные трехзначные числа, которые делятся одновременно на 2; 5 и 10.
178. Выберите из чисел 18; 46; 63; 222; 303; 846 те числа, которые делятся на число 2 и на число 3 одновременно.
179. 1) Напишите наибольшее трехзначное число, которое делится на число 2 и на число 3 одновременно.
2) Напишите наименьшее четырехзначное число, которое делится на число 5 и на число 9 одновременно. Делится ли это число на 3?
3) Напишите наименьшее пятизначное число, которое делится на число 9 и на число 10 одновременно. Делится ли это число на 2?
180. Используя таблицу 18, данному числу припишите справа и слева цифры так, чтобы получилось число, которое делится на 2, 5, 9.

Таблица 18

Данное число	Делится на 2	Делится на 5	Делится на 9
6			
97			
658			
2008			

181. Для каких чисел x , кратных 5, верно неравенство:
 1) $19 < x < 33$; 2) $21 < x < 41$; 3) $84 < x < 97$?

В Упражнения

182. Из цифр 1; 4; 0; 7 составьте:
 1) двузначные числа, делящиеся на число 3;
 2) трехзначные числа, делящиеся на число 2;
 3) трехзначные числа, делящиеся на число 2 и на число 5 одновременно.
183. Найдите два натуральных числа, при подстановке которых вместо буквы значение выражения:
 1) $a + 47$ делится на число 5; 2) $b - 29$ делится на число 9.
184. Между какими ближайшими натуральными числами, кратными 3, заключено число: 1) 29; 2) 71; 3) 167?
185. Укажите наибольшее трехзначное число, которое:
 1) делится на число 3; 2) не делится на число 3;
 3) делится на 2 и на 3;
 4) не делится ни на число 2, ни на число 3.
 Проверьте, делится ли это число на число 6.



Попробуйте самостоятельно

Сформулируйте признак делимости на число 6.

186. Запишите наименьшее четырехзначное число, которое:
 1) делится на число 3, но не делится на число 5;
 2) делится на число 5, но не делится на число 7;
 3) делится на число 9, но не делится на число 10;
 4) делится на число 7, но не делится на число 9.
187. Запишите все двузначные числа, которые больше 79, но меньше 97 и не кратны ни числу 3, ни числу 5.
188. Запишите, если это возможно:
 1) число из одних пятерок, чтобы оно делилось на число 9;
 2) трехзначное число, которое делится на число 3 и на число 5, но не делится на число 10;
 3) трехзначное число, которое делится на число 2 и на число 9, но не делится на число 5;
 4) трехзначное число, которое не делится ни на число 2, ни на число 3, ни на число 5, ни на число 9.



Упражнения

189. 1) x — нечетное число. Является ли значение выражения $5x$ четным числом?
 2) Натуральное число a не делится на число 3. Делится ли на число 6 значение выражения $16a$?
 3) Значение выражения $8b$ делится на 10. Делится ли значение выражения $12b$ на 10? Ответ обоснуйте.
190. 1) Докажите, что если к любому трехзначному числу приписать трехзначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получится число, делящееся на число 11.
 2) Попробуйте самостоятельно сформулировать признаки делимости на число 4 и на число 25, используя разложение числа на разрядные слагаемые.
 Какие из чисел 328; 425; 554; 196; 775; 7 589 360; 5000; 2350; 9100 делятся на число 4 и какие из данных чисел делятся на число 25?
191. Какие две цифры нужно приписать справа к числу 2017, чтобы получилось число, делящееся на 99?
192. Найдите наименьшее пятизначное число, все цифры которого различны, и которое делится на 89.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



193. Замените (если возможно) квадратом или кубом множителя:
- 1) $2 \cdot 2$;
 - 2) $11 \cdot 11$;
 - 3) $2 \cdot 2 \cdot 3$;
 - 4) $21 \cdot 21 \cdot 21$;
 - 5) $22 \cdot 2$.
194. 1) Вычислите площадь квадрата и объем куба, длины сторон которых равны: а) 2 см, б) 3 см, в) a см, г) b см.
 2) Сколько литров воды вмещает куб, если длина его стороны равна a дм? Чему равна площадь дна этого куба?
 3) Сколько литров воды вмещает емкость, имеющая форму куба, площадь дна которого 9 дм^2 ?

§ 13. Степень



Вы

- $10^0 = 1$ и $10^1 = 10$, $10^2 = 100$ и $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$ и $10^5 = 100000$.

Вы это знаете!

Вы знаете, что сумму нескольких одинаковых слагаемых принято записывать в виде произведения. Например, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

Произведение одинаковых множителей записывают в виде степени. Например, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.



Говорите правильно

Выражение 7^4 читают:

- ✓ семь в степени четыре;
- ✓ семь в четвертой степени.

Объясните!

Почему $2^5 = 32$?

В выражении 7^4 :

- ✓ число 7 называют *основанием степени*;
- ✓ число 4 называют *показателем степени*;
- ✓ 7^4 называют *степенью*.

Любое натуральное число можно записать в виде степени, показатель которой равен единице, а основание равно данному натуральному числу.

Например, $3 = 3^1$; $5 = 5^1$; $40 = 40^1$; $171 = 171^1$.

Число во второй степени называется *квадратом числа*.



Говорите правильно

Выражение 7^2 читают:

- ✓ семь в квадрате.



Число в третьей степени называется *кубом числа*.



Говорите правильно

Выражение 7^3 читают:

✓ семь в кубе.

Особую роль в математике играют числа 10; 100; 1000 и т. д. Эти числа часто записывают в виде степени (на форзаце учебника даны названия некоторых из них).

Подумайте!

Заполните таблицу 19 и установите связь между показателем степени и количеством нулей в записи числа.

Таблица 19

Число	Степень	Показатель степени	Количество нулей в числе
10	10^1	1	1
100			
1000			
10 000			
100 000			

Степень с основанием 10 равна числу, записанному единицей и столько-кими нулями, каков показатель степени.

Запишите число 87 461 в виде суммы разрядных слагаемых. В этой записи числа 100, 1000, 10 000, 100 000 замените степенью числа 10. Полученная запись является *десятичной записью натурального числа*.

Объясните!

Почему запись $5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 1$ является десятичной записью числа 5281, а $5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1$ не является десятичной записью этого числа?



1. $\times 01 \text{ } \dot{\text{r}}\text{c}\dot{\text{a}}+\dot{\text{a}}\dot{\text{a}}\dot{\text{o}} \text{ } +\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}}\text{ } 6 \text{ } \dot{\text{a}} \text{ } \dot{\text{c}}\dot{\text{a}}\dot{\text{i}}\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}} \text{ } 4^6?$
2. $\times 01 \text{ } \dot{\text{r}}\text{c}\dot{\text{a}}+\dot{\text{a}}\dot{\text{a}}\dot{\text{o}} \text{ } +\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}}\text{ } 9 \text{ } \dot{\text{a}} \text{ } \dot{\text{c}}\dot{\text{a}}\dot{\text{i}}\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}} \text{ } 9^9?$
3. $\dot{\text{E}}\dot{\text{a}}\dot{\text{e}}\text{ } \dot{\text{r}}\dot{\text{c}}\dot{\text{a}}+\dot{\text{a}}\dot{\text{a}}\dot{\text{o}}\dot{\text{n}}\dot{\text{y}}$ выражение $10^{2^?}$
4. $\dot{\text{N}}\dot{\text{e}}\dot{\text{i}}\dot{\text{e}}\dot{\text{u}}\dot{\text{e}}\text{ } \dot{\text{i}}\dot{\text{o}}\dot{\text{e}}\dot{\text{a}}\dot{\text{e}} \text{ } \dot{\text{a}} \text{ } \dot{\text{c}}\dot{\text{a}}\dot{\text{i}}\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}} \text{ } +\dot{\text{e}}\dot{\text{n}}\dot{\text{e}}\dot{\text{a}}\dot{\text{e}}\dot{\text{a}}\dot{\text{a}}\dot{\text{o}}\dot{\text{e}}\dot{\text{e}}\dot{\text{e}}\dot{\text{e}}\dot{\text{i}}\text{ }?$



205. Запишите в виде степени число, встречающееся в предложении:
- 1) У взрослого человека сердце за день перекачивает около десяти тысяч литров крови.
 - 2) Кровеносная система человека составляет сто тысяч километров.
 - 3) Человек состоит из более чем ста триллионов клеток.



Упражнения

206. Сравните значения степеней:
- 1) 2^3 и 3^2 ;
 - 2) 2^{30} и 3^{20} ;
 - 3) 4^3 и 5^2 ;
 - 4) 2^{15} и 3^{10} ;
 - 5) 2^5 и 8^2 ;
 - 6) 2^6 и 3^4 .
207. Сравните со степенями числа 2 каждое из степеней 31^{11} и 17^{14} . Используя полученные результаты, сравните 31^{11} и 17^{14} .



Подготовьте сообщение

208. Обозначения a^2 , a^3 ввел Рене Декарт. Когда были введены эти обозначения?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



209. Вместо буквы x запишите все простые числа, для которых верны неравенства:
- 1) $0 < x < 20$;
 - 2) $20 < x < 60$;
 - 3) $60 < x < 100$;
 - 4) $600 < x < 620$;
 - 5) $770 < x < 800$;
 - 6) $990 < x < 1000$.
210. Не используя таблицу простых чисел, можно ли узнать, есть ли среди чисел 111; 736; 963; 785; 144 простые числа?
211. Дано число 45.
- 1) Перечислите все делители данного числа.
 - 2) Назовите делители, которые являются простыми числами.
212. Даны числа 18 и 20.
- 1) Перечислите все делители каждого числа.
 - 2) Назовите общие делители, которые являются простыми числами.

§ 14. Разложение натурального числа на простые множители



Вы

- $\text{I}\tau\alpha\acute{\alpha}\epsilon\iota\iota\epsilon\omicron\alpha\acute{\alpha}\nu\acute{\iota}$ η $\text{i}\tau\alpha\acute{\alpha}\nu\acute{\iota}$ $\text{i}\text{i}\gamma\upsilon\omicron\epsilon\alpha\text{i}$: $\delta\alpha\zeta\epsilon\text{i}\alpha\acute{\alpha}\text{i}\epsilon\acute{\alpha}$ $\div\epsilon\eta\epsilon\acute{\alpha}$ $\text{i}\alpha$ $\text{i}\delta\text{i}\nu\omicron\upsilon\acute{\alpha}$ $\text{i}\text{i}\alpha\epsilon\omicron\delta\acute{\alpha}\epsilon\epsilon$;
- $\text{i}\alpha\omicron\div\epsilon\delta\alpha\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\upsilon\text{i}\text{i}\epsilon\text{i}\gamma\upsilon\omicron\upsilon$ $\delta\alpha\zeta\epsilon\text{i}\alpha\acute{\alpha}\text{i}\epsilon\acute{\alpha}$ $\div\epsilon\eta\alpha\epsilon\text{i}\alpha$ $\text{i}\delta\text{i}\nu\omicron\upsilon\acute{\alpha}$ $\text{i}\text{i}\alpha\epsilon\omicron\delta\acute{\alpha}\epsilon\epsilon$.

Каждое составное число можно представить в виде произведения простых чисел.

Например , $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$. В этом случае говорят, что число 78 *разложили на простые множители* , а равенство $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$ называют *разложением числа 78 на простые множители*.

Разложить натуральное число на простые множители — это значит представить его в виде произведения простых чисел.

В разложении натурального числа на простые множители может оказаться несколько одинаковых множителей.

Например , $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. В таких случаях произведение одинаковых множителей заменяют степенью. Следовательно, разложение числа 504 можно представить и так: $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Очевидно, что в данном равенстве простые множители 2, 3 и 7 являются делителями числа 504. Поэтому, чтобы найти простые множители, можно использовать признаки делимости и таблицу простых чисел.

Например , разложим число 546 на простые множители. По записи числа видно, что оно делится на число 2. Разделим число 546 на 2, получим число 273. Так как значение суммы цифр числа 273 равно 12, то число 273 делится на число 3. Результаты этих действий принято записывать так:

$$\begin{array}{r|l} 546 & 2 \\ 273 & 3 \end{array}$$

Нарисовав вертикальную прямую (сверху вниз), слева от нее записали число 546, а справа — наименьшее простое число, на которое делится число 546, т. е. число 2.

Разделили число 546 на число 2 и полученное значение частного 273 записали под числом 546. Справа под числом 2 записали наименьшее простое число, на которое делится число 273, т. е. число 3.

Продолжим рассуждения.

Значение частного $273 : 3$ — число 91 — записываем слева от черты под числом 273. Получим:

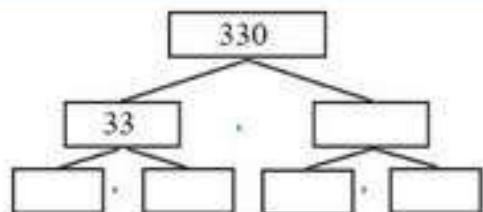


Рис. 21

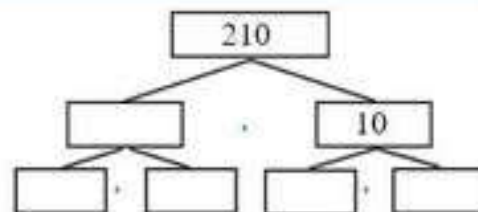


Рис. 22

216. Разложите на простые множители числа: 110; 120; 150; 260; 270; 380; 480.
217. Можно ли по записи чисел, данных в упражнении 216, узнать, содержат ли их разложения на простые множители числа 2 и 5? Ответ обоснуйте.
218. Составьте три трехзначных числа, разложение которых на простые множители содержит числа 3; 5; 7.
219. Разложите на простые множители числа 156; 462; 1008; 1872; 2080; 4550.
220. Запишите пять двузначных чисел, в разложении которых на простые множители встречается число 2 три раза.
221. Запишите три трехзначных числа, в разложении которых на простые множители встречается число 5 два раза.
222. Найдите число a по его разложению на простые множители:
- 1) $a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$; 2) $a = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$.
223. Сколько раз встречается число 5 в разложении чисел 1000; 3000; 4000; 7000 на простые множители? Можно ли ответить на этот вопрос, не используя разложение на простые множители?

В Упражнения

224. Разложите на простые множители числа: 6270; 8840; 10 450; 13 986; 16 400; 20 010.
225. Значение какого произведения является кратным числу 18:
- 1) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$; 2) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$;
 3) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$; 4) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$?
226. Выпишите общие множители в разложении чисел a и b :
- 1) $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11$; $b = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11$;
 2) $a = 5 \cdot 13^2 \cdot 19 \cdot 23$; $b = 2 \cdot 5^3 \cdot 13 \cdot 23$.



Упражнения

- 227.** Напишите все двузначные числа, в разложении которых на простые множители встречается число:
- 1) 19; 2) 23; 3) 29; 4) 31.
- 228.** Найдите число b по его разложению на простые множители:
- 1) $b = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 101$;
 - 2) $b = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 103$.
- 229.** Разложите на простые множители числа 52015; 64337; 72928.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



- 230.** Используя слово “кратное” и словосочетание “делитель числа”, переформулируйте предложения:
- 1) число 324 делится на 4;
 - 2) на 16 делятся числа 160, 176, 336.
- 231.** Используя слово “делится” и словосочетание “делитель числа”, переформулируйте предложения:
- 1) число 144 кратно числу 12;
 - 2) для числа 8 кратными являются числа 80; 88; 160; 168.
- 232.** 1. Выясните, является ли число 523 делителем числа: 1) 1569; 2) 2092; 3) 5230.
2. Выясните, является ли число 17917 кратным числу: 1) 19; 2) 23; 3) 41.
- 233.** Укажите наибольшее и наименьшее число в последовательности из натуральных чисел:
- 1) 56, 89, 23, 57, 24, 19;
 - 2) 967, 979, 897, 976, 879, 899;
 - 3) 6050, 6505, 6550, 6005;
 - 4) 89 894, 98 894, 89 984, 98 984.

§ 15. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК)



Вы

• *Қазақ тіліндегі ең үлкен ортақ бөлігі: ақпараттық технологиялармен бірге, білімділікпен бірге қолдану (НҚ) және білімділікпен бірге қолдану (НҚ) және білімділікпен бірге қолдану.*

Число 6 является делителем числа 30, а также делителем числа 42. Говорят, что число 6 есть *общий делитель* чисел 30 и 42.

1; 2; 3; 6 являются общими делителями чисел 24 и 18. Наибольшее среди них — число 6. Его называют *наибольшим общим делителем* чисел 24 и 18 и записывают так: $\text{НОД}(24; 18) = 6$.



Говорите правильно

Запись $\text{НОД}(24; 18) = 6$ читают: наибольший общий делитель чисел 24 и 18 равен 6.

Наибольшее натуральное число, на которое делятся числа a и b , называется *наибольшим общим делителем* чисел a и b .

Для нахождения наибольшего общего делителя двух или нескольких натуральных чисел записывают их разложение на простые множители. *Например*, найдем $\text{НОД}(180; 378)$. Разложим 180 и 378 на простые множители.

Как получили разложение на простые множители натуральных чисел 180 и 378?

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$$

Из разложения чисел 180 и 378 видно, что в оба разложения входят множители 2, 3, 3, или 2 и 3^2 .

Поэтому $\text{НОД}(180; 378) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Чтобы найти наибольший общий делитель двух или нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить натуральные числа на простые множители;
- 2) выбрать простые множители, входящие в разложение обоих натуральных чисел; если общие простые множители входят в разложение с разными показателями степени, то берется множитель с меньшим показателем;
- 3) найти значение произведения выбранных множителей.



Аналогично находят наибольший общий делитель трех натуральных чисел.

Например, $\text{НОД}(12; 18; 42) = 2 \cdot 3 = 6$.

Убедитесь в этом самостоятельно.

Найдем наибольший общий делитель натуральных чисел, одно из которых кратно другому (делится на другое).

Например, найдем $\text{НОД}(6; 18) = 6$; $\text{НОД}(5; 35) = 5$; $\text{НОД}(77; 7) = 7$.



Сформулируйте вывод

Как связан наибольший общий делитель двух чисел с меньшим из них?

Наибольший общий делитель натуральных чисел, одно из которых делится на другое, равен меньшему из этих натуральных чисел.

Некоторые натуральные числа имеют общий делитель, равный единице. Например, $\text{НОД}(16; 125) = 1$. Говорят, что 16 и 125 — *взаимно простые числа*.

Взаимно простыми числами называются такие натуральные числа, наибольший общий делитель которых равен единице.

Как вы уже знаете, для каждого натурального числа существует бесконечно много чисел, кратных ему.

Рассмотрим два числа: 8 и 12. Объясните, почему числа 24; 48; ... являются кратными чисел 8 и 12. Числа 24; 48; ... называют *общими кратными* 8 и 12. Можно заметить, что среди общих кратных нет наибольшего числа, но есть наименьшее — это число 24.

Его называют *наименьшим общим кратным чисел* 8 и 12 и записывают так: $\text{НОК}(8; 12) = 24$.



Говорите правильно

Запись $\text{НОК}(8; 12) = 24$ читают: наименьшее общее кратное чисел 8 и 12 равно 24.

Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b называется наименьшее натуральное число, которое кратно числам a и b одновременно.

Для нахождения наименьшего общего кратного двух или нескольких натуральных чисел записывают их разложение на простые множители.

Например, найдем наименьшее общее кратное натуральных чисел 180 и 378, т. е. $\text{НОК}(180; 378)$.

Для этого воспользуемся разложением данных чисел на простые множители, полученным выше:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7.$$

Наименьшее общее кратное натуральных чисел 180 и 378 должно делиться на каждое из этих чисел. Поэтому в разложение НОК (180; 378) войдут все простые множители одного из чисел, например, числа 180, т. е. 2^2 ; 3^2 ; 5, и недостающие множители из разложения числа 378, т. е. 3 и 7.

Тогда в разложение НОК (180; 378) войдут множители 2^2 ; 3^3 ; 5; 7. Теперь вычислим значение произведения этих множителей. Следовательно, $\text{НОК} (180; 378) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 3780$. Аналогично находят наименьшее общее кратное трех, четырех и т. д. натуральных чисел.

Чтобы найти наименьшее общее кратное двух или нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить данные числа на простые множители;
- 2) выписать простые множители, входящие в разложение одного из натуральных чисел;
- 3) добавить к ним недостающие множители из разложений остальных натуральных чисел;
- 4) найти значение произведения выбранных множителей.

Найдем наименьшее общее кратное натуральных чисел, одно из которых делится на другое (другие) число (числа):

Например ,

$$\text{НОК} (42; 7) = 42; \quad \text{НОК} (3; 6; 102) = 102; \quad \text{НОК} (9; 369) = 369.$$



Сформулируйте вывод

Как связано наименьшее общее кратное натуральных чисел, одно из которых делится на другое (другие) с наибольшим из них?

Наименьшее общее кратное натуральных чисел, одно из которых делится на другое (на другие) число (числа), равно большему из этих натуральных чисел.

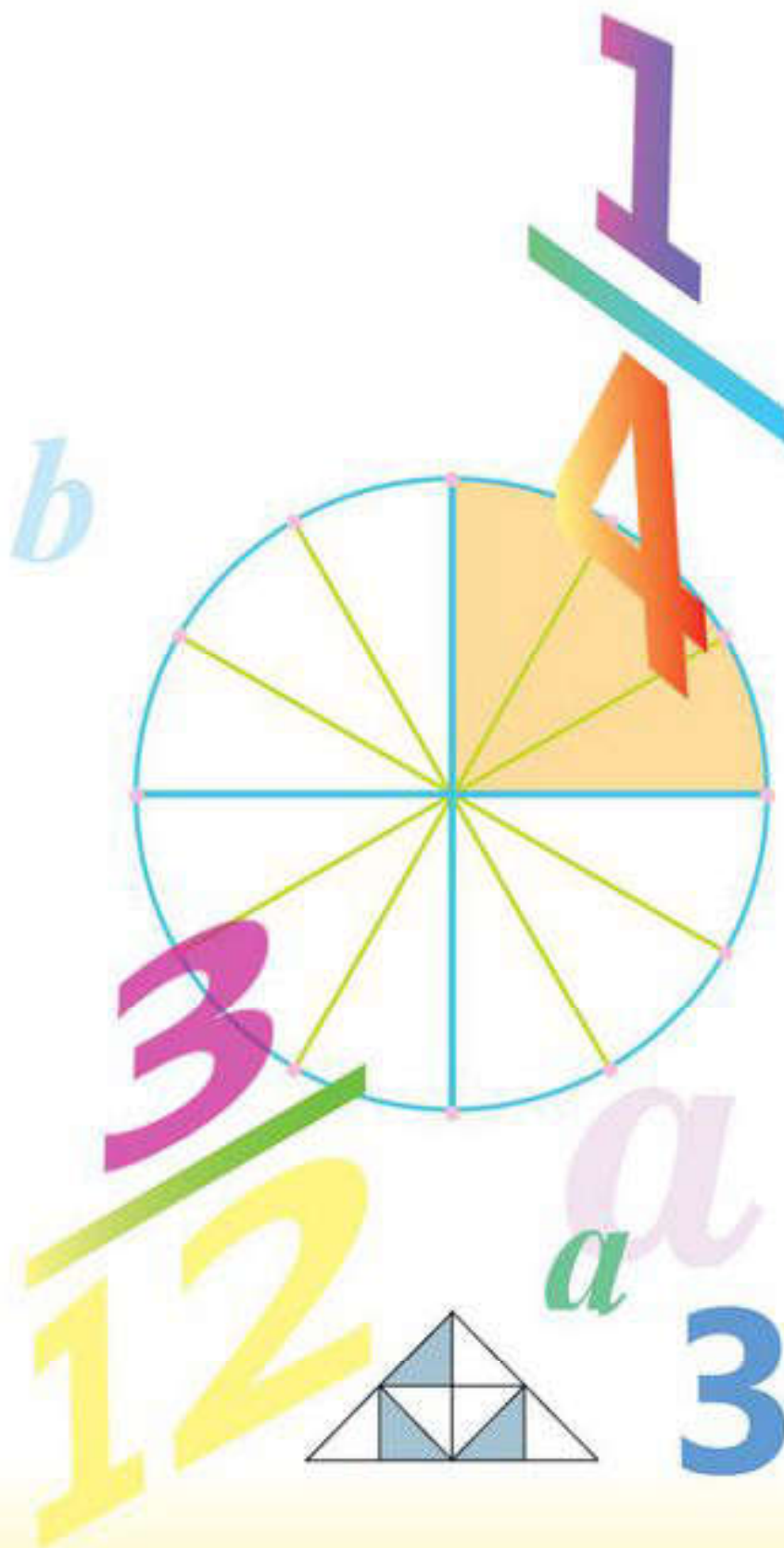
Найдем наименьшее общее кратное взаимно простых чисел.

Например , найдем $\text{НОК} (2; 3) = 6$; $\text{НОК} (4; 9) = 36$; $\text{НОК} (5; 11) = 55$.

Видим, что

наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно значению произведения этих чисел.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ



глава

3

Обыкновенные дроби и действия над ними

§ 16. Обыкновенная дробь. Чтение и запись обыкновенных дробей



Вы

- $\frac{1}{9}$ — одна девятая, $\frac{2}{9}$ — две девятых, $\frac{3}{9}$ — три девятых, $\frac{4}{9}$ — четыре девятых;
- $\frac{3}{9}$ и $\frac{2}{9}$ — это обыкновенные дроби.

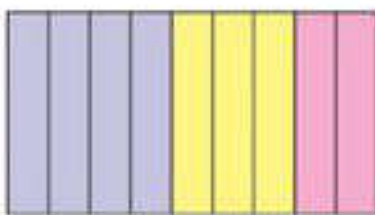


Рис. 23

Прямоугольник разделили на равные части (рис. 23). Каждая из них составляет одну девятую часть прямоугольника.

Записывают: $\frac{1}{9}$.

Сколько частей прямоугольника закрашено фиолетовым цветом?

Фиолетовым цветом закрашено четыре девятых прямоугольника.

Записывают: $\frac{4}{9}$.

Объясните!

Что показывают дроби $\frac{3}{9}$ и $\frac{2}{9}$?

$\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$ — это обыкновенные дроби.



Говорите правильно

Обыкновенные дроби читают:

$\frac{1}{9}$ — одна девятая, $\frac{2}{9}$ — две девятых,

$\frac{3}{9}$ — три девятых, $\frac{4}{9}$ — четыре девятых.

Числа вида $\frac{m}{n}$, где m — натуральное число или нуль, n — натуральное число, называются *обыкновенными дробями*.



m называют *числителем дроби $\frac{m}{n}$* , а n — *знаменателем дроби $\frac{m}{n}$* .

Назовите числитель и знаменатель обыкновенной дроби $\frac{4}{9}$.

Знаменатель обыкновенной дроби показывает, на сколько равных частей разделили целое.

Числитель обыкновенной дроби показывает, сколько таких частей взяли.

Известно, что $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$ (рис. 24.1). Какую часть дециметра составляет 1 см ?

Для ответа на вопрос разделили отрезок, длиной 1 дм , на 10 равных частей, т. е. $1 : 10$ и получили $\frac{1}{10} \text{ дм}$. Значит, можно записать: $1 : 10 = \frac{1}{10}$.

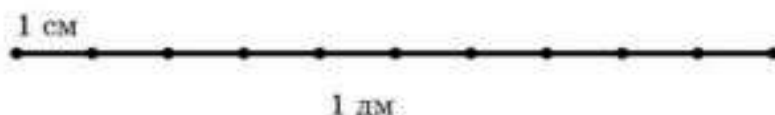


Рис. 24.1

Ответ : $1 \text{ см} = \frac{1}{10} \text{ дм}$.

С помощью букв это равенство записывают так:

для любых натуральных чисел m и n выполняется равенство $m : n = \frac{m}{n}$.

Поэтому

черту в записи обыкновенной дроби можно понимать как знак деления.

Например, $\frac{2}{3} = 2 : 3$; $\frac{11}{13} = 11 : 13$. Эти равенства означают, что

обыкновенную дробь можно заменить частным и, наоборот, частное можно заменить обыкновенной дробью, у которой числитель — делимое, а знаменатель — делитель.

Например, $5 : 6 = \frac{5}{6}$; $3 : 7 = \frac{3}{7}$.

Используя равенство $m : n = \frac{m}{n}$, можно убедиться, что любое натуральное число можно записать в виде обыкновенной дроби.

Например, $3 = \frac{3}{1}$ или $3 = \frac{6}{2}$, так как $3 = 3 : 1 = \frac{3}{1}$ или $3 = 6 : 2 = \frac{6}{2}$.





Теперь вам известны числа: натуральные числа (например, 1; 7; 376; 2458); нуль (0); обыкновенные дроби (например, $\frac{1}{7}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{30}{30}$).



Говорите правильно

Запись $\frac{1}{3}$ можно прочитать:

✓ число $\frac{1}{3}$;

✓ обыкновенная дробь $\frac{1}{3}$;

✓ дробь $\frac{1}{3}$.

Вы это знаете!

Вы умеете находить, во сколько раз одно число больше или меньше другого.

Как узнали, что 9 больше 3 в 3 раза, 21 больше 4 в 5,25 раза?

Зная дроби, можно узнать, какую часть от большего числа составляет меньшее число. Чтобы вывести правило, рассмотрим задачу: От ленты длиной 7 м отрезали 3 м. Какую часть ленты отрезали?

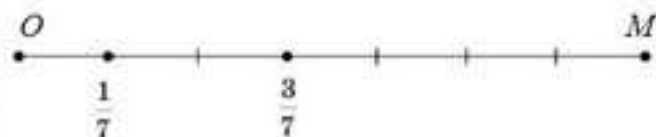


Рис. 24.2

Разделим отрезок OM на 7 равных частей (рис. 24.2). Тогда $\frac{1}{7}$ от длины всей ленты равна 1 м, а 3 м равны $\frac{3}{7}$ от длины всей ленты.

Объясните, почему.

Тот же ответ можно получить, если 3 разделить на 7, т. е. $3 : 7 = \frac{3}{7}$.

Чтобы найти, какую часть от большего числа составляет меньшее число, надо меньшее число разделить на большее число.

Как нашли, какую часть от числа 21 составляет число 4:

$$4 : 21 = \frac{4}{21} ?$$

В приведенных выше вычислениях найдены значения частного. Говорят также, что найдены отношения одних чисел к другим.



Говорите правильно

Чтение выражения 7 : 11:

- ✓ частное чисел семи и одиннадцати;
- ✓ отношение числа семи к числу одиннадцать;
- ✓ отношение чисел семь и одиннадцать;
- ✓ отношение семи к одиннадцати.



1. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{7}$ пе?
2. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{12}$ пе?
3. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{12}$ пе?
4. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{12}$ пе?
5. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{12}$ пе?
6. $\frac{7}{11}$ қисметінің оқуы $\frac{11}{12}$ пе?



Упражнения

260. Прочитайте дроби: $\frac{1}{7}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{21}{65}$; $\frac{109}{771}$.
261. Назовите числитель и знаменатель каждой обыкновенной дроби, данной в упражнении 260.
262. На рисунке 25 изображены квадраты с закрашенными частями. Запишите обыкновенные дроби, показывающие, какие части квадрата закрашены.

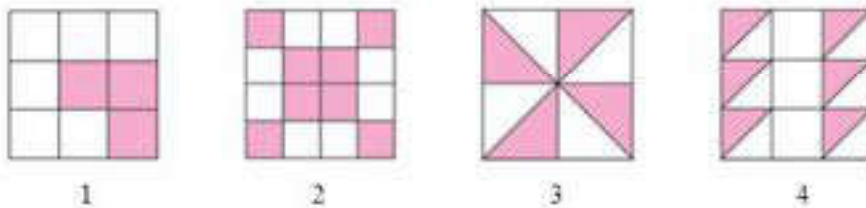


Рис. 25

263. Какая часть фигуры закрашена на рисунке 26?

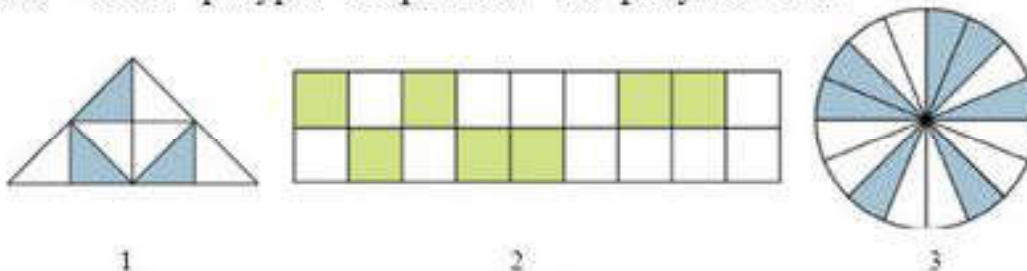


Рис. 26



264. Начертите отрезок длиной 10 см. Отметьте цветным карандашом часть отрезка длиной, равной 6 см. Какая часть отрезка отмечена? Какая часть отрезка не отмечена?
265. Верно ли записаны обыкновенными дробями закрашенные части фигур (рис. 27)?

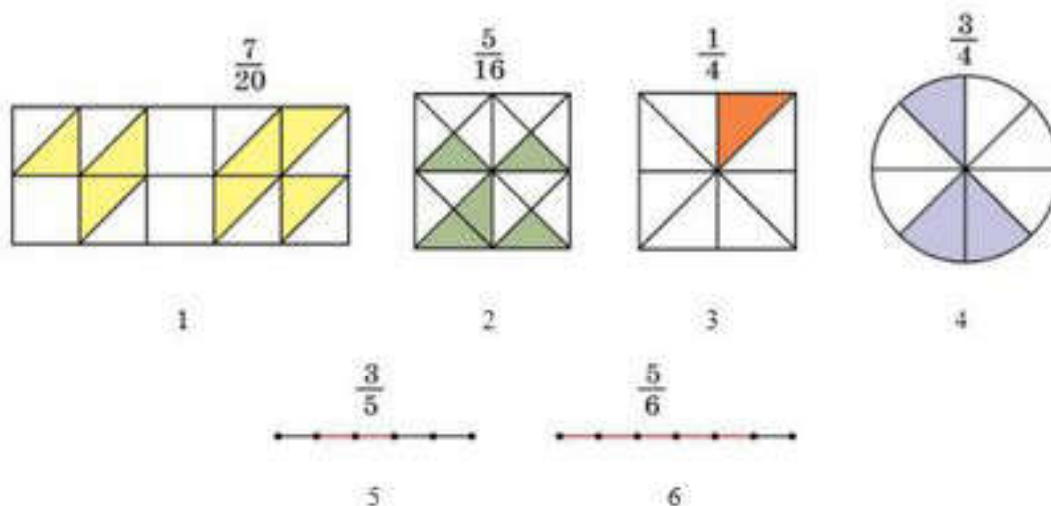


Рис. 27

266. 1) Если в феврале 28 дней, то сколько дней в году и какую часть года составляет число дней в феврале?
2) Какую часть года составило число дней в феврале в 2016 году?
267. Внесите в таблицу 22 следующие данные.

Таблица 22

Количество учащихся 5 классов вашей школы	Число учащихся вашего класса	Число девочек вашего класса	Число мальчиков вашего класса

Используя числовые данные таблицы, составьте все возможные обыкновенные дроби и объясните, что показывает каждая дробь.

268. Запишите в виде обыкновенной дроби числа:
- 1) пять шестых;
 - 2) восемь тринадцатых;
 - 3) три тридцать восьмых;
 - 4) одиннадцать сороковых;
 - 5) двадцать девяносто седьмых;
 - 6) сто шестьдесят две трехсотых.
269. Запишите в виде обыкновенной дроби частное:
- 1) $2 : 17$;
 - 2) $6 : 19$;
 - 3) $22 : 25$;
 - 4) $31 : 100$;
 - 5) $72 : 113$;
 - 6) $324 : 1001$;
 - 7) $500 : 501$;
 - 8) $721 : 999$;
 - 9) $853 : 2201$.

270. Запишите в виде частного обыкновенную дробь:

- 1) $\frac{2}{23}$; 2) $\frac{10}{47}$; 3) $\frac{65}{73}$; 4) $\frac{205}{333}$;
 5) $\frac{7}{400}$; 6) $\frac{11}{3462}$; 7) $\frac{400}{523}$; 8) $\frac{1489}{5555}$.

271. Придумайте и запишите четыре обыкновенные дроби:

- 1) со знаменателем 9; 2) с числителем 13; 3) с равными числителями; 4) с равными знаменателями; 5) со знаменателем, на 4 больше числителя; 6) со знаменателем, в 2 раза больше числителя; 7) с числителем, на 5 меньше знаменателя; 8) с числителем, в 3 раза меньше знаменателя.

272. Длина прямоугольника 16 см, а его ширина на 7 см короче длины. Найдите периметр прямоугольника. Какую часть периметра прямоугольника составляет его ширина?

273. Прямоугольный параллелепипед разделили на 7 равных частей (рис. 28). Какую часть составляют части параллелепипеда, окрашенные: в зеленый цвет; в красный цвет; в голубой цвет; в белый цвет?

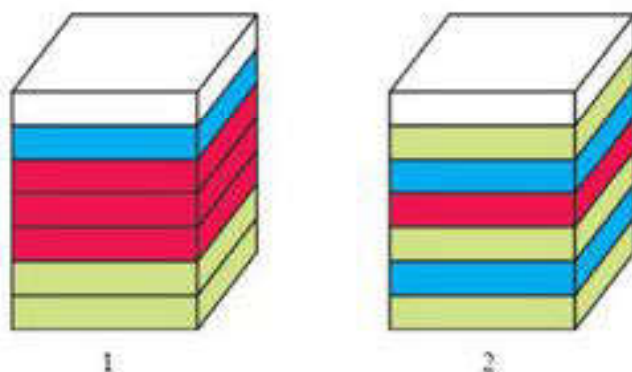


Рис. 28

В Упражнения

274. Запишите с помощью обыкновенной дроби, какую часть:

- 1) метра составляют 3 см; 29 см; 55 см;
 2) тонны составляют 8 кг; 17 кг; 432 кг;
 3) часа составляют 2 мин; 23 мин; 59 мин;
 4) суток составляют 5 ч; 12 ч; 21 ч.

275. Длина прямоугольника равна 7 см, его ширина — 2 см. Какую часть ширина прямоугольника составляет от его длины?

276. 1) Сколько метров в 1 см? 2) Сколько метров в 1 дм?
 3) Сколько килограммов в 1 г? 4) Сколько тонн в 1 кг?



277. Чему равна:

- 1) одна десятая часть сантиметра;
- 2) одна десятая часть дециметра;
- 3) одна десятая часть метра;
- 4) одна тысячная часть килограмма;
- 5) одна тысячная часть тонны;
- 6) одна шестидесятая часть часа;
- 7) одна шестидесятая часть минуты?



Упражнения

278. Начертите в тетради прямоугольник, у которого ширина 2 см и длина 6 см. Закрасьте указанную часть прямоугольника:

- 1) $\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{1}{3}$;
- 3) $\frac{5}{6}$;
- 4) $\frac{7}{12}$;
- 5) $\frac{3}{4}$;
- 6) $\frac{11}{12}$.

279. Перерисуйте фигуры в тетрадь и закрасьте $\frac{1}{6}$ часть каждой фигуры (рис. 29).

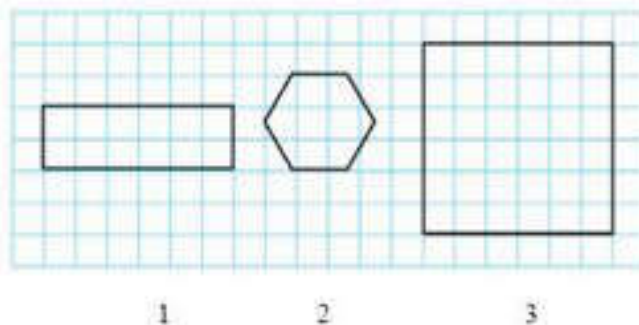


Рис. 29

280. Перерисуйте фигуры в тетрадь и закрасьте $\frac{1}{8}$ часть каждой фигуры (рис. 30).

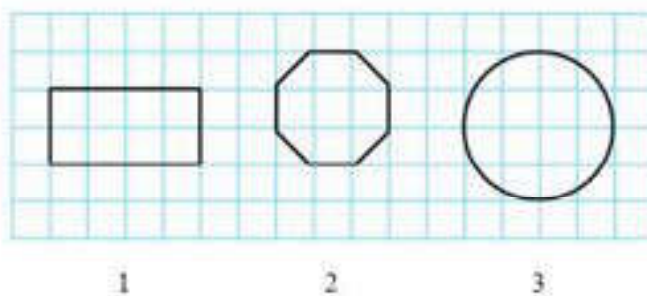


Рис. 30

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



- 281.** Верно ли, что число:
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) 85 738 делится на 2; | 2) 60 891 делится на 3; |
| 3) 11 012 делится на 4; | 4) 34 656 делится на 6; |
| 5) 10 602 делится на 18; | 6) 52 215 делится на 15; |
| 7) 96 210 делится на 30; | 8) 81 135 делится на 45? |
- 282.** Назовите наименьшее натуральное число, кратное числам:
- 1) 15; 30; 50;
 - 2) 20; 30; 45.
- 283.** Из чисел 135; 162; 242; 315; 441 выберите числа, в разложении которых на простые множители имеется:
- 1) три тройки;
 - 2) две семерки.
- 284.** Даны числа 12 и 18.
- 1) Найдите делители каждого числа.
 - 2) Укажите делители, которые являются простыми числами.
 - 3) Назовите общие делители данных чисел.
 - 4) Укажите среди общих делителей наибольший общий делитель.
- 285.** Укажите на два числа, общим делителем которых является:
- 1) число 5;
 - 2) число 11;
 - 3) число 20.

Ісәеөе÷әңеіа ҫаааіеә

- 286.** Начертите отрезок длиной 4 см.
- 1) Нарисуйте красным карандашом половину данного отрезка. Запишите эту часть отрезка в виде обыкновенной дроби.
 - 2) Разделите данный отрезок на четыре равные части и нарисуйте две из них синим карандашом. Синюю часть отрезка запишите в виде обыкновенной дроби.
 - 3) Что можно сказать об отмеченных частях отрезка?



§ 17. Основное свойство обыкновенной дроби



Вы

- $\frac{1}{4}$ және $\frac{3}{12}$ бөліктері тең; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$;
- $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ теңдігіне $\frac{1}{4}$ және $\frac{3}{12}$ бөліктері тең.

Работа с рисунком!



Рис. 31

Какая часть круга закрашена, если его разделили: 1) радиусами фиолетового цвета на 4 равные части; 2) радиусами черного цвета на 12 равных частей (рис. 31)?

Почему $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$?



Говорите правильно

Равенство двух обыкновенных дробей можно прочитать разными способами. Например, равенство $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ можно прочитать так:

- ✓ дробь одна четвертая равна дроби три двенадцатых;
- ✓ дроби одна четвертая и три двенадцатых равны;
- ✓ одна четвертая равна трем двенадцатым.

Из обыкновенной дроби $\frac{3}{12}$ получить равную ей обыкновенную дробь $\frac{1}{4}$ можно, разделив числитель и знаменатель на одно и то же число 3. И, наоборот, из обыкновенной дроби $\frac{1}{4}$ можно получить равную ей дробь $\frac{3}{12}$, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{4}$ на 3.

Это свойство выполняется для любой обыкновенной дроби и называется *основным свойством обыкновенной дроби*.

Основное свойство обыкновенной дроби: если числитель и знаменатель обыкновенной дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное

число, то получится равная ей обыкновенная дробь, т. е. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$ или

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Используя основное свойство обыкновенной дроби, любую обыкновенную дробь можно привести к другой обыкновенной дроби, знаменатель которой кратен знаменателю данной обыкновенной дроби.

Например, приведем дробь $\frac{3}{7}$ к обыкновенной дроби со знаменателем 28. Для этого числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ умножим на число 4. Получим: $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{12}{28}$.

Число, на которое умножают числитель и знаменатель обыкновенной дроби, называется *дополнительным множителем дроби*.

Обычно дополнительный множитель обыкновенной дроби записывают справа над числителем. Например, дополнительный множитель 4 обыкновенной дроби $\frac{3}{7}$ записывают: $\frac{3^4}{7}$. Тогда: $\frac{3^4}{7} = \frac{12}{28}$.

Для того чтобы обыкновенную дробь привести к обыкновенной дроби, знаменатель которой кратен знаменателю данной дроби, надо числитель и знаменатель обыкновенной дроби умножить на ее дополнительный множитель.

Деление числителя и знаменателя обыкновенной дроби на их общий делитель, отличный от единицы, называется *сокращением обыкновенной дроби*.

Обыкновенная дробь, числитель и знаменатель которой взаимно простые числа, называется *несократимой обыкновенной дробью*.

Пример 1. Сократим обыкновенную дробь $\frac{54}{90}$.

Решение. Сократить обыкновенную дробь — значит разделить числитель и знаменатель этой дроби на их общий делитель. Общие делители чисел 54 и 90 — это 2; 3; 6; 9 и 18. Поэтому получим 5 ответов:

$$1) \frac{27}{45}; \quad 2) \frac{18}{30}; \quad 3) \frac{9}{15}; \quad 4) \frac{6}{10}; \quad 5) \frac{3}{5}.$$

В первых четырех ответах получились сократимые дроби, в пятом — несократимая дробь. Обычно обыкновенную дробь сокращают до тех пор, пока не получится несократимая обыкновенная дробь.

I способ. Можно сократить обыкновенные дроби, воспользовавшись признаками делимости: дробь $\frac{54}{90}$ сократим на число 2 и затем сократим

на число 9. Пишут: $\frac{54}{90} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$.

Сократите обыкновенные дроби (294—297) :

294. 1) $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{5}{25}$; $\frac{6}{48}$; $\frac{10}{90}$; 2) $\frac{6}{14}$; $\frac{10}{22}$; $\frac{12}{14}$; $\frac{14}{16}$; $\frac{18}{28}$; $\frac{20}{26}$.
295. 1) $\frac{6}{9}$; $\frac{12}{15}$; $\frac{18}{21}$; $\frac{30}{33}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{36}{39}$; 2) $\frac{5}{15}$; $\frac{10}{35}$; $\frac{6}{18}$; $\frac{14}{49}$; $\frac{16}{40}$; $\frac{100}{200}$.
296. 1) $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6}$; 2) $\frac{2 \cdot 7}{9 \cdot 4}$; 3) $\frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 2}$; 4) $\frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 7}$.
297. 1) $\frac{10 \cdot 3}{23 \cdot 10}$; 2) $\frac{10 \cdot 2}{21 \cdot 30}$; 3) $\frac{4 \cdot 5}{15 \cdot 16}$; 4) $\frac{8 \cdot 9}{27 \cdot 16}$.

Сократите, если это возможно, обыкновенные дроби (298—299):

298. 1) $\frac{32}{46}$; 2) $\frac{10}{80}$; 3) $\frac{135}{315}$; 4) $\frac{142}{204}$; 5) $\frac{225}{425}$.
299. 1) $\frac{21}{49}$; 2) $\frac{41}{282}$; 3) $\frac{45}{702}$; 4) $\frac{23}{32}$; 5) $\frac{36}{54}$.

300. Какую часть от месяца составляют сутки?

301. 1) Торт разрезали на 12 равных частей. Съели 8 кусочков. Какая часть торта осталась?

2) Арбуз разрезали на равные части. Съели 10 кусочков, 5 осталось. Какая часть арбуза осталась?

302. Участок разделили на равные грядки. На двух таких грядках посеяли горох, на четырех — фасоль, а на шести — морковь. Какую часть участка заняли под: 1) горох; 2) фасоль; 3) морковь?

303. Какие из обыкновенных дробей $\frac{1527}{2103}$; $\frac{2545}{3505}$; $\frac{1018}{1402}$ можно сократить:

1) на число 2; 2) на число 3; 3) на число 5? Сократите эти обыкновенные дроби. Какими — простыми или составными числами — окажутся числитель и знаменатель дроби после ее сокращения?

При выполнении упражнений 304—309 используйте таблицу простых чисел.

Убедитесь в том, что несократимы обыкновенные дроби (304—305):

304. 1) $\frac{13+4}{13 \cdot 4}$; 2) $\frac{23+6}{23 \cdot 6}$; 3) $\frac{31+10}{30-10}$.
305. 1) $\frac{71-10}{41-10}$; 2) $\frac{41+6}{53 \cdot 6}$; 3) $\frac{101+2}{109-2}$.



Выполните действия в скобках и сократите дроби (306—309):

306. 1) $\frac{7 \cdot (90 + 19)}{(63 + 94) \cdot 7}$;

2) $\frac{(735 - 622) \cdot 31}{31 \cdot (239 - 112)}$;

307. 1) $\frac{(111 + 172) \cdot 89}{(111 + 182) \cdot 89}$;

2) $\frac{(719 - 18) \cdot 137}{(719 - 10) \cdot 137}$;

308. 1) $\frac{(241 - 230) \cdot (487 + 222)}{(499 - 468) \cdot (1000 - 291)}$;

2) $\frac{(10000 - 9987) \cdot (528 + 379)}{(1996 - 1979) \cdot (10000 - 9093)}$;

309. 1) $\frac{(2000 - 1993) \cdot (1011 - 789)}{(2008 - 1989) \cdot (139 + 83)}$;

2) $\frac{(1002 - 997) \cdot (1233 - 678)}{(1111 - 1082) \cdot (477 + 78)}$;

310. Выясните, какая часть фигуры закрашена (рис. 33). Запишите ответ с помощью обыкновенных дробей с разными знаменателями.

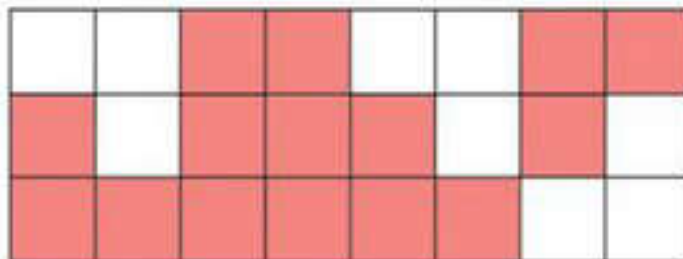


Рис. 33

В

Упражнения

311. Выпишите все натуральные числа, которые меньше знаменателя и при подстановке которых вместо буквы a дробь будет сократима:

1) $\frac{a}{9}$;

2) $\frac{a}{16}$;

3) $\frac{a}{24}$;

4) $\frac{a}{30}$.

312. Какое натуральное число надо записать вместо x , чтобы были верны равенства:

1) $\frac{4}{9} = \frac{x}{36}$;

2) $\frac{5}{12} = \frac{25}{x}$;

3) $\frac{x}{8} = \frac{21}{56}$;

4) $\frac{3}{x} = \frac{75}{100}$?

Сократите обыкновенные дроби (313—314):

313. 1) $\frac{3a}{33c}$;

2) $\frac{12x}{45y}$;

3) $\frac{20b}{320a}$;

4) $\frac{24y}{18a}$.

314. 1) $\frac{2b}{44a}$;

2) $\frac{16x}{42c}$;

3) $\frac{80a}{350x}$;

4) $\frac{36a}{22b}$.

Замените x или y натуральным числом так, чтобы получились верные равенства (315—316):

315. 1) $\frac{3}{5} = \frac{x}{75}$;

2) $\frac{7}{y} = \frac{28}{36}$;

3) $\frac{6}{11} = \frac{54}{x}$.

$$316. \quad 1) \frac{3}{8} = \frac{y}{88}; \quad 2) \frac{x}{48} = \frac{3}{8}; \quad 3) \frac{24}{78} = \frac{12}{y}.$$

Сократите обыкновенные дроби (317—319):

$$317. \quad 1) \frac{2^2 \cdot 7}{2 \cdot 7^2}; \quad 2) \frac{3^2 \cdot 5^4}{3 \cdot 5^2}; \quad 3) \frac{3^2 \cdot 7 \cdot 13^2}{3 \cdot 11 \cdot 13^3}.$$

$$318. \quad 1) \frac{2^5 \cdot 5^2 \cdot 17}{2^3 \cdot 5^2 \cdot 17}; \quad 2) \frac{3^2 \cdot 11 \cdot 17^3}{3 \cdot 14 \cdot 17^3}; \quad 3) \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^4}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}.$$

$$319. \quad 1) \frac{7 \cdot 5^2 \cdot 13^4}{7^2 \cdot 5^2 \cdot 13^3}; \quad 2) \frac{5^3 \cdot 13^3 \cdot 19^2}{5^4 \cdot 13^2 \cdot 19^2}; \quad 3) \frac{7^5 \cdot 23^2 \cdot 19^2}{7^4 \cdot 23^3 \cdot 19^2}.$$



Упражнения

Применив распределительное свойство умножения, представьте числитель обыкновенной дроби в виде произведения, а затем сократите обыкновенные дроби (320—321):

$$320. \quad 1) \frac{10 \cdot 12 + 10 \cdot 6}{9 \cdot 30}; \quad 2) \frac{19 \cdot 4 + 19 \cdot 9}{38 \cdot 26}; \quad 3) \frac{17 \cdot 8 - 17 \cdot 3}{17 \cdot 6}.$$

$$321. \quad 1) \frac{8 \cdot 5 + 8 \cdot 2}{28 \cdot 6}; \quad 2) \frac{16 \cdot 28 - 16 \cdot 3}{16 \cdot 20}; \quad 3) \frac{9a + 9b}{27c}.$$

322. Какие натуральные числа можно записать вместо буквы x , которые не больше знаменателя и при которых дробь сократима:

$$1) \frac{x}{10}; \quad 2) \frac{x}{15}; \quad 3) \frac{x}{12}; \quad 4) \frac{x}{20}?$$

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



323. Проверьте, правильно ли выполнено деление с остатком:

$$1) 37 : 4 = 8 \text{ (ост. 5)}; \quad 2) 67 : 9 = 7 \text{ (ост. 4)}; \\ 3) 154 : 12 = 12 \text{ (ост. 10)}; \quad 4) 170 : 13 = 13 \text{ (ост. 1)}.$$

324. Разделите с остатком число:

$$1) 227 \text{ на } 15; \quad 2) 260 \text{ на } 16; \\ 3) 371 \text{ на } 19; \quad 4) 402 \text{ на } 20.$$

325. Выполните деление с остатком и сделайте проверку:

$$1) 42\,305 : 6; \quad 2) 56\,327 : 8; \\ 3) 21\,283 : 7; \quad 4) 322\,802 : 4.$$



§ 18. Правильные и неправильные обыкновенные дроби. Смешанные числа



Вы

- ἰσίσαιπιδόαπύ ἢ πιαύιέ πῖγυδύγιέ: γόααέεπιάγ αδίαπ, λῖδóαέεπιάγ αδίαπ, πιδóαπιά +επῖ é áαί δάέαγ é αδίαπ +απóε ;
- ίάó+εδóαπύδóε+αδύγδóαέεπύύά é ίαγδóαέεπύύά αδίαέ.

Сравните числитель и знаменатель дробей: $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{19}{20}$; $\frac{17}{15}$; $\frac{18}{18}$.

Эти дроби можно разделить на две группы:

$\frac{2}{3}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{19}{20}$ — правильные обыкновенные дроби;

$\frac{5}{3}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{17}{15}$; $\frac{18}{18}$ — неправильные обыкновенные дроби.

Обыкновенная дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называется *правильной обыкновенной дробью*.

Обыкновенная дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называется *неправильной обыкновенной дробью*.

Объясните!

Почему $\frac{6}{6} = 1$; $\frac{14}{14} = 1$; $\frac{127}{127} = 1$?

Обыкновенная дробь, у которой числитель равен знаменателю, равна 1.

Можно записать: $\frac{a}{a} = 1$, где $a \neq 0$, так как делить на нуль нельзя.

Рассмотрим *пример*. Асем и Зарине надо разделить 7 ягод поровну (рис. 34.1). Как это сделать? Можно каждую ягоду разрезать на две равные части. Каждая часть составит $\frac{1}{2}$ ягоды (рис. 34.2). Тогда у Асем и Зарины окажется по семь половинок ягоды, т. е. $\frac{7}{2}$ ягоды. Значит, $7 : 2 = \frac{7}{2}$.



Рис. 34

Если Асем и Зарина при делении ягод сначала возьмут каждая по три ягоды, а затем еще по половине ягоды, тогда у каждой будет $(3 + \frac{1}{2})$ ягоды (рис. 35).



Рис. 35

Сумму $3 + \frac{1}{2}$ принято записывать коротко: $3\frac{1}{2}$.



Говорите правильно

Запись $3\frac{1}{2}$ читают — три целых одна вторая.

Число 3 называют *целой частью* числа $3\frac{1}{2}$, а число $\frac{1}{2}$ — *дробной частью* числа $3\frac{1}{2}$.

Число, в записи которого имеется целая и дробная части, называется *смешанным числом*.

Например, $4\frac{5}{7}$; $11\frac{1}{3}$; $23\frac{9}{14}$ — смешанные числа.



1. $3\frac{1}{2}$ — это сумма целого и дробного? Или это дробь?
2. $3\frac{1}{2}$ — это дробь? Или это смешанное число?
3. А $3\frac{1}{2}$ — это смешанное число? Или это дробь?
4. $3\frac{1}{2}$ — это смешанное число? Или это дробь?
5. $3\frac{1}{2}$ — это смешанное число? Или это дробь?



Упражнения

326. Выберите из обыкновенных дробей $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{7}{11}$; $\frac{19}{20}$; $\frac{23}{18}$; $\frac{11}{41}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{201}{200}$; $\frac{91}{91}$: 1) правильные обыкновенные дроби; 2) неправильные обыкновенные дроби.
327. Прочтите смешанные числа: $3\frac{1}{4}$; $8\frac{5}{7}$; $7\frac{1}{12}$; $9\frac{7}{9}$; $41\frac{7}{16}$; $81\frac{13}{25}$. Назовите целую и дробную части этих чисел.





328. Запишите смешанные числа: 1) две целых три пятых; 2) шесть целых четыре девятых; 3) четырнадцать целых три сотых; 4) сто целых одна десятая; 5) двадцать пять целых двадцать три двадцать пятых; 6) шестьсот целых шесть сотых.

329. 1) Назовите все неправильные обыкновенные дроби с числителем 7.
2) Назовите все правильные обыкновенные дроби со знаменателем 11.
3) Назовите несколько обыкновенных дробей, равных единице.

330. Запишите в виде смешанного числа суммы:

$$\begin{array}{llll}
 1) 2 + \frac{1}{4}; & 2) 4 + \frac{2}{7}; & 3) 1 + \frac{3}{11}; & 4) 3 + \frac{4}{7}; \\
 5) 8 + \frac{8}{9}; & 6) 9 + \frac{2}{5}; & 7) 205 + \frac{35}{81}; & 8) 20 + \frac{1}{9}; \\
 9) 59 + \frac{1}{9}; & 10) 61 + \frac{8}{9}; & 11) 88 + \frac{7}{25}; & 12) 7 + \frac{3}{5}.
 \end{array}$$

Прочитайте полученные смешанные числа.

331. Представьте в виде суммы целой и дробной частей смешанные числа:

$$\begin{array}{lllll}
 1) 4\frac{6}{7}; & 2) 1\frac{11}{13}; & 3) 9\frac{25}{109}; & 4) 12\frac{19}{52}; & 5) 17\frac{62}{63}; \\
 6) 6\frac{4}{7}; & 7) 3\frac{3}{20}; & 8) 2\frac{27}{100}; & 9) 60\frac{91}{207}; & 10) 35\frac{85}{209}.
 \end{array}$$

332. Запишите:

- 1) две правильные обыкновенные дроби со знаменателем 9;
- 2) две неправильные обыкновенные дроби со знаменателем 9;
- 3) обыкновенную дробь со знаменателем 9, равную единице.

333. Запишите три правильные и три неправильные обыкновенные дроби, для каждой из которых значение суммы числителя и знаменателя равно 20.

334. Запишите три обыкновенные дроби, у которых: 1) числитель больше знаменателя на 4; 2) знаменатель больше числителя на 15; 3) числитель больше знаменателя в 5 раз; 4) знаменатель больше числителя в 3 раза. Какие из этих обыкновенных дробей правильные, а какие — неправильные обыкновенные дроби?

335. Запишите натуральные числа 1; 3; 17 в виде обыкновенных дробей со знаменателем: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 10; 5) 100. Какие из записанных дробей правильные, а какие — неправильные обыкновенные дроби?

336. Замените натуральными числами обыкновенные дроби:

$$\frac{14}{2}; \frac{56}{4}; \frac{35}{7}; \frac{120}{20}; \frac{88}{8}; \frac{98}{7}; \frac{60}{15}; \frac{207}{9}; \frac{420}{60}; \frac{609}{203}.$$

В Упражнения

337. Запишите смешанное число, в котором: 1) знаменатель равен 4, числитель на 1 меньше, а целая часть в 2 раза больше знаменателя; 2) целая часть равна 13, знаменатель больше ее на 5, а числитель на 7 меньше знаменателя; 3) знаменатель равен 19, и он на 2 больше числителя и целой части этого числа; 4) числитель равен 49, и он на 1 меньше знаменателя, а целая часть равна значению суммы числителя и знаменателя.
338. При каких значениях x обыкновенная дробь:
- 1) $\frac{10+x}{16}$ является правильной; 2) $\frac{18}{x+11}$ является неправильной?
339. При каких натуральных значениях n обыкновенная дробь:
- 1) $\frac{11-n}{24}$ является правильной; 2) $\frac{15}{9-n}$ является неправильной?

С Упражнения

340. Запишите все правильные дроби, знаменатель которых является наименьшим двузначным простым числом, а числители — простыми числами.
341. Запишите все неправильные дроби, числители которых являются НОД (34; 85), а знаменатели числа, кратные трем.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями

Выполните деление с остатком, заменив частным обыкновенные дроби (342—343):

342. 1) $\frac{29}{7}$; 2) $\frac{31}{19}$; 3) $\frac{89}{37}$.
343. 1) $\frac{127}{100}$; 2) $\frac{405}{53}$; 3) $\frac{601}{71}$.
344. Выполните деление с остатком:
- 1) $49 : 10$; 2) $348 : 25$; 3) $1000 : 99$.
345. Найдите неизвестные числа (табл. 23).

Таблица 23

Делимое	Делитель	Значение частного	Остаток
40	9	6	?
61	8	?	5
94	?	7	3
?	10	12	7



§ 19. Перевод неправильной обыкновенной дроби в смешанное число и смешанного числа в неправильную обыкновенную дробь



Вы

• $\text{ia}\acute{o} + \text{e}\acute{o}\alpha\text{p}\tau\text{i}\gamma\alpha\delta\alpha\alpha\text{i}\gamma\alpha\epsilon\acute{o}\upsilon \text{ ia}\text{i}\delta\alpha\alpha\epsilon\epsilon\upsilon\text{i}\acute{o}\rho \quad \alpha\delta\text{i}\alpha\upsilon \acute{\alpha} \text{ n}\text{i}\alpha\theta\alpha\text{i}\text{i}\gamma\alpha \quad + \epsilon\text{n}\epsilon\text{i} (\acute{\alpha}\text{i}\alpha\alpha\epsilon\upsilon\gamma\acute{o}\upsilon \delta\alpha\epsilon\acute{o}\rho + \alpha\text{n}\acute{o}\upsilon\epsilon\varsigma \text{ ia}\text{i}\delta\alpha\alpha\epsilon\epsilon\upsilon\text{i}\text{i}\epsilon \quad \alpha\delta\text{i}\alpha\epsilon) \acute{\epsilon} \text{ n}\text{i}\alpha\theta\alpha\text{i}\text{i}\gamma\alpha \quad + \epsilon\text{n}\epsilon\text{i} \acute{\alpha} \text{ ia}\text{i}\delta\alpha\alpha\epsilon\epsilon\upsilon\text{i}\acute{o}\rho \quad \alpha\delta\text{i}\alpha\upsilon.$

Работа с рисунком!



Рис. 36

1. Как можно 7 груш разделить поровну между четырьмя детьми? Почему каждый из детей получит по одной целой груше и еще $\frac{3}{4}$ груши?
2. Как получили равенство $7 : 4 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$?
3. Вы знаете, что $7 : 4 = 1$ (ост. 3). Сравните эту запись со смешанным числом $1\frac{3}{4}$. Что показывает в записи смешанного числа полученное значение частного — число 1, остаток 3, число 4?

Для того чтобы неправильную обыкновенную дробь перевести в смешанное число, надо:

- 1) разделить числитель на знаменатель с остатком;
- 2) значение частного будет целой частью смешанного числа, а остаток — числителем дробной части смешанного числа, знаменатель дробной части такой же, как и знаменатель неправильной дроби.

Например, $\frac{59}{9} = 6\frac{5}{9}$, так как $59 : 9 = 6$ (ост. 5).

Перевод неправильной обыкновенной дроби в смешанное число называется *выделением целой части из неправильной обыкновенной дроби*.

Объясните!

Как из смешанного числа $1\frac{3}{4}$ получить неправильную дробь $\frac{7}{4}$? Поскольку $\frac{7}{4} = 7 : 4 = 1$ (ост. 3), то $7 = 1 \cdot 4 + 3$. Значит, $1\frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{7}{4}$.

Чтобы перевести смешанное число в неправильную обыкновенную дробь, нужно:

1) умножить целую часть смешанного числа на знаменатель дробной части; к полученному значению произведения прибавить числитель дробной части; записать значение полученной суммы в числитель неправильной обыкновенной дроби;

2) знаменатель неправильной обыкновенной дроби оставить таким же, как и знаменатель дробной части смешанного числа.

Например, представим смешанное число $5\frac{7}{9}$ в виде неправильной обыкновенной дроби: $5\frac{7}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 7}{9} = \frac{52}{9}$. Значит, $5\frac{7}{9} = \frac{52}{9}$.



1. $5\frac{7}{9}$ қалай қысқартуға болады?
2. $5\frac{7}{9}$ қалай қысқартуға болады? $5\frac{7}{9}$ қалай қысқартуға болады?
3. $5\frac{7}{9}$ қалай қысқартуға болады? $5\frac{7}{9}$ қалай қысқартуға болады?

A

Упражнения

Проверьте, верны ли равенства (346—347):

346. 1) $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$; 2) $\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$; 3) $\frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$;
 4) $\frac{51}{10} = 5\frac{1}{10}$; 5) $\frac{77}{12} = 6\frac{5}{12}$; 6) $\frac{150}{13} = 11\frac{7}{13}$.
347. 1) $7\frac{1}{5} = \frac{36}{5}$; 2) $4\frac{3}{10} = \frac{43}{10}$; 3) $9\frac{6}{7} = \frac{69}{7}$;
 4) $12\frac{3}{5} = \frac{63}{5}$; 5) $10\frac{8}{9} = \frac{98}{9}$; 6) $14\frac{2}{11} = \frac{156}{11}$.

348. Переведите в смешанное число неправильные дроби:

- 1) $\frac{13}{4}$; 2) $\frac{19}{7}$; 3) $\frac{35}{9}$; 4) $\frac{68}{11}$; 5) $\frac{91}{16}$;
 6) $\frac{141}{10}$; 7) $\frac{171}{13}$; 8) $\frac{337}{16}$; 9) $\frac{905}{31}$; 10) $\frac{1000}{29}$.

349. Представьте в виде неправильной обыкновенной дроби смешанные числа:

- 1) $3\frac{3}{4}$; 2) $5\frac{7}{10}$; 3) $14\frac{4}{5}$; 4) $8\frac{7}{12}$; 5) $24\frac{3}{4}$;
 6) $15\frac{3}{7}$; 7) $9\frac{9}{11}$; 8) $14\frac{20}{21}$; 9) $12\frac{3}{23}$; 10) $15\frac{5}{24}$.



350. Выделите целую часть, записав в виде обыкновенной дроби частное:
- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1) $8 : 5$; | 2) $17 : 6$; | 3) $26 : 7$; |
| 4) $49 : 9$; | 5) $65 : 8$; | 6) $81 : 13$; |
| 7) $131 : 10$; | 8) $202 : 15$; | 9) $427 : 24$. |
351. 1) Масса 1 м^3 сухой сосны 650 кг, сырой — 750 кг. Во сколько раз масса сырой сосны больше массы сухой сосны?
 2) Масса 1 м^3 сухого тополя 600 кг, сырого — 800 кг. Во сколько раз масса сырого тополя больше массы сухого тополя?
 3) Масса 1 м^3 сухой березы 800 кг, сырой — 950 кг. Во сколько раз масса сырой березы больше массы сухой березы?
352. Глубина Каспийского моря примерно равна 1027 м, озера Балхаш — 27 м. Во сколько раз глубина Каспийского моря больше глубины озера Балхаш?
353. Авианосец может развивать скорость до 30 узлов, т. е. 56 км/ч. Сколько километров в час составляет 1 узел?
354. Волк бегает со скоростью от 15 км/ч до 20 км/ч. Без отдыха он может пробежать до 200 км. Сколько времени может бежать волк без отдыха?

В

Упражнения

355. Представьте в виде неправильной обыкновенной дроби смешанные числа:
- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1) $11 \frac{9}{11}$; | 2) $12 \frac{7}{12}$; | 3) $13 \frac{11}{13}$; |
| 4) $14 \frac{3}{14}$; | 5) $15 \frac{8}{15}$; | 6) $16 \frac{13}{16}$. |
356. Найдите числитель неправильной обыкновенной дроби, равной смешанному числу:
- | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1) $101 \frac{1}{30}$; | 2) $190 \frac{9}{10}$; | 3) $30 \frac{3}{100}$; |
| 4) $50 \frac{1}{20}$; | 5) $125 \frac{11}{80}$; | 6) $40 \frac{111}{250}$. |
357. 1) Средняя продолжительность жизни жирафа равна 12 годам, а наибольшая продолжительность его жизни — 25 годам. Во сколько раз наибольшая продолжительность жизни жирафа больше его средней продолжительности жизни?
 2) Средняя продолжительность жизни белки равна 7 годам, наибольшая продолжительность ее жизни — 15 годам. Во сколько раз наибольшая продолжительность жизни белки больше ее средней продолжительности жизни?

- 3) Средняя продолжительность жизни ящерицы равна 7 годам, наибольшая продолжительность ее жизни — 12 годам. Во сколько раз наибольшая продолжительность жизни ящерицы больше средней продолжительности ее жизни?
- 4) Средняя продолжительность жизни журавля равна 13 годам, наибольшая продолжительность его жизни — 50 годам. Во сколько раз наибольшая продолжительность жизни журавля больше его средней продолжительности жизни?



Упражнения

358. Запишите частное наибольшего четырехзначного числа и наибольшего четного двузначного числа. Представьте частное в виде обыкновенной дроби. Выделите целую часть полученной неправильной дроби.
359. 800 кг овощей надо разложить в ящики по 19 кг. Найдите, какое количество ящиков нужно, чтобы разложить все овощи.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



360. Приведите обыкновенные дроби:

1) $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{7}{9}; \frac{11}{12}; \frac{17}{18}$ — к обыкновенной дроби со знаменателем 36;

2) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{7}; \frac{5}{14}; \frac{8}{21}; \frac{1}{6}$ — к обыкновенной дроби со знаменателем 42.

361. Приведите обыкновенные дроби:

1) $\frac{3}{8}; \frac{5}{7}; \frac{1}{4}; \frac{1}{14}; \frac{13}{28}$ — к обыкновенной дроби со знаменателем 56;

2) $\frac{4}{8}; \frac{2}{9}; \frac{1}{6}; \frac{5}{12}; \frac{11}{18}; \frac{7}{36}$ — к обыкновенной дроби со знаменателем 72.

362. Отметьте на координатном луче точки $F(11)$, $E(22)$, $K(33)$.

363. Запишите координаты точек A , B , C (рис. 37).

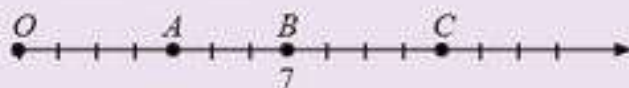


Рис. 37

364. Длина отрезка AB равна 12 см. Какую часть отрезка AB составляет 1 см? Постройте отрезок CD , длина которого равна:

1) $\frac{5}{12}$ от AB ; 2) $\frac{7}{12}$ от AB ; 3) $\frac{11}{12}$ от AB .



§ 20. Изображение обыкновенных дробей и смешанных чисел на координатном луче



Вы

• $\text{Iáó+éóáñü èçíáðáæáóü íáúéíááííüá áðíáè è ñíáðáííüá +èñèà íá èíðáèíáóíí éó+á.$

Обыкновенные дроби также, как и натуральные числа, изображают на координатном луче.

Работа с рисунками!

Есен, Алия и Миша отмечали на координатных лучах числа. Есену надо изобразить числа $\frac{1}{6}; \frac{5}{6}; 1\frac{1}{3}$; Алие — $\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 1\frac{3}{5}$; Мише — $\frac{1}{7}; \frac{3}{7}$;

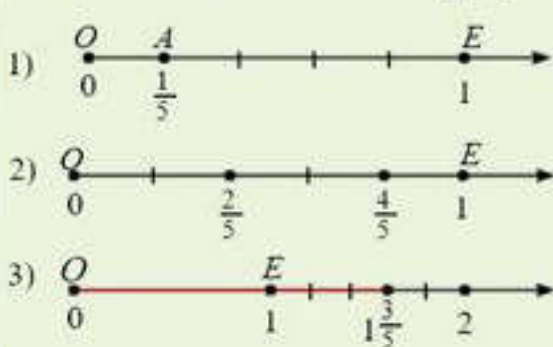


Рис. 38

$1\frac{5}{7}$. Какой отрезок удобно взять каждому за единичный отрезок? Почему? Расскажи по рисунку 38.1, как Алия изобразила дробь $\frac{1}{5}$ и получила точку A с координатой $\frac{1}{5}$, т. е. $A\left(\frac{1}{5}\right)$. Как она изобразила другие дроби (рис. 38.2 и 38.3)?



1. $\text{Íí+áíó ííæíí óóááðáæááóü, +óí èíðáèíáóá óí+èè Á ðááíá } \frac{2}{4} \text{ èèè } \frac{1}{2}$ (òñ. 39)? Íáúñíéóá.
2. $\text{Éáé áúá ííæíí çáíèñáóü èíðáèíáóó óí+èè N, èçíáðáæáííóñ íá ðèñóíéá 39?}$
3. $\text{Éáé ðáñííéíæáíá óí+éá, èíðáèíáóá èíðíðíé ñíáðáííá +èñéí, íí íóíí-óáíèñ è óí+éá ñ èíðáèíáóíé 1?}$

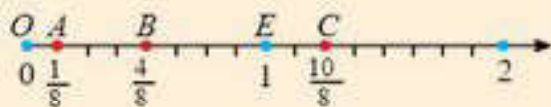


Рис. 39



Упражнения

365. 1) Какие координаты имеют точки A, C, D и E (рис. 40)?
 2) Какие координаты имеют точки M, K, N и P (рис. 41)?
 3) Чему равны расстояния от точки O до точек E, F, T и S (рис. 42)?

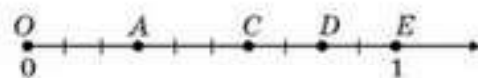


Рис. 40

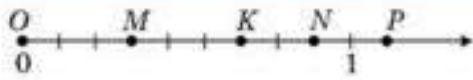


Рис. 41

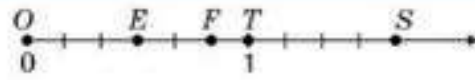


Рис. 42

366. Изобразите на числовом луче точки, соответствующие обыкновенным дробям $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{7}{8}$, если длина единичного отрезка равна 4 см.

367. Начертите числовой луч, длина единичного отрезка которого равна 8 см. Отметьте на луче точки с координатами $\frac{1}{2}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$. Какие из этих обыкновенных дробей изображаются на луче одной и той же точкой? Запишите соответствующее равенство.

368. Отметьте на координатном луче точки:

$$A\left(\frac{1}{9}\right); B\left(\frac{2}{9}\right); C\left(\frac{4}{9}\right); D\left(\frac{7}{9}\right).$$

369. Отметьте на числовом луче смешанные числа:

$$1\frac{1}{8}; 1\frac{3}{8}; 1\frac{1}{4}; 1\frac{7}{8}; 1\frac{3}{4}.$$

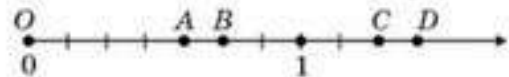


Рис. 43

370. Запишите координаты точек A , B , C и D , изображенных на рисунке 43.

371. 1) Запишите обыкновенные дроби со знаменателем 13, которые расположены на координатном луче между числами $\frac{5}{13}$ и $\frac{12}{13}$.

2) Запишите обыкновенные дроби со знаменателем 20, которые расположены на координатном луче между числами $\frac{9}{20}$ и $\frac{19}{20}$.

В Упражнения

372. На числовом луче отрезок, координаты концов которого равны 5 и 6, разделили на 3 равные части. Каждую из полученных частей разделили еще на 4 равные части. Напишите обыкновенные дроби, соответствующие полученным точкам.

373. Используя числовой луч, запишите обыкновенную дробь, которая:

1) больше $\frac{1}{5}$, но меньше $\frac{3}{5}$; 2) больше $\frac{3}{5}$, но меньше $\frac{4}{5}$ (рис. 44).

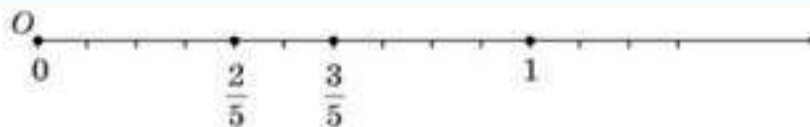


Рис. 44

374. Точка B на координатном луче расположена между точками с координатами 7 и 8. От точки с координатой 7 она расположена правее на 4 деления, от точки с координатой 8 — левее на 5 делений. Какую координату имеет точка B ?



Упражнения

375. На числовом луче отрезок, координаты концов которого равны 25 и 30, разделили на 20 равных частей. Запишите координаты точки, расположенной левее на 13 делений от точки с координатой 28, координаты точки, расположенной правее на 9 делений от точки с координатой 27.
376. Точка C на координатном луче находится между точками с координатами 11 и 14, причем от точки с координатой 11 она расположена правее на 9 делений, от точки с координатой 14 — левее на 3 деления. Укажите координату точки C .

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



377. Верно ли равенство: 1) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$; 2) $\frac{11}{20} = \frac{55}{100}$?
378. Найдите: 1) НОК (45; 225); 2) НОК (23; 31); 3) НОК (34; 85).
379. Какие из чисел 4; 13; 20; 26; 51 являются взаимно простыми?
380. Приведите обыкновенные дроби:
- 1) $\frac{7}{9}$ к обыкновенной дроби со знаменателем 18; 45; 99; 117;
- 2) $\frac{4}{15}$ к обыкновенной дроби со знаменателем 30; 75; 150; 165.
381. Приведите обыкновенные дроби:
- 1) $\frac{20}{31}$ к обыкновенной дроби со знаменателем 62; 124; 279; 310;
- 2) $\frac{25}{44}$ к обыкновенной дроби со знаменателем 132; 220; 396; 484.

§ 21. Приведение обыкновенных дробей к общему знаменателю



Вы

- $\frac{1}{4}$ және $\frac{3}{7}$ бөліктеріне ортақ бөлімді табу үшін, $\frac{1}{4}$ бөлігін $\frac{7}{28}$ және $\frac{3}{7}$ бөлігін $\frac{12}{28}$ бөліктеріне айналдыру керек;
- $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} = \frac{7}{28} + \frac{12}{28} = \frac{19}{28}$.

Подумайте!

1. Сравните знаменатели обыкновенных дробей $\frac{4}{15}$; $\frac{7}{15}$. Говорят, что дроби имеют общий знаменатель 1.
2. Можно ли любые две обыкновенные дроби привести к одному и тому же знаменателю, или иначе, к общему знаменателю?
3. Почему обыкновенные дроби $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{7}$ могут быть приведены к одному из общих знаменателей: 28; 56 и других, кратных числам 4 и 7? Обычно приводят дроби к наименьшему общему знаменателю.
4. Объясните, как получили равенства:

$$\frac{1}{4} = \frac{7}{28}; \quad \frac{3}{7} = \frac{12}{28}.$$

Чтобы привести обыкновенные дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей этих обыкновенных дробей, оно и будет наименьшим общим знаменателем;
- 2) найти дополнительный множитель каждой обыкновенной дроби, для этого разделить наименьший общий знаменатель на знаменатели данных обыкновенных дробей;
- 3) умножить числители и знаменатели обыкновенных дробей на их дополнительные множители.

На практике для упрощения вычислений при нахождении общего знаменателя в случаях, когда один знаменатель делится на другой или когда знаменатели взаимно простые числа, пользуются правилами:

Если у обыкновенных дробей больший знаменатель делится на меньшие знаменатели, то он будет наименьшим общим знаменателем этих дробей.

Если знаменатели обыкновенных дробей взаимно простые числа, то значение их произведения будет наименьшим общим знаменателем этих обыкновенных дробей.



1. $\frac{1}{4}$ және $\frac{3}{7}$ бөліктеріне ортақ бөлімді табу үшін, $\frac{1}{4}$ бөлігін $\frac{7}{28}$ және $\frac{3}{7}$ бөлігін $\frac{12}{28}$ бөліктеріне айналдыру керек?



A

Упражнения

Приведите к наименьшему общему знаменателю обыкновенные дроби (382—385):

382. 1) $\frac{24}{25}$ и $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{11}{36}$ и $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{3}{4}$ и $\frac{19}{40}$; 4) $\frac{5}{6}$ и $\frac{31}{42}$;

5) $\frac{9}{20}$ и $\frac{13}{40}$; 6) $\frac{17}{25}$ и $\frac{1}{100}$; 7) $\frac{23}{32}$ и $\frac{1}{96}$; 8) $\frac{69}{70}$ и $\frac{139}{140}$.

383. 1) $\frac{7}{8}$ и $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{6}{7}$ и $\frac{4}{5}$; 3) $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{8}{11}$ и $\frac{5}{6}$;

5) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{3}$; 6) $\frac{11}{15}$ и $\frac{4}{7}$; 7) $\frac{5}{8}$ и $\frac{1}{11}$; 8) $\frac{17}{20}$ и $\frac{2}{9}$.

384. 1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$; 3) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{2}{15}$ и $\frac{1}{6}$;

5) $\frac{11}{12}$ и $\frac{3}{8}$; 6) $\frac{1}{16}$ и $\frac{5}{12}$; 7) $\frac{13}{18}$ и $\frac{1}{10}$; 8) $\frac{5}{24}$ и $\frac{15}{16}$.

385. 1) $\frac{119}{300}$ и $\frac{23}{60}$; 2) $\frac{3}{25}$ и $\frac{5}{16}$; 3) $\frac{29}{40}$ и $\frac{17}{30}$;

4) $\frac{33}{100}$ и $\frac{77}{900}$; 5) $\frac{2}{55}$ и $\frac{7}{66}$; 6) $\frac{11}{16}$ и $\frac{9}{88}$.

386. Приведите к наименьшему общему знаменателю и изобразите на координатном луче обыкновенные дроби:

1) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$;

3) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{12}$.

B

Упражнения

Приведите к наименьшему общему знаменателю обыкновенные дроби (387—388):

387. 1) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{17}{32}$; 2) $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{15}{36}$; 3) $\frac{7}{72}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{67}{120}$; $\frac{11}{24}$; $\frac{29}{30}$.

388. 1) $\frac{3}{11}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{13}{15}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{11}$; 4) $\frac{7}{19}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{9}$.

389. Приведите к наименьшему общему знаменателю обыкновенные дроби:

1) $\frac{3}{10}; \frac{5}{12}; \frac{11}{15};$ 2) $\frac{1}{18}; \frac{5}{12}; \frac{3}{16};$ 3) $\frac{11}{16}; \frac{17}{24}; \frac{19}{30};$ 4) $\frac{13}{15}; \frac{9}{20}; \frac{24}{25}.$

390. Из обыкновенных дробей $\frac{3}{25}; \frac{2}{35}; \frac{7}{10}; \frac{13}{14}; \frac{1}{30}; \frac{3}{20}$ выберите две обыкновенные дроби, наименьший общий знаменатель которых равен: 1) 70; 2) 140; 3) 150.



Упражнения

391. При каком значении x верно равенство $\frac{x}{4} = \frac{72}{a}$, где a является наибольшим двузначным числом, кратным 4?

392. 1) Чтобы равенство $\frac{a}{5} = \frac{48}{c}$ было верным, выберите верное утверждение: “Значение a кратно 5”, “Значение c кратно 5”. Ответ обоснуйте.

2) Найдите значение c , если значение a равно наименьшему составному числу.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



393. Расположите названия океанов: Атлантического (глубина 3597 м), Индийского (глубина 3711 м), Тихого (глубина 3976 м), Северного Ледовитого (глубина 1225 м) в порядке возрастания их глубины.

394. Найдите значения выражений и сравните их:
 $((16\ 000 : 32 - 1640 : 82) : 15 \cdot 7000 - 192\ 000) : 40$ и
 $((97\ 264 : 8 + 1\ 284\ 200 : 100) : 1000 \cdot 7 + 947) \cdot 100.$

395. На компьютерный набор 36 страниц текста один оператор затрачивает 9 ч, другой — 6 ч. Сравните их производительность.

396. Решите уравнения и запишите их корни в порядке убывания:

1) $319 + x = 502;$ 2) $10\ 000 - x = 1096;$
 3) $x \cdot 205 = 2255;$ 4) $3417 : x = 17.$

397. Сравните значения выражений:
 $1000 - (58 \cdot 101 - 5000)$ и $(8989 : 89 + 98) - 158.$

398. Узнайте рост четверых одноклассников. Полученные данные вместе со своим ростом расположите в порядке убывания.

§ 22. Сравнение обыкновенных дробей и смешанных чисел



Вы

• $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$ и $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$ и $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$, $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$.

Подумайте!

Сравните обыкновенные дроби с помощью координатного луча. Сравните числители этих дробей. Какой вывод можно сделать?

$$\frac{5}{7} \text{ и } \frac{3}{7}$$

Из двух обыкновенных дробей с равными знаменателями меньше та, у которой меньше числитель, и больше та, у которой больше числитель.

Как сравнили обыкновенные дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$ с равными знаменателями?

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}. \text{ Так как } \frac{4}{6} < \frac{5}{6}, \\ \text{то } \frac{2}{3} < \frac{5}{6}.$$

Чтобы сравнить две обыкновенные дроби с разными знаменателями, их нужно привести к общему знаменателю, а затем применить правило сравнения обыкновенных дробей с равными знаменателями.

При сравнении смешанных чисел какую (целую или дробную) часть надо сравнить, если их целые части: 1) разные, например, $14\frac{6}{7} < 17\frac{1}{2}$; 2) равные, например, $73\frac{2}{3} > 73\frac{1}{3}$?

При сравнении смешанных чисел используют следующие правила:

1) если целые части смешанных чисел различны, то больше то число, у которого целая часть больше, и меньше то число, у которого целая часть меньше;

2) если целые части смешанных чисел равны, то сравнивают дробные части по правилу сравнения обыкновенных дробей.

При сравнении обыкновенных дробей неравенство можно прочитать по-разному.



404. Расположите в порядке возрастания обыкновенные дроби:
 $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{7}{30}$.
405. Ерлан затрачивает на дорогу от школы до дома $\frac{3}{20}$ ч, а Марат — $\frac{7}{10}$ ч. Кто из них затрачивает на дорогу больше времени?
406. Сравните смешанные числа:
 1) $9\frac{1}{6}$ и $2\frac{4}{7}$; 2) $8\frac{3}{8}$ и $8\frac{11}{24}$; 3) $5\frac{1}{4}$ и $7\frac{5}{8}$; 4) $4\frac{3}{7}$ и $4\frac{13}{14}$.
407. Какие натуральные числа надо подставить вместо буквы a , чтобы обыкновенная дробь $\frac{a}{23}$ была меньше обыкновенной дроби $\frac{6}{23}$? Запишите эти дроби.
408. Какие натуральные числа надо подставить вместо буквы b , чтобы дробь $\frac{b}{37}$ была больше дроби $\frac{15}{37}$, но меньше дроби $\frac{19}{37}$? Запишите эти дроби.
409. Сравните обыкновенные дроби:
 1) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{9}$; 3) $\frac{2}{13}$ и $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{5}$ и $\frac{4}{7}$;
 5) $\frac{11}{13}$ и $\frac{11}{15}$; 6) $\frac{8}{15}$ и $\frac{8}{11}$; 7) $\frac{3}{10}$ и $\frac{3}{7}$; 8) $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{11}$;
 9) $\frac{20}{13}$ и $\frac{20}{17}$; 10) $\frac{6}{5}$ и $\frac{6}{7}$; 11) $\frac{29}{53}$ и $\frac{29}{49}$; 12) $\frac{9}{50}$ и $\frac{9}{64}$.

В

Упражнения

410. Верно ли, что:
 1) всякая правильная обыкновенная дробь меньше 1;
 2) неправильная обыкновенная дробь всегда больше 1;
 3) некоторые неправильные обыкновенные дроби меньше 1;
 4) любая правильная обыкновенная дробь меньше любой неправильной обыкновенной дроби;
 5) неправильная обыкновенная дробь может быть меньше 2?
411. Сравните дроби $\frac{3}{8}$; $\frac{10}{19}$; $\frac{22}{45}$; $\frac{41}{80}$; $\frac{245}{504}$ с числом $\frac{1}{2}$.
412. Какое натуральное число надо записать вместо буквы x , чтобы были равны обыкновенные дроби:
 1) $\frac{x}{25}$ и $\frac{12}{25}$; 2) $\frac{9}{24}$ и $\frac{x}{32}$; 3) $\frac{18}{x}$ и $\frac{8}{16}$; 4) $\frac{14}{21}$ и $\frac{22}{x}$?

413. Вместо буквы x подберите три обыкновенные дроби так, чтобы были верными неравенства:

1) $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}$;

2) $\frac{1}{8} < x < \frac{3}{4}$.

414. Сравните продолжительность полетов космонавтов, если они были в полете:

1) $144 \frac{31}{60}$ ч и $144 \frac{59}{60}$ ч;

2) $26 \frac{1}{30}$ ч и $26 \frac{4}{5}$ ч;

3) $190 \frac{1}{20}$ ч и $190 \frac{4}{15}$ ч;

4) $70 \frac{19}{20}$ ч и $70 \frac{5}{6}$ ч.



Упражнения

415. Измерьте 10 шагов друга и свои 10 шагов в метрах. Выясните, чей шаг длиннее.

416. Пятиметровую веревку разделили на 9 равных частей, а семиметровую веревку — на 12 равных частей. Части какой веревки короче?

417. На числовом луче взяли два отрезка, координаты концов первого отрезка 18 и 22, координаты второго 19 и 20. Первый отрезок разделили на 6 равных частей, второй — на 10 равных частей. Напишите обыкновенные дроби, соответствующие серединам каждого отрезка, и сравните их.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



418. 1) Значение суммы двух натуральных чисел равно 432, первое число больше второго числа на 18. Найдите эти числа.

2) Значение суммы двух натуральных чисел равно 537, первое число меньше второго числа на 131. Найдите эти числа.

419. Нарисуйте прямоугольник, длина которого 7 клеток, ширина — одна клетка. Закрасьте $\frac{2}{7}$ части прямоугольника синим цветом, $\frac{3}{7}$ — красным. Сколько всего частей прямоугольника закрашено?

420. После того как Жулдыз отрезала часть ленточки для одной поделки, у нее осталось $\frac{5}{9}$ от длины ленточки. Для другой поделки надо еще $\frac{4}{9}$ от длины ленточки. Какая часть ленточки у нее останется?



§ 23. Сложение и вычитание обыкновенных дробей



Вы

- Тізілімі бойынша тірліктеріне келіп келуіне қарап қарауға болмайды ;
- Іао+еобініптеріне қарап қарауға болмайды.

Работа с рисунком!



Рис. 45.1

1. На сколько равных частей разделили шестиугольник (рис. 45.1)?
2. Сколько частей шестиугольника закрашено желтым цветом, зеленым цветом?
3. Сколько всего частей шестиугольника закрашено?
4. Как это записать с помощью дробей?

Как сложили дроби с одинаковыми знаменателями $\frac{7}{12} + \frac{3}{12} = \frac{10}{12}$?

При сложении обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями числители складывают и записывают в числитель, а знаменатель оставляют без изменения.

С помощью букв правило сложения обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями можно записать так: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Объясните!

Как с помощью рисунка 45.2 выполнили вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями: $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8}$?



Рис. 45.2

При вычитании обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями из числителя первой дроби (уменьшаемого) вычитают числитель второй дроби (вычитаемое), полученное значение разности записывают в числитель, а знаменатель оставляют без изменения.

С помощью букв правило вычитания обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями можно записать так: $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Как выполнили сложение и вычитание обыкновенных дробей с разными знаменателями?

$$\frac{1^{15}}{21} + \frac{3^{21}}{5} = \frac{5}{105} + \frac{63}{105} = \frac{5+63}{105} = \frac{68}{105}.$$

$$\frac{7^{17}}{19} - \frac{2^{19}}{17} = \frac{119}{323} - \frac{38}{323} = \frac{81}{323}.$$

Чтобы сложить (вычесть) обыкновенные дроби с разными знаменателями, надо привести обыкновенные дроби к наименьшему общему знаменателю, затем применить правило сложения (вычитания) обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями.

Если в результате сложения или вычитания обыкновенных дробей получается:

- 1) неправильная обыкновенная дробь, то ее надо перевести в смешанное число, т. е. выделить целую часть;
- 2) сократимая обыкновенная дробь, то ее надо сократить.

Например ,

$$1) \frac{3^{13}}{8} + \frac{5^{14}}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24} = 1 \frac{5}{24}; \quad 2) \frac{9^3}{10} - \frac{1^{12}}{15} = \frac{27}{30} - \frac{2}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

Известные вам свойства сложения и вычитания натуральных чисел справедливы и для обыкновенных дробей.

Например , найдем значение выражения $\frac{15}{21} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{6}{21}$.

Решение .

$$\frac{15}{21} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{6}{21} = \left(\frac{15}{21} + \frac{6}{21} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) = \frac{21}{21} + \left(\frac{3}{9} + \frac{2}{9} \right) = 1 + \frac{5}{9} = 1 \frac{5}{9}.$$

Ответ : $1 \frac{5}{9}$.



Какие свойства сложения применили при нахождении значения выражения?

Говорите правильно

Сумму и разность обыкновенных дробей можно читать разными способами. Например :

$\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$ — сумма двух седьмых и трех восьмых;
 — к двум седьмым прибавить три восьмых;
 — сумма дробей две седьмых и три восьмых.

$\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$ — из пяти шестых вычесть три пятых;
 — от пяти шестых отнять три пятых;
 — разность дробей пять шестых и три пятых.



1. $\frac{1}{9} + \frac{4}{9}$; $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$; $\frac{15}{19} - \frac{6}{19}$; $\frac{5}{16} + \frac{1}{16}$; $\frac{3}{14} + \frac{11}{14}$; $\frac{11}{21} + \frac{4}{21}$; $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$; $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$; $\frac{7}{20} - \frac{3}{20}$; $\frac{1}{9} + \frac{5}{9}$; $\frac{6}{23} - \frac{2}{23}$; $\frac{3}{20} + \frac{7}{20}$; $\frac{13}{29} - \frac{2}{29}$; $\frac{11}{51} + \frac{13}{51}$; $\frac{17}{72} - \frac{13}{72}$; $\frac{32}{55} + \frac{23}{55}$; $\frac{5}{33} + \frac{6}{33}$; $\frac{13}{48} - \frac{11}{48}$; $\frac{1}{10} + \frac{9}{100}$; $\frac{27}{100} + \frac{7}{10}$; $\frac{4}{5} + \frac{7}{10}$; $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$; $\frac{15}{24} + \frac{1}{6}$; $\frac{5}{9} + \frac{2}{27}$.



Упражнения

421. Найдите значения выражений:

1) $\frac{1}{9} + \frac{4}{9}$;

2) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$;

3) $\frac{15}{19} - \frac{6}{19}$;

4) $\frac{5}{16} + \frac{1}{16}$;

5) $\frac{3}{14} + \frac{11}{14}$;

6) $\frac{11}{21} + \frac{4}{21}$.

422. Вычислите:

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$;

2) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$;

3) $\frac{7}{20} - \frac{3}{20}$;

4) $\frac{1}{9} + \frac{5}{9}$;

5) $\frac{6}{23} - \frac{2}{23}$;

6) $\frac{3}{20} + \frac{7}{20}$;

7) $\frac{13}{29} - \frac{2}{29}$;

8) $\frac{11}{51} + \frac{13}{51}$;

9) $\frac{17}{72} - \frac{13}{72}$;

10) $\frac{32}{55} + \frac{23}{55}$;

11) $\frac{5}{33} + \frac{6}{33}$;

12) $\frac{13}{48} - \frac{11}{48}$.

423. Найдите значения сумм:

1) $\frac{1}{10} + \frac{9}{100}$;

2) $\frac{27}{100} + \frac{7}{10}$;

3) $\frac{4}{5} + \frac{7}{10}$;

4) $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$;

5) $\frac{15}{24} + \frac{1}{6}$;

6) $\frac{5}{9} + \frac{2}{27}$.

424. Выполните сложение:

1) $\frac{2}{45} + \frac{7}{9}$;

2) $\frac{2}{5} + \frac{4}{25}$;

3) $\frac{1}{6} + \frac{7}{18}$;

4) $\frac{19}{42} + \frac{6}{7}$;

5) $\frac{3}{32} + \frac{5}{8}$;

6) $\frac{3}{8} + \frac{1}{56}$.

425. Выполните вычитание:

1) $\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$;

2) $\frac{10}{21} - \frac{1}{3}$;

3) $\frac{14}{15} - \frac{3}{5}$;

4) $\frac{17}{18} - \frac{1}{9}$;

5) $\frac{4}{9} - \frac{13}{45}$;

6) $\frac{1}{3} - \frac{7}{30}$.

426. Найдите значения выражений:

1) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$;

2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$;

3) $\frac{7}{9} - \frac{2}{11}$;

4) $\frac{3}{4} - \frac{4}{9}$;

5) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$;

6) $\frac{11}{12} - \frac{11}{18}$.

427. Выполните действия:

1) $\frac{7}{12} + \frac{7}{20}$;

2) $\frac{3}{8} + \frac{1}{18}$;

3) $\frac{1}{12} + \frac{11}{14}$;

4) $\frac{2}{15} + \frac{7}{12}$;

5) $\frac{9}{14} - \frac{5}{12}$;

6) $\frac{19}{75} + \frac{7}{50}$.

428. Вычислите:

1) $\frac{25}{28} - \frac{2}{21}$;

2) $\frac{41}{54} - \frac{35}{72}$;

3) $\frac{20}{21} - \frac{3}{14}$;

4) $\frac{40}{143} + \frac{39}{110}$;

5) $\frac{43}{140} + \frac{41}{150}$;

6) $\frac{73}{80} - \frac{37}{100}$.

429. Назгуль сначала прочитала $\frac{2}{5}$ книги, потом еще $\frac{1}{5}$ книги. Какую часть книги она прочитала ?

430. В первый день заасфальтировали $\frac{1}{7}$ участка дороги, во второй день — $\frac{2}{7}$ этого участка. Какую часть участка дороги осталось заасфальтировать ?

431. В магазин привезли обувь. В первый день было продано $\frac{2}{11}$ поступившей обуви, во второй день — $\frac{3}{11}$. Какую часть поступившей обуви продали за два дня ?

432. За первую минуту соревнования спортсмен пробежал $\frac{2}{9}$ дистанции, за вторую — $\frac{5}{9}$ дистанции. Какую часть дистанции он пробежал за две минуты ?

433. В первый день экскаватор выкопал $\frac{3}{10}$ котлована, во второй день — $\frac{1}{15}$ котлована. Какую часть котлована выкопал экскаватор за два дня ?



434. Решите уравнения:

$$1) \frac{9}{16} - x = \frac{1}{2}; \quad 2) x + \frac{2}{3} = \frac{7}{8}; \quad 3) \frac{1}{2} + x = \frac{23}{24}; \quad 4) x - \frac{3}{8} = \frac{1}{4}.$$

435. Найдите корни уравнений:

$$1) \frac{1}{4} + y = \frac{3}{7}; \quad 2) y - \frac{5}{12} = \frac{3}{10};$$

$$3) y + \frac{4}{11} = \frac{3}{5}; \quad 4) \frac{4}{15} + y = \frac{11}{25}.$$

B

Упражнения

436. Найдите значения выражений:

$$1) \frac{5}{8} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}; \quad 2) \frac{1}{5} + \frac{3}{8} - \frac{2}{9}; \quad 3) \frac{1}{4} + \frac{2}{9} - \frac{5}{36};$$

$$4) \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{1}{20}; \quad 5) \frac{3}{4} + \frac{5}{12} - \frac{1}{9}; \quad 6) \frac{4}{15} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10}.$$

437. Вычислите:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{4}{7} - \frac{3}{14}; \quad 2) \frac{1}{5} - \frac{2}{15} + \frac{1}{30}; \quad 3) \frac{1}{10} + \frac{7}{20} - \frac{2}{40};$$

$$4) \frac{17}{20} - \frac{3}{10} - \frac{11}{60}; \quad 5) \frac{3}{20} + \frac{7}{10} - \frac{3}{40}; \quad 6) \frac{9}{40} + \frac{3}{4} - \frac{19}{20}.$$

438. Найдите значения выражений:

$$1) \frac{79}{80} - \left(\frac{3}{16} + \frac{39}{80} \right); \quad 2) \frac{2}{45} + \left(\frac{41}{45} - \frac{7}{9} \right);$$

$$3) \frac{7}{15} - \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{5} \right); \quad 4) \frac{3}{16} + \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{8} \right).$$

439. Выполните действия:

$$1) \frac{31}{60} + \left(\frac{7}{20} + \frac{11}{60} \right); \quad 2) \frac{53}{54} - \left(\frac{1}{6} + \frac{7}{9} \right);$$

$$3) \frac{13}{35} + \left(\frac{23}{35} - \frac{2}{7} \right); \quad 4) \frac{7}{16} - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{16} \right).$$

440. Запишите в виде суммы двух обыкновенных дробей обыкновенную дробь:

$$1) \frac{5}{11}; \quad 2) \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{9}{13}; \quad 4) \frac{6}{17}.$$

441. Какую обыкновенную дробь надо прибавить к обыкновенной дроби:
- 1) $\frac{8}{9}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{10}{19}$; 4) $\frac{8}{13}$; 5) $\frac{41}{50}$; 6) $\frac{58}{69}$,
- чтобы значение их суммы равнялось 1?
442. Число увеличили на $\frac{5}{12}$ и получили $\frac{17}{36}$. Какое число увеличили?
443. В банке было $\frac{7}{16}$ кг меда. Масса пустой банки на $\frac{3}{20}$ кг меньше массы меда. Найдите массу банки с медом.
444. За первый час Жанболат выполнил $\frac{1}{5}$ домашнего задания, за второй час — на $\frac{1}{6}$ домашнего задания меньше. Какую часть домашнего задания он выполнил за 2 ч?
445. Найдите значения выражений:
- 1) $k + \frac{3}{4}$, если $k = \frac{5}{6}$; 2) $\frac{9}{10} - k$, если $k = \frac{1}{6}$.
446. Найдите значения выражений:
- 1) $a + b - c$ при $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{4}{5}$; $c = \frac{1}{12}$;
- 2) $a - b + c$ при $a = \frac{2}{7}$; $b = \frac{1}{6}$; $c = \frac{1}{9}$.
447. Решите уравнения:
- 1) $x + \frac{4}{21} = \frac{2}{3} + \frac{2}{7}$; 2) $y + \frac{1}{4} = \frac{4}{5} - \frac{3}{10}$;
- 3) $\left(\frac{4}{5} - x\right) + \frac{13}{20} = \frac{7}{10}$; 4) $\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{9} + x\right) = \frac{1}{3}$.



Упражнения

448. В первый день продали $\frac{2}{15}$ т овощей, во второй день — на $\frac{1}{21}$ т больше, в третий день — на $\frac{4}{35}$ т меньше, чем в первый и во второй дни. Сколько тонн овощей продали в третий день?
449. Запишите все возможные обыкновенные дроби, числитель которых равен наименьшему простому числу, а знаменатели — двузначные числа, кратные 31. Найдите значение суммы этих дробей.



450. Самал к задуманному числу прибавила $\frac{5}{33}$, затем из значения суммы отняла $\frac{9}{10}$, после к значению разности прибавила $\frac{47}{330}$ и получила единицу. Какое число она задумала?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



451. Найдите значения выражений:

1) $354 + 1239 + 646 + 761$;

2) $\frac{4}{7} + \frac{15}{19} + \frac{3}{7} + \frac{4}{19}$.

452. Выполните сокращение дробей:

1) $\frac{15 \cdot 7}{30 \cdot 4}$;

2) $\frac{15 \cdot 11}{18 \cdot 33}$;

3) $\frac{7 \cdot 9 \cdot 25}{21 \cdot 3 \cdot 50}$;

4) $\frac{16 \cdot 13 \cdot 23}{69 \cdot 8 \cdot 26}$;

5) $\frac{29 \cdot 5 \cdot 13}{52 \cdot 20 \cdot 58}$;

6) $\frac{37 \cdot 39 \cdot 75}{111 \cdot 42 \cdot 100}$.

453. Запишите в виде смешанного числа дробь:

1) $\frac{787}{25}$;

2) $\frac{144}{17}$;

3) $\frac{1000}{33}$.

454. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

$3\frac{15}{41}$; $11\frac{9}{37}$; $100\frac{1}{19}$.

§ 24. Сложение смешанных чисел



Вы

- $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$ табықталған қосындының мәнін табуға;
- $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$ қосындының мәнін табуға.

Рассмотрите сложение смешанных чисел на примере нахождения значения суммы: $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$.

Решение. Так как

$$2\frac{7}{24} = 2 + \frac{7}{24} \text{ и } 5\frac{29}{32} = 5 + \frac{29}{32}, \text{ то } 2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32} = 2 + \frac{7}{24} + 5 + \frac{29}{32}.$$

Поскольку числа можно складывать в любом порядке, то сложим отдельно натуральные числа и отдельно обыкновенные дроби. Получим:

$$(2 + 5) + \left(\frac{7}{24} + \frac{29}{32}\right) = 7 + \left(\frac{28}{96} + \frac{87}{96}\right) = 7 + \frac{115}{96} = 7 + 1\frac{19}{96} = 8\frac{19}{96}.$$

Ответ: $8\frac{19}{96}$.

При сложении смешанных чисел используют следующее правило:

Чтобы сложить смешанные числа, надо:

- 1) представить смешанные числа в виде суммы их целой и дробной частей;
- 2) выполнить отдельно сложение целых частей и отдельно дробных частей (если при сложении дробных частей получилась неправильная обыкновенная дробь, то выделить целую часть из этой дроби и прибавить ее к полученной целой части; если получилась сократимая дробь, то ее сократить);
- 3) записать полученную сумму в виде смешанного числа.



1. $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$ табықталған қосындының мәнін табуға тағы бір әдіспен;
2. $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$ қосындының мәнін табуға тағы бір әдіспен;
3. $2\frac{7}{24} + 5\frac{29}{32}$ қосындының мәнін табуға тағы бір әдіспен;



Упражнения

455. Выполните сложение:

1) $3 + \frac{1}{7}$;

2) $6 + 5\frac{2}{9}$;

3) $5 + 4\frac{9}{10}$;

4) $9\frac{13}{16} + 23$;

5) $4\frac{2}{6} + 2\frac{3}{6}$;

6) $10\frac{9}{13} + 8\frac{3}{13}$;

7) $6\frac{5}{16} + 2\frac{3}{16}$;

8) $2\frac{5}{22} + 8\frac{15}{22}$;

9) $5\frac{29}{40} + 4\frac{31}{40}$.



456. Найдите значения выражений:

$$1) 2\frac{58}{61} + 1\frac{12}{61};$$

$$2) 4\frac{121}{300} + 7\frac{199}{300};$$

$$3) 5\frac{380}{401} + 1\frac{127}{401};$$

$$4) 4\frac{253}{540} + 18\frac{307}{540}.$$

457. Найдите значения сумм:

$$1) 2\frac{1}{6} + 2\frac{5}{12};$$

$$2) 9\frac{3}{8} + 7\frac{5}{6};$$

$$3) 5\frac{1}{10} + 8\frac{3}{8};$$

$$4) 6\frac{2}{15} + 42\frac{18}{25};$$

$$5) 5\frac{3}{18} + 18\frac{1}{27};$$

$$6) 9\frac{3}{20} + 7\frac{4}{15};$$

$$7) 2\frac{19}{44} + 5\frac{52}{66};$$

$$8) 38\frac{21}{26} + 14\frac{34}{39};$$

$$9) 6\frac{11}{12} + 3\frac{15}{16}.$$

458. Решите уравнения:

$$1) x - 2\frac{7}{12} = 5\frac{3}{18};$$

$$2) x - 26\frac{7}{21} = 100\frac{5}{28};$$

$$3) x - 37\frac{17}{54} = 15\frac{16}{45};$$

$$4) x - 33\frac{21}{25} = 42\frac{17}{35}.$$

Сформулируйте вопросы и решите задачи (459—460):

459. Два одинаковых сосуда наполнили водой. Использовали $\frac{5}{7}$ воды из одного сосуда и $\frac{5}{9}$ воды из другого. ...

460. Взяли три ленты одинаковой длины: розовую, синюю и зеленую. Отрезали $\frac{1}{12}$ часть розовой ленты, $\frac{5}{6}$ — синей ленты, $\frac{4}{9}$ — зеленой ленты. ...

461. Чтобы сшить костюмы для ансамбля, закупили ткань. На костюмы для девушек израсходовано $10\frac{2}{15}$ м ткани, на костюмы для юношей — $8\frac{7}{10}$ м ткани. Сколько всего метров ткани использовали для шитья костюмов?

462. С одного поля собрали $13\frac{5}{9}$ т пшеницы, с другого — на $11\frac{1}{6}$ т больше. Сколько тонн пшеницы собрали с двух полей?

В

Упражнения

463. Найдите значения сумм:

$$1) 4\frac{3}{5} + 2\frac{5}{7} + 5\frac{9}{35};$$

$$2) 1\frac{2}{3} + 6\frac{4}{15} + 8\frac{17}{45};$$

$$3) 8\frac{3}{40} + 12\frac{11}{20} + 6\frac{7}{80};$$

$$4) 5\frac{7}{20} + 20\frac{4}{15} + 12\frac{11}{60};$$

$$5) 5\frac{2}{5} + 19\frac{9}{10} + 4\frac{33}{50};$$

$$6) 31\frac{7}{9} + 4\frac{11}{27} + 35\frac{43}{54};$$

464. Выполните сложение:

$$1) 3\frac{161}{175} + \left(53\frac{13}{25} + 18\frac{34}{35}\right);$$

$$2) 9\frac{21}{25} + \left(30\frac{4}{15} + 18\frac{64}{75}\right);$$

$$3) 78\frac{37}{48} + \left(39\frac{23}{24} + 14\frac{15}{16}\right);$$

$$4) 304\frac{59}{80} + \left(99\frac{21}{40} + 14\frac{127}{160}\right);$$

465. Выполните рациональным способом сложение:

$$1) \left(8\frac{13}{20} + 11\frac{19}{30}\right) + \left(9\frac{7}{20} + 12\frac{11}{30}\right); \quad 2) \left(21\frac{22}{35} + 5\frac{17}{21}\right) + \left(9\frac{13}{35} + 24\frac{4}{21}\right);$$

466. Решите уравнения:

$$1) x - 24\frac{5}{8} = 30\frac{5}{6} + 41\frac{7}{12}; \quad 2) x - 49\frac{7}{12} = 51\frac{5}{6} + 10\frac{1}{18};$$

$$3) x - 92\frac{3}{10} = 8\frac{19}{20} + 4\frac{2}{15}; \quad 4) x - 44\frac{13}{15} = 44\frac{1}{21} + 50\frac{2}{35};$$

467. Записали несколько чисел в ряд. Первое число равно $\frac{3}{4}$, каждое последующее — на $\frac{4}{5}$ больше предыдущего. Найдите число, которое стоит в этом ряду на пятом месте.

468. Камень, брошенный в колодец, пролетает в первую секунду $4\frac{1}{5}$ м, каждую следующую секунду — на $6\frac{1}{4}$ м больше, чем в предыдущую. Найдите глубину колодца до воды, если камень коснулся воды в колоде через 5 с?

469. В эстафете участвовали 5 спортсменов. Первый спортсмен пробежал свой этап за $4\frac{13}{60}$ мин, второй — за $4\frac{1}{4}$ мин, третий — за $4\frac{1}{12}$ мин, четвертый — за $4\frac{1}{10}$ мин и пятый — за $4\frac{2}{15}$ мин. Какой



- из спортсменов пробежал свой этап быстрее? Сколько времени затратили спортсмены на всю эстафету?
470. Перед полетом в самолете взвешивают багаж. Провезти бесплатно можно не более 30 кг багажа. У пассажира один чемодан массой $13\frac{2}{3}$ кг, второй — $11\frac{1}{6}$ кг и сумка — $5\frac{8}{9}$ кг. Надо ли будет платить пассажиру за превышение массы багажа?
471. Ширина прямоугольного земельного участка, огороженного со всех сторон, равна $19\frac{3}{4}$ м, а его длина на $5\frac{2}{3}$ м больше, чем ширина. Найдите периметр участка.



Упражнения

472. В первый день собрали урожай с площади $5\frac{9}{16}$ га, во второй день — с площади на $\frac{7}{24}$ га больше, чем в первый день, в третий день — с площади на $\frac{3}{8}$ га больше, чем в первый и во второй день вместе. Со скольких гектаров был собран урожай за три дня?
473. Сформулируйте вопрос и решите задачу. Мама купила 6 столовых ложек и заплатила 2700 тг, а за 8 чайных ложек — 2200 тг. ...
474. Верно ли, что значение выражения $5\frac{1}{15} + 7\frac{7}{20} + 10\frac{11}{15} + 5\frac{47}{60} + 1\frac{1}{15}$ равно наименьшему общему кратному чисел 5 и 6?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



475. Вычислите:
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $9114 - (529 + 114)$; | 2) $2398 - (389 + 698)$; |
| 3) $4637 - (137 + 763)$; | 4) $5942 - (942 + 924)$. |
476. Представьте натуральное число 25 в виде смешанного числа, у которого в дробной части в знаменателе числа: 4, 19, 97.
- Образец: $41 = 40 + 1 = 40 + \frac{23}{23} = 40\frac{23}{23}$.
477. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:
- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{23}{40}$ и $\frac{29}{30}$; | 2) $\frac{2}{187}$ и $\frac{16}{55}$. |
|--|--|
478. Сравните значения выражений:
 $(375 + 286) - (75 + 86)$ и $(375 - 75) + (286 - 86)$.

§ 25. Вычитание смешанных чисел



Вы

- $3\frac{7}{8} - 1\frac{6}{8} = 2\frac{1}{8}$;
- $3\frac{7}{8} - 1\frac{6}{8} = 2\frac{1}{8}$.

Рассмотрим, как находится значение разности смешанных чисел с помощью задачи и примеров.

Подумайте!

На столе лежало $3\frac{7}{8}$ шоколадки. Сколько шоколадок осталось после того, как взяли $1\frac{6}{8}$ шоколадки (рис. 46)?



Рис. 46

Сравните свое решение и равенство:

$$3\frac{7}{8} - 1\frac{6}{8} = 2\frac{1}{8}.$$

Этот же результат при нахождении значения разности $3\frac{7}{8} - 1\frac{6}{8}$ получим, если из целой части уменьшаемого вычтем целую часть вычитаемого: $3 - 1 = 2$, из дробной — дробную: $\frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$ и полученные результаты сложим: $2 + \frac{1}{8} = 2\frac{1}{8}$.

В некоторых случаях дробная часть уменьшаемого может оказаться меньше дробной части вычитаемого.

Пример 1. Найдем значение разности: $23\frac{2}{11} - 20\frac{9}{11}$.

Решение. Сначала дробную часть уменьшаемого увеличим следующим образом:

$$23\frac{2}{11} = 23 + \frac{2}{11} = 22 + 1 + \frac{2}{11} = 22 + \frac{11}{11} + \frac{2}{11} = 22 + \frac{13}{11} = 22\frac{13}{11},$$

т.е. уменьшили целую часть на единицу, которую прибавили к дробной части. В результате получили смешанное число, у которого целая часть уменьшилась на 1, а числитель дробной части увеличился на число,

равное знаменателю : $23\frac{2}{11} = 22\frac{13}{11}$.

Тогда: $23\frac{2}{11} - 20\frac{9}{11} = 22\frac{13}{11} - 20\frac{9}{11} = 2\frac{4}{11}$.

Ответ : $2\frac{4}{11}$.



Пример 2. Найдем значение разности: $44\frac{5}{6} - 17\frac{7}{8}$.

Решение. Здесь сразу не видно, что больше: $\frac{5}{6}$ или $\frac{7}{8}$. Поэтому в таких случаях сначала дробные части смешанных чисел приводят к наименьшему общему знаменателю. Поскольку НОК (6; 8) = 24, то $\frac{5^4}{6} = \frac{20}{24}$; $\frac{7^3}{8} = \frac{21}{24}$. Тогда: $44\frac{5}{6} - 17\frac{7}{8} = 44\frac{20}{24} - 17\frac{21}{24} = 43\frac{44}{24} - 17\frac{21}{24} = 26\frac{23}{24}$.

Ответ: $26\frac{23}{24}$.

Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо:

1) привести их дробные части к наименьшему общему знаменателю, если они разные;

2) если дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого, то из целой части уменьшаемого вычесть целую часть вычитаемого, из дробной части уменьшаемого вычесть дробную часть вычитаемого и полученные результаты сложить;

3) если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то вместо уменьшаемого записать смешанное число, у которого целая часть меньше на 1, числитель дробной части больше на число, равное знаменателю, и выполнить вычитание целой части из целой, дробной части из дробной, а полученные результаты сложить.

Пример 3. Найдем значение разности $98 - 73\frac{4}{21}$.

Решение. Сначала число 98 запишем в виде смешанного числа:

$$98 = 97 + 1 = 97 + \frac{21}{21} = 97\frac{21}{21}.$$

В данном случае натуральное число 98 записали в виде смешанного числа $97\frac{21}{21}$, целая часть которого оказалась на единицу меньше данного натурального числа, а числитель и знаменатель дробной части такой же, как знаменатель дробной части вычитаемого числа. Поэтому $98 - 73\frac{4}{21} = 97\frac{21}{21} - 73\frac{4}{21} = 24\frac{17}{21}$.

Ответ: $24\frac{17}{21}$.



1. $\frac{5^4}{6} - \frac{7^3}{8}$ қалай есептеуге болады?
2. $44\frac{5}{6} - 17\frac{7}{8}$ қалай есептеуге болады?
3. $98 - 73\frac{4}{21}$ қалай есептеуге болады?
4. $98 - 73\frac{4}{21}$ қалай есептеуге болады?



Упражнения

479. Найдите значения разности:

$$1) 5\frac{4}{7} - 5;$$

$$2) 13\frac{18}{25} - 10;$$

$$3) 27\frac{6}{53} - 19;$$

$$4) 61\frac{24}{79} - 58;$$

$$5) 141\frac{89}{90} - 84;$$

$$6) 203\frac{64}{77} - 189.$$

480. Найдите значения выражений:

$$1) 4\frac{2}{3} - \frac{2}{3};$$

$$2) 9\frac{5}{9} - \frac{5}{9};$$

$$3) 25\frac{21}{31} - \frac{21}{31};$$

$$4) 75\frac{41}{69} - 3\frac{41}{69};$$

$$5) 40\frac{5}{106} - 11\frac{5}{106};$$

$$6) 8\frac{3}{7} - 2\frac{2}{7};$$

$$7) 20\frac{11}{13} - 9\frac{2}{13};$$

$$8) 10\frac{5}{17} - 4\frac{3}{17};$$

$$9) 19\frac{20}{29} - 1\frac{17}{29};$$

$$10) 83\frac{63}{101} - 19\frac{24}{101}.$$

481. Вычислите:

$$1) 2\frac{7}{9} - \frac{1}{3};$$

$$2) 3\frac{4}{5} - \frac{2}{3};$$

$$3) 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3};$$

$$4) 6\frac{4}{5} - 2\frac{3}{8};$$

$$5) 9\frac{1}{2} - 4\frac{3}{8};$$

$$6) 8\frac{19}{20} - 5\frac{7}{10}.$$

482. Выполните вычитание:

$$1) 95\frac{19}{34} - 37\frac{1}{2};$$

$$2) 47\frac{163}{210} - 39\frac{32}{105};$$

$$3) 301\frac{367}{540} - 277\frac{31}{60};$$

$$4) 109\frac{22}{25} - 101\frac{83}{250}.$$

483. Выполните действия:

$$1) 10\frac{5}{18} - 5\frac{8}{27};$$

$$2) 25\frac{7}{32} - 21\frac{1}{24};$$

$$3) 32\frac{8}{21} - 23\frac{7}{15};$$

$$4) 19\frac{7}{20} - 9\frac{1}{30};$$

$$5) 41\frac{9}{28} - 15\frac{2}{21};$$

$$6) 73\frac{5}{24} - 58\frac{19}{36};$$

$$7) 58\frac{11}{20} - 22\frac{29}{35};$$

$$8) 91\frac{37}{54} - 47\frac{11}{45}.$$



484. Решите уравнения:

$$1) x + 5\frac{1}{8} = 10\frac{2}{9};$$

$$2) x + 29\frac{7}{8} = 51\frac{5}{12};$$

$$3) 11\frac{1}{12} - x = 9\frac{1}{8};$$

$$4) 60\frac{3}{14} - x = 41\frac{4}{21};$$

$$5) 77\frac{4}{15} - x = 59\frac{8}{9};$$

$$6) 61\frac{5}{8} - x = 52\frac{1}{6}.$$

485. Найдите корни уравнений:

$$1) x + 2\frac{3}{13} = 10\frac{8}{39};$$

$$2) y + 8\frac{7}{12} = 10\frac{5}{24};$$

$$3) x + 14\frac{2}{9} = 38\frac{1}{18};$$

$$4) y + 3\frac{7}{11} = 9\frac{3}{22}.$$

Решите задачи, составьте обратные задачи и решите их (486—487):

486. От куска веревки длиной $10\frac{3}{5}$ м отрезали $8\frac{1}{6}$ м. Сколько метров веревки осталось?

487. Масса товара с тарой равна $35\frac{4}{15}$ кг, масса товара без тары — $29\frac{1}{5}$ кг. Найдите массу тары.

488. Собственная скорость теплохода равна $28\frac{5}{6}$ км/ч. Скорость течения реки равна $2\frac{2}{3}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению и против течения реки.

Решите задачи, составьте обратные задачи и решите их (489—490):

489. Одна бригада собрала $41\frac{3}{4}$ т картофеля, а другая — на $2\frac{1}{2}$ т меньше. Сколько тонн картофеля было собрано двумя бригадами?

490. Лодка плывет по течению реки со скоростью $6\frac{4}{5}$ км/ч. Скорость течения реки равна $2\frac{1}{4}$ км/ч. Найдите скорость лодки против течения.

В

Упражнения

491. Выполните действия:

1) $12 \text{ м} - 5\frac{3}{4} \text{ м};$

2) $8\frac{1}{8} \text{ дм} - 2\frac{1}{4} \text{ дм};$

3) $5\frac{3}{4} \text{ см} - 4\frac{1}{8} \text{ см};$

4) $6 \text{ ч} - \frac{2}{7} \text{ ч};$

5) $3\frac{1}{2} \text{ ч} - 2\frac{3}{4} \text{ ч};$

6) $9 \text{ ч} - 5\frac{1}{4} \text{ ч}.$

492. Найдите значения выражений:

1) $19\frac{5}{6} - 6\frac{1}{12} - 2\frac{7}{9};$

2) $11\frac{7}{10} - 5\frac{7}{30} - 3\frac{4}{15};$

3) $9\frac{14}{15} - 2\frac{1}{5} - 4\frac{7}{10};$

4) $20\frac{3}{8} - \left(6 - 2\frac{1}{6}\right);$

5) $28\frac{1}{20} - \left(7 - 2\frac{8}{15}\right);$

6) $29\frac{3}{25} - \left(4 - 2\frac{1}{5}\right).$

493. Вычислите:

1) $4\frac{2}{9} + 5\frac{2}{3} - 1\frac{4}{9};$

2) $9 - 4\frac{2}{17} + 2\frac{3}{17};$

3) $5\frac{3}{5} - 2\frac{6}{11} + 3\frac{3}{5};$

4) $4\frac{3}{8} + 3\frac{7}{8} - 1\frac{3}{7};$

5) $20 - 3\frac{8}{15} + 10\frac{4}{15};$

6) $30 - 15\frac{9}{10} - 12\frac{3}{10};$

7) $15\frac{7}{11} - 4\frac{9}{16} + 3\frac{4}{11};$

8) $49 - 19\frac{3}{5} - 2\frac{2}{5};$

9) $12\frac{4}{13} - 2\frac{13}{20} + 3\frac{9}{13};$

10) $29\frac{11}{17} - 4\frac{5}{24} + 10\frac{6}{17}.$

494. Найдите значения выражений:

1) $59\frac{25}{64} - \left(32\frac{3}{16} + 4\frac{1}{64}\right);$

2) $32\frac{2}{45} + \left(20\frac{5}{9} - 18\frac{4}{5}\right);$

3) $37\frac{29}{36} - \left(4\frac{5}{18} + 1\frac{31}{48}\right);$

4) $\left(40\frac{61}{80} - 7\frac{17}{20}\right) + 25\frac{3}{40}.$

495. Решите уравнения:

1) $\left(x - 3\frac{9}{13}\right) + 5\frac{10}{13} = 12\frac{4}{13};$

2) $\left(3\frac{9}{16} - y\right) + 4\frac{9}{16} = 5\frac{7}{16};$

3) $13\frac{16}{27} + \left(x - 2\frac{17}{27}\right) = 30\frac{5}{27};$

4) $\left(y - 2\frac{4}{25}\right) + 4\frac{7}{25} = 14\frac{6}{25}.$



496. Выполните действия:

$$1) 9 - \frac{2}{3} + 6\frac{7}{24} - 2\frac{1}{4};$$

$$2) 8\frac{13}{30} + 13\frac{4}{5} - 5\frac{5}{6} + \frac{7}{10};$$

$$3) 17\frac{3}{4} - 9\frac{1}{32} + 4\frac{3}{8} - 5\frac{3}{16};$$

$$4) 21\frac{4}{15} + 1\frac{5}{6} - 9\frac{7}{30} + 16\frac{7}{24}.$$

497. Алия собрала клубнику с четырех грядок. С первой грядки она собрала $5\frac{4}{5}$ кг, со второй — на $\frac{1}{4}$ кг меньше, чем с первой, с третьей — на $\frac{3}{10}$ кг больше, чем с первых двух вместе, с четвертой — на $2\frac{3}{10}$ кг меньше, чем с третьей. Сколько килограммов клубники собрала Алия со всех четырех грядок?

498. На подготовку домашнего задания учащийся потратил всего $2\frac{2}{3}$ ч. Из них $1\frac{1}{3}$ ч он готовил домашнее задание по математике, $\frac{7}{12}$ ч читал учебник по истории, в оставшееся время готовился к уроку литературы. Сколько времени он затратил на подготовку к уроку литературы?



Упражнения

499. Как изменится значение суммы двух чисел, если одно слагаемое:

$$1) \text{увеличить на } 7\frac{6}{11}, \text{ другое — на } 4\frac{2}{3};$$

$$2) \text{уменьшить на } 7\frac{6}{11}, \text{ другое — на } 4\frac{2}{3};$$

$$3) \text{увеличить на } 7\frac{6}{11}, \text{ другое — уменьшить на } 4\frac{2}{3};$$

$$4) \text{уменьшить на } 7\frac{6}{11}, \text{ другое — увеличить на } 4\frac{2}{3}?$$

500. Верно ли, что значение выражения

$$17\frac{3}{15} - 8\frac{7}{20} + \left(9\frac{11}{15} - \left(2\frac{1}{15} - 1\frac{37}{90}\right)\right) - 1\frac{17}{60}$$

равно наибольшему общему делителю чисел 80 и 176?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



Математика в строительстве

501. 1. Для облицовки стен и фасадов чаще всего используется квадратная или прямоугольная плитка различных размеров. Больше всего разновидностей форм и размеров имеет керамическая плитка для укладки на пол. С помощью керамических плит можно создавать всевозможные дизайнерские решения. Размеры керамических плит в миллиметрах даны в таблице 24.1.

Таблица 24.1

Размеры	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7
Длина	300	400	250	300	200	200	200
Ширина	300	300	250	200	200	150	100

- 1) Какое наименьшее количество плит нужно взять для облицовки пола прямоугольной формы площадью 500 м^2 ?
 2) Составьте два варианта облицовки пола прямоугольной формы площадью 500 м^2 .
2. Надо покрыть кафельными плитками стену площадью 9 м^2 . Виды, размеры и цены плиток указаны в таблице 24.2.

Таблица 24.2

Виды плитки	Длина плитки (см)	Ширина плитки (см)	Цена (тг/шт.)
I	20	10	250
II	30	10	420
III	25	18	600

Какими размерами плитку выгоднее купить?

502. Какая часть шестигульника закрашена (рис. 47.1)?
503. Квадрат разделили на шесть равных частей (рис. 47.2). Сколькими способами можно закрасить $\frac{5}{6}$ квадрата?

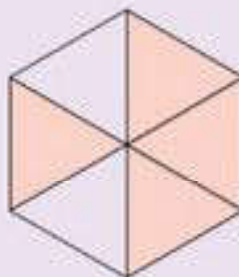


Рис. 47.1

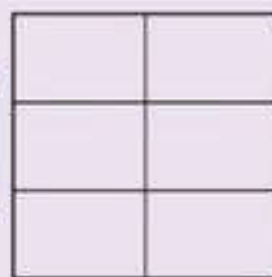


Рис. 47.2

§ 26. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел



Вы

- $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;
- $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

Подумайте!

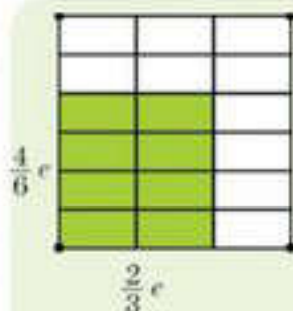


Рис. 48

Найдите двумя способами площадь закрашенной части квадрата со стороной, длина которой равна e , если квадрат разделен на 18 равных прямоугольников (рис. 48).

I способ. Используйте формулу площади прямоугольника.

II способ. Учтите, какую часть площади квадрата занимает площадь закрашенного прямоугольника.

Объясните!

Как получили равенство: $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{18}$?

Чтобы умножить две обыкновенные дроби, надо:

- 1) найти значение произведения числителей и записать его в числитель обыкновенной дроби;
- 2) найти значение произведения знаменателей и записать его в знаменатель обыкновенной дроби.

При умножении обыкновенных дробей для упрощения вычислений числители и знаменатели сразу не перемножают, а сначала сокращают.

Например,

$$\frac{27}{32} \cdot \frac{24}{45} = \frac{3 \cdot 27 \cdot 24^3}{4 \cdot 32 \cdot 45^5} = \frac{9}{20}$$

Рассмотрите умножение обыкновенной дроби на натуральное число.

Например,

$$\frac{11}{12} \cdot 3 = \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{11 \cdot 3^1}{4 \cdot 12 \cdot 1} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}$$

Таким образом,

чтобы умножить обыкновенную дробь на натуральное число, надо числитель обыкновенной дроби умножить на натуральное число, а знаменатель оставить без изменения.

Для умножения смешанных чисел надо: записать их в виде неправильных обыкновенных дробей, затем применить правило умножения обыкновенных дробей.

Например ,

$$3\frac{3}{5} \cdot 9\frac{1}{6} = \frac{18}{5} \cdot \frac{55}{6} = \frac{3\cancel{18} \cdot 5\cancel{5}^{11}}{1\cancel{5} \cdot 6_1} = \frac{33}{1} = 33.$$

Известные вам свойства умножения натуральных чисел выполняются и для обыкновенных дробей.



1. $3\frac{3}{5} \cdot 9\frac{1}{6} = \frac{18}{5} \cdot \frac{55}{6} = \frac{3\cancel{18} \cdot 5\cancel{5}^{11}}{1\cancel{5} \cdot 6_1} = \frac{33}{1} = 33.$
2. $3\frac{3}{5} \cdot 9\frac{1}{6} = \frac{18}{5} \cdot \frac{55}{6} = \frac{3\cancel{18} \cdot 5\cancel{5}^{11}}{1\cancel{5} \cdot 6_1} = \frac{33}{1} = 33.$
3. $3\frac{3}{5} \cdot 9\frac{1}{6} = \frac{18}{5} \cdot \frac{55}{6} = \frac{3\cancel{18} \cdot 5\cancel{5}^{11}}{1\cancel{5} \cdot 6_1} = \frac{33}{1} = 33.$

A

Упражнения

504. Найдите значения произведений:

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$; 2) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{40}$; 3) $\frac{27}{32} \cdot \frac{8}{9}$; 4) $\frac{5}{11} \cdot \frac{22}{25}$; 5) $\frac{8}{35} \cdot \frac{5}{12}$.

505. Умножьте:

1) $\frac{7}{9} \cdot 6$; 2) $4 \cdot \frac{3}{20}$; 3) $\frac{5}{6} \cdot 3$; 4) $14 \cdot \frac{7}{16}$; 5) $27 \cdot \frac{2}{9}$.

506. Выполните умножение:

1) $1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5}$; 2) $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5}$; 3) $2\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{8}$; 4) $1\frac{3}{5} \cdot 7\frac{1}{2}$;
 5) $2\frac{1}{7} \cdot 2\frac{2}{15}$; 6) $2\frac{2}{9} \cdot 2\frac{19}{40}$; 7) $2\frac{1}{10} \cdot 2\frac{1}{7}$; 8) $4\frac{1}{6} \cdot 1\frac{2}{5}$;
 9) $1\frac{4}{7} \cdot 2\frac{6}{11}$; 10) $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{11}{12}$; 11) $7\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{15}$; 12) $7\frac{5}{9} \cdot 1\frac{1}{17}$.

507. Вычислите:

1) $12 \cdot 2\frac{1}{6}$; 2) $14 \cdot 2\frac{11}{14}$; 3) $5 \cdot 2\frac{1}{25}$;
 4) $24 \cdot 5\frac{5}{12}$; 5) $11 \cdot 1\frac{1}{22}$; 6) $15 \cdot 1\frac{1}{30}$.

508. Решите уравнения:

1) $x : \frac{9}{10} = 1$; 2) $x : 19 = \frac{16}{19}$; 3) $x : 3 = \frac{5}{9}$;



4) $x : \frac{1}{4} = 4;$

5) $x : \frac{7}{13} = 1;$

6) $x : \frac{2}{18} = 18;$

7) $x : 10 = \frac{1}{25};$

8) $x : \frac{3}{10} = 2.$

509. 1) Масса дыни равна $3\frac{1}{2}$ кг, масса арбуза в 4 раза больше. Какова масса арбуза и дыни, вместе взятых ?
- 2) Масса тыквы равна $2\frac{4}{5}$ кг, масса арбуза в 5 раз больше. Какова масса тыквы и арбуза, вместе взятых ?

В

Упражнения

510. Вычислите:

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^2;$

2) $\left(\frac{1}{9}\right)^3;$

3) $\left(\frac{2}{5}\right)^3;$

4) $\left(\frac{4}{7}\right)^3;$

5) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2;$

6) $\left(1\frac{1}{6}\right)^2;$

7) $\left(2\frac{1}{3}\right)^3;$

8) $\left(3\frac{1}{2}\right)^3.$

511. Найдите значения выражений:

1) $\left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{2}{3};$

2) $\left(4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{19};$

3) $\left(5\frac{6}{7} + 3\frac{5}{21}\right) \cdot 2\frac{1}{10};$

4) $\left(7\frac{5}{12} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 2\frac{2}{17}.$

512. Найдите площадь прямоугольника, ширина которого равна $\frac{9}{25}$ см, а длина в 5 раз больше ширины.

513. Найдите значения выражений:

1) $2\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{32} \cdot 5\frac{1}{3};$

2) $4\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{77} \cdot \frac{7}{20};$

3) $\frac{18}{25} \cdot \frac{10}{27} \cdot 7\frac{1}{2};$

4) $5\frac{2}{5} \cdot \frac{40}{81} \cdot \frac{15}{16};$

5) $6\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{35} \cdot 2\frac{1}{3};$

6) $12\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{25} \cdot \frac{7}{18};$

7) $\frac{15}{16} \cdot 1\frac{13}{27} \cdot 2\frac{4}{25};$

8) $3\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{13} \cdot 4\frac{1}{6};$

9) $8\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{11}.$

С

Упражнения

514. 1) Известно, что некоторое число a больше 1. Сравните a^2 и a^3 .
- 2) Известно, что некоторое число b меньше 1. Сравните b^2 и b^3 .

515. Ширина прямоугольного параллелепипеда $4\frac{1}{2}$ см, длина в $1\frac{5}{27}$ раза больше, чем длина, высота в $\frac{3}{8}$ раза больше, чем длина. Найдите его объем.
516. Верно ли, что значение выражения $1\frac{1}{24} \cdot 1\frac{29}{40} \cdot 1\frac{127}{161} : 4\frac{3}{5} : \frac{25}{966}$ равно кубу числа 3?

Математика в профессии повара

517. Варенье можно приготовить из разных ягод и фруктов. Ингредиенты для приготовления варенья из груши и айвы даны в таблице 25 (1 стакан — 200 г).

Таблица 25

Для варенья из груши			Для варенья из айвы		
№	Наименование	Норма	№	Наименование	Норма
1	Груша	1 кг	1	Айва	5 кг
2	Сахарный песок	$4\frac{1}{2}$ стакана	2	Сахарный песок	6 кг
3	Вода	$3\frac{1}{4}$ стакана	3	Вода	$1\frac{4}{5}$ л + 1 стакан

- Составьте таблицу, в которой записаны нормы каждого ингредиента для приготовления варенья из 5 кг груш.
- Сравните норму воды и сахарного песка, нужного для варки 5 кг груш и айвы.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями

518. Запишите в виде неправильной дроби смешанное число:

1) $8\frac{2}{3}$; 2) $9\frac{1}{7}$; 3) $10\frac{2}{13}$; 4) $101\frac{1}{6}$.

519. Сравните дроби: 1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$; 2) $\frac{11}{20}$ и $\frac{20}{11}$; 3) $\frac{123}{400}$ и $\frac{400}{123}$. Найдите значение произведения этих дробей.

§ 27. Деление обыкновенных дробей и смешанных чисел


Вы

- $\frac{1}{3}$ және $\frac{3}{5}$ сандарының көбейтіндісі $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ тең;
- $\frac{1}{3}$ және $\frac{3}{5}$ сандарының қосындысы $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} = \frac{14}{15}$.

Рассмотрите примеры.

Пример 1. Найдем значение произведения чисел $\frac{29}{37}$ и $\frac{43}{8}$.

Решение. $\frac{29}{37} \cdot \frac{37}{29} = \frac{29 \cdot 37}{37 \cdot 29} = 1$.

Ответ: 1.

Если умножить 3 на $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{2}$ на $\frac{2}{5}$, также получится 1.

Два числа, значение произведения которых равно 1, называются *взаимно обратными числами*.

Для обыкновенной дроби $\frac{a}{b}$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, обратной будет обыкновенная дробь $\frac{b}{a}$.

Пример 2. Найдем обыкновенную дробь, обратную смешанному числу $5\frac{3}{8}$.

Решение. Запишем смешанное число $5\frac{3}{8}$ в виде неправильной обыкновенной дроби: $5\frac{3}{8} = \frac{43}{8}$. Тогда обратной обыкновенной дробью для смешанного числа $5\frac{3}{8}$ будет обыкновенная дробь $\frac{8}{43}$.

Ответ: $\frac{8}{43}$.

Пример 3. Найдем значение частного $\frac{11}{7} : \frac{3}{4}$.

Решение. Значение частного $\frac{11}{7} : \frac{3}{4}$ обозначим буквой x . Получим: $\frac{11}{7} : \frac{3}{4} = x$. Заменяем деление умножением: $x \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{7}$. Поскольку x — число, которое нужно найти, то и значение выражения $x \cdot \frac{3}{4}$ — то же

число. Поэтому, умножив $x \cdot \frac{3}{4}$ и $\frac{11}{7}$ на одно и то же число $\frac{4}{3}$, получим :

$$\left(x \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{11}{7} \cdot \frac{4}{3}. \text{ Упростим левую часть этого равенства.}$$

Используя сочетательное свойство умножения и правило умножения обыкновенных дробей, получим:

$$\left(x \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} = x \cdot \left(\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right) = x \cdot \left(\frac{1\cancel{3} \cdot \cancel{4}^1}{1\cancel{4} \cdot \cancel{3}_1}\right) = x \cdot 1 = x.$$

$$\text{Тогда } x = \frac{11}{7} \cdot \frac{4}{3} \text{ или } x = \frac{11 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{44}{21} = 2\frac{2}{21}.$$

Ответ : $2\frac{2}{21}$.

В процессе решения примера 3 получили:

$$\frac{11}{7} : \frac{3}{4} = x \text{ и } x = \frac{11}{7} \cdot \frac{4}{3}. \text{ Поэтому } \frac{11}{7} : \frac{3}{4} = \frac{11}{7} \cdot \frac{4}{3}. \text{ Значит, деление обыкновенных дробей можно заменить умножением делимого на обыкновенную дробь, обратную делителю.}$$

Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо делимое умножить на обыкновенную дробь, обратную делителю.

$$\text{Например, } \frac{38}{79} : \frac{19}{237} = \frac{38}{79} \cdot \frac{237}{19} = \frac{2\cancel{38} \cdot \cancel{237}^3}{1\cancel{79} \cdot \cancel{19}_1} = 6.$$

Для деления смешанных чисел надо записать их в виде неправильных обыкновенных дробей, а затем применить правило деления обыкновенных дробей.

$$\text{Например, } 1\frac{7}{8} : 8\frac{7}{16} = \frac{15}{8} : \frac{135}{16} = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{135} = \frac{1\cancel{15} \cdot \cancel{16}^2}{1\cancel{8} \cdot \cancel{135}_9} = \frac{2}{9}.$$

Рассмотрим деление обыкновенной дроби на натуральное число.

Пример 4. Найдем значение частного $\frac{18}{19} : 6$.

$$\text{Решение. } \frac{18}{19} : 6 = \frac{18}{19} : \frac{6}{1} = \frac{18}{19} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3\cancel{18} \cdot 1}{19 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{3}{19}.$$

Ответ : $\frac{3}{19}$.



Таким образом,

чтобы разделить обыкновенную дробь на натуральное число, надо числитель обыкновенной дроби оставить без изменения, а знаменатель умножить на натуральное число.



1. $\frac{3}{10} : \frac{4}{5} = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 4} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$?
2. $\frac{6}{28} : \frac{5}{3} = \frac{6}{28} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6 \cdot 3}{28 \cdot 5} = \frac{18}{140} = \frac{9}{70}$?



Упражнения

520. Назовите числа, обратные числам:

$$\frac{3}{10}; \frac{4}{5}; \frac{13}{15}; \frac{6}{25}; \frac{21}{28}; \frac{5}{3}; \frac{35}{44}; \frac{200}{11}; 25; 71; 321.$$

521. Найдите корни уравнений:

$$\begin{array}{lll} 1) x \cdot \frac{5}{13} = 1; & 2) \frac{6}{7} \cdot x = 1; & 3) \frac{9}{10} \cdot x = 1; \\ 4) y \cdot \frac{11}{16} = 1; & 5) y \cdot \frac{20}{15} = 1; & 6) y \cdot \frac{32}{35} = 1. \end{array}$$

522. Найдите числа, обратные смешанным числам:

$$1) 5\frac{2}{9}; \quad 2) 6\frac{3}{5}; \quad 3) 4\frac{4}{9}; \quad 4) 4\frac{5}{7}; \quad 5) 9\frac{4}{7}.$$

523. Выполните деление:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2}{5} : \frac{2}{25}; & 2) \frac{2}{3} : \frac{14}{15}; & 3) \frac{3}{28} : \frac{6}{7}; & 4) \frac{3}{8} : \frac{27}{32}; \\ 5) \frac{2}{3} : 10; & 6) \frac{4}{5} : 8; & 7) \frac{5}{6} : 10; & 8) \frac{3}{7} : 12; \\ 9) 4 : \frac{2}{5}; & 10) 21 : \frac{7}{8}; & 11) 25 : \frac{5}{8}; & 12) 8 : \frac{16}{21}; \\ 13) \frac{1}{8} : \frac{3}{4}; & 14) \frac{1}{2} : 9; & 15) \frac{2}{5} : 7; & 16) \frac{3}{4} : \frac{9}{16}. \end{array}$$

524. Найдите значения частного:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{6}{25} : \frac{3}{5}; & 2) \frac{8}{15} : \frac{20}{21}; & 3) \frac{14}{15} : \frac{28}{33}; & 4) \frac{39}{43} : \frac{13}{43}; \\ 5) \frac{27}{32} : \frac{9}{16}; & 6) \frac{21}{22} : \frac{7}{18}; & 7) \frac{2}{7} : \frac{16}{35}; & 8) \frac{44}{45} : \frac{11}{18}. \end{array}$$

525. Выполните деление:

1) $3\frac{4}{5} : 5\frac{7}{10}$;

2) $2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}$;

3) $6\frac{5}{9} : 6\frac{4}{19}$;

4) $5\frac{3}{7} : 7\frac{1}{8}$;

5) $4\frac{8}{15} : 1\frac{9}{25}$;

6) $1\frac{13}{15} : 1\frac{3}{5}$.

526. Периметр квадрата равен $4\frac{4}{5}$ дм. Найдите длину стороны квадрата.

527. Для изготовления 24 одинаковых деталей требуется $7\frac{1}{5}$ ч. Сколько времени занимает изготовление одной детали? Выразите ответ в минутах.

528. Площадь прямоугольника равна 4 дм^2 . Вычислите длину прямоугольника, если его ширина равна:

1) $\frac{1}{2}$ дм;

2) $\frac{2}{5}$ дм;

3) $1\frac{3}{5}$ дм;

4) $1\frac{1}{4}$ дм.

В

Упражнения

529. Найдите значения выражений:

1) $2\frac{1}{6} : \left(8\frac{3}{4} - 5\frac{1}{2}\right)$;

2) $3\frac{17}{20} : \left(3\frac{2}{5} + 1\frac{11}{15}\right)$;

3) $\left(4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{5}\right) : 1\frac{1}{10}$;

4) $\left(1\frac{7}{10} + \frac{4}{5}\right) : 1\frac{7}{8}$;

5) $3\frac{1}{8} : \frac{15}{16} - \frac{1}{4}$;

6) $1\frac{9}{35} : \left(1\frac{1}{5} + \frac{2}{3}\right)$;

7) $\left(11\frac{5}{8} + 7\frac{1}{6}\right) : 3\frac{5}{12}$;

8) $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{5}{8}\right) : 2\frac{1}{6}$.

530. Выполните действия:

1) $\frac{8}{27} \cdot \frac{9}{7} : \frac{4}{7}$;

2) $\frac{11}{12} : \frac{7}{24} : 2\frac{2}{21}$;

3) $2\frac{2}{3} : \frac{24}{35} : 2\frac{7}{9}$;

4) $13\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$;

5) $\frac{15}{16} : \frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{9}$;

6) $\frac{13}{14} : 1\frac{4}{21} : \frac{13}{5}$;

7) $4\frac{9}{38} \cdot \frac{5}{23} : \frac{7}{19}$;

8) $2\frac{16}{19} \cdot 2\frac{1}{9} : 3\frac{3}{8}$.



531. Первое число равно $8\frac{8}{9}$, второе — в 15 раз меньше. Найдите значения суммы и разности этих чисел.
532. Длина и ширина прямоугольника соответственно равны $2\frac{6}{7}$ м и $4\frac{1}{5}$ м. Найдите ширину другого прямоугольника, длина которого равна $4\frac{2}{3}$ м, площадь равна площади первого прямоугольника.



Упражнения

533. Туристы за три дня прошли 45 км. В первый день они прошли в $1\frac{1}{2}$ раза больше длины пути, чем во второй день, а в третий день 15 км. Сколько километров прошли туристы в первый день?
534. Решите задачу, составьте обратные задачи и решите их. Первый рабочий на изготовление 27 деталей тратит $15\frac{3}{4}$ ч, второй рабочий на изготовление 18 деталей тратит $13\frac{1}{2}$ ч. Какой рабочий тратит меньше времени на изготовление одной детали и на сколько минут меньше?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



535. Вычислите:
- 1) $813 \cdot 41^2 - 513 \cdot 41^2$; 2) $496 \cdot 68^2 + 400 \cdot 68^2 + 104 \cdot 68^2$;
 3) $84^2 \cdot 717 - 84^2 \cdot 317$; 4) $79 \cdot 182 - 79^2 - 79 \cdot 103$.
536. Составьте числовое выражение с помощью предложения:
- 1) увеличьте число 309 в 5 раз;
 2) увеличьте сумму чисел 618 и 399 в 2 раза;
 3) из числа 10 000 вычтите частное чисел 999 и 9;
 4) сумму чисел 7777 и 223 увеличьте на 3000;
 5) вычтите произведение чисел 76 543 и 8 из числа 700 000;
 6) разность чисел 31 406 и 1409 уменьшите на 29 990.
 Найдите значения этих выражений.
537. Установите порядок действий и найдите значения выражений:
- 1) $(4\ 869\ 484 : 1621 + 59\ 058 : 18) : (7560 : 504)$;
 2) $31\ 440 + 1040 : (150 - 2400 : (67 + 53)) \cdot 20$.

§ 28. Действия с обыкновенными дробями, нулем, натуральными и смешанными числами



Вы

• $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$, нулем, $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$ и смешанными $3\frac{3}{4} - 2\frac{7}{8} = 1\frac{6}{8} - \frac{7}{8} = \frac{14}{8} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$ и смешанными $2 \cdot \frac{7}{23} = \frac{14}{23}$.

Используя свойства арифметических действий и правила порядка их выполнения, можно найти значения числовых выражений, содержащих натуральные числа, нуль, обыкновенные дроби и смешанные числа.

Пример 1. Найдем значение выражения

$$5\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot 12 - \left(\frac{7}{13} - 2\frac{9}{13} : 5\right).$$

$$\begin{aligned} \text{Решение. } & 5\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot 12 - \left(\frac{7}{13} - 2\frac{9}{13} : 5\right) = \\ & = \frac{21}{4} : \left(\frac{3^5}{2} + \frac{3^2}{5}\right) + \left(\frac{10}{12} - \frac{9}{12}\right) \cdot 12 - \left(\frac{7}{13} - \frac{35}{13} : 5\right) = \\ & = \frac{21}{4} : \left(\frac{15}{10} + \frac{6}{10}\right) + \frac{1}{12} \cdot 12 - \left(\frac{7}{13} - \frac{35^7}{13 \cdot 5^1}\right) = \frac{21}{4} : \frac{21}{10} + \\ & + 1 - \left(\frac{7}{13} - \frac{7}{13}\right) = \frac{1 \cdot 21 \cdot 10^5}{2 \cdot 4 \cdot 21^1} + 1 = \frac{5}{2} + 1 = 2\frac{1}{2} + 1 = 3\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ответ : $3\frac{1}{2}$.

Пример 2. Найдем значение выражения

$$\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{4}\right) : \left(3\frac{3}{4} - 2\frac{7}{8}\right) \cdot \left(\frac{9}{23} + 2 \cdot \frac{7}{23}\right).$$

Решение. Выполним вычисления по действиям:

$$1) \frac{1}{24} + \frac{1}{4} = \frac{1+6}{24} = \frac{7}{24};$$

$$2) 3\frac{3}{4} - 2\frac{7}{8} = 1\frac{6}{8} - \frac{7}{8} = \frac{14}{8} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8};$$

$$3) 2 \cdot \frac{7}{23} = \frac{2 \cdot 7}{23} = \frac{14}{23};$$

$$4) \frac{9}{23} + \frac{14}{23} = \frac{23}{23} = 1;$$

$$5) \frac{7}{24} : \frac{7}{8} = \frac{7}{24} \cdot \frac{8}{7} = \frac{1 \cdot 8 \cdot 7^1}{3 \cdot 24 \cdot 7^1} = \frac{1}{3};$$

$$6) \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}.$$

Ответ : $\frac{1}{3}$.



Упражнения

538. Найдите значения выражений:

$$1) \left(3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 15;$$

$$2) \left(2\frac{3}{7} + 1\frac{1}{2}\right) : \frac{5}{7};$$

$$3) \left(5\frac{2}{5} + 9\frac{1}{6}\right) : 9\frac{32}{45};$$

$$4) \left(10 - 2\frac{2}{3}\right) : 4\frac{8}{9}.$$

539. Найдите значение выражения, которое представляет собой:

$$1) \text{ частное суммы чисел } 3\frac{1}{7} \text{ и } 2\frac{1}{3} \text{ и числа } 3\frac{2}{7};$$

$$2) \text{ произведение числа } 3\frac{1}{13} \text{ и суммы чисел } \frac{2}{9} \text{ и } 1\frac{4}{5};$$

$$3) \text{ частное разности чисел } 13\frac{7}{12} \text{ и } 10\frac{2}{3} \text{ и числа } 2\frac{1}{2};$$

$$4) \text{ частное числа } 5\frac{13}{20} \text{ и разности чисел } 8\frac{2}{15} \text{ и } \frac{3}{5}.$$

540. Выполните действия:

$$1) \frac{9}{10} \cdot \frac{20}{27} + \frac{5}{16} : \frac{10}{24} - \frac{5}{9} \cdot 1\frac{7}{20};$$

$$2) \frac{69}{70} \cdot \frac{7}{23} - \frac{4}{25} : \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{36};$$

$$3) \frac{120}{169} \cdot \frac{13}{60} + \frac{200}{243} : \frac{100}{81} - \frac{1}{13} \cdot 10;$$

$$4) \frac{125}{147} \cdot \frac{21}{50} - \frac{70}{119} \cdot \frac{17}{210} - \frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9}.$$

541. Выполните действия:

$$1) 1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3} + 4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{3}{17} - 1\frac{16}{17} : 11\right);$$

$$2) \frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} : 4\frac{8}{9} \cdot 2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{38} \cdot 1\frac{1}{3} - \frac{10}{57}\right).$$

542. Вычислите площадь и периметр квадрата, длина стороны которого равна:

$$1) \frac{3}{4} \text{ см};$$

$$2) \frac{5}{6} \text{ см};$$

$$3) \frac{9}{10} \text{ м};$$

$$4) 1\frac{2}{3} \text{ дм}.$$

543. Площадь прямоугольника равна $\frac{16}{75} \text{ м}^2$. Найдите периметр прямоугольника, если его ширина равна $\frac{4}{15} \text{ м}$.

544. Сформулируйте вопросы и решите задачу. В одном ящике $4\frac{3}{5}$ кг орехов, в другом — в 5 раз больше. ...

В Упражнения

545. Найдите значения выражений:

1) $\frac{28}{67} \cdot \left(a - 2\frac{11}{13} : b \right) : c$ при $a = 10\frac{11}{13}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = 3\frac{1}{2}$;

2) $(12 : a + b) : 1\frac{1}{2} - c$ при $a = 3\frac{3}{5}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = 1\frac{1}{3}$.

546. Решите уравнения:

1) $\left(y + \frac{5}{7} \right) \cdot \frac{1}{3} = 2\frac{4}{9}$;

2) $\left(\frac{5}{12} - x \right) : \frac{1}{2} = \frac{2}{9}$;

3) $\left(1\frac{16}{25} + x \right) - \frac{4}{5} = 4\frac{2}{25}$;

4) $\frac{4}{15} - \left(y + \frac{3}{25} \right) = \frac{1}{25}$;

5) $\left(8\frac{3}{14} - y \right) : \frac{3}{7} = 17$;

6) $3\frac{1}{16} : \left(x - \frac{5}{16} \right) = \frac{7}{8}$.

547. Сформулируйте вопросы и решите задачу. Веревку длиной $16\frac{7}{10}$ м разделили на 3 части. Длина первой части равна $3\frac{3}{5}$ м, второй — в 3 раза больше. ...

548. В двух сосудах находится 35 л жидкости. В одном сосуде жидкости в $1\frac{1}{3}$ раза меньше, чем в другом. Сколько литров жидкости находится в каждом сосуде?

549. Собственная скорость катера равна $15\frac{3}{5}$ км/ч, скорость течения реки — $1\frac{1}{2}$ км/ч. Найдите скорость катера, плывущего по течению и против течения реки. На сколько километров длина пути, пройденного катером по течению за 3 ч, больше длины пути, пройденного катером против течения реки за это же время?

550. Сколько километров пройдет автобус за время t ч, двигаясь со скоростью 54 км/ч? Заполните таблицу 26.1.



Таблица 26.1

Время в пути (ч)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	2	3	6
Пройденный путь (км)						



Упражнения

551. Ателье получило заказ на пошив 12 мужских костюмов. Сколько ткани понадобится, чтобы выполнить заказ, если на брюки нужно $1\frac{1}{10}$ м ткани, на пиджак — $2\frac{1}{5}$ м, на жилет — $\frac{7}{10}$ м?
552. Верно ли, что увеличенное в 150 раз значение выражения $1\frac{4}{5} + 4\frac{8}{23} \cdot 1\frac{29}{40} : 8\frac{1}{28} - 2\frac{1}{30}$ равно наименьшему трехзначному числу?
553. Верно ли, что значение выражения $6\frac{6}{7} : 1\frac{47}{49} : \frac{8}{15} : 13\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2} :$
- 1) увеличенное на $5\frac{1}{2}$, равно наименьшему простому двузначному числу;
 - 2) увеличенное в $3\frac{1}{2}$ раза, равно наибольшему простому однозначному числу?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



554. Найдите число, одна седьмая часть которого равна 27; 38; 126.
555. Найдите периметр и площадь прямоугольника, если длина равна 18 см, а ширина составляет одну шестую часть от длины.

Математика в профессии повара

556. В процессе приготовления блюд, консервирования надо согласно рецепту добавить нужное количество компонентов. При этом оно указано в граммах, а у нас под рукой только ложки, чашки, ста-

каны. В таблице 26.2 даны наименования продуктов, их масса, которая вмещается в один стакан и в одну чайную ложку.

Таблица 26.2

Наименование	Количество	
	в 1 стакане (до риски/верха)	в 1 чайной ложке (без горки)
Вода	200/250 г	4 г
Молоко	200/250 г	4 г
Сахар (сахарный песок)	200/250 г	5 г
Соль	290/320 г	6 г
Мука	135/150 г	7 г
Рис	195/230 г	4 г
Манная крупа	195/220 г	4 г
Жидкое (растительное масло), жир	215/240 г	5 г

Для приготовления 1 кг блинов понадобится: мука — 350 г, яйцо — 1 шт., маргарин сливочный — 25 г, молоко или вода — 580 г, сахар — 20 г, соль — 10 г, дрожжи — 25 г.

1. Из перечисленных ингредиентов назовите те, которые даны в таблице.
2. Объясните, стаканом или чайной ложкой удобно отмерить каждый из ингредиентов.
3. Сколько ингредиентов надо взять стаканом или чайной ложкой для приготовления $2\frac{1}{2}$ кг блинов?



ОТВЕТЫ

Глава 1. Натуральные числа и нуль

7. 1) 9; 2) 99. 10. 1) 9876; 2) 208. 18. $M(200)$, $N(300)$, $S(500)$, $K(700)$, $P(1100)$. 21. 2) $b = 80$; $c = 140$. 29. 3) $49 < 51 < 56$. 35. 4) 1101; 1102. 43. 39 134 озера; 20 281 км². 45. 1) 22 887; 2) 12 520; 3) 46; 4) 7467; 5) 1224; 6) 230 000. 49. 1) 50 м²; 3) а) на 6720 взмахов; б) на 403 200 взмахов. 50. 1) 2; 2) 101; 3) 9. 52. 1) 1000; 2) 2000. 55. 2) 136; 3) 206; 7) 107. 56. 3) 100. 62. 1) 11; 2) 56; 3) 9000; 4) 10 000. 65. 1) 178; 2) 12. 67. 1) 486; 2) 49. 69. 30 000 тт, 54 000 тт, 72 000 тт. 74. 1) $(a-23)$ км при движении навстречу друг другу; $(a + 23)$ км при движении в противоположных направлениях; $(a \pm 1)$ при движении в одном направлении; 2) $(840+2a)$ кг. 83. 1) 27; 2) 184; 3) 32; 4) 24; 5) 67; 6) 77. 84. 1) 20; 2) 20; 3) 6; 4) 23. 86. 1) 50; 2) 36; 3) 77. 87. 1) 151; 152; 2) 100; 102; 104. 105. 2 ч. 107. 4 ч. 108. 60 км. 109. 19 бегунов. 110. 1) 42 костюма; 2) 65 костюмов. 111. 33 станка. 112. 1) 30 таблеток; 2) по цене 880 тт/шт. 113. 6 км/ч. 115. 17 стр., 51 стр. 117. 40; 20; 180. 118. 33. 119. 120 тт.

Глава 2. Делимость натуральных чисел

137. 1) 2; 3; 5; 11; 89. 2) 14; 15; 25; 42; 91; 3) 3; 5; 15; 25; 4) 14; 42; 91. 144. 1) 66. 145. 1) да; 2) да; 3) нет. 155. 1) да; 2) да; 3) да. 165. Составным числом. 175. 1) 320; 330; 2) 330. 178. 18; 222; 846. 181. 2) 25; 30; 35; 40. 184. 3) 165 и 168. 185. 1) 999; 2) 998; 3) 996; 4) 997. 189. 1) не является; 2) не делится; 3) делится. 191. 6 и 2. 192. 10235. 196. 5) 10^3 ; 6) 43^4 ; 10) $(ab)^7$; 11) $(a + b)^4$; 12) $(x - y)^3$. 204. 1) 2947; 2) 4485; 3) 118; 4) 510. 205. 1) 10^4 л; 2) 10^5 км; 3) 10^{14} клеток. 209. 5) 773; 787; 797. 6) 991; 997. 222. 1) 720; 2) 1620. 224. $6270 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 19$; $8840 = 2^3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$; $10450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 19$; $13\ 986 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 37$; $16\ 400 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 41$; $20\ 010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 29$. 225. 1) не является; 2) — 4) является. 228. 1) 15 150; 2) 36 050. 232. 1. 1) — 3) является; 2. 1) — 3) является. 234. 1) 2; 2) 55; 3) 23; 4) 85; 5) 1. 235. 1) 30; 2) 210; 3) 60; 4) 900. 237. 1) 2; 20; 2) 2; 42; 3) 4; 24; 4) 3; 90; 5) 4; 120; 6) 13; 78. 242. 1) 3; 2) 5; 3) 4; 4) 9. 243. 1) 72; 2) 140; 3) 72; 4) 168. 244. 1) 11; 2) 21; 3) 46; 4) 2. 245. 1) 600; 2) 4320; 3) 2100; 4) 1120. 252. 1) abc ; ab^2cd ; 2) a^2bc ; $a^3b^2c^2d$; 4) $a^2b^2c^2d^4$; $a^4b^4c^2d^4$.

Глава 3. Обыкновенные дроби и действия над ними

306. 1) $\frac{109}{157}$; 2) $\frac{113}{127}$. 307. 1) $\frac{283}{293}$; 2) $\frac{701}{709}$. 308. 1) $\frac{11}{31}$; 2) $\frac{13}{17}$. 309. 1) $\frac{7}{19}$; 2) $\frac{5}{29}$. 317. 3) $\frac{21}{143}$. 318. 1) 4; 2) $\frac{33}{14}$; 3) $\frac{4}{3}$. 319. 1) $\frac{13}{7}$; 2) $\frac{13}{5}$; 3) $\frac{7}{23}$. 320. 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{5}{6}$. 321. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{a+b}{3c}$. 323. 1. Неправильно, так как остаток больше делителя. 348. 6) $14\frac{1}{10}$; 7) $13\frac{2}{13}$; 8) $21\frac{1}{16}$; 9) $29\frac{6}{31}$; 10) $34\frac{14}{29}$. 349. 8) $\frac{314}{21}$; 9) $\frac{279}{23}$; 10) $\frac{365}{24}$. 350. 7) $13\frac{1}{10}$; 8) $13\frac{7}{15}$; 9) $17\frac{19}{24}$. 355. 4) $\frac{199}{14}$; 5) $\frac{233}{15}$; 6) $\frac{269}{16}$. 383. 5) $\frac{27}{30}$; $\frac{10}{30}$; 6) $\frac{77}{105}$; $\frac{60}{105}$; 7) $\frac{55}{88}$; $\frac{8}{88}$; 8) $\frac{153}{180}$; $\frac{40}{180}$. 384. 5) $\frac{22}{24}$; $\frac{9}{24}$; 6) $\frac{3}{48}$; $\frac{20}{48}$; 7) $\frac{65}{90}$; $\frac{9}{90}$; 8) $\frac{10}{48}$; $\frac{45}{48}$. 385. 2) $\frac{48}{400}$; $\frac{125}{400}$; 5) $\frac{12}{330}$; $\frac{35}{330}$; 6) $\frac{121}{176}$; $\frac{18}{176}$. 389. 1) $\frac{18}{60}$; $\frac{25}{60}$; $\frac{44}{60}$; 2) $\frac{8}{144}$; $\frac{60}{144}$; $\frac{27}{144}$; 3) $\frac{165}{240}$; $\frac{170}{240}$; $\frac{152}{240}$; 4) $\frac{260}{300}$.

- $\frac{135}{300}$; $\frac{288}{300}$. **394.** $800 < 112\ 200$. **418.** 1) 207; 225; 2) 203; 334. **427.** 4) $\frac{43}{60}$; 5) $\frac{19}{84}$;
 6) $\frac{54}{150}$. **428.** 3) $\frac{31}{42}$; 6) $\frac{217}{400}$. **430.** $\frac{4}{7}$. **433.** $\frac{11}{30}$. **434.** 2) $\frac{5}{24}$; 4) $\frac{5}{8}$. **435.** 1) $\frac{5}{28}$; 2) $\frac{43}{60}$;
436. 1) $2\frac{1}{24}$; 2) $\frac{127}{360}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{3}{5}$; 5) $1\frac{1}{18}$; 6) $1\frac{11}{30}$. **437.** 1) $\frac{6}{7}$; 2) $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{11}{30}$;
 5) $\frac{31}{40}$; 6) $\frac{1}{40}$. **438.** 1) $\frac{5}{16}$; 2) $\frac{8}{45}$; 3) $\frac{2}{15}$; 4) $\frac{1}{2}$. **439.** 1) $1\frac{1}{20}$; 2) $\frac{1}{27}$; 3) $\frac{26}{35}$; 4) 0.
447. 1) $\frac{16}{21}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{1}{9}$. **456.** 1) $4\frac{9}{61}$; 2) $12\frac{1}{15}$; 3) $7\frac{106}{401}$. **457.** 2) $17\frac{5}{24}$; 4) $48\frac{64}{75}$;
 6) $16\frac{5}{12}$; 7) $8\frac{29}{132}$. **458.** 1) $7\frac{3}{4}$; 2) $126\frac{43}{84}$; 3) $52\frac{181}{270}$; 4) $76\frac{57}{175}$. **461.** $18\frac{5}{6}$ м. **462.** $38\frac{5}{18}$ т.
463. 1) $12\frac{4}{7}$; 2) $16\frac{14}{45}$; 3) $26\frac{57}{80}$; 4) $37\frac{4}{5}$; 5) $29\frac{24}{25}$; 6) $71\frac{53}{54}$. **464.** 1) $76\frac{72}{175}$; 2) $58\frac{24}{25}$; 3) $133\frac{2}{3}$;
 4) $419\frac{9}{160}$. **465.** 1) 42; 2) 61. **466.** 1) $97\frac{1}{24}$; 2) $111\frac{17}{36}$; 3) $105\frac{23}{60}$; 4) $138\frac{34}{35}$. **467.** $3\frac{19}{20}$. **468.**
 $29\frac{1}{5}$ м. **469.** Тренні 20 $\frac{47}{60}$ мин. **471.** $90\frac{1}{3}$ м. **481.** 1) $2\frac{4}{9}$; 2) $3\frac{2}{15}$; 3) $2\frac{1}{2}$; 4) $4\frac{17}{40}$; 5) $5\frac{1}{8}$; 6) $3\frac{1}{4}$;
482. 1) $58\frac{1}{17}$; 2) $8\frac{33}{70}$; 3) $24\frac{22}{135}$; 4) $8\frac{137}{250}$. **483.** 1) $4\frac{53}{54}$; 2) $4\frac{17}{96}$; 3) $8\frac{32}{35}$; 4) $10\frac{19}{60}$; 5) $26\frac{19}{84}$;
 7) $35\frac{101}{140}$; 8) $44\frac{119}{270}$. **484.** 1) $5\frac{7}{72}$; 2) $21\frac{13}{24}$; 3) $1\frac{23}{24}$; 4) $19\frac{1}{42}$; 5) $17\frac{17}{45}$; 6) $9\frac{11}{24}$. **485.** 1) $7\frac{38}{39}$;
 2) $1\frac{5}{8}$; 3) $23\frac{5}{6}$; 4) $5\frac{1}{2}$. **486.** $2\frac{13}{30}$ м. **487.** $6\frac{1}{15}$ кг. **488.** $31\frac{1}{2}$ км/ч, $26\frac{1}{6}$ км/ч. **489.** 81 т.
490. $2\frac{3}{10}$ км/ч. **491.** 1) $6\frac{1}{4}$ м; 2) $5\frac{7}{8}$ дм; 3) $1\frac{5}{8}$ см; 4) $5\frac{5}{7}$ ч. **492.** 1) $10\frac{35}{36}$; 2) $3\frac{1}{5}$; 3) $3\frac{1}{30}$;
 4) $16\frac{13}{24}$; 5) $23\frac{7}{12}$; 6) $27\frac{8}{25}$. **493.** 1) $8\frac{4}{9}$; 2) $7\frac{1}{17}$; 3) $6\frac{36}{55}$; 4) $6\frac{23}{28}$; 5) $26\frac{11}{15}$; 7) $14\frac{7}{16}$; 8) 27;
 9) $13\frac{7}{20}$; 10) $35\frac{19}{24}$. **494.** 1) $23\frac{3}{16}$; 2) $33\frac{4}{5}$; 3) $31\frac{127}{144}$; 4) $57\frac{79}{80}$. **495.** 1) $10\frac{3}{13}$; 2) $2\frac{11}{16}$;
 3) $19\frac{2}{9}$; 4) $12\frac{3}{25}$. **496.** 1) $12\frac{3}{8}$; 2) $17\frac{1}{10}$; 3) $7\frac{29}{32}$; 4) $30\frac{19}{120}$. **497.** $32\frac{7}{20}$ кг. **498.** $\frac{3}{4}$ ч.
505. 1) $4\frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $2\frac{1}{2}$; 4) $6\frac{1}{8}$; 5) 6. **506.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) 7; 3) $2\frac{4}{7}$; 4) 12; 5) $4\frac{4}{7}$; 6) $5\frac{1}{2}$;
 7) $4\frac{1}{2}$; 8) $5\frac{5}{6}$; 9) 4; 10) $3\frac{1}{2}$; 11) 53; 12) 8. **507.** 1) 26; 2) 39; 3) $10\frac{1}{5}$; 4) 130;
 5) $11\frac{1}{2}$; 6) $15\frac{1}{2}$. **508.** 1) $\frac{9}{10}$; 2) 16; 3) $1\frac{2}{3}$; 4) 1; 5) $\frac{7}{13}$; 6) 2; 7) $\frac{2}{5}$; 8) $\frac{3}{5}$. **509.** 1) $17\frac{1}{2}$ кг;
 2) $16\frac{4}{5}$ кг. **510.** 5) $2\frac{1}{4}$; 6) $1\frac{13}{36}$; 7) $12\frac{19}{27}$; 8) $42\frac{7}{8}$. **511.** 1) $17\frac{2}{3}$; 2) $3\frac{1}{19}$; 3) $19\frac{1}{10}$; 4) 9.
513. 1) 4; 2) $\frac{3}{10}$; 3) 2; 4) $2\frac{1}{2}$; 5) 15; 6) $\frac{2}{5}$; 7) 3; 8) 10; 9) 20. **522.** 1) $\frac{9}{47}$; 2) $\frac{5}{33}$; 3) $\frac{9}{40}$;
 4) $\frac{7}{33}$; 5) $\frac{7}{67}$. **523.** 1) 5; 2) $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{15}$; 6) $\frac{1}{10}$; 7) $\frac{1}{12}$; 12) $10\frac{1}{2}$; 16) $1\frac{1}{3}$.
524. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{14}{25}$; 3) $1\frac{1}{10}$; 4) 3; 5) $1\frac{1}{2}$; 6) $2\frac{5}{11}$; 7) $\frac{5}{8}$; 8) $1\frac{3}{5}$. **525.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{2}$;

- 3) $1\frac{1}{18}$; 4) $\frac{16}{21}$; 5) $3\frac{1}{3}$; 6) $1\frac{1}{6}$. **526.** $1\frac{1}{5}$ дм. **529.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $2\frac{2}{11}$; 4) $1\frac{1}{3}$;
 5) $3\frac{1}{12}$; 6) $\frac{33}{49}$; 7) $5\frac{1}{2}$; 8) $2\frac{3}{4}$. **530.** 1) $\frac{2}{3}$; 3) $1\frac{2}{5}$; 4) 9; 5) $1\frac{2}{3}$; 6) $\frac{3}{10}$; 7) $2\frac{1}{2}$; 8) $1\frac{7}{9}$.
531. $9\frac{13}{27}$; $8\frac{8}{27}$. **532.** $2\frac{4}{7}$ м. **535.** 1) 504 300; 2) 4 624 000. **536.** 2) 2034; 3) 9889;
 4) 11 000; 5) 87 656. **537.** 1) 419; 2) 31 600. **538.** 1) 23; 2) $5\frac{1}{2}$; 3) $1\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{2}$.
539. 1) $1\frac{2}{3}$; 2) $6\frac{2}{9}$; 3) $1\frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{4}$. **540.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{31}{60}$; 3) $\frac{2}{39}$; 4) $\frac{1}{7}$. **541.** 1) $1\frac{2}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$;
 3) $\frac{1}{6}$; 4) $4\frac{3}{4}$. **542.** 3) $3\frac{3}{5}$ м; $\frac{81}{100}$ м²; 4) $6\frac{2}{3}$ дм; $2\frac{7}{9}$ дм². **543.** $2\frac{2}{15}$ м. **544.** $27\frac{3}{5}$ кг.
545. 1) $\frac{8}{13}$; 2) $1\frac{1}{3}$. **546.** 1) $6\frac{13}{21}$; 2) $\frac{11}{36}$; 3) $3\frac{6}{25}$; 4) $\frac{8}{75}$; 5) $\frac{13}{14}$; 6) $3\frac{13}{16}$. **547.** $2\frac{3}{10}$ м. **548.** 15 л;
 20 л. **549.** $17\frac{1}{10}$ км/ч; $14\frac{1}{10}$ км/ч; больше на 9 км. **551.** 48 м. **555.** 42 см; 54 см².

Учебное издание

**Абылкасымова Алма Есимбековна
 Кучер Татьяна Павловна
 Жумагулова Зауре Абдыкеновна**

МАТЕМАТИКА

Часть 1

Учебник для 5 класса общеобразовательных школ

Редактор *С. Родионова*
 Худож. редактор *А. Станова*
 Техн. редактор *Л. Садыкова*
 Корректор *Л. Байменова*
 Компьютерная верстка *Д. Шариповой*

Государственная лицензия № 0000001 выдана издательству
 Министерством образования и науки Республики Казахстан
 7 июля 2003 года

ИБ № 5593

Подписано в печать 02.06.17. Формат 60 · 84¹/₂. Бумага офсетная.
 Гарнитура "SchoolBook Kza". Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,74+0,46 форзац.
 Усл. кр.-отт. 69,72. Уч.-изд. л. 6,97+0,79 форзац.
 Тираж 75000 экз. Заказ №

Издательство "Мектеп", 050009, г. Алматы, пр. Абая, 143
Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30.
Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34.
E-mail: mektep@mail.ru
Web-site: www.mektep.kz

