

А.Е. Әбілқасымова, Т.П. Кучер, З.Ә. Жұмағұлова

МАТЕМАТИКА

2-бөлім

Жалпы білім беретін мектептің
6-сыныбына арналған оқулық

6

*Қазақстан Республикасы Білім және
ғылым министрлігі бекіткен*











Алматы "Мектеп" 2018

ӘОЖ 373.167.1

КБЖ 22.1я72

Ә20

Шартты белгілер:

-  — ережелер, қасиеттер, белгілер
-  — түсініктердің мазмұны немесе ұғымдардың мағынасын ашатын сөйлемдер
-  — өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар
-  — өзіндік тапсырмалар
-  — ой туғызатын сұрақтар
-  — барлық оқушыларға міндетті жаттығулар
-  — орта деңгейлі жаттығулар
-  — жоғары деңгейлі және ізденісті талап ететін жаттығулар
- Қ** — өткенді қайталауға берілген жаттығулар

Әбілқасымова А.Е. және т.б.

Ә20 **Математика.** Жалпы білім беретін мектептің 6-сыныбына арналған оқулық: 2 бөлімнен тұрады/ А.Е. Әбілқасымова, Т.П. Кучер, З.Ә. Жұмағұлова. — 2-бөлім. — Алматы: Мектеп, 2018. — 184 б., сур.

ISBN 978—601—07—0980—5

Ә $\frac{4306020500—045}{404(05)—18}$ 6(1а)—18

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22.1я72

ISBN 978—601—07—0980—5 (2-б.)
ISBN 978—601—07—0979—9

© Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.П.,
Жұмағұлова З.Ә., 2018
© "Мектеп" баспасы, көркем
бейнделілуі, 2018
Барлық құқықтары қорғалған
Басылымның мүлкітік құқықтары
"Мектеп" баспасына тиесілі

БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУ

0
8
9
1
5
4
3
2
1

4- **тарау**

4

Бір айнымалысы бар
сызықтық теңдеу

§ 27. Санды теңдіктер және олардың қасиеттері

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Тура санды теңдік. Тура емес санды теңдік



Тура санды теңдіктердің қандай қасиеттері бар?

Санды теңдіктің сандардан және оларға қолданылатын амалдар мен теңдік таңбасынан тұратынын білесіңдер.

Түсіндіріңдер!

Неліктен

$$2 + 3 = 5; (-0,3 - 0,7) \cdot 3 = -3;$$

$$4,5 + 6,3 = 6,3 + 4,5;$$

$7,01 = 7,01$ теңдіктері санды теңдіктер болады?

Санды теңдіктер тура және тура емес деп бөлінеді.

Мысалы, $7 - 6 = 101 - 100$ тура санды теңдік болады. Расында да, теңдіктің сол жағында тұрған $7 - 6$ өрнегінің мәні 1-ге тең және теңдіктің оң жағында тұрған $101 - 100$ өрнегінің мәні де 1-ге тең, сондықтан берілген теңдік тура болады.

$7 - 6 = 24 - 8$ санды теңдігі тура емес. Себебі теңдіктің сол жағында тұрған $7 - 6$ өрнегінің мәні 1-ге тең, теңдіктің оң жағында тұрған $24 - 8$ өрнегінің мәні 16-ға тең. $7 - 6$ өрнегінің мәні $24 - 8$ өрнегінің мәніне тең емес. Сондықтан $7 - 6 = 24 - 8$ теңдігі тура болмайды.

Тура санды теңдіктердің қасиеттерін қарастырайық.



$22 - 6 = 24 - 8$ теңдігінің екі жағына бірдей: 1) 8; 2) 10; 3) -2 ; 4) -4 санын қосыңдар.

Нәтижесінде қандай теңдіктің (тура немесе тура емес) шыққанын анықтаңдар.

Орындалған тапсырманың нәтижелері бойынша қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңдіктердің 1-қасиеті.

Егер тура теңдіктің екі жақ бөлігіне бірдей санды қосса, онда тура санды теңдік шығады, яғни $a = b$ болса, онда $a + c = b + c$.



$22 - 12 = 24 - 14$ теңдігінің екі жағына бірдей: 1) 8; 2) 10; 3) -2 ; 4) -4 санын көбейтіндер.

Нәтижесінде қандай теңдіктің (тура немесе тура емес) шыққанын анықтаңдар.

Орындалған тапсырманың нәтижелері бойынша қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңдіктердің 2-қасиеті.

Егер тура санды теңдіктің екі жақ бөлігін бірдей санға көбейтсек немесе нөлге тең емес бірдей санға бөлсек, онда тура санды теңдік шығады, яғни $a = b$ болса, онда $ac = bc$ немесе $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.



$22 - 9 = 24 - 11$ және $24 - 11 = 45 - 32$ екі тура санды теңдіктерінен $22 - 9 = 45 - 32$ теңдігін қалай алуға болады?

Нәтижесінде қандай теңдіктің (тура немесе тура емес) шыққанын анықтаңдар.

Орындалған тапсырманың нәтижелері бойынша қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңдіктердің 3-қасиеті.

Егер $a = b$, $b = c$ болса, онда $a = c$.



$67 - 62 = 5$ және $12 - 7 = 13 - 8$ тура санды теңдіктерінің сол жақ және оң жақ бөліктерін жеке-жеке қосыңдар.

Нәтижесінде қандай теңдіктің (тура немесе тура емес) шыққанын анықтаңдар.

Орындалған тапсырманың нәтижелері бойынша қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңдіктердің 4-қасиеті.

Егер тура санды теңдіктердің оң жақ және сол жақ бөліктерін жеке-жеке қосса, онда тура санды теңдік шығады, яғни $a = b$ және $c = d$ болса, онда $a + c = b + d$.



$67 - 62 = 5$ және $12 - 7 = 13 - 8$ тура санды теңдіктерінің сол жақ және оң жақ бөліктерін жеке-жеке көбейтіндер.

Нәтижесінде қандай теңдіктің (тура немесе тура емес) шыққанын анықтандар.

Орындалған тапсырманың нәтижелері бойынша қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңдіктердің 5-қасиеті.

Егер тура санды теңдіктердің оң жақ және сол жақ бөліктерін жеке-жеке көбейтсе, онда тура санды теңдік шығады, яғни $a = b$ және $c = d$ болса, онда $ac = bd$.



1. Екі тура санды теңдікке қандай амалдар қолдануға болады?
2. Тура санды теңдіктің сол жақ және оң жақ бөліктеріне қандай амалдар қолдануға болады?

A

Жаттығулар

799. Берілген санды теңдіктердің қайсысы тура санды теңдік болады:
- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1) $101 - 98 = 3$; | 2) $202 : 2 = 100$; |
| 3) $86 + 87 = 173$; | 4) $106 \cdot 5 = 530$? |
800. Жұлдызшаның орнына қандай санды қойғанда тура санды теңдік шығады:
- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 1) $* + 69 = 190$; | 2) $503 - * = 377$; |
| 3) $4422 : * = 402$; | 4) $25 \cdot * = 900$? |
801. Берілген санды теңдіктердің қайсысы тура теңдік болады:
- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1) $41 + 59 = 50 \cdot 2$; | 2) $79 - 57 = 66 : 2$; |
| 3) $600 - 480 = 15 \cdot 8$; | 4) $909 : 3 = 199 + 104$? |
802. Құрамында арифметикалық амалдардың: 1) үш таңбасы; 2) екі таңбасы және жақшалары бар тура санды теңдік жазындар.

В

Жаттығулар

803. Берілген санды теңдіктердің қайсысы тура теңдік болады:

1) $999 + 434 - 829 + 77 - 666 = -15$;

2) $2000 : 0,2 - 0,654 \cdot 1000 = 364$?

804. Тура теңдік алу үшін жұлдызшаның орнына сан қойыңдар:

1) $\frac{13}{15} \cdot \frac{75}{91} + * = 2$;

2) $\frac{25}{33} : \frac{5}{33} - 3\frac{11}{15} = *$;

3) $-0,45 \cdot \frac{8}{9} + 0,31 = *$;

4) $* - \frac{20}{77} \cdot \frac{77}{80} = 3,5$;

5) $\frac{2^5}{343} \cdot \frac{7^3}{96} + * = 1$;

6) $\frac{448}{3^4} \cdot \frac{81}{4^3} + * = 10$;

7) $\frac{5^3}{216} : \frac{1000}{6^3} + * = -\frac{1}{8}$;

8) $* - \frac{2^{10}}{4^4} \cdot \frac{16^2}{4^5} = 1\frac{2}{7}$.

С

Жаттығулар

805. Тура теңдік алу үшін қажет жерге жақшалар қойыңдар:

1) $600 - 400 - 500 = 700$;

2) $20 \cdot 3 - 404 : 4 = -1960$;

3) $200 \cdot 3 - 404 : 4 = 49$;

4) $555 : 5 + 39 \cdot 4 = 600$.

Қ (806-807) :

806. Амалдарды орындаңдар:

1) $\left(19 - 18\frac{1}{3}\right) \cdot (7,13 - 8,03) + 8\frac{1}{4}$;

2) $\left(0,8 + \frac{1}{20}\right) : \left(21\frac{1}{3} - 19\frac{1}{15}\right) - 4,1$.

807. Алтын адам — Тәуелсіздік монументінің басты элементі.

1) Алтын адам киімі атын әшекеймен безендірілген. Олардың саны $2^2 \cdot 10^3$ көбейтіндісінің мәніне тең. Алтын адамның киімінде қанша алтын әшекей бар?



Алтын адам

2) Алтын адамның баскиімінің биіктігі сантиметрмен алынған $5 \cdot (2^2 \cdot 3 + 1)$ өрнегінің мәніне тең. Баскиімнің биіктігін табындар.

3) Баскиім саны $2^3 \cdot 5^2$ өрнегінің мәнінен артық және ол барыстын, арқардың, тауешкінің, жылқының, құстың бейнелері салынған алтын заттармен әшекейленген. Баскиімде қанша алтын зат бар?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



808. 3 саны қай теңдеулердің түбірі болады:

1) $x : 7 = 21;$

2) $-10 \cdot x = -30;$

1) $x - 40 = -37?$

809. $(x + 4)(x - 5)(x - 7) = 0$ теңдеуінің түбірлерін табындар.

§ 28. Теңдеуді шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Ұқсас қосылғыштар. Қосылғыштарды көшіру

Сендер арифметикалық амалдардың компоненттерін қолдану арқылы теңдеулерді шешуді білесіңдер.



Арифметикалық амалдардың белгісіз компоненттерді табу ережелерін қолданып, 1) $x + 5 = 20$; 2) $13 + x = 31$; 3) $x - 17 = 30$; 4) $15 - x = 8$ теңдеуін шешіңдер.

Мысалы, $\frac{4}{27} \cdot \left(6\frac{3}{4}x - 2,7\right) = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27}x - 2\right)$ немесе

$20 \cdot \left(-x + 1\frac{1}{2}\right) - 3,2 = 6x - 1$ теңдеуін шешу кезінде аталған тәсілді

қолданған ыңғайсыз. Мұндай теңдеулерді теріс сандарды қолданып шешуге болады. Бұл тәсілді қолдануды қарапайым теңдеулерді шешуден бастайық.

1) $x + a = b$ теңдеуін (мұндағы a, b — рационал сандар) шешейік. Белгісіз қосылғышты табу ережесін қолдансақ, $x = b - a$ аламыз. Сонда сол жақтағы екінші қосылғыштың оң жаққа қарама-қарсы таңбамен көшкенін байқаймыз.

2) $m + x = n$ теңдеуін (мұндағы m, n — рационал сандар) шешейік. Белгісіз қосылғышты табу ережесі бойынша $x = n - m$. Сол жақтағы бірінші қосылғыш оң жаққа қарама-қарсы таңбамен көшті.

3) $x - c = d$ теңдеуін (мұндағы c, d — рационал сандар) шешейік. Белгісіз азайтқышты табу ережесі бойынша $x = d + c$, яғни сол жақтағы екінші қосылғыш қарама-қарсы таңбамен оң жаққа көшті.

4) $k - x = a$ теңдеуін (мұндағы k, a — рационал сандар) шешейік. Белгісіз азайғышты табу ережесі бойынша $x = k - a$. Бұл теңдікті $k - a = x$ деп жазуға болады, яғни оң жақта тұрған a сол жаққа, сол жақта тұрған x оң жаққа қарама-қарсы таңбамен көшті.

Ойланайық!

Қарастырылған теңдеулерді салыстыру арқылы қандай жалпы қорытынды шығаруға болады?

Барлық теңдеулерді шешу барысында қосылғыштар (оң және теріс) теңдеудің бір жағынан екінші жағына қарама-қарсы таңбамен көшірілді.

a, b, c, d, n, m, k әріптерінің орнында санды немесе әріпті өрнек болатын теңдеуді шешу кезінде тура осындай қорытынды алынады. Демек,

таңбаларын қарама-қарсы таңбаға ауыстырып, қосылғыштарды теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіруге болады.

1-мысал. $\frac{4}{27}\left(6\frac{3}{4}x - 2,7\right) = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27}x - 2\right)$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Алдымен берілген теңдеудегі жақшаларды ашамыз: $x - 0,4 = 17 - 2x - 5,4$. Енді таңбаларды қарама-қарсы таңбаға ауыстырып, x көбейткіші бар қосылғыштарды теңдеудің сол жағына, сандарды оң жағына көшірейік: $x + 2x = 17 - 5,4 + 0,4$. Теңдеудің екі жақ бөлігіндегі ұқсас қосылғыштарды біріктірсек, $3x = 12$ болады. Онда $x = 12 : 3$ немесе $x = 4$.

Бұл сан $\frac{4}{27}\left(6\frac{3}{4}x - 2,7\right) = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27}x - 2\right)$ теңдеуінің түбірі болатынын тексереміз. Ол үшін x -тің орнына 4 санын қоямыз: $\frac{4}{27}\left(6\frac{3}{4} \cdot 4 - 2,7\right) = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27} \cdot 4 - 2\right)$. Есептеулерді жүргізіп, $4 - 0,4 = 17 - 2 \cdot 4 - 5,4$ немесе $3,6 = 3,6$ болатын тура санды теңдікті аламыз. Демек, 4 саны теңдеудің түбірі болады.

Жауабы : 4.

Жақшалары және ұқсас қосылғыштары бар теңдеулерді шешу үшін:

- мүмкіндігінше теңдеуді ықшамдайды (жақшаларды ашады, ұқсас қосылғыштарды біріктіреді);
- таңбаларды қарама-қарсы таңбаларға ауыстырып, белгісізі бар қосылғыштарды теңдеудің бір жақ бөлігіне (әдетте, сол жағына), санды қосылғыштарды теңдеудің екінші жағына көшіреді;
- ұқсас қосылғыштар біріктіріледі;
- теңдеудің түбірі табылады;
- тексеру жүргізіледі.

Әдетте, теңдеуді шешу барысындағы талқылаулар ауызша жүргізіліп, шығару жолы төмендегідей жазылады:

$$\text{Шешуі. } \frac{4}{27}\left(6\frac{3}{4}x - 2,7\right) = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27}x - 2\right),$$

$$\frac{4}{27} \cdot 6\frac{3}{4}x - \frac{4}{27} \cdot 2,7 = 17 + 2,7\left(-\frac{20}{27}x\right) - 2,7 \cdot 2,$$

$$\frac{4}{27} \cdot \frac{27}{4}x - \frac{4}{27} \cdot \frac{27}{10} = 17 + \frac{27}{10} \cdot \left(-\frac{20}{27}x\right) - 2,7 \cdot 2,$$

$$x - 0,4 = 17 - 2x - 5,4,$$

$$x + 2x = 17 - 5,4 + 0,4,$$

$$3x = 12,$$

$$x = 12 : 3 \text{ немесе } x = 4.$$

$$\text{Тексеру : } \frac{4}{27} \cdot \left(6\frac{3}{4} \cdot 4 - 2,7\right) = 17 + 2,7 \cdot \left(-\frac{20}{27} \cdot 4 - 2\right),$$

$$\frac{4}{27} \cdot 6\frac{3}{4} \cdot 4 - \frac{4}{27} \cdot 2,7 = 17 + 2,7 \cdot \left(-\frac{20}{27} \cdot 4\right) - 2,7 \cdot 2,$$

$$\frac{4}{27} \cdot \frac{27}{4} \cdot 4 - \frac{4}{27} \cdot \frac{27}{10} = 17 + \frac{27}{10} \cdot \left(-\frac{20}{27} \cdot 4\right) - 2,7 \cdot 2,$$

$$4 - 0,4 = 17 - 2 \cdot 4 - 5,4,$$

$$3,6 = 3,6 \text{ — тура санды теңдік.}$$

Жауабы : 4.



1. Арифметикалық амалдардың белгісіз компоненттерді табу ережелерінің қайсысы теңдеудегі қосылғыштарды теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіруге мүмкіндік береді?
2. Теңдеулерді шешудің қандай тәсілдері сендерге белгілі?
3. Бір теңдеуді әртүрлі тәсілмен шешуге бола ма?

A

Жаттығулар

810. 1) -3 саны $x - 5 = 2x + 10$; 2) -5 саны $|y| = -y$;
 3) 0 саны $k = 2k$; 4) -2 саны $a(a - 1)(a + 1) = 0$
 теңдеуінің түбірі бола ма?
811. 1) 2 ; 2) -2 ; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{1}{2}$ саны $4x + 2 = 8 + 7x$ теңдеуінің түбірі бола ма?
812. 5 саны теңдеудің түбірі бола ма:
- 1) $x + 6 = 2x + 1$; 2) $0,2 + x = 5,2$;
 - 3) $\frac{1}{5}x + 1 = 3x - 13$; 4) $6x - 4 = x + 20$?

Тендеуді шешіндер (813—816) :

813. 1) $9 - 4y = -5y$; 2) $4n = -2 + 6n$;
 3) $2x + 4 = 6$; 4) $3x + 7 = x$;
 5) $-5m + 24 = m$; 6) $-16 - m = -2m$.
814. 1) $12a - 1 = -a + 25$; 2) $2 - c = 5c + 1$;
 3) $8 + 3b = -7 + 2b$; 4) $-3d - 10 = 3d - 6$;
 5) $3y - 3 = 5 - y$; 6) $-7 - 4x = -7x + 5$.
815. 1) $2x + 3 = x - 6$; 2) $z + 4 - 3 = 2z$;
 3) $5 - 3y = 4 - 2y$; 4) $7 - 3x = 4x - 9$;
 5) $6a - 1 = 3a + 7$; 6) $10y - 3 = 5 + 3y$.
816. 1) $9 - 7y = 2,5 - 3y$; 2) $3,2 - 5a = -1,8a + 4$;
 3) $0,8x - 3,5 = -1,2x + 0,5$; 4) $8,6x - 3,7 = 7,6x - 5$.
817. Тендеудің түбірін табындар:
- 1) $\frac{x}{5} - 4 = -0,1x + 2$; 2) $\frac{11}{12}x - \frac{2}{3} = -0,5 - \frac{3}{4}x$;
 3) $4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3}x = 4x + 3\frac{5}{18}$; 4) $\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + 3$.

Тендеуді шешіндер (818—821) :

818. 1) $\frac{2}{5} - \frac{3}{5}x = \frac{2}{5} - \frac{1}{10}x + 3$; 2) $\frac{5}{6}m + 2 = \frac{1}{3}m - 0,8$;
 3) $\frac{3}{4}y - 12 = 5 - \frac{1}{4} - 12$; 4) $\frac{7}{12}n - 3 = \frac{1}{2}n + 0,7$.
819. 1) $3(x - 2) = 4x$; 2) $6(z - 1) = 18$;
 3) $5(y + 3) = 10$; 4) $3(2x - 7) = 9$;
 5) $-4(x - 2) = -6$; 6) $3(x - 5) = x + 3$.
820. 1) $-2(x + 3) = 2x - 1$; 2) $2(2 - y) = y - 5$;
 3) $-(3x - 4) = 3x - 8$; 4) $2a - (14 - 3a) = -10$.
821. 1) $-(2x + 1) = 1 - x$; 2) $\frac{1}{2}(4x - 2) = -7$;
 3) $\frac{5}{6}x + 3 = \frac{1}{6}x$; 4) $3(x + 6) = 2(x - 3)$.

В

Жаттығулар

822. Пропорциядағы x -тің мәнін табындар:

$$1) \frac{x-3}{6} = \frac{7}{3};$$

$$2) \frac{x+7}{3} = \frac{2x-3}{5};$$

$$3) \frac{5}{2x+3} = \frac{2,5}{4,5};$$

$$4) \frac{0,2}{x+3} = \frac{0,7}{x-2}.$$

Тендеуді шешіндер (823—829) :

823. 1) $1,2(x-5) = 0,2x + 6;$

2) $1,3(t-0,6) = 1,8t;$

3) $\frac{5}{7}(x+3) = -2(1-x);$

4) $6(4x-7) - 3(5-8x) = 0.$

824. 1) $3x-4+2x = 6+2x-4;$

2) $50-7e-16 = 3e-16;$

3) $-6a+16 = 4a-6a-24;$

4) $5x-6+x = 2(x-1);$

5) $2(x-6)-x = 3x+4x;$

6) $-(9-2b)-(b+5) = 16.$

825. 1) $2,6a-0,2(3a-9) = -0,5(-2a+6);$

2) $0,6(-2y+3)-0,4(9-y) = -0,3(y-9).$

826. 1) $1,2d-0,5(4d-1) = -0,7(d-2);$

2) $0,3n-(2,6-0,9n) = 1,2n+3.$

827. 1) $0,8(0,5+2x) = 2x+0,4;$

2) $0,2(x-3)-1 = 0,5(x+3)-0,4.$

С

Жаттығулар

828. 1) $\frac{y}{9} - \left(y + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} - \left(\frac{8y}{9} + 0,5\right);$

2) $3 - \left(\frac{2}{9}m + \frac{1}{6}\right) = \frac{m}{3} + 1,5;$

3) $\frac{5}{12}(c-3) - \frac{1}{6}(2c-7) = 2;$

4) $\frac{2}{15}(b+5) - \frac{3}{10}(5b-1) = 4.$

829. 1) $\frac{4x-3}{3-5x} = \frac{0,14}{0,35};$

2) $\frac{a-3,2}{2a+1,4} = \frac{0,9}{2,7};$

3) $\frac{-3}{9-4a} = \frac{40}{200}.$



Хабарлама дайындаңдар

Математикада теңдеу қалай пайда болған? 825 жылы ортаазиялық ғалым Мұхаммед әл-Хорезми “Қалпына келтіру және қарсы қою туралы кітап” атты еңбегінде қосылғыштарды теңдіктің бір жағынан екінші жағына таңбасын өзгертіп ауыстыруды қарастырған.



Әл-Хорезми
(783—850)

Қ (830—833) :

830. $10\ 025 + (15\ 009 - 14\ 584) - (2397 + 14\ 296)$ өрнегіндегі жақшаларды ашып, мәнін табыңдар.
831. $200\ 000 + (49\ 000 - 48\ 989) - (190\ 001 + 180\ 999)$ өрнегіндегі жақшаларды ашып, мәнін табыңдар.
832. Бір пункттен бір мезгілде бір бағытта a км/сағ жылдамдықпен мотоциклші және b км/сағ жылдамдықпен велосипедші шықты. t сағ өткен соң олардың арақашықтығы қандай болды? Есепті шығару үшін формула жазып, оның көмегімен:
1) $a = 39$; $b = 12$; $t = 0,15$; 2) $a = 40$; $b = 13$; $t = \frac{2}{3}$ деп алып, есептің сұрағына жауап беріңдер.
833. AB қабырғасының ұзындығы 9 см, AC қабырғасының ұзындығы оның 80%-ына және BC қабырғасының ұзындығы 60%-ына тең. ABC үшбұрышының периметрін табыңдар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



834. Теңдеудің қанша түбірі бар:
1) $x(x - 5) = 0$; 2) $2(y - 3)(y - 6) = 0$?
835. Теңдеуді шешіңдер:
1) $(x - 10) \cdot 13 = 52 \cdot (-27)$; 2) $54(x - 50) = 26 \cdot 162$.

§ 29. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

СЫЗЫҚТЫҚ теңдеу. Айнымалы. Теңдеудің түбірі. Мәндес теңдеулер. Бос жүйін



Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу дегеніміз не?

$ax = b$ (мұндағы x — айнымалы, a және b — кез келген сан) түріндегі теңдеуді қарастырамыз. Мысалы, $-45,8x = 9,16$; $-x = 10,7$; $\frac{34}{35}x = \frac{17}{5}$ — бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер.

$ax = b$ (мұндағы x — айнымалы, a және b — қандай да бір сандар) түріндегі теңдеу *бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу* деп аталады.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешу жолдарын қарастырайық. $ax = b$ сызықтық теңдеуіндегі x белгісіз көбейткішті табу үшін көбейтіндінің мәні b -ны белгілі көбейткіш a -ға бөлу керек. Мұндай бөлуді көбейткіші нөлге тең болмаса, орындауға болады. Онда $ax = b$ теңдеуінің $x = \frac{b}{a}$ болатын бір ғана шешімі (бір ғана түбірі) бар.

$ax = b$ (мұндағы $a = 0$) түріндегі теңдеуді қарастырайық. Егер $a = 0$ болса, $ax = b$ теңдеуі $0 \cdot x = b$ түріне көшеді. Шыққан теңдеудің шешімі b санына тәуелді, айталық, b саны нөлге тең болғанда $0 \cdot x = b$ теңдеуінің түбірі кез келген сан болады. Өйткені x айнымалысының кез келген мәнінде $0 = 0$ тура санды теңдігін аламыз.

b саны нөлге тең болмаса, онда $0 \cdot x = b$ теңдеуінің түбірі жоқ, себебі $0 \cdot x = b$ (мұндағы $b \neq 0$) теңдігі x айнымалысының кез келген мәнінде тура санды теңдікке айналмайды.

Көптеген теңдеулерді шешу бір айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешуге келтіріледі.

1-мысал. $(-14x + 0,55) : 0,5 = \frac{2}{3}x - 170,9$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Теңдеудің сол жағындағы жақшаны ашсақ, $-28x + 1,1 = \frac{2}{3}x - 170,9$ теңдеуін аламыз. Енді шыққан теңдеудегі айнымалысы бар қосылғыштарды теңдеудің сол жақ бөлігіне, сандарды оң жақ бөлігіне көшіреміз: $-28x - \frac{2}{3}x = -1,1 - 170,9$.

Соңғы теңдеудегі ұқсас қосылғыштарды біріктірсек, $-28 \frac{2}{3}x = -172$ теңдеуі шығады.

Белгісіз көбейткішті табамыз: $x = -172 : \left(-28 \frac{2}{3}\right)$ немесе $x = 172 : \frac{86}{3}$ немесе $x = 6$.

Жауабы : 6.



Қандай теңдеулер мәнделес теңдеулер деп аталады?

$$\begin{aligned} (-14x + 0,55) : 0,5 &= \frac{2}{3}x - 170,9 \text{ теңдеуін шешу барысында} \\ -28x + 1,1 &= \frac{2}{3}x - 170,9; \\ -28x - \frac{2}{3}x &= -1,1 - 170,9; \\ -28 \frac{2}{3}x &= -172; \\ x = -172 : \left(-28 \frac{2}{3}\right) &\text{ теңдеулері алынды.} \end{aligned}$$



Соңғы төрт теңдеудің бәрінің де түбірі 6 саны болатынына көз жеткізіндер.

Мұндай теңдеулер *мәнделес теңдеулер* деп аталады.

Түбірлері бірдей болатын немесе түбірлері болмайтын теңдеулер *мәнделес теңдеулер* деп аталады.

Түсіндіріңдер!

Неліктен $x + 8 = 18$ және $x + 8 - 6x = 18 - 6x$; $|x| = 7$ және $(x - 7) \cdot (x + 7) = 0$ теңдеулері мәнделес болады?



Бір айнымалысыбар сызықтық теңдеулерді қалай шығарады?

Теңдеуді шығару барысында мына қасиет қолданылады:

Егер теңдеудің оң жақ және сол жақ бөліктеріндегі өрнектерді оларға тепе-тең өрнектермен алмастырса, онда берілген теңдеуге мәнделес теңдеу шығады.

Теңдеудегі x айнымалысы ізделінді санды бергендіктен, бір айнымалысы бар теңдеуді шығару кезінде санды теңдіктердің қасиеттеріне негізделген ережелер қолданылады.

1. Егер таңбасын қарама-қарсы таңбаға алмастыра отырып, қосылғыштарды теңдеудің бір жақ бөлігінен екінші жақ бөлігіне көшірсе, онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.

2. Егер теңдеудің екі жақ бөлігіне бірдей санды қосса, онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.

3. Егер теңдеудің екі жақ бөлігін нөлден өзгеше бірдей санға көбейтсе (бөлсе), онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.

2-мысал. $-5x - 0,74 = -5x + 0,26$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Қосылғыштардың таңбаларын қарама-қарсы таңбаға алмастырып, айнымалысы бар қосылғыштарды теңдеудің сол жақ бөлігіне, сандарды оң жақ бөлігіне көшірейік: $-5x + 5x = 0,74 + 0,26$. Енді ұқсас қосылғыштарды біріктіріп, $0 \cdot x = 30$ теңдеуін аламыз. Шыққан теңдеудің түбірі болмайды. Демек, оған мәндес $-5x - 0,74 = -5x + 0,26$ теңдеуінің де түбірі болмайды. Мұндай жағдайда теңдеудің шешімі бос жиын дейді және \emptyset белгісі арқылы жазады.

Жауабы: \emptyset .

Егер теңдеудің түбірі (шешімі) болмаса, онда шешімдер жиынын *бос жиын* деп айтады. Бос жиын \emptyset таңбасымен белгіленеді.

Түсіндіріңдер!

$(1,8x - 4,5) : 9 = -0,5 + 0,2x$ теңдеуі қалай шығарылған?

Шешуі.

$$0,2x - 0,5 = -0,5 + 0,2x;$$

$$0,2x - 0,2x = -0,5 + 0,5;$$

$$0 \cdot x = 0.$$

Жауабы: кез келген сан.



- $\frac{x}{7} = 5$; $\frac{7}{x} = 5$; $x - 7 = 2x$; $x + 7 = 0$; $(x - 7)(x + 7) = 0$; $x^2 - 7 = 0$ теңдеулерінің қайсыларыбір айнымалысыбар сызықтық теңдеу болады?
- Бір айнымалысыбар сызықтық теңдеудің екі ғана түбірінің болуы мүмкін бе?
- $x - 7 = 2x$; $x = 2x + 7$; $x - 7 + 7 = 2x + 7$; $3x - 21 = 6x$ теңдеулері мәндес теңдеулер бола ма? Жауабын түсіндіріңдер.

A

Жаттығулар

836. 1) $1,5x = 2$; 2) $7x = -1,1$; 3) $2\frac{1}{9}y = 0$;
 4) $18x - 4 = 0$; 5) $2x - y = 5$; 6) $x + x^2 = 6$
 теңдеулерінің қайсысы бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу болады?
837. Берілген теңдеулерді шешіп, әлемнің жеті кереметі туралы мағлұмат аласыңдар.
 1) $x \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^6$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейінгі Мысыр пирамидалары салынған ғасырды;
 2) $1000 - x = 570$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейінгі Галикарнастағы Мавзолей салынған ғасырды;
 3) $99x = 693$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейін Эфесте Артемида храмының салынған жылын;
 4) $8280 : x = 2070$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейін Олимп жерінде Зевс мүсінінің салынған жылын;
 5) $x + 450 = 1000$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейін Вавилондағы Семпирамида аспалы бағы салынған ғасырды;
 6) $x : 73 = 4$ теңдеуінің түбірі — біздің заманымызға дейін Родостағы Гелиос мүсінінің салынған жылын;
 7) $x - 188 = 92$ теңдеуінің түбірі біздің заманымызға дейін Александрия маягінің салынған жылын көрсетеді.
838. x -тің қандай мәнінде $5x + 4$ өрнегінің мәні: 1) 20; 2) -30; 3) -3,8; 4) $3\frac{1}{3}$ санына тең болады?
839. $13 - 2y$ өрнегінің мәні: 1) 40; 2) -25; 3) -25,12; 4) $15\frac{5}{7}$ санына тең болатындай y айнымалысының мәнін табындар.
840. Түбірі 1) $\frac{9 \cdot 17^2}{51}$; 2) -72; 3) $-\frac{1}{3^2}$; 4) $0,33 \cdot 10 + 6$ өрнегінің мәні болатын бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу құрындар.
841. $-\frac{3}{7}$ саны берілген теңдеудің түбірі бола ма:
 1) $x + 1 = \frac{4}{7}$; 2) $10 - x = 10\frac{3}{7}$; 3) $-2\frac{1}{3}x = 1$;
 4) $2\frac{1}{7} : x = -5$; 5) $2x - 1 = \frac{1}{7}$; 6) $\frac{7}{9}x + 24,5 = 24\frac{5}{6}$?

842. 1) $b + y = 20$; 2) $b \cdot z = 1,8$; 3) $t - 1,1 = b$; 4) $x : b = -5$ теңдеуінің түбірі оң сан; теріс сан болатындай b әрпінің орнына қоятын санды көрсетіндер. Теңдеудің түбірі нөлге тең болатындай b әрпінің орнына қоятын санды табуға бола ма?

843. Берілген теңдеу x -тің қандай мәнінде тура санды теңдікке айналады:

1) $10 - x = -8$; 2) $21 + x = 6$; 3) $4 - 5x = 0$;

4) $0,5x + 20,1 = 0,1$; 5) $\frac{x+3}{2} = -7$; 6) $\frac{9-x}{7} = -1$?

Теңдеуді шешіндер (**844-845**) :

844. 1) $40 + 2x = 3x - 15$; 2) $16x - 33 = 1 + 13x$;

3) $23,8y - 80 - 24,3y = 2$; 4) $95y - 4,9 = 98y - 1$.

845. 1) $16,05x + 1,8x = 3,63 - 0,3x$;

2) $1,09 + 5,8y = 38,29 + 15,1y$;

3) $\frac{5}{7}x + 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{28} - \frac{4}{7}x$;

4) $5\frac{1}{6} + \frac{4}{15}t = -\frac{2}{5}t - \frac{2}{3}$.

Теңдеудің түбірін табындар (**846—848**) :

846. 1) $17x - 2,6 = 3(0,8 + 3x)$; 2) $8 + 5,1x = 49(1 + 0,1x)$;
3) $38(0,1x + 1) = 40 - 3,2x$; 4) $63x - 13,7 = 13(0,1 + 5x)$.

847. 1) $\frac{4}{7}(x - 1) = \frac{2}{7} + x$; 2) $4\frac{5}{9} - \frac{1}{6}x = 5(1 + 0,1x)$;

3) $5(x - 1,5) = 4\frac{2}{3}x - 8\frac{3}{14}$; 4) $1\frac{7}{9}x - 1\frac{1}{9} = 4\frac{2}{9}(1 - x)$.

848. 1) $\frac{23}{40}(8t + 5) - t = 2,6t - (3t - \frac{3}{4})$;

2) $10\frac{2}{3}(9 - k) + 81 = 107 - \frac{1}{3}(k - 60)$.

849. Берілген теңдеулерді шешіп, Шығыс Қазақстан облысында орналасқан Марқакөл қорығы туралы мағлұматтар аласындар:

1) $x + 0,24 = 20 + 0,99x$ теңдеуінің түбірі — қорықтың құрылған жылын;

2) $3y - 2(169,9 + y) = 150 - (y + 339,8)$ теңдеуінің түбірі — қорықтың ауданын (мың гектар);

3) $50z + (z + 6,2) = 200$ теңдеуінің түбірі қорықтағы орманның ауданын (мың гектар) көрсетеді.

- 850.** Берілген теңдеулерді шешіп, әртүрлі биіктіктегі ауа температурасына сәйкес мәнді аласыңдар:
- 1) $3x + (x + 2) = 2(3x + 12)$ теңдеуінің түбірі — 4000 м биіктіктегі ауаның температурасын ($x^{\circ}\text{C}$);
 - 2) $-3(2,5 - y) = 28,5 + 4,5y$ теңдеуінің түбірі — 6000 м биіктіктегі ауаның температурасын ($y^{\circ}\text{C}$);
 - 3) $25,8z - 4,3(6z + 300) = 25,8z$ теңдеуінің түбірі 10 000 м биіктіктегі ауаның температурасын ($z^{\circ}\text{C}$) көрсетеді.
- 851.** Берілген теңдеулерді шешіп, кейбір жануарлардың орташа өмір сүру уақытына сәйкес санды аласыңдар:
- 1) $12,5 - (16x - 28,3) = -71,2$ теңдеуінің түбірі құмырсқаның ең ұзақ өмір сүру уақытын;
 - 2) $31,8 - \left(\frac{1}{7} + \frac{4}{7}y\right) = 1\frac{2}{3}y + 4,8$ теңдеуінің түбірі кесірткенің ең ұзақ өмір сүру уақытын ;
 - 3) $\frac{13}{15}z - \left(\frac{7}{9} + \frac{1}{3}z\right) = 7\frac{2}{9}$ теңдеуінің түбірі тиіннің ең ұзақ өмір сүру уақытын көрсетеді.

B

Жаттығулар

- 852.** Берілген теңдеудің канша түбірі бар:
- 1) $(x - 5)\left(x + \frac{3}{23}\right) = 0$; 2) $5x + 10 = 5x$;
 - 3) $1,1y - 0,9y + 4 = 4 + 0,2y$; 4) $x\left(x + 3\frac{8}{15}\right)(x - 10,2) = 0$?
- 853.** Айнымалының қандай мәнінде:
- 1) $6\frac{1}{3}z + 4\frac{1}{7}$ және $3\frac{1}{6} + 5\frac{1}{6}z$;
 - 2) $4,05t - \frac{17}{24}$ және $2\frac{5}{12} + 3,97t$;
 - 3) $0,32x - 0,09$ және $0,3 - 0,2^2x$;
 - 4) $0,52 \cdot 10x + 1$ және $0,42 \cdot 10x + 0,1$ өрнектерінің мәндері тең болады?
- 854.** Айнымалының қандай мәнінде:
- 1) $2x - 0,5$ өрнегінің мәні $x + 1,2$ өрнегінің мәнінен 7-ге артық;

- 2) $\frac{4}{11}y + 11,5$ өрнегінің мәні $y - 1,2$ өрнегінің мәнінен 2,3-ке кем ;
- 3) $2\frac{2}{3}t - 10,5$ өрнегінің мәні $2t + 9,8$ өрнегінің мәнінен 6 есе кем ;
- 4) $42,2x - 3$ өрнегінің мәні $x + 10$ өрнегінің мәнінен 5 есе кем болады?



Жаттығулар

855. Айнымалының қандай мәнінде $19\frac{7}{8} - (7x + 0,125)$ өрнегінің мәні $49,75 + 8(x - 37,5)$ өрнегінің мәніне тең?
856. Берілген теңдеулерді шешіп, Ақмола облысында орналасқан Қорғалжың қорығы туралы мәліметтер аласыңдар.
- 1) $(16x - 170) + 2(7x - 165) = 85x + 1400 - (56x - 58)$ теңдеуінің түбірі — қорықтың құрылған жылын;
- 2) $1350 + 5(y + 100) = 15(y - 10) - 589$ теңдеуінің түбірі — қорықтың ауданын (мың га);
- 3) $9(z - 73) - 8(z + 375) = 238 - 11(z - 7)$ теңдеуінің түбірі — қорықтағы өсімдіктер түрінің санын;
- 4) $17(x + 13) - 19(x - 21) + 249 = 25(5x - 53) - 3(7x + 576)$ теңдеуінің түбірі — қорықтағы бауырымен жорғалаушылар түрінің санын;
- 5) $8(y - 325) - 17(y + 940) = 6(1096 - y) - 94(y - 17)$ теңдеуінің түбірі — қорықтағы құстар түрінің санын;
- 6) $85z - 27 - 19(1 + z) = 43(1 - z) + 91 + 91z$ теңдеуінің түбірі қорықтағы балықтар түрінің санын көрсетеді.
857. a -ның берілген мәнінде теңдеудің түбірі бола ма:
- 1) $8x - a = 8x - 9$, мұндағы $a = 9,5$;
- 2) $3,6t + a = 0,6t + 10$, мұндағы $a = 10$;
- 3) $ax + 41,3 = x + 0,3$, мұндағы $a = 1$;
- 4) $x(x - a) = 0$, мұндағы $a = 4$?
- Егер теңдеудің түбірі болмаса, онда теңдеудің түбірі болатындай a -ның мәнін көрсетіндер.

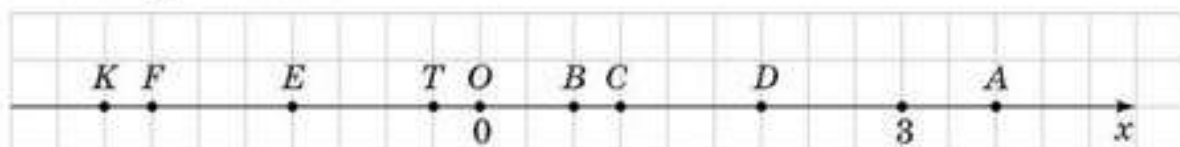


Хабарлама дайындаңдар

858. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді шешуді қарастыру тарихы бойынша хабарлама дайындаңдар.

Қ (859-860) :

859. Координаталық түзуде белгіленген нүктелердің координаталарын жазыңдар (56-сурет). Суретте кескінделген:
- 1) нүктелердің қайсысы координаталар басына жақын орналасқан?
 - 2) нүктелердің қайсысы координаталар басынан алшақ орналасқан?
 - 3) нүктелердің қайсысы координаталар басынан бірдей қашықтықта орналасқан?



56-сурет

860. 1) Ауданы 128 см^2 , ені ұзындығының 50% -ын құрайтын тіктөртбұрыштың ұзындығын табыңдар.
- 2) Периметрі $11 \frac{3}{7} \text{ см}$, ені ұзындығының $\frac{1}{7}$ -іне тең тіктөртбұрыштың ұзындығын табыңдар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



861. 1) $a = -8,9$ және $b = -6,2$ болса, онда $|a| + 2|b| - 3|a - b|$;
- 2) $x = 0,5$ болса, онда $|-x| + |x| + |-x^2| + |-x^3|$ өрнегінің мәнін табыңдар.

§ 30. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңдеу. Айнымалы. Теңдеудің түбірі. Мәндес теңдеулер. Модуль



$|x \pm a| = b$ (мұндағы a және b — рационал сандар) түріндегі теңдеуді қалай шығарады?

Түсіндіріңдер!

Неліктен $|3| = 3$ және $|-3| = 3$, $|0| = 0$?

Айнымалысы модуль таңбасының ішінде орналасқан сызықтық теңдеулерді шығару кезінде екі жағдай қарастырылады:

егер $x \geq 0$ болса, онда $|x| = x$; $x < 0$ болса, онда $|x| = -x$.

1-мысал. $|x| = 7$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Егер $x \geq 0$ болса, онда $|x| = 7$ теңдеуі $x = 7$ теңдеуіне мәндес; егер $x < 0$ болса, онда $|x| = -x$, демек, $|x| = 7$ теңдеуі $-x = 7$ немесе $x = -7$ теңдеуіне мәндес болады. Демек, $|x| = 7$ теңдеуінің 7 және -7 болатын екі түбірі бар. Теңдеудің шешімін фигуралық жақшаға алып жазу қабылданған: $\{7; -7\}$. $|x| = 7$ теңдеуінің шешімдер жиыны 7 және -7 сандарынан тұрады.

Жауабы : $\{-7; 7\}$.

2-мысал. $-|x| + 12|x| - 24,3 = 5,7 - 4|x|$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Берілген теңдеуді оған мәндес теңдеумен алмастырайық. Ол үшін таңбаларды қарама-қарсы таңбаға алмастыра отырып айнымалылары бар қосылғыштарды теңдеудің сол жақ, сандарды оң жақ бөлігіне көшірейік: $-|x| + 12|x| + 4|x| = 5,7 + 24,3$. Егер ұқсас қосылғыштарды біріктірсек, онда $15|x| = 30$ теңдеуін аламыз. Одан белгісіз көбейткішті тауып, $|x| = 30 : 15$ немесе $|x| = 2$ теңдеуіне келеміз.

Егер $x > 0$ болса, онда $|x| = 2$ теңдеуі $x = 2$ түріне, $x < 0$ болса, $|x| = 2$ теңдеуі $x = -2$ түріне көшеді. Демек, берілген теңдеудің 2 және -2 болатын екі түбірі болады.

Жауабы : $\{-2; 2\}$.



1. Теріс санның модулі неге оң сан болады?
2. Айнымалының қандай мәндерінде $|x| = x$ теңдігі тура болады?
3. $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$ болғанда $|x| = a$ теңдеуінің қанша түбірі бар?

A

Жаттығулар

- 862.** 1; 1,7; 5,7; -1,7; -5,7; 2 сандарының арасынан: 1) $|x| = 1,7$; 2) $|x + 2| = 3,7$ теңдеуінің түбірлері болатын сандарды теріп жазыңдар.
- 863.** Қай теңдеудің түбірі 5 болады:
- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------------|
| 1) $ x = 5$; | 2) $ x = 0,5$; | 3) $ x = \frac{1}{5}$; |
| 4) $ x + 3 = 8$; | 5) $ 11 - x = 6$; | 6) $ x + 1 = 5$? |
- 864.** Қай теңдеудің түбірі $-\frac{8}{11}$ -ге тең:
- | | | |
|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $ x = \frac{8}{11}$; | 2) $ x = \frac{11}{8}$; | 3) $ x - \frac{3}{11} = 1$; |
| 4) $ 11x = 8$; | 5) $ x + 1 = \frac{3}{11}$; | 6) $ x - 1 = \frac{3}{11}$? |
- 865.** Теңдеуді шешіңдер:
- | | | |
|-----------------|--------------------|-----------------------------|
| 1) $ x = 53$; | 2) $ x = 300,7$; | 3) $ x = 19\frac{7}{17}$. |
|-----------------|--------------------|-----------------------------|
- 866.** Қай теңдеудің түбірі болмайды:
- | | | |
|-----------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1) $ x = 3\frac{11}{18}$; | 2) $ x - 19,2 = 0$; | 3) $ x + 45 = 0$? |
|-----------------------------|-----------------------|---------------------|
- 867.** Теңдеудің түбірлерін табыңдар:
- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $ x + 20,9 = 22$; | 2) $315 - x = 288$; |
| 3) $ x - 74,6 = 9,4$; | 4) $15\frac{2}{15} - x = 7\frac{1}{12}$; |
| 5) $ x - 21,9 = 6\frac{2}{3}$; | 6) $100,3 + x = 101\frac{8}{9}$. |
- 868.** Теңдеуді шешіңдер:
- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| 1) $12 x = 1,2$; | 2) $225 : x = 1,5$; | 3) $-4,84 : x = -4,4$; |
| 4) $5 x + 6\frac{11}{26} = 7$; | 5) $3 x : 13,2 = \frac{1}{33}$; | 6) $79 + 4 : x = 81,8$. |

В

Жаттығулар

869. Теңдеуді шешіндер:

1) $3|x| + |x| = 20$;

2) $5|x| - 3|x| = 33$;

3) $19|x| - 17 = 16|x|$;

4) $42 - 63|x| = 65|x|$.

870. Теңдеудің түбірлер жиынын табындар:

1) $|x| + 5|x| - 40 = 4|x|$;

2) $100 - |x| = -49|x| + 124$;

3) $6|x| - 2|x| = 35 - 16|x|$;

4) $29|x| - |x| - 13 = -22|x|$.

871. x -тің қандай мәндерінде теңдік тура болады:

1) $|x + 1| = x + 1$;

2) $|2 - x| = 2 - x$?

С

Жаттығулар

872. a -ның қандай мәнінде $|10 - x| = a$ теңдеуінің: 1) түбірі болады; 2) түбірі болмайды; 3) түбірі нөлге тең; 4) түбірі 10-ға тең болады?

Қ (873—875) :

873. $\left(4\frac{5}{12} : 44\frac{1}{6} - 2,6\right) : 7,5 - 2,25 \cdot 2\frac{4}{9}$ өрнегінің мәнін табындар.

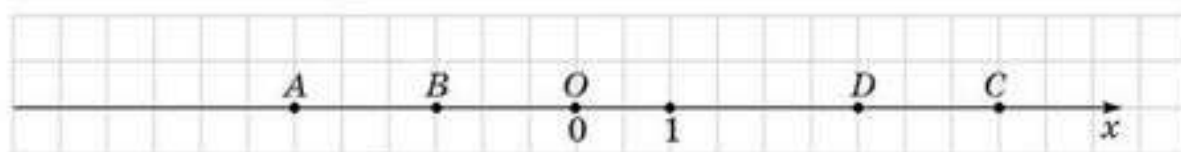
874. x айнымалысының орнына қойғанда $8,13 < x \leq 13,909$ теңсіздігі тура болатындай барлық: 1) натурал сандарды; 2) жұп сандарды; 3) тақ сандарды табындар.

875. 57-суретте көрсетілген нүктелердің координаталары неге тең? Суретте көрсетілген:

1) A және D нүктелерінің арасында;

2) B нүктесінің сол жағында;

3) C нүктесінің оң жағында орналасқан екі нүктенің координатасын жазындар.



57-сурет

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



876. 1) 2007 жылы Жамбыл облысында 302433,231 т қант өндірілген. Бұл сол жылы республикада өндірілген қант мөлшерінің 77,1%-ын құрады. 2007 жылы елімізде қанша тонна қант өндірілген?
- 2) Апалы-сіңлілі үш қыз 12 кәмпитті бөлгенде ең кішісіне ең үлкен апасына қарағанда 3 есе артық, ортаңғы сіңлісіне 2 есе артық кәмпит келді. Қыздардың әрқайсысында қанша кәмпит бар?
- 3) Аралығы 200 км екі мекеннен бір-біріне қарама-қарсы бағытта екі көлік шықты. Бірінші көліктің жылдамдығы a км/сағ, екінші көліктің жылдамдығы b км/сағ. а) $3a$; ә) $2b$; б) $a + b$; в) $200 : a$; г) $200 : b$; ғ) $200 : (a + b)$ өрнектері нені білдіреді?
- 4) Бірінші бригада x тетік, екінші бригада біріншіге қарағанда 7 тетікке артық, үшінші бригада екі бригаданың жасаған тетіктер санынан 10 тетік кем дайындаған. Келесі өрнектерді жазыңдар: а) екінші бригаданың дайындаған тетіктер саны; ә) үшінші бригаданың дайындаған тетіктер саны; б) барлық дайындалған тетіктер саны.

§ 31. Теңдеудің көмегімен мәтінді есептерді шығару

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Мәтінді есеп. Теңдеу



Сызықтық теңдеулерді құру арқылы мәтінді есептерді қалай шығарады?

Мәтінді есепті теңдеудің көмегімен шығару үшін алдымен есептің шарты бойынша теңдеу құрастыру керек.

Мәтінді есептерді теңдеудің көмегімен шығаруға мысалдар қарастырайық.

1-есеп. Ең қысқа найзағай мен ең ұзын найзағайдың ұзындықтарының қосындысының мәні 158 км. Ең қысқа найзағайдың ұзындығы ең үлкен найзағайдың ұзындығынан 140 км-ге қысқа. Ең қысқа найзағайдың ұзындығы мен ең үлкен найзағайдың ұзындығын табыңдар.

Шешуі. Ең қысқа найзағайдың ұзындығын x км деп белгілейік. Сонда ең ұзын найзағайдың ұзындығы $(x + 140)$ км болады.

Есептің шарты бойынша олардың қосындысының мәні 158 км. Демек, $x + (x + 140) = 158$ теңдеуін құрастырамыз. Оны шығару үшін теңдеудің сол жағындағы жақшаны ашып, ұқсас қосылғыштарды біріктіреміз: $2x + 140 = 158$ немесе $2x = 18$, $x = 9$. Олай болса, ең қысқа найзағайдың ұзындығы 9 км, ең ұзын найзағайдың ұзындығы 149 км.

Жауабы : 9 км, 149 км.



Найзағай



Ең ұзын найзағайдың ұзындығын x деп белгілеп, 1-есепті шығарыңдар.

2-есеп. Моторлы қайықтың меншікті жылдамдығы 16 км/сағ. Оның өзен ағысы бойымен жылдамдығы өзен ағысына қарсы жылдамдығынан 6 км/сағ артық. Өзен ағысының жылдамдығын табыңдар.

Шешуі . Өзен ағысының жылдамдығын x км/сағ деп белгілейік.

Өзен ағысының жылдамдығы өзен ағысы бойымен қозғалған моторлы қайықтың жылдамдығын арттырады. Олай болса, моторлы қайықтың өзен ағысы бойымен жылдамдығы $(16 + x)$ км/сағ болады.

Өзен ағысының жылдамдығы өзен ағысына қарсы қозғалған моторлы қайықтың жылдамдығын азайтады. Демек, моторлы қайықтың өзен ағысына қарсы жылдамдығы $(16 - x)$ км/сағ.

Қайықтың өзен ағысы бойымен жылдамдығы өзен ағысына қарсы жылдамдығынан қанша артық екенін білу үшін үлкен шамадан (өзен ағысы бойымен жылдамдығы) кіші шаманы (өзен ағысына қарсы жылдамдық) азайту керек: $(16 + x)$ км/сағ $-$ $(16 - x)$ км/сағ.

Есептің шарты бойынша бұл айырымның мәні 6 км/сағ. Онда $(16 + x) - (16 - x) = 6$ теңдеуі шығады. Шыққан теңдеудің сол жағындағы жақшаны ашып, ұқсас қосылғыштарды біріктіреміз: $16 + x - 16 + x = 6$ немесе $2x = 6$ немесе $x = 3$. Демек, өзен ағысының жылдамдығы 3 км/сағ.

Жауабы : 3 км/сағ.



1. Есепті шығару үшін теңдеу құру кезінде ізделінді шаманы (немесе шамалардың бірінен) x арқылы алуға бола ма?
2. Егер мәтінді есепте екі белгісіз шаманы табу керек болса, онда мәтінді есепті теңдеудің көмегімен шығару үшін x арқылы белгісіз шаманың кез келгенін белгілеуге бола ма?

A

Жаттығулар

877. AB кесіндісінің ұзындығы CD кесіндісінің ұзындығынан 2 см артық. Егер AB кесіндісінің ұзындығын 10 см, CD кесіндісінің ұзындығын 3 есе арттырса, онда нәтижесі тең болады. AB және CD кесінділерінің ұзындықтарын табындар.
878. Бірінші сөреде екіншіге карағанда 3 есе артық кітап бар. Егер бірінші сөреден 8 кітап алып, екіншісіне 32 кітап қосса, сөрелердегі кітаптар саны тең болады. Әр сөреде қанша кітап бар?
879. Балалар өзара алма бөлісті. Егер олар 5 алмадан алса, онда соңғы балада 3 алма, егер 4 алмадан алса, онда 15 алма қалады. Қанша бала және қанша алма бар?

880. Бір сан екіншісінен 4,5 есе артық. Егер үлкен саннан 54-ті азайтып, кішісіне 72-ні қосса, нәтижелер бірдей болады. Берілген сандарды табындар.
881. Велосипедшінің жылдамдығы 10 км/сағ. Ол жылдамдығын 20%-ға арттырып, межеге 4 сағ ерте келді. Велосипедші қандай жол жүрген?
882. Кітап сөрелерінің бірінші қатарында екіншіге қарағанда 3 есе артық кітап, екі қатарда барлығы 72 кітап бар. Бірінші қатардағы кітаптар саны неге тең?
883. Бірінші қорапта екіншіге қарағанда 2 есе артық, екі қорапта барлығы 48 дәптер бар. Бірінші қорапта қанша дәптер болған?
884. Ауладағы тауық пен балапанның жалпы саны 20. Егер тауық саны балапан санынан 4 есе кем болса, онда аулада қанша балапан жүр?
885. Ауладағы үйрек пен балапанның жалпы саны 16. Егер үйрек саны балапан санынан 3 есе кем болса, онда аулада қанша балапан бар?
886. Бір бөлігі екіншісінен 12 м артық болатындай етіп ұзындығы 124 м матаны екі бөлікке бөлді. Әр бөлікте қанша метр мағандан шықты?
887. Бір бөлігі екіншісінен 1 м ұзын болатындай етіп ұзындығы 8,6 м жіпті екі бөлікке бөлу керек. Әр бөліктен қанша метр жіп шығады?
888. 1) Әкесінің жасы баласының жасынан 8 есе үлкен, баласы әкесінен 28 жас кіші. Әкесі неше жаста?
2) Анасының жасы баласының жасынан 6 есе үлкен, баласы анасынан 25 жас кіші. Анасы неше жаста?
889. 1) Ойлаған сан 28-ге арттырылды. Сонда ол сан 3 есе артты. Ойлаған санды табындар.
2) Ойлаған сан 35-ке арттырылды. Сонда ол сан 6 есе артты. Ойлаған санды табындар.
890. Спорт лагеріне келген туристердің $\frac{1}{12}$ -ін қонақүйге, $\frac{1}{6}$ -ін жазғы үйлерге, қалған 72-сін шатырға орналастырды. Спорт лагеріне қанша турист келген?
891. Жайылымды құрғату үшін үш арық қазылды. Бірінші арық үш арықтың барлық ұзындығының $\frac{3}{13}$ -ін, екіншісі $\frac{4}{13}$ -ін

құрайды. Үшінші арықтың ұзындығы 4,8 км. Бірінші және екінші арықтардың ұзындығын табындар.

В

Жаттығулар

892. Қаладан ауылға дейінгі аралықты автобус 1,8 сағ, жеңіл машина 0,8 сағ жүріп өтеді. Егер автобустың жылдамдығы жеңіл машинаның жылдамдығынан 50 км/сағ кем болса, онда автобустың жылдамдығы қандай?
893. Бірінші автокөлікке екіншіге қарағанда 0,6 т бидай артық тиелді. Егер бірінші көлікке 1,2 есе, екіншіге 1,4 есе артық бидай тиелсе, онда екі көліктегі жүк бірдей болады. Әр көлікке қанша тонна бидай артқан?
894. Бірінші бидонда екіншіге қарағанда 3 есе артық сүт бар. Бірінші бидоннан алып екіншіге 20 л сүт құйса, онда бидондардағы сүт мөлшері бірдей болады. Әр бидонда қанша литр сүт болған?
895. Екі бөшкеде 725 л бензин бар. Бірінші бөшкеден бензиннің $\frac{1}{3}$ -ін, екіншісінен $\frac{2}{7}$ -сін алған кезде екі бөшкедегі бензиннің мөлшері теңесті. Әр бөшкеде қанша литр бензин болған?
896. Үш қатарда 165 кітап бар. Бірінші қатардағы кітаптың саны екіншіден 3 есе артық, үшінші қатарда екіншіге қарағанда 15 кітап артық. Екінші қатарда неше кітап бар?
897. Жүрдек пойыз жүк пойызына қарағанда 30 км/сағ артық жылдамдықпен жүрді. Жүрдек пойыздың 6 сағ жүрген жолы жүк пойызының 8 сағ жүрген жолынан 60 км артық болды. Жүк пойызының жылдамдығын табындар.
898. Үш санның қосындысының мәні 94-ке тең. Бірінші сан екінші саннан 18-ге кем, үшінші сан екінші саннан 4-ке артық. Осы сандарды табындар.
899. Коля Дәуреннен 2 жас үлкен, Сәуле Колядан 3 жас кіші. Коля, Дәурен, Сәуленің жастарын қосса, 37 шығады. Дәуреннің жасын табындар.
900. Әкесі мен оның қыз және ер балаларының жастарын қосса, 47 шығады. Әкесінің жасы ұлының жасынан 5 есе артық, қарындасы ағасынан 2 жас кіші. Ер баланың жасын табындар.

901. Үшбұрыштар мен төртбұрыштар саны 15. Оларда 53 бұрыш болса, үшбұрыштар мен төртбұрыштар санын табыңдар.
902. 8 бұзау мен 5 қой 835 кг жем жеді. Әр бұзауға әр қойға қарағанда 28 кг жем артық берілді. Әрбір қой мен бұзаудың қанша жем жегенін анықтаңдар.



Жаттығулар

903. Аралығы 120 км болатын екі пункттен бір мезгілде қарама-қарсы бағытта мотоциклші мен велосипедші шықты. Мотоциклшінің жылдамдығы велосипедшінің жылдамдығынан 20 км/сағ артық. Егер олар 3 сағ өткеннен кейін кездесе, әрқайсысы қанша жол жүрген?
904. Аралығы 132 км болатын екі пункттен бір мезгілде қарама-қарсы бағытта мотоциклші мен велосипедші шықты. Велосипедшінің жылдамдығы мотоциклшінің жылдамдығының 25%-ын құрайды. Егер олар 2,2 сағ өткеннен кейін кездесе, онда әрқайсысы қанша километр жол жүрген?
905. Бірінші вазада екіншіге қарағанда 3 есе артық раушангүл, үшінші вазада екіншіге қарағанда 5 артық раушангүл тұр. Үш вазада барлығы 45 раушангүл болса, онда бірінші вазада қанша раушангүл бар?
906. Бірінші вазада үшінші вазаға қарағанда 2 есе артық, екіншісінде үшіншіге қарағанда 4 артық кәмпит бар. Егер үш вазада барлығы 164 кәмпит болса, онда бірінші вазада қанша кәмпит бар?
907. Бірінші сан үшінші саннан 40-қа, екінші сан үшінші саннан 80-ге артық. Егер үш санның қосындысының мәні 480 болса, онда осы сандарды табыңдар.

Қ (908-909) :

908. ABC үшбұрышында $\angle A = 72^\circ$ және ол бұрыш $\angle C$ -ның 80%-ын, $\angle B$ бұрышы $\angle C$ -ның 20%-ын құрайды. ABC үшбұрышындағы $\angle B$ және $\angle C$ -ның градусық өлшемін табыңдар.

909. Теңдеуді шешіндер:

$$1) \frac{7}{9} = \frac{315}{x + 400}; \quad 2) \frac{3}{11} = \frac{x + 140}{517}; \quad 3) \frac{444}{x - 480} = -\frac{12}{13}.$$

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



910. 1. Сандарды салыстырындар:

$$1) 7,8 \text{ және } 7,08; \quad 2) -10 \text{ және } -9;$$

$$3) -4\frac{1}{3} \text{ және } -4,5; \quad 4) 8,05 \text{ және } |-8,05|.$$

2. $8 \cdot (-10) + (-20 : 4) + 100$ және $-200 - 10 \cdot (-20) + (-40) : 0,4$ өрнектерінің мәндерін салыстырындар.

911. Бірінші жәшікте x кг картоп, екінші жәшікте y кг картоп бар. Келесі теңсіздіктер нені білдіреді:

$$1) x > y;$$

$$2) x + y > 30;$$

$$3) x + y < 40;$$

$$4) x - y > 3?$$

БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕСІ

0
8
9
1
5
4
3
2
1

5 - **тарау**

5

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер және олардың жүйесі

§ 32. Санды теңсіздіктер және олардың қасиеттері

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Тура санды теңсіздік. Тура емес санды теңсіздік. Қарама-қарсы таңбалар. Теңсіздіктерді қосу. Теңсіздіктерді көбейту. Теңсіздіктерді бөлу



Тура санды теңсіздіктердің қандай қасиеттері бар?

Санды теңсіздіктің сандар және оларға қолданылатын амалдар мен теңсіздік таңбасынан тұратынын білесіңдер.

Түсіндіріңдер!

Неліктен $12 + 3\frac{2}{9} \leq 15\frac{2}{9}$; $(-0,13 - 0,87)^2 > -1$;

$69,3 + 4,5 \geq 69,3 - 4,5$; $-8,1 < 7,1$ теңсіздіктері санды теңсіздіктер болады?

Санды теңсіздіктер тура және тура емес болуы мүмкін.

Мысалы, $2 + 3 > 4$ — тура санды теңсіздік, өйткені $2 + 3$ қосындысының мәні 5; $5 > 4$ — тура санды теңсіздік;

$24 - 4 < 10$ — тура емес санды теңсіздік, өйткені $24 - 4$ айырымының мәні 20; $20 < 10$ — тура емес санды теңсіздік.

Санды теңсіздіктер қатаң және қатаң емес болады. $a < b$ және $a > b$ түріндегі теңсіздіктерді *қатаң теңсіздіктер* деп атайды. $a \leq b$ және $a \geq b$ түріндегі теңсіздіктерді *қатаң емес* деп атайды.

$a \leq x \leq b$, $a < x \leq b$, $a \leq x < b$ және т.б. түріндегі теңсіздіктерді *қос теңсіздіктер* деп атайды.

$<$ және $>$; \leq және \geq таңбаларын *бір-біріне қарама-қарсы таңбалар* деп атайды.

Тура санды теңсіздіктердің қасиеттерін қарастырайық.



$22 - 6 < 24 - 14$ тура санды теңсіздігінің екі жағына: 1) 8; 2) 10; 3) -2 ; 4) -4 санын қосыңдар. Шыққан теңсіздіктің тура немесе тура емес екенін көрсетіңдер. Осы тапсырманы орындау барысында шыққан нәтижелер негізінде қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңсіздіктің 1-қасиеті.

Егер тура санды теңсіздіктің екі жақ бөлігіне бірдей санды қосса, онда тура санды теңсіздік шығады, яғни $a > b$ болса, онда $a + c > b + c$.



$a < b$ болса, онда $a + c < b + c$ (мұндағы c — кез келген сан) тура санды теңсіздіктерінің қасиеттері орындалатынын өздерін тексеріңдер.

$a > b + c$ тура санды теңсіздігін қарастырайық. 1-қасиетті қолданып теңсіздіктің екі жақ бөлігіне $-c$ санын қоссақ, $a - c > b + c - c$ тура теңсіздігі шығады. Ұқсас қосылғыштарды біріктіріп, $a - c > b$ тура санды теңсіздігін аламыз.

Енді $a > b + c$ және $a - c > b$ тура санды теңсіздіктерді салыстырайық. $a - c > b$ теңсіздігіндегі $-c$ қосылғышын қарама-қарсы таңбамен сол жақтан оң жаққа шығарсақ, $a > b + c$ теңсіздігін алуға болады. Керісінше $a > b + c$ теңсіздігінде c қосылғышын қарама-қарсы таңбамен теңсіздіктің оң жағынан сол жағына көшірсек, онда $a - c > b$ теңсіздігін алуға болады. Сондықтан мына ереже ақиқат.

Теңсіздіктің бір жақ бөлігінен екінші жақ бөлігіне таңбасын қарама-қарсы таңбаға ауыстырып, кез келген қосылғышты көшіруге болады.

Мысалы, $3 < 2 + 5$ — тура санды теңсіздік. Онда $3 - 2 < 5$ немесе $3 - 5 < 2$ теңсіздіктері де тура санды теңсіздіктер.



$22 - 12 > 14 - 10$ тура санды теңсіздігінің екі жағын бірдей оң 8; 10 сандарын a көбейтіндер.

Теңсіздіктің таңбасын қарама-қарсыға өзгертіп, -2 ; -4 теріс сандарына көбейтіндер.

Қандай теңсіздіктер (тура немесе тура емес) шығатынын көрсетіндер. Осы тапсырманы орындау барысында қандай қорытынды жасауға болады?

Тура санды теңсіздіктің 2-қасиеті.

Егер $a > b$ тура санды теңсіздігінің екі жағын:

- 1) $c > 0$ оң санына көбейтсе, онда $a \cdot c > b \cdot c$ тура санды теңсіздігі;
- 2) $c < 0$ теріс санына көбейтсе, онда $a \cdot c < b \cdot c$ тура санды теңсіздігі шығады, яғни $a > b$ және $c > 0$ болса, онда $ac > bc$;
 $a > b$ және $c < 0$ болса, онда $ac < bc$.



Мысалдардың көмегімен:

- 1) егер $a < b$ және $c > 0$ болса, онда $a \cdot c < b \cdot c$;
- 2) егер $a < b$ және $c < 0$ болса, онда $a \cdot c > b \cdot c$ тура санды теңсіздіктерінің ақиқат болатынын тексеріңдер.

Демек,

теңсіздіктің екі жақ бөлігін оң санға көбейтсе, онда теңсіздіктің таңбасы сақталады, егер теріс санға көбейтсе, онда теңсіздіктің таңбасы қарама-қарсы таңбаға ауысады.

$a > b$ тура санды теңсіздігінің екі жақ бөлігін:

1) $c = \frac{1}{m} > 0$ оң санына көбейтсек, тура санды теңсіздіктердің қасиеті бойынша $a \cdot \frac{1}{m} > b \cdot \frac{1}{m}$ немесе $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ шығады. Енді $a > b$ және $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ тура санды теңсіздіктерін салыстырайық. Егер $a > b$ тура санды теңсіздігінің екі жақ бөлігін бірдей m оң санына бөлсек, онда екінші теңсіздікті аламыз.

2) $a > b$ тура санды теңсіздігінің екі жақ бөлігін $c = \frac{1}{m} < 0$ теріс санына көбейтсек, тура теңсіздіктердің қасиеті бойынша $a \cdot \frac{1}{m} < b \cdot \frac{1}{m}$ немесе $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$ шығады. Енді $a > b$ және $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$ тура санды теңсіздіктерін салыстырайық. Егер $a > b$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін бірдей m теріс санына бөлсек және теңсіздік таңбасын қарама-қарсы таңбаға ауыстырсақ, онда екінші теңсіздікті алуға болады.

Сондықтан мына ереже ақиқат:

Егер $a > b$ тура санды теңсіздігінің екі жағын бірдей m оң санына бөлсек, онда $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$; m теріс санына бөлсек, онда $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$.



$a > b$ тура теңсіздігінің екі жағын бірдей санға бөлу арқылы мына қасиеттердің ақиқаттығын тексеріңдер:

- 1) $a < b$ және $m > 0$ болса, онда $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$;
- 2) $a < b$ және $m < 0$ болса, онда $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$.

Демек, теңсіздіктің екі жақ бөлігін оң санға бөлсе, онда оның таңбасы сақталады, теріс санға бөлсе, онда теңсіздік таңбасы қарама-қарсы таңбаға ауысады.

Түсіндіріңдер!

1) $5 > 3$ және $3 > 1$ тура санды теңсіздіктерінен $5 > 1$;
 2) $22 - 9 > 20 - 11$ және $20 - 11 > 45 - 37$ тура санды теңсіздіктерінен $22 - 9 > 45 - 37$ тура санды теңсіздігі қалай алынған? Бұл теңсіздік тура ма? Осы тапсырманың негізінде қандай қорытынды жасауға болады?

Тура санды теңсіздіктің 3-қасиеті.

Егер $a > b$ және $b > c$ болса, онда $a > c$.



$a < b$ және $b < c$ болса, онда $a < c$ жағдайын өздерің дәлелдендер.



Тура санды теңсіздіктерді қалай қосуға болады?

Орындаңдар!

1) $7 > -4$ және $3 > 2$; 2) $67 - 62 > 2$ және $12 - 7 > -8$ тура санды теңсіздіктерінің сол және оң жақтарын қосыңдар.

Нәтижесінде қандай тура немесе тура емес теңсіздіктің шыққанын тексеріңдер.

Тапсырманы орындау барысында шыққан нәтиженің негізінде қандай қорытынды шығаруға болады?



Тура санды теңсіздіктерді қалай көбейтуге болады?

Тура санды теңсіздіктің 4-қасиеті.

Таңбалары бірдей екі тура санды теңсіздіктің сол жақ және оң жақ бөліктерін мүшелеп қосса, тура санды теңсіздік шығады, яғни $a > b$ және $c > d$ болса, онда $a + c > b + d$.



$a < b$ және $c < d$ болса, онда $a + c < b + d$ болатын жағдайды өздерің дәлелдендер.

Орындаңдар!

Мәндері оң сандар болатын: 1) $7 > 6$ және $8 > 3$; 2) $67 - 62 > 1$ және $12 - 7 > 3$ тура санды теңсіздіктерінің оң және сол жақтарын көбейтіндер. Нәтижесінде қандай тура немесе тура емес теңсіздіктің шыққанын тексеріндер. Тапсырманы орындау барысында шыққан нәтиженің негізінде қандай қорытынды шығаруға болады?

Тура санды теңсіздіктің 5-қасиеті.

Мүшелері оң сан және таңбалары бірдей тура екі санды теңсіздіктің сол жақ және оң жақ бөліктерін мүшелеп көбейтсе, тура санды теңсіздік шығады, яғни $a > b > 0$ және $c > d > 0$ болса, онда $ac > bd$.



$0 < a < b$ және $0 < c < d$ болса, онда $ac < bd$ болатын жағдайды өздерін дәлелдендер.



Тура санды теңсіздіктерді қалай бөлуге болады?

Тура санды теңсіздіктің 6-қасиеті.

Егер $a > b > 0$ және $c > d > 0$ болса, онда $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$;

егер $0 < a < b$ және $0 < c < d$ болса, онда $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$.



6-қасиеттің ақиқаттығын өздерін тексеріндер.



Егер $a > b$ және $am < bm$ тура санды теңсіздіктер болса, онда m қандай сан?

A

Жаттығулар

912. Сандарды салыстырыңдар:

- 1) 0,55 және $\frac{5}{12}$; 2) 0,6 және $\frac{1}{6}$; 3) 0,94 және $\frac{15}{16}$;
 4) $-\frac{1}{3}$ және 0,3; 5) $-\frac{21}{25}$ және -0,9; 6) $\frac{41}{64}$ және 0,65.

913. 1) $x - y = 0$; 2) $x - y = 20$; 3) $y - x = 5,8$;
 4) $x - y = -\frac{2}{13}$; 5) $y - x = -9,9$; 6) $x - y = 0,01$
 болса, онда x және y сандарын салыстырыңдар.

914. $-8,5 < 1,7$ теңсіздігінің екі жақ бөлігіне 1) -6; 2) 10; 3) 2,8;
 4) -9,9 санын қосыңдар.

915. $-9\frac{1}{12} < 20$ теңсіздігінің екі жақ бөлігінен 1) -7; 2) 16;
 3) $4\frac{1}{6}$; 4) $-3\frac{2}{3}$ санын азайтыңдар .

916. $-5,6 < \frac{7}{24}$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін 3; -2; 0,5; $-\frac{6}{7}$ санына
 көбейткенде шығатын тура теңсіздікті жазыңдар .

917. $-\frac{5}{36} < 4,8$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін 5; $-\frac{1}{9}$; 1,6; -100 санына
 бөлгенде шығатын тура теңсіздікті жазыңдар .

918. Теңсіздіктерді қосыңдар:

- 1) $-10 < 3$ және $1,1 < 5$; 2) $\frac{4}{15} < 4,5$ және $3 < 3,2$;
 3) $9,8 > 0,7$ және $8\frac{1}{3} > -\frac{1}{7}$; 4) $-6\frac{9}{13} > -11\frac{2}{3}$ және $4\frac{1}{3} > \frac{69}{70}$.

919. Теңсіздіктерді көбейтіндер:

- 1) $0,8 < 9$ және $5 < 2,02$; 2) $5\frac{3}{11} < 10,55$ және $11 < 16$;
 3) $1\frac{4}{17} > \frac{9}{13}$ және $\frac{17}{21} > \frac{13}{18}$; 4) $0,025 > 0,008$ және $1002 > 125$.

Қ (926—929) :

926. 1) Автокөлік a км/сағ жылдамдықпен 2 сағ және b км/сағ жылдамдықпен 3 сағ жүрді. Егер $a = 90$ және $b = 110$ болса, онда автокөліктің жүрген жолының ұзындығын табындар.
2) Безендіру үшін бір данасы n тг тұратын 50 шар және бір данасы m тг тұратын 60 гүл сатып алынды. Егер $n = 70$ және $m = 90$ болса, онда барлық сатып алынған нәрсенің құны n табындар.
927. 1) $a = 100$ болса, онда $0,85a - 79\frac{1}{3}$;
2) $b = 7$ болса, онда $26\frac{3}{7} + b : \frac{49}{60}$ өрнегінің мәнін табындар.
928. Өрнектердің мәндерін салыстырындар:
1) $|87,98 - 90|$ және $|4,1 - 6,12|$;
2) $\left| \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3}{4} \right|$ және $\left| -\frac{20}{21} \right| : \left| 2\frac{6}{7} \right|$.
929. Моторлы қайықтың меншікті жылдамдығы катер жылдамдығының $\frac{4}{9}$ -іне тең. Катердің өзен ағысымен жылдамдығы ағыспен қозғалған моторлы қайықтың жылдамдығынан 16 км/сағ артық. Катердің меншікті жылдамдығын табындар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



930. Сандық түзуде $-4; 2; -1,5; 1; 7; -6,5$ сандарын көрсетіндер.

§ 33. Сан аралықтары

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Ашық санды сәуле. Санды интервал. Санды сәуле. Санды кесінді. Санды жарты интервал. Санды түзу



Сан аралықтарын қалай белгілейді және қалай кескіндейді?

Сандардың координаталық түзуде нүкте арқылы кескінделетіні сендерге белгілі. $0 \cdot x > -2$ теңсіздігінің шешімі кез келген сан. Сондықтан $0 \cdot x > -2$ теңсіздігін координаталық түзуде кескіндесек, онда координаталық түзудің өзін аламыз (58.1-сурет). Сан түзуіне сәйкес келетін сан аралығы $(-\infty; +\infty)$ деп белгіленеді.



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$(-\infty; +\infty)$ жазуының оқылуы:

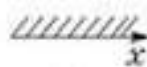
- ✓ минус шексіздіктен плюс шексіздікке дейінгі сан аралығы;
- ✓ минус шексіздіктен плюс шексіздікке дейінгі сан түзуі.

Сан аралығын көрнекі етіп көрсету үшін координаталық түзудің жоғарғы жағынан немесе төменгі жағынан штрихтайды (58.2, 58.3-суреттер).

$0 \cdot x > -2$ теңсіздігінің шешімі $(-\infty; +\infty)$ сан аралығы немесе сан түзуі болады деп айтады.



1)



2)



3)

58-сурет

$x \leq 1$ теңсіздігінің шешімі 1 санынан кіші кез келген сан немесе 1 саны. Егер $x \leq 1$ теңсіздігінің барлық шешімін сан түзуінде кескіндесек, сәуле аламыз (59.1-сурет). Осы сәулені координаталық түзуде сәйкес сәуле $(-\infty; 1]$ түрінде белгілеп, *санды сәуле* деп атайды.



1)



2)



3)

59-сурет



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$(-\infty; 1]$ жазуының оқылуы:

✓ минус шексіздіктен бірге дейінгі, бірді қоса алғандағы сан аралығы;

✓ минус шексіздіктен бірге дейінгі, бірді қоса алғандағы санды сәуле.

Санды сәулені де координаталық түзуде жоғарғы немесе төменгі жағынан штрихтап көрсетеді (59.2, 59.3-суреттер).

$x \geq 1$ теңсіздігінің шешімі $(-\infty; 1]$ сан аралығы немесе санды сәуле болады делінеді.

$x \geq 1$ теңсіздігінің шешімі 1 санынан үлкен кез келген сан немесе 1 саны. $x \geq 1$ теңсіздігінің шешімін координаталық түзуде кескіндесек, онда сәуле аламыз (60.1-сурет). Координаталық түзуде осы сәулеге сәйкес сан аралығын $[1; +\infty)$ деп белгілеп, санды сәуле деп атайды.



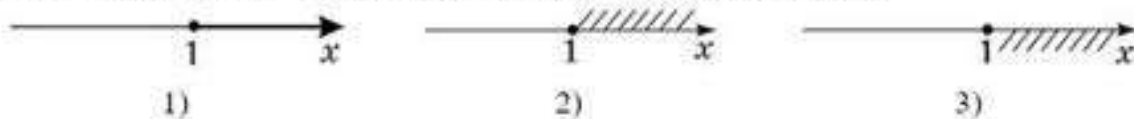
Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$[1; +\infty)$ жазуының оқылуы:

✓ бірден плюс шексіздікке дейінгі, бірді қоса алғандағы сан аралығы;

✓ бірден плюс шексіздікке дейінгі, бірді қоса алғандағы санды сәуле.

Бұл санды сәулені координаталық түзудің жоғарғы немесе төменгі жағынан штрихтап көрсетеді (60.2, 60.3-суреттер).



60-сурет

$x \geq 1$ теңсіздігінің шешімі $[1; +\infty)$ сан аралығы немесе санды сәуле болады деп айтады.

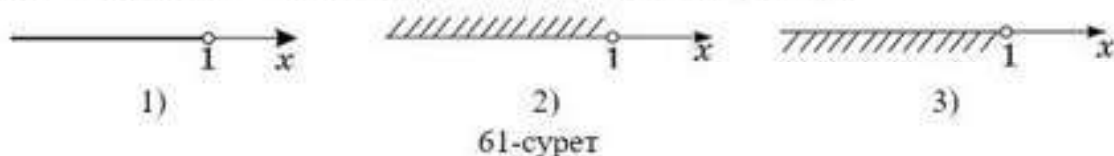
$x < 1$ теңсіздігінің шешімі 1-ден кіші кез келген сан. $x < 1$ теңсіздігінің барлық шешімін координаталық сәуледе кескіндесек, *ашық сәуле* деп аталатын геометриялық фигураны аламыз (61.1-сурет).

Егер сәуленің басын кескіндейтін нүкте сәулеге тиісті болмаса, онда сәуле *ашық сәуле* деп аталады.

Сәулеге тиісті емес нүктені 61.1-суретте көрсетілгендей өлшемі кіші шенбермен кескіндейді.

Координаталық түзуде осы ашық сәулеге сәйкес сан аралығын $(-\infty; 1)$ деп белгілейді.

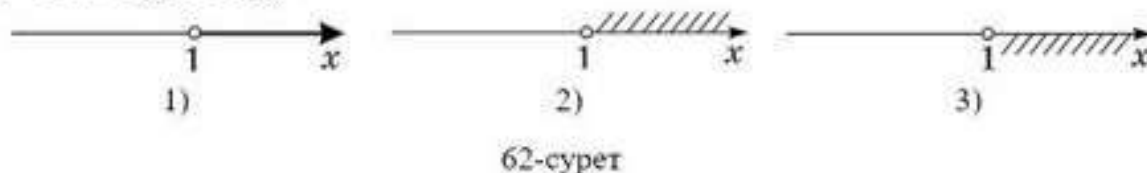
Ашық сәулені координаталық түзуде оның жоғары немесе төменгі жағынан штрихтап көрсетеді (61.2, 61.3-суреттер).



$x < 1$ теңсіздігінің шешімін $(-\infty; 1)$ сан аралығы немесе санды ашық сәуле дейді.

$x > 1$ теңсіздігінің шешімі 1-ден үлкен кез келген сан. $x > 1$ теңсіздігінің шешімін координаталық түзуде кескіндегенде ашық сәуле аламыз (62.1-сурет). Координаталық түзуде осы ашық сәулеге сәйкес сан аралығын $(1; +\infty)$ деп белгілейді.

Бұл ашық сәулені де координаталық түзуде штрихпен көрсетеді (62.2, 62.3-суреттер).



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$(1; +\infty)$ жазылуының оқылуы:

- ✓ бірден плюс шексіздікке дейінгі сан аралығы;
- ✓ бірден плюс шексіздікке дейінгі ашық сәуле.

$x > 1$ теңсіздігінің шешімін $(1; +\infty)$ сан аралығы немесе санды ашық сәуле дейді.

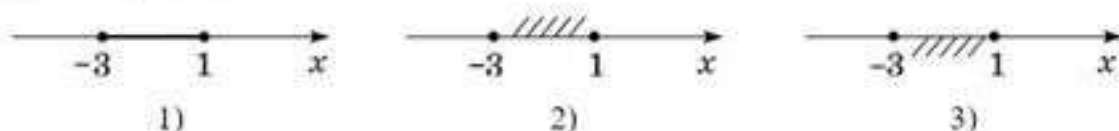
$-3 \leq x \leq 1$ көрсеткішінің шешімі -3 -тен үлкен немесе -3 -ке тең, бірақ 1-ден кіші немесе 1-ге тең кез келген сан. $-3 \leq x \leq 1$ көрсеткішінің барлық шешімін координаталық түзуде кескіндесек, кесінді аламыз (63.1-сурет). Координаталық түзуде осы кесіндіге сәйкес сан аралығын $[-3; 1]$ деп белгілеп, *санды кесінді* деп атайды.

Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$[-3; 1]$ жазылуының оқылуы:

- ✓ минус үштен бірге дейінгі, -3 пен 1-ді қоса алғандағы санды кесінді;
- ✓ минус үштен бірге дейінгі санды кесінді.

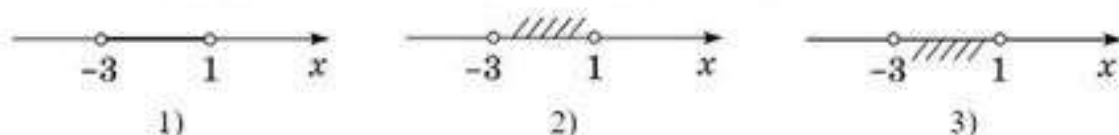
Кесіндіні координаталық түзуде кескіндеу түрлері 63.2, 63.3-суреттерде көрсетілген.



63-сурет

$-3 \leq x \leq 1$ қостенсіздігінің шешімі $[-3; 1]$ сан аралығы (санды кесінді) болады.

$-3 < x < 1$ қостенсіздігінің шешімі -3 -тен үлкен, бірақ 1 -ден кіші кез келген сан. $-3 < x < 1$ қостенсіздігінің барлық шешімін координаталық түзуде кескіндесек, *интервал* деп аталатын геометриялық фигураны аламыз (64.1-сурет). -3 және 1 сандарына сәйкес нүктелер интервалға тиісті болмайды. Сондықтан интервалды салғанда -3 және 1 сандары нүктемен емес, өлшемі кішірек шеңбермен көрсетіледі. Осы интервалға сәйкес координаталық түзудегі сан аралығы $(-3; 1)$ деп белгіленіп, *сандар интервалы* деп аталады.



64-сурет

Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$(-3; 1)$ жазуының оқылуы:

- ✓ минус үштен бірге дейінгі сан аралығы;
- ✓ минус үштен бірге дейінгі сандар интервалы.

$(-3; 1)$ интервалын координаталық сәуледе кескіндеу 64.2, 64.3-суреттерде көрсетілген.

$-3 < x < 1$ қостенсіздігінің шешімі $(-3; 1)$ сан аралығы немесе интервал болады.

$-3 \leq x < 1$ қостенсіздігінің шешімі -3 -тен үлкен немесе -3 -ке тең, бірақ 1 -ден кіші кез келген сан. $-3 \leq x < 1$ қостенсіздігінің барлық шешімін координаталық түзуде кескіндесе, онда жарты интервал деп аталатын геометриялық фигураны аламыз (65.1-сурет). Осы жарты интервалға сәйкес координаталық түзудегі сан аралығы $[-3; 1)$ деп белгіленеді және *санды жарты интервал* деп аталады.



1. $x > 7$; $|x| - 2$; $-3 < x < 9$ теңсіздігінің шешімі болатын сан аралығын атаңдар.
2. Санды кесінді; ашық санды сәуле болатын сандар аралығына мысал келтіріңдер.
3. $(8; +\infty)$; $(-1; +\infty)$; $(-\infty; 8]$; $[-3; 10]$ сан аралықтарының қайсыларына 8 саны тиісті болады?



Жаттығулар

931. Сан аралығын оқыңдар:

- | | | |
|------------------------------------|-------------------|---------------------------------|
| 1) $(-\infty; 3)$; | 2) $[-4; 5]$; | 3) $[-1,5; +\infty)$; |
| 4) $(-\frac{1}{3}; \frac{4}{7})$; | 5) $[-8,7; 10)$; | 6) $(-\infty; \frac{13}{60})$. |

932. 1) 20-дан 45-ке дейінгі;

2) $-7,8$ -ден 13 -ке дейінгі, 13 -ті қоса алғандағы;

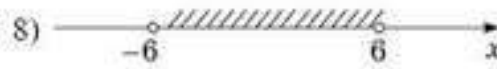
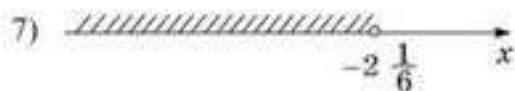
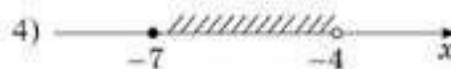
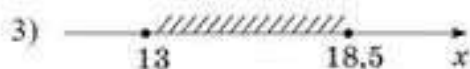
3) минус шексіздіктен $14\frac{5}{9}$ -ке дейінгі;

4) $\frac{6}{7}$ -дан плюс шексіздікке дейінгі $\frac{6}{7}$ -ны қоса алғандағы;

5) $-9,1$ -ден $2,2$ -ге дейінгі $-9,1$ мен $2,2$ -ні қоса алғандағы;

6) -40 -тан $-2\frac{19}{23}$ -ға дейінгі сан аралығын жазыңдар.

933. 67-суретте кескінделген сан аралығын жазыңдар:



67-сурет

934. Берілген сан аралығын координаталық түзуде кескіндендер:
 1) $[6; 10]$; 2) $[-5; -1]$; 3) $[-9; 3]$; 4) $(-1; 7]$;
 5) $(-\infty; 15)$; 6) $(8; +\infty)$; 7) $(-\infty; 2]$; 8) $[-3; +\infty)$.
935. $A(5); 2) B(-5)$ нүктесіне дейінгі қашықтығы: а) 3-тен кіші немесе тең; ә) 3-тен артық болатындай нүктелерден тұратын геометриялық фигураны координаталық түзуде кескіндендер. Қандай сан аралығы шықты?
936. 932-933-жаттығулардағы сан аралығынан: 1) санды кесіндіні; 2) ашық сәулені; 3) санды интервалды атаңдар.
937. Координаталық түзуге: 1) санды сәуле; 2) санды ашық сәуле; 3) санды кесінді; 4) сан интервалы; 5) санды жарты интервал салыңдар. Салынған сан аралығын жазыңдар.
938. 1) Сәуле; 2) ашық сәуле; 3) кесінді; 4) интервал; 5) жарты интервалға сәйкес үш сан аралығын жазыңдар.
939. 5; -9; 14; -12; 9; 13; 1; -19 сандарының арасынан:
 1) $[-12; 9]$; 2) $(-13; 13)$; 3) $(1; 15]$; 4) $[-20; 20]$
 сан аралығына тиісті болатын сандарды теріп жазыңдар.
940. $[-7; 4]$; $(-17; 5)$; $(-9; 5]$; $[-1; 11)$ сан аралықтарының арасынан:
 1) 5; 2) -8; 3) $4\frac{1}{9}$; 4) -0,5; 5) 10,2; 6) -16,9
 саны тиісті болатын сан аралығын көрсетінді ер.

В

Жаттығулар

941. 1) $[3,5; 10)$; 2) $[0,9; 4,9]$; 3) $(101; 105)$; 4) $[0; 5)$; 5) $[-5; 2)$; 6) $[-101; 1,2]$ сан аралығына тиісті барлық натурал сандарды табыңдар.
942. 1) $(2; 7,5]$; 2) $[-3,2; 3)$; 3) $[-21; -17)$; 4) $[12,3; 13,1]$; 5) $[-7\frac{1}{3}; -2,99]$; 6) $(-1; 4)$ сан аралығына тиісті барлық бүтін сандарды табыңдар .
943. 1) $(-3; 6]$; 2) $[-5; 2)$; 3) $[0,7; 9,9]$; 4) $[1\frac{11}{12}; 20\frac{1}{3}]$ сан аралығына тиісті: а) ең кіші; ә) ең үлкен натурал санды көрсетіндер .

944. 1) $[-100,1; 98]$; 2) $[-2\frac{1}{3}; 5]$; 3) $(1; 8,1]$; 4) $(-35; \frac{11}{19}]$ сан аралығына тиісті: а) ең кіші; ә) ең үлкен бүтін санды көрсетіндер.

С

Жаттығулар

945. 1) $(-9; 4]$; 2) $[-4\frac{3}{7}; 3\frac{1}{9}]$; 3) $[-6; 8]$; 4) $(-1,25; 11,7]$ сан аралығына тиісті барлық бүтін сандар қосындысының мәнін табындар.
946. Ұштары теріс емес сандар болатын кесіндіге тиісті барлық натурал сандар қосындысының мәні: 1) 6-ға; 2) 9-ға тең болатын санды кесіндині салындар. Барлық мүмкін болатын жағдайларды қарастырындар.

Қ

(947—949) :

947. 1) $a = 6\frac{6}{15}$; $b = -5,5$ және $c = 2,5$ болса, онда $2,15a + b + 1\frac{7}{15}c + \frac{11}{150}$;
- 2) $a = 0,3$; $b = 0,4$ және $c = 0,4$ болса, онда $100a^2 + 10b^2 + c$ өрнегінің мәнін табындар.
948. Катер 45 км/сағ жылдамдықпен 60 км жол жүрді. Осы жолға ол қанша уақыт жібереді?
949. Үшбұрыштың бір қабырғасы екіншісінен 2 есе артық, үшінші қабырғасы бірінші қабырғасынан 1,5 см-ге кем. Егер үшбұрыштың периметрі 12,5 см болса, онда оның қабырғаларын табындар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



950. *A* жиынының элементтері: 1; 3; 9; 13. *B* жиынының элементтері: 2; 9; 10; 13; 15. Осы жиындардың бірігуі мен қиылысуын табындар.

§ 34. Сан аралықтарының бірігуі мен қиылысуы

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

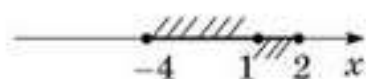
Сан аралықтарының бірігуі. Сан аралықтарының қиылысуы



Сан аралықтарының бірігуі мен қиылысуы қалай табылады?

Сан аралықтарының ең болмағанда біреуіне тиісті болатын сан аралығын сан аралықтарының *бірігуі* деп атайды.

Мысалы, $[-4; 1]$ және $[1; 2]$ сан аралықтарының бірігуін табайық.



68-сурет

Шешуі. Сан аралықтарының бірігуін сан түзуі

арқылы табайық. Мұнда бір сан аралығын координаталық түзудің жоғарғы жағынан, екіншісін төменгі жағынан кескіндедік. 68-суретте $[-4; 1]$ және $[1; 2]$ сан аралықтары көрсетілген.

Бұл сан аралықтардың бірігуіне -4 -тен 2 -ге дейінгі -4 -тен 2 -ні қоса алғандағы барлық сандар жатады, яғни $[-4; 2]$, өйткені сан аралығына тиісті сандар $[-4; 1]$ немесе $[1; 2]$ сан аралықтарының ең болмағанда біреуіне тиісті.

Жауабы : $[-4; 2]$.

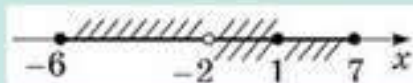
“ $[-4; 1]$ және $[1; 2]$ сан аралықтарының бірігуі $[-4; 2]$ сан аралығы болады” деген сөйлемді жазғанда *бірігуі белгісі* болып табылатын \cup таңбасын қолданады. Сонда $[-4; 1] \cup [1; 2] = [-4; 2]$.

Түсіндіріңдер!

Координаталық түзудің көмегімен шыққан сан аралықтары берілген сан аралықтарының бірігуі болатынын түсіндіріңдер (69—71-суреттер):

1) $[-6; 1] \cup (-2; 7] = [-6; 7]$;

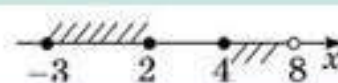
2) $(-\infty; 1] \cup [-2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$; 3) $[-3; 2] \cup [4; 8]$.



69-сурет



70-сурет

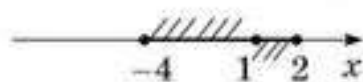


71-сурет

Сан аралықтарының бірігуімен қатар, олардың қиылысуын да, яғни олардың ортақ бөлігін табады.

Берілген сан аралықтарының әрқайсысына тиісті болатын сан аралығын сан аралықтарының қиылысуы деп атайды.

Мысалы, $[-4; 1]$ және $[1; 2]$ сан аралықтарының қиылысуын табайық.



72-сурет

Шешуі. Сан аралықтарының қиылысуын сан түзуі арқылы табамыз. Ол үшін бір сан аралығын координаталық түзудің жоғарғы, екіншісін төменгі жағынан кескіндейміз (72-сурет). Олардың қиылысуы тек қана 1 санынан тұрады. Өйткені 1 саны $[-4; 1]$ кесіндісіне де, $[1; 2]$ кесіндісіне де тиісті.

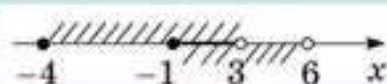
Жауабы: $\{1\}$.

“ $[-4; 1]$ және $[1; 2]$ кесінділерінің қиылысуы 1-ге тең” деген сөйлемді жазу үшін қиылысу белгісі болып табылатын \cap таңбасын және $\{ \}$ фигуралық жақшалар қолданылады. Сонда $[-4; 1] \cap [1; 2] = \{1\}$.

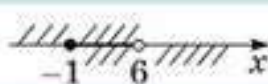
Түсіндіріңдер!

Координаталық түзудің көмегімен шыққан сан аралықтары берілген сан аралықтарының қиылысуы болады (73—75-суреттер):

- 1) $[-4; 3] \cap [-1; 6] = [-1; 3]$;
- 2) $(-\infty; 6) \cap [-1; +\infty) = [-1; 6]$;
- 3) $[-5; 2] \cap [4; 9] = \emptyset$.



73-сурет



74-сурет



75-сурет

Сан аралықтарына ортақ сан болмаған жағдайда \emptyset таңбасы қолданылады. Бұл таңба сан аралықтарының қиылысуында ешқандай санның болмайтынын көрсетеді. Мысалы, “ $[-4; 1]$ және $(2; 6]$ сан аралықтарының қиылысуында ешқандай сан болмайды” деген сөйлемді былайша жазады: $[-4; 1] \cap (2; 6] = \emptyset$. Демек, $[-4; 1]$ және $(2; 6]$ сан аралықтары қиылыспайды.

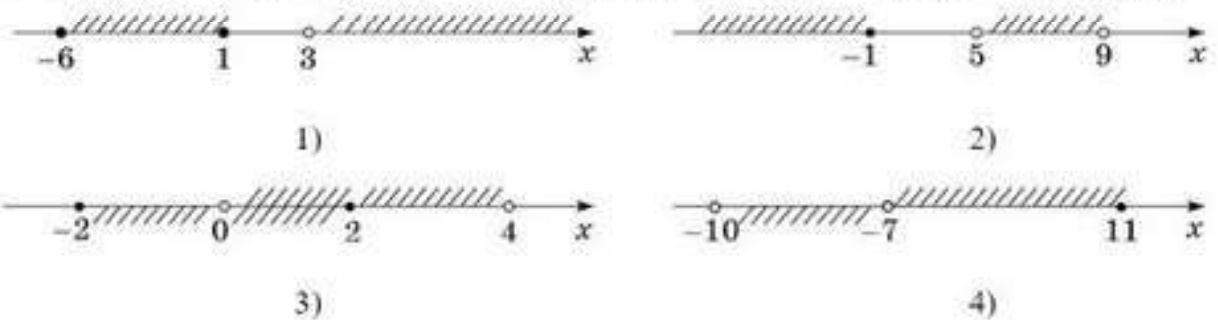


1. Сан аралықтарының бірігуінде бірде-бір санның болмауы мүмкін бе?
2. Екі санды сәуленің бірігуі сандыкесінді, сандысәуле, сәнтүзуі болуы мүмкін бе?
3. Екі санды сәуленің қиылысуы сандыкесінді, сандысәуле, сәнтүзуі болуы мүмкін бе?

A

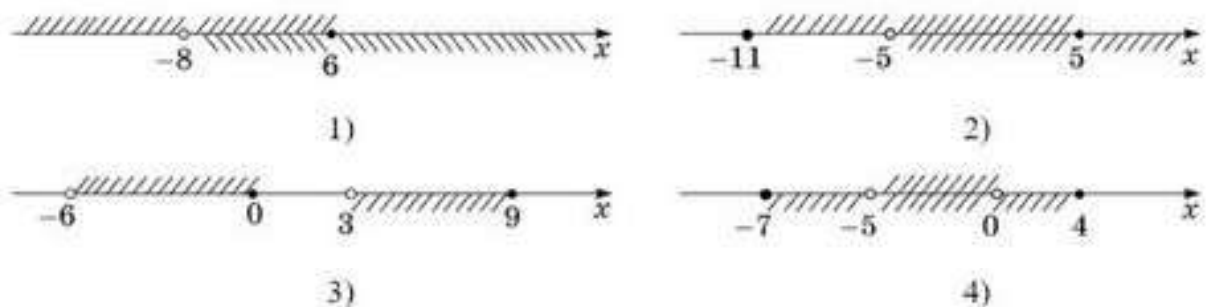
Жаттығулар

951. 76-суретте кескінделген сан аралықтарының бірігуін табыңдар:



76-сурет

952. 77-суретте кескінделген сан аралықтарының қиылысуын табыңдар:



77-сурет

Сан аралықтарының бірігуін табыңдар (953-954) :

953. 1) $(-\infty; 7)$ және $(6; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4]$ және $(-5; 2)$;
 3) $[-\frac{2}{3}; 10)$ және $[0; 8)$; 4) $(15\frac{1}{14}; 20]$ және $(0; +\infty)$.
954. 1) $(-\infty; 10)$ және $(-3; 6)$; 2) $(-\infty; 8)$ және $[7; +\infty)$;
 3) $[2,4; 5)$ және $(4; 11]$; 4) $[-1,8; 0)$ және $[-1; 14]$.

Сан аралықтарының қиылысуын табыңдар (955—957) :

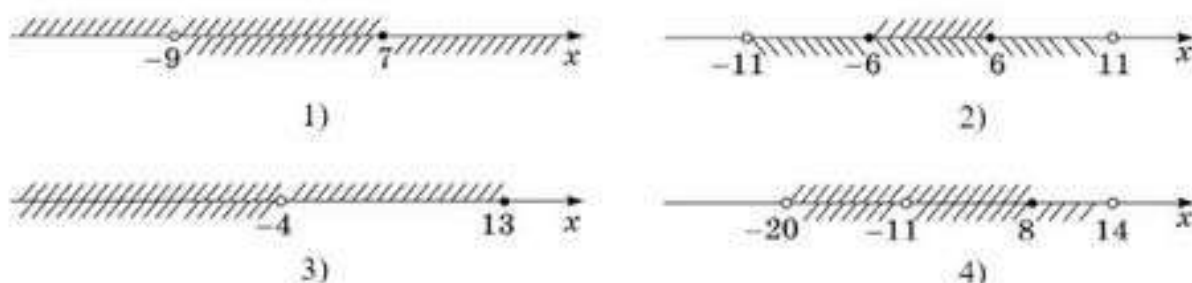
955. 1) $(-5; 1]$ және $[-6; 0)$; 2) $[-7\frac{1}{3}; 11)$ және $[-3; 5)$;
 3) $(-\infty; 4\frac{2}{3})$ және $[4; +\infty)$; 4) $(-19,2; 0)$ және $[-8; 8)$.
956. 1) $(-\infty; -7,9)$ және $(-12; 3)$; 2) $(-20; 1]$ және $[-1,9; +\infty)$;
 3) $[8\frac{1}{9}; 35)$ және $(-7,5; 10]$; 4) $(\frac{7}{15}; 9]$ және $[-6; 5\frac{1}{2})$.

957. 1) $(-8; 13)$ және $(-3,7; 5)$; 2) $\left[-6\frac{2}{3}; 17,3\right]$ және $(-1; 0)$;
3) $\left(9\frac{3}{5}; 18\right]$ және $\left[-12; 4\frac{1}{2}\right)$; 4) $[-13; 5)$ және $[6; 12)$.

Сан аралықтарының бірігуі мен қылысуын табындар (958-959) :

958. 1) $(-\infty; 3]$ және $[1; +\infty)$; 2) $(-4; 0]$ және $[4; 7)$;
3) $\left(-16\frac{3}{7}; 16\right]$ және $[-6; 6)$; 4) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ және $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
959. 1) $(-5; 15)$ және $[4; 13)$; 2) $(-\infty; 4,5]$ және $[-4,5; +\infty)$;
3) $\left[-8\frac{3}{5}; 11\right]$ және $(-9; 2)$; 4) $\left[\frac{2}{3}; 5\right)$ және $(2; 6,7)$.

960. 78-суретте кескінделген сан аралықтарының қылысуына $-10; -5; 0; 4; 5$ сандарының қайсысы тиісті?



78-сурет

В Жаттығулар

961. Бір координаталық түзуде: 1) санды интервал мен санды сәуле; 2) санды кесінді мен санды ашық сәуле салындар. Мүмкін болатын жағдайларды қарастырып, әр жағдай үшін сан аралықтарының бірігуі мен қылысуын табындар.
962. 1) $[-3; 3]$; 2) $\left(-\infty; 9\frac{1}{3}\right]$; 3) $\left[1\frac{2}{3}; 10\right)$ сан аралығы берілген. Қылысуы жарты интервал болатындай етіп бір координаталық түзуде берілген сан аралығын және интервал салындар. Шыққан санды интервалды жазындар.
963. 1) $(1; 8)$ және $(-5; 7)$; 2) $[-2; 3]$ және $(-1; 5)$;
3) $(-\infty; 6]$ және $[4; +\infty)$; 4) $(-10; -2]$ және $[-7; 1)$
сан аралығының қылысуына тиісті болатын барлық натурал сандарды табындар.
964. 1) $(-3,4; 3]$ және $[-4; 5)$; 2) $(-9; 11]$ және $[-4; 3,1]$;
3) $(-\infty; 7,9]$ және $[-0,5; +\infty)$; 4) $\left(-6\frac{11}{12}; 0\right]$ және $[-8; 1)$

сан аралығының қиылысуына тиісті болатын барлық натурал сандарды табындар.

965. 1) $(-10; 6)$ және $(1; +\infty)$; 2) $[5; 29]$ және $[20; +\infty)$;
3) $(-3; 13]$ және $[-4; +\infty)$; 4) $(21; +\infty)$ және $(-20; 21]$
сан аралығының қиылысуына тиісті болатын ең үлкен (ең кіші) натурал санды табындар.



Жаттығулар

966. 1) $[3,5; 7,1]$ және $(1; 4,9)$; 2) $(-\infty; \frac{3}{7}]$ және $[-\frac{8}{9}; +\infty)$;
3) $(-\infty; +\infty)$ және $[-7\frac{1}{3}; 8\frac{1}{3}]$; 4) $(-5,1; 9,1)$ және $(-\infty; +\infty)$
сан аралығының қиылысуына тиісті болатын ең үлкен (ең кіші) бүтін санды табындар.
967. 1) $(-10; 5]$ және $(-3; 7]$; 2) $[-11; 9]$ және $[-2,5; 6,1)$;
3) $(-\infty; 4,8]$ және $[3,9; +\infty)$; 4) $(-\infty; -5,7)$ және $(-6,8; +\infty)$
сан аралығының қиылысуына тиісті болатын ең үлкен натурал санды және ең кіші бүтін санды көрсетіндер.

Қ

(968—970) :

968. 1) $O(0)$; 2) $A(-1)$; 3) $B(3)$ нүктесінен: а) 2-ге тең; ә) 2-ден кіші; б) 2-ден үлкен қашықтықта орналасқан нүктелерді координаталық түзуде кескіндеңдер. Қай жағдайда интервал алынады?
969. Өрнекті ықшамдаңдар:
1) $37,6x - (10 - 41,2x) + 7,13$; 2) $8,8 + 13,19y - (15,1y + 20,02)$;
3) $\frac{0,3^2 + 0,4^2}{0,5^3} \cdot x - (200x + 8) \cdot \frac{1}{2^3}$; 4) $\frac{y \cdot (0,5^3 - 0,1)}{0,5^2} - (9y + 0,1)$.
970. 2007 жылы Қызылорда облысында жиналған күріш мөлшері сол жылы республика бойынша жиналған күріштің 91,6%-ын құрады. Республикамыздың қалған аумақтарында қанша пайыз күріш өсірілген?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



971. Координаталық түзуде: 1) 3-тен үлкен; 2) -2 -ден кіші сандарды көрсетіндер.

§ 35. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңсіздік. Айнымалы. Теңсіздікті шешу. Мәндес теңсіздіктер



$kx > b$, $kx \geq b$, $kx < b$, $kx \leq b$ сызықтық теңсіздіктерін қалайшығарады?

$ax > b$, $ax \leq b$, $ax < b$, $ax \geq b$ түріндегі теңсіздіктер (мұндағы x — айнымалы, a және b — қандай да бір сандар) *бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер* деп аталады.

Көптеген теңсіздіктердің шешімі бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктердің шешіміне келтіріледі.

Теңсіздік таңбасының сол және оң жақтарында тұрған өрнектерді сәйкесінше теңсіздіктің сол жақ және оң жақ бөліктері деп атайды. Сол және оң жақ бөліктеріндегі әрбір қосылғышты *теңсіздіктің мүшесі* деп атайды.

Мысалы, $0,8x - 1,6 > 3,5 + 7x$ теңсіздігінің $0,8x - 1,6$ сол жағы, $3,5 + 7x$ оң жағы, $-0,8x$; $-1,6$; $3,5$; $7x$ теңсіздіктің мүшелері болып табылады.

Айнымалысы бар теңсіздікке қойғанда тура санды теңсіздік беретін айнымалының мәні (сан) *бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктің шешімі* деп аталады.

Мысалы, 8 саны $20 + x > 24$ теңсіздігінің шешімі болады, өйткені $20 + 8 > 24$ — тура санды теңсіздік.

Теңсіздікті шешу дегеніміз — оның барлық шешімдерін табу немесе шешімі болмайтынын дәлелдеу.

Шешімдері бірдей болатын немесе шешімдері болмайтын теңсіздіктер *мәндес теңсіздіктер* деп аталады.

Айнымалысы бар теңсіздіктегі x айнымалысы ізделінді сан болғандықтан, санды теңсіздіктердің қасиеттерін қолданып, айнымалысы бар теңсіздікті оған мәндес теңсіздікпен алмастыруға болады. Сондықтан теңсіздіктер мәндестігінің мына ережелері ақиқат.

1. Егер айнымалысы бар теңсіздіктің екі жақ бөлігіне бірдей санды қосса, онда берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік шығады.

2. Егер айнымалысы бар теңсіздіктегі қосылғыштардың таңбаларын қарама-қарсы таңбаға алмастыра отырып, теңсіздіктің бір жақ бөлігінен екінші жақ бөлігіне көшірсе, онда берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік шығады.

3. Егер айнымалысы бар теңсіздіктің екі жақ бөлігін бірдей он санға көбейтсе немесе бөлсе, онда берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік шығады.

4. Егер теңсіздік таңбасын қарама-қарсы таңбаға алмастыра отырып, айнымалысы бар теңсіздіктің екі жақ бөлігін бірдей теріс санға көбейтсе немесе бөлсе, берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік шығады.



1. $\frac{x}{7} > 5$; $\frac{7}{x} > 5$; $x - 7 \leq 2x$; $x + 7 < 0$; $(x - 7)(x + 7) < 0$; $x^2 - 7 < 0$ теңсіздіктерінің қайсысы бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік болады?
2. $x - 7 > 2x$; $x > 2x + 7$; $x - 7 + 7 > 2x + 7$; $3x - 21 > 6x$ теңсіздіктері мәндес бола ма? Жауабын түсіндіріңдер.

A

Жаттығулар

972. Берілген теңсіздіктердің қайсысы бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік болады:

- 1) $x \geq -4$; 2) $y < 2,5$; 3) $x + 1 \geq y$;
4) $3 + 15 < 20$; 5) $xy \leq \frac{1}{3}$; 6) $7x > -2$?

973. 1) x кіші 10-нан; 2) x үлкен немесе тең 4,9-ға;

3) x кіші немесе тең $-15\frac{2}{13}$ -ге;

4) x кіші $-7,191$ -ден тұжырымдарын теңсіздік түрінде жазыңдар.

974. 1) $y < 25,4$; 2) $y > -\frac{5}{17}$; 3) $y \leq -1,8$;

4) $y \geq 33$; 5) $y > 0,19$; 6) $y < 10,1$

теңсіздігі тура болатындай y айнымалысының үш мәнін атаңдар.

975. Берілген теңсіздіктер мәндел теңсіздіктер бола ма:

- 1) $x \geq -8$ және $x + 3 \geq -5$; 2) $y \leq 10$ және $y - 1 \leq 9$;
 3) $x > 5$ және $5x > 25$; 4) $x < 3$ және $-3x > -9$;
 5) $x < 20$ және $\frac{1}{2}x + 3 > 10$; 6) $y \geq -16$ және $-\frac{1}{4}y \leq 4$?

976. Мәндел теңсіздіктерді атаңдар:

- 1) $x < 12$ және $x - 5 < 7$; 2) $y \geq -4$ және $x + 7 \geq -11$;
 3) $x - 4 > 9$ және $x > 13$; 4) $13 + x \leq 10$ және $x \geq -3$.

977. Мәндел теңсіздіктерді көрсетіндер:

- 1) $x + 4 > 5$ және $x > 1$; 2) $9 - x \leq 10$ және $-x \leq 1$;
 3) $6y > -12$ және $y > -2$; 4) $-7x < 21$ және $x > -3$.

В

Жаттығулар

978. 1) x пен $-18,5$ -тің қосындысы $18,7$ -ден кіші немесе тең;
 2) 20 және $9x$ -тің айырымы $41,2$ -ден үлкен;
 3) 61 мен $-y$ -тің қосындысы $-0,01$ -ден үлкен немесе тең;
 4) 13 пен $7y$ -тің айырымы $2,2$ мен $-11y$ -тің қосындысынан кіші деген тұжырымды теңсіздік арқылы жазыңдар.

979. 1) $7x - 4 \geq 0$; 2) $10 - 3x < 1,5$;
 3) $4\frac{2}{3}x + 7,8 < -2,9$; 4) $20x - 3\frac{1}{7} \leq 8\frac{2}{5}$ теңсіздігіне мәндел болатын қандай да бір теңсіздікті атаңдар .

С

Жаттығулар

980. Берілген теңсіздіктердің мәндел болатынын дәлелдендер:

- 1) $20x - 11 \geq 19x + 18$ және $13x - 2 \geq 12x + 27$;
 2) $35y - 12,8 < 1,2$ және $5y < 2$.

a -ның қандай мәнінде берілген теңсіздіктер мәндес болады (981-982) :

981. 1) $15 + 5x \leq x$ және $4x \leq a$;
 2) $-9y + 27 > 3$ және $3y < a$;
 3) $14z + 40 < 41$ және $7z < a$;
 4) $63 - 10t \geq 65$ және $5t \leq a$?
982. 1) $\frac{4}{7} + 13x \geq 10x + 3\frac{4}{7}$ және $2,5x + a \geq 1 - 0,5x$;
 2) $19\frac{2}{9}y - 40 < 20y - 55$ және $\frac{2}{9}y + 7 < y + a$.

Қ (983-984) :

983. Қайықтың меншікті жылдамдығы 7 км/сағ, өзен ағысының жылдамдығы 2,5 км/сағ. Қайық өзен ағысымен 3 сағ және өзен ағысына қарсы 2 сағ жүзді. Қайықтың жүзіп өткен жолын табындар.
984. Төменде берілген кестені қолданып, әр жылдары республикамызда өсірілген ауылшаруашылық дақылдарының өнімділігін анықтаңдар:

	2003 ж.	2004 ж.	2005 ж.	2006 ж.	2007 ж.	2009 ж.
картоп өнімділігі	$11^2 + 2 \cdot 3^2$	$11^2 + 13$	$12^2 + 6$	$12^2 + 10$	$13^2 - 10$	12^2
көгөністер өнімділігі	$13^2 + 2^3$	$14^2 - 10$	14^2	$14^2 + 5$	$15^2 - 14$	$14^2 - 2^3$

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



985. Теңдеуді шешіндер:

- 1) $16,8x - 41 = 17x + 19$; 2) $31,6y + 93 = 32,1y - 2$.

§ 36. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Алгебралық түрлендірулер. Сызықтық теңсіздік. Айнымалы. Теңсіздікті шешу



Алгебралық түрлендірудің көмегімен бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді $kx > b$, $kx \geq b$, $kx < b$, $kx \leq b$ түріне қалай келтіруге болады?

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерге келтірілетін теңсіздіктерді шешуге мысалдар қарастырайық.

1-мысал. $-4x + 17 > 15 + 6x$ теңсіздігін шешейік.

Шешуі. Теңсіздіктердің мәндес болу қасиеттерінің бірін қолданып, қосылғыштардың таңбаларын қарама-қарсы таңбаға алмастырамыз. Енді айнымалысы бар мүшелерді теңсіздіктің сол жақ бөлігіне көшірейік: $-4x - 6x > 15 - 17$ немесе $-10x > -2$. Теңсіздіктің екі жақ бөлігін -10 санына бөлсек, $x < 0,2$ аламыз.

Жауабы: $(-\infty; 0,2)$.

Жалпы $-4x + 17 > 15 + 6x$ теңсіздігінің шығарылу жолын былай жазатын боламыз:

$$-4x - 6x > 15 - 17;$$

$$-10x > -2;$$

$$x < 0,2.$$

2-мысал. $9(-2x + 4) - 7(x + 3) < 15x - (40x - 7)$ теңсіздігін шешейік.



2-мысалда берілген теңсіздік $0 \cdot x < -8$ теңсіздігіне мәндес болатынын көрсетіндер.

x -тің кез келген мәнінде $0 \cdot x < -8$ теңсіздігі $0 < -8$ тура емес санды теңсіздікке айналғандықтан, $0 \cdot x < -8$ теңсіздігінің және оған мәндес $9(-2x + 4) - 7(x + 3) < 15x - (40x - 7)$ теңсіздігінің шешімі болмайды, яғни оның шешімі бос жиын: \emptyset .

Жауабы: \emptyset .

3-мысал. $3x - 43 + 2(24 - 2x) < 7x - 4(2x - 9) - 23$ теңсіздігін шешейік.

Тенсіздікті шешіндер (989—991) :

989. 1) $x - 3 < 10$; 2) $7 + x > 2$; 3) $x + 41 \leq 10$;
 4) $3x + 1 \geq -14$; 5) $8x - 5 \leq 11$; 6) $1,2x + 2 > 0,4$.
990. 1) $-y > 5$; 2) $-y \leq -3$; 3) $-y < \frac{1}{7}$;
 4) $-y \geq 6,1$; 5) $1 - 2y \mid 16$; 6) $29 > y - 27$.
991. 1) $\frac{x}{5} < 21$; 2) $\frac{x}{4} > 10$; 3) $\frac{y}{3} \leq -19$;
 4) $8 - \frac{1}{2}y > 8$; 5) $11 + \frac{1}{9}z \mid 5$; 6) $0,5 - 10z < 1$.
992. Тенсіздіктің шешімін координаталық түзде кескіндендер:
 1) $20 + 2x > 0$; 2) $35 - 5x < 0$; 3) $81x + 9 \geq 0$;
 4) $45 \leq 4x + 1$; 5) $60 \geq 5 - 13x$; 6) $23x + 2 \leq -21$.

Тенсіздікті шешіндер (993—995) :

993. 1) $0,7x + 8 > 0,8x - 1$; 2) $9,5x - 11 \leq 11,5x + 3$;
 3) $\frac{2}{9}x - 3 < 3\frac{2}{9}x + 4$; 4) $29x + 4\frac{1}{4} \geq 33x + 3\frac{1}{3}$.
994. 1) $4y + 10 \geq 2(1 - y) + 24$; 3) $7(6 - 5t) - 5 < 1 - 41t$;
 2) $49 - 3(3 - 2z) \leq 1 - 4z$; 4) $-0,5(8x + 9) - 0,9 > 4x - 3$.
995. 1) $\frac{3x - 4}{2} > \frac{6 - 2x}{3}$; 2) $\frac{10 - x}{6} \geq \frac{x + 7}{5}$;
 3) $\frac{3 + 2x}{12} \leq \frac{3x - 2}{15}$; 4) $\frac{y - 5}{18} > \frac{6 - y}{24}$.

996. a айнымалысының қандай мәндерінде:

- 1) $8\frac{2}{7} - 5a$; 2) $9,3 + 4a$;
 3) $11\frac{3}{11} - 31a$; 4) $11,11 + 11a$

өрнегі оң мәндерді қабылдайды?

997. b айнымалысының қандай мәндерінде:

- 1) $19,2 + \frac{1}{3}b$; 2) $\frac{4}{7} - 3\frac{1}{2}b$;
 3) $0,05 - 0,2b$; 4) $202 + 50b$

өрнегі теріс мәндерді қабылдайды?

998. x айнымалысының қандай мәндерінде:

- 1) $421 - 0,2x$ өрнегінің мәні 420-дан үлкен;

- 1003.** Айнымалының қандай мәндерінде:
- 1) $10x - 7$ және $7x + 8$ өрнектерінің қосындысы 13-тен артық;
 - 2) $29y + 31$ және $25y + 5$ өрнектерінің айырымы 4-тен артық;
 - 3) $51 - 17t$ және $39 + 23t$ өрнектерінің қосындысы $4t$ -дан кіші;
 - 4) $67z - 11$ және $19 + 69z$ өрнектерінің айырымы $6z$ -тен кіші болады?
- 1004.** 1) $27 - 28y$ өрнегінің мәні $(2,5 - 2y) \cdot 6$ өрнегінің мәнінен артық;
 2) $4,7 - 0,85y$ өрнегінің мәні $(y - 1) \cdot 3$ өрнегінің мәнінен артық;
 3) $5(y + 2)$ өрнегінің мәні $6,8 - y$ өрнегінің мәнінен кем болатындай y айнымалысының барлық мәндерін табындар.

Теңсіздікті шешіндер (1005-1006) :

- 1005.** 1) $\frac{x - 3}{14} - \frac{x - 7}{35} + \frac{2x + 3}{5} \geq 0,1$;
 2) $\frac{5 - 3y}{11} + \frac{y - 4}{10} - \frac{2 + 3y}{2} < \frac{2}{11}$.
- 1006.** b айнымалысының қандай мәндерінде $\frac{5b + 3}{2} - 1$ өрнегінің мәні $\frac{7 - 5b}{2}$ өрнегінің мәнінен артық немесе тең болады?
- 1007.** b айнымалысының қандай мәндерінде $\frac{b + 4}{2} - 2$ өрнегінің мәні $\frac{b}{2}$ өрнегінің мәнінен кіші немесе тең болады?
- 1008.** 1) $\frac{3a - 2}{4}$ және $\frac{5a + 4}{3}$ өрнектерінің қосындысының мәні $\frac{a - 49}{6}$ өрнегінің мәнінен кем немесе тең;
 2) $\frac{a + 1}{4}$ және $\frac{a - 2}{3}$ өрнектерінің айырымының мәні $\frac{5a}{2}$ өрнегінің мәнінен үлкен немесе тең болатындай a айнымалысының барлық мәндерін табындар.



Жаттығулар

- 1009.** 1) Тізбектей алынған үш натурал санның қосындысының мәні 74-тен үлкен. Осы сандардың ең кішісін табындар.
 2) Тізбектей алынған үш бүтін санның қосындысы нөлден үлкен немесе тең. Осы бүтін сандардың ең кішісін табындар.

- 3) Жұп санның келесі жұп санмен қосындысының мәні 59-дан кіші. Осы екі санның ең үлкенін табыңдар.
 4) Тақ санның келесі екі тақ санмен қосындысының мәні 95-тен үлкен. Осы тақ сандардың ең кішісін табыңдар.

1010. 1) Бригада бір күнде ұзындығы 50 м жол салу керек. Жоспарды 10%-ға артық орындау үшін бригада қанша километр жол салуы қажет?

2) Жұмысшы жоспар бойынша 45 тетік дайындауы керек. Жоспарды 9%-ға артық орындауы үшін ол қанша тетік дайындауы қажет?

1011. Ұзындығы 7 см тіктөртбұрыштың периметрін 18 см-ге дейін арттыру үшін оның енін қандай ең кіші бүтін санға арттыру керек?

1012. x айнымалысының қандай мәндерінде теңдік тура болады:

1) $|6 - 3x| = 3x - 6$; 2) $|7x + 1,4| = 7x + 1,4$;

3) $\left| \frac{3}{4}x - 15 \right| = 15 - \frac{3}{4}x$; 4) $\left| 12 - \frac{6}{7}x \right| = 12 - \frac{6}{7}x$?

1013. c айнымалысының қандай мәндерінде:

1) $4x + c = 5c - 2$ теңдеуінің теріс;

2) $6x - 7 = 3 - 5c$ теңдеуінің оң түбірі болады?

Қ (1014) :

1014. Амалдарды орындандар:

1) $\left(\left(22,22 : 110 - \frac{2^6 \cdot 3}{10^3} \right) \cdot 5^4 \cdot 2^3 - 48\frac{7}{9} \right) : \frac{2}{3}$;

2) $7^4 : 49 - 576 : \left(3 : \frac{1}{2^3} \right) - 2^5$.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1015. 1) $(-3; 2,5]$ және $[0; 4)$; 2) $[0,7; 5)$ және $[1; 6)$;
 3) $(-\infty; -15]$ және $[-14,9; 3]$; 4) $[-6; 11)$ және $[-3; +\infty)$
 сан аралықтарының қиылысуын табыңдар.

§ 37. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңсіздіктер жүйесі



Бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесін қалай шығарады?

Бір айнымалысы бар екі немесе бірнеше сызықтық теңсіздіктерді бір мезгілде тура теңсіздікке әкелетін айнымалының мәнін табу керек болған жағдайда теңсіздіктер жүйесі қарастырылады.

Теңсіздіктер жүйесін жазу кезінде фигуралық жақша қолданылады.

Мысалы,
$$\begin{cases} 4x \leq 17, \\ 9x - 32 \geq 0. \end{cases}$$

Бұл жазудағы фигуралық жақша әрбір теңсіздікті тура санды теңсіздікке айналдыратын айнымалының мәндерін табуды білдіреді. Айнымалының ондай мәндерін *теңсіздіктер жүйесінің шешімі* деп атайды.

Жүйенің әрбір теңсіздігін тура санды теңсіздікке айналдыратын айнымалының мәні *бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі* деп аталады.

Мысалы, 4 саны
$$\begin{cases} 4x \leq 17, \\ 9x - 32 \geq 0 \end{cases}$$
 теңсіздіктер жүйесінің шешімі болады. Себебі $x = 4$ болғанда $4 \cdot 4 \leq 17$ және $9 \cdot 4 - 32 \geq 0$ тура санды теңсіздіктері шығады.

0 саны
$$\begin{cases} 4x \leq 17, \\ 9x - 32 \geq 0 \end{cases}$$
 теңсіздіктер жүйесінің шешімі болмайды.

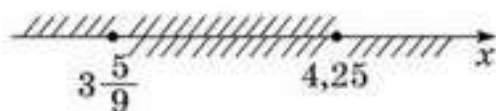
Өйткені $x = 0$ болғанда жүйенің бірінші теңсіздігі тура санды теңсіздік, яғни $4 \cdot 0 \leq 17$ болады, екінші теңсіздігі $9 \cdot 0 - 32 \geq 0$ тура санды теңсіздік болмайды.

Теңсіздіктер жүйесін шешу дегеніміз — теңсіздіктер жүйесінің барлық шешімін табу немесе шешімі болмайтынын көрсету.

Теңсіздіктер жүйесін шешу үшін жүйенің әрбір теңсіздігін жеке-жеке шешіп, олардың ортақ шешімдерін табу керек.

Мысалы, $\begin{cases} 4x \leq 17, \\ 9x - 32 \geq 0 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесін шешейік.

Шешуі. $4x \leq 17$ теңсіздігінің шешімі $(-\infty; 4,25]$ сан аралығы, $9x - 32 \geq 0$ теңсіздігінің шешімі $[3\frac{5}{9}; +\infty)$ сан аралығы болады. Енді осы



80-сурет

екі теңсіздіктің ортақ шешімін табу үшін әрбір теңсіздіктің шешімін бір координаталық түзуде кескіндейік (80-сурет).

80-суретті қолданып $(-\infty; 4,25]$ және $[3\frac{5}{9}; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысуын табамыз. Сонда $[3\frac{5}{9}; 4,25]$ жарты интервалы шығады.

Демек, $\begin{cases} 4x \leq 17, \\ 9x - 32 \geq 0 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесінің шешімі $[3\frac{5}{9}; 4,25]$ сан аралығына тиісті сандар.

Жауабы : $[3\frac{5}{9}; 4,25]$.



1. Егер бір айнымалысыбар сызықтық теңсіздіктер жүйесінің құрамындағы теңсіздіктердің бірінің шешімі болса, онда жүйенің шешімі бола ма?
2. Егер бір айнымалысыбар сызықтық теңсіздіктер жүйесінің бір теңсіздігі айнымалының келген мәнінде тура болса, онда берілген жүйенің шешімі туралы не айтуға болады?

A

Жаттығулар

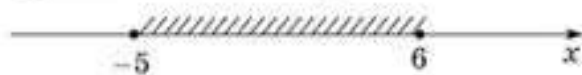
1016. $-9; -3; 0; 3; 6; 9; 13$ сандарының қайсысы берілген теңсіздіктер жүйесінің шешімі болады:

1) $\begin{cases} x \geq -20, \\ x > -4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \leq 10, \\ x < 8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > 0, \\ x \leq 5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq -9, \\ x < 6? \end{cases}$

1017. $-4; -0,5; 3; 6; 7; 8,7; 15$ сандарының арасынан берілген теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын сандарды теріп жазындар:

1) $\begin{cases} x > 3, \\ x \leq 10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \geq -1, \\ x < 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 25, \\ x \geq -5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x < 4, \\ x \geq -8. \end{cases}$

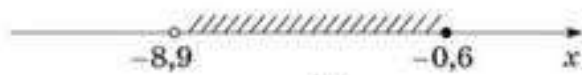
1018. 81-суретте кескінделген сан аралықтарын көрсеткіштер арқылы жазыңдар:



1)



2)



3)



4)

81-сурет

1019. 82-суретте кескінделген сан аралықтарын жазыңдар:



1)



2)



82-сурет



1020. Берілген көрсеткішті сан аралығы арқылы жазып, координаталық түзде кескіндендер:

1) $3 < x \leq 12$;

2) $-19 \leq x < 0$;

3) $-27 \leq x \leq -3$;

4) $-9 \frac{1}{9} < x < 3,5$;

5) $0,27 \leq x \leq 4$;

6) $-5,6 < x \leq 4 \frac{2}{7}$.

1021. Берілген сан аралығын көрсеткіш арқылы жазыңдар:

1) $(-45; 1]$;

2) $[-7; 7]$;

3) $[-1; 28]$;

4) $(-\frac{1}{15}; \frac{2}{17})$;

5) $[-0,15; 4\frac{3}{7})$;

6) $[0; 49,5]$.

Берілген теңсіздіктер жүйесіне мәндес болатын теңсіздіктің шешімін координаталық түзде кескіндендер (1022-1023):

1022. 1) $\begin{cases} x > 1, \\ x \geq 3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x \geq -5, \\ x > 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x > 0, \\ x > -4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x \geq -3, \\ x \geq -8. \end{cases}$

1023. 1) $\begin{cases} x < 2,5, \\ x < -1,7; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x \geq 7\frac{2}{3}, \\ x > 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x \leq 8,01, \\ x \leq 8\frac{1}{3}; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x < 10, \\ x < -6. \end{cases}$

1024. Берілген теңсіздіктер жүйесіне мәндес болатын көптеңсіздіктің шешімін координаталық түзуде кескіндеңдер:

$$1) \begin{cases} x > -3, \\ x \leq 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x < 17, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \geq -11, \\ x \leq 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x > -4, \\ x < 24. \end{cases}$$

1025. $\begin{cases} x > 5, \\ x \leq 7 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын барлық натурал сандарды жазыңдар .

Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер (1026—1030):

$$1026. \quad 1) \begin{cases} x > 5, \\ -x > 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -x \leq 2, \\ x < 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} -x \leq -7, \\ x \leq 10; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \leq -1, \\ -x < 9. \end{cases}$$

$$1027. \quad 1) \begin{cases} -x > 2\frac{1}{3}, \\ x > -2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -x > 2,7, \\ -x < 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} -x \geq -15\frac{1}{5}, \\ -x \leq 15; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} -x > -11, \\ -x > 0,9. \end{cases}$$

$$1028. \quad 1) \begin{cases} 2x + 12 > 0, \\ 3x - 9 \leq 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x - 25 < 0, \\ 4x + 16 > 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 1,1x + 1,1 \leq 0, \\ 8x - 16 < 0. \end{cases}$$

$$1029. \quad 1) \begin{cases} 7x - 21 \leq 0, \\ 1 - x > 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 25 - 5x \geq 0, \\ 3x - 18 < 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 1,2 - 0,6x > 0, \\ 9x + 27 \leq 0. \end{cases}$$

$$1030. \quad 1) \begin{cases} 20x + 40 \leq 0, \\ \frac{2}{9} - \frac{4}{27}x > 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3\frac{1}{3} - 10x < 0, \\ 1,6 - 4,8x < 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 10 + 5x > -20, \\ \frac{5}{11} - \frac{20}{33}x \geq 0. \end{cases}$$

В

Жаттығулар

Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер (1031—1034):

$$1031. \quad 1) \begin{cases} 2(x + 5) < 2 - 2x, \\ 3(2 - x) \geq 3 - x; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3(x + 8) > 9 - 2x, \\ 3(x + 4) \geq x + 5. \end{cases}$$

$$1032. \quad 1) \begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq \frac{x+0,5}{3}, \\ 1,5x - 1 \leq 2x + 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{2x+1}{5} \geq \frac{x+0,6}{2}, \\ 1 - 1,5x < 3,5 - x. \end{cases}$$

$$1033. \quad 1) \begin{cases} 4(x+1) \geq 3(x+3) - x, \\ 2(2x-1) \geq 7(x+1); \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4(x+1) < 3(x-3) - x, \\ 4(2x-1) < 3(3x-2). \end{cases}$$

$$1034. \quad 1) \begin{cases} 3x + (5x - 2) \leq 3 - 2x, \\ 4(5x - 1) - 21x \geq 1 - 3x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7 - 11x < 9x - 2(5x + 7), \\ 6 - x > 2(1 - 4x) - 3(1 - 3x). \end{cases}$$



Жаттығулар

1035. Тенсіздіктер жүйесінің шешімі болатын барлық бүтін сандарды табындар:

$$1) \begin{cases} x - 1 > \frac{2x - 0,5}{3}, \\ \frac{7x + 12}{8} \geq x + 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{9x - 13}{8} > x - 2, \\ 1 + x > \frac{10x + 6}{9}; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x - 1 \geq \frac{12x - 15}{13}, \\ \frac{3x + 5}{4} > x + 1. \end{cases}$$

1036. Тенсіздіктер жүйесінің шешімі болатын барлық натурал сандарды табындар:

$$1) \begin{cases} \frac{7,4x + 23}{21} \leq 1 + 0,4x, \\ 3x - 5 \leq \frac{20x - 31}{7}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 1 - 2x \leq \frac{28 - 53x}{27}, \\ 0,1x + 3 < \frac{13 - 0,7x}{3}. \end{cases}$$

1037. Егер бүтін санның $\frac{3}{10}$ -іне 0,25-ті қосса, онда 5-тен кіші, егер ол бүтін санның $\frac{7}{9}$ -ден $\frac{1}{3}$ -ді азайтса, онда 11-ден үлкен сан шығады. Берілген бүтін санды табындар.

1038. Төмендегі тенсіздіктер жүйесінің шешімі елімізде әр кезеңдерде өмір сүрген ғалымдар мен музыканттар туралы мағлұматтар береді:

$$1) \begin{cases} 0,01x - 0,7 \geq 8, \\ 0,1x + 5 < 100, \end{cases}$$

мұндағы x — ұлы ғалым әл-Фарабидің өмір сүрген жылдары. Ол 70 тілді меңгерген және 160-тан астам ғылыми еңбектер жазған;



Әл-Фараби



М.Х. Дулати



Құрманғазы



Ы. Алтынсарин



Е.Г. Брусилловский

$$2) \begin{cases} x + 1 \geq 1500, \\ x - 51 \leq 1500, \end{cases}$$

мұндағы x — ұлы ғалым Мұхаммед Хайдар Дулатовтың өмір сүрген жылдары. Ол — Орта Азияның тарихшысы.

$$3) \begin{cases} x + 207 \geq 45^2, \\ x - 664 \leq 35^2, \end{cases}$$

мұндағы x — халық музыкасының классигі Құрманғазы Сағырбайұлының өмір сүрген жылдары.

$$4) \begin{cases} x \leq 2^6 \cdot 5^2 + 289, \\ x \geq 10^3 + 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5^3 + 191, \end{cases}$$

мұндағы x — ағартушы-педагог Ыбырай Алтынсариннің өмір сүрген жылдары.

$$5) \begin{cases} \frac{1}{3}x \geq 635, \\ 0,1x + 1,9 \leq 2^3 \cdot 5^2, \end{cases}$$

мұндағы x — ұлттық музыканың классигі атанған, ұлы композитор, “Қыз Жібек”, “Дударай”, “Ер Тарғын” операларының авторы Евгений Григорьевич Брусилловскийдің өмір сүрген жылдары.

1039. Тенсіздіктер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} 4x + 7,8 > 4,5x - 4,2, \\ 18 + 1,1x \leq 4,1x + 13,5, \\ 5,5 - 3,4x < 40,5 - 8,4x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 17,3 - 29x \geq -35x - 6,7, \\ 1,5x - 13,1 < \frac{1}{2}x + 18,1, \\ 6\frac{1}{3}x - 27,8 \leq 21,2 - \frac{2}{3}x. \end{cases}$$

Қ (1040-1041) :

1040.
$$\frac{\left(\left|\frac{24}{37}\right| : \left|\frac{3}{74}\right| - \frac{2^2 \cdot 3^2}{10}\right) : \left|-1\frac{1}{30}\right| - |-11,9|}{\left(\frac{2^5 \cdot 13}{10^2} : \left|\frac{2^2}{5^2}\right| + |-13,5|\right) \cdot 4,7 - |-38,8|}$$
 өрнегінің мәнін табыңдар.

1041. 1. 1998 жылы Қазақстанда 1 гектардан 77 ц, 2008 жылы 1 гектардан 143,7 ц картоп өндірілсе, картоп өнімділігі қанша пайызға артқан? Жауабын бүтінге дейін дөнгелектендер.



Барсакелмес қорығы

2. Берілген теңдеулерді шешіп, Арал теңізінде орналасқан Барсакелмес қорығы туралы мәліметтер аласыңдар:

1) $126(2,5 - x) - 173(x - 2) = 81x - 344 - 237(x + 3)$ теңдеуінің түбірі x — Барсакелмес қорығындағы бауырымен жорғалаушылар түрінің санын;

2) $3,48(y - 7,5) - 1,78(y + 50) = 52,9(25 - y) - 2(15 + 11,8y)$ теңдеуінің түбірі y саны Барсакелмес қорығындағы құстар түрінің санын береді.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1042. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $|-30| \cdot 5 + |-2,5| : |-0,051|$; 2) $-6,6 : |-20| - |-8,4| \cdot (-5)$.

§ 38. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңсіздік. Қостенсіздік. Айнымалы. Теңсіздікті шешу. Мәндес теңсіздіктер. Модуль. Теңсіздіктер жүйесі

Суретпен жұмыс!

$|3|$ — үш санының модулі (83-сурет);

$|-3|$ — минус үш санының модулі (84-сурет) нені білдіреді?



83-сурет



84-сурет

Санның модулі координаталар басынан координатасы осы санға тең нүктеге дейінгі қашықтықты көрсететіні белгілі. Демек, $|x|$ жазуы координаталар басынан координатасы x -ке тең болатын нүктеге дейінгі қашықтықты көрсетеді.

$|x| \leq 7$ теңсіздігінің шешімін қарастырайық.

$|x| \leq 7$ болғандықтан, координаталар басынан x -ке дейінгі қашықтық 7-ден кем немесе 7-ге тең. Олай болса, $|x| \leq 7$ теңсіздігінің шешімдері болатын барлық x сандары $[-7; 7]$ сан аралығына тиісті (85-сурет).



85-сурет

Сонымен, $|x| \leq 7$ теңсіздігі $-7 \leq x \leq 7$ теңсіздігіне мәндес болады.

Сондықтан

$|x| \leq b$ теңсіздігі (мұндағы $b > 0$) $-b \leq x \leq b$ теңсіздігіне мәндес;

$|x| < b$ теңсіздігі (мұндағы $b > 0$) $-b < x < b$ теңсіздігіне мәндес.

$|x| \leq 7$ теңсіздігін модуль таңбасы жоқ теңсіздікпен алмастырайық.

Ойланайық!

Егер: 1) $x = 3$; 7; 8 оң сан немесе 0 саны;

2) $x = -2$; -4 ; -10 теріс сан болса, онда x -тің модулі неге тең?

Оң сан мен 0 санының модулі санның өзіне тең, теріс санның модулі оған карама-қарсы оң санға тең екенін білесіндер. Сондықтан $x \leq 7$ теңсіздігін модуль таңбасын пайдаланбай жазу үшін екі жағдайды қарастырамыз:

1) егер x оң сан немесе нөл, яғни $x \geq 7$ болса, онда $|x| \leq 7$ теңсіздігі $0 \leq x \leq 7$ теңсіздігіне мәндес, өйткені x -ке тең оң санның модулі x санының өзі болады. Теңсіздіктің шешімі $[0; 7]$ сан аралығы болады; 2) егер x теріс сан, яғни $x < 0$ болса, онда $|x| \leq 7$ теңсіздігі $0 \leq -x \leq 7$ теңсіздігіне мәндес, себебі x теріс санының модулі оған карама-қарсы x оң санына тең. $0 \leq -x \leq 7$ теңсіздігінің екі жағын -1 -ге көбейтіп, қостеңсіздіктің таңбасын карама-қарсы таңбаға ауыстырамыз. Сонда $0 \geq x \geq -7$ немесе $-7 \leq x \leq 0$ теңсіздігінің шешімі $[-7; 0]$ сан аралығы болады.

Бірінші жағдайда $[0; 7]$ сан аралығы, екінші жағдайда $[-7; 0]$ сан аралығы болғандықтан, $|x| \leq 7$ теңсіздігінің шешімі $[-7; 7]$ сан аралығы болады. Демек, $|x| \leq 7$ және $-7 \leq x \leq 7$ теңсіздіктері мәндес.



$\begin{cases} x < 7, \\ x > -7 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесі $-7 \leq x \leq 7$ қостеңсіздігіне мәндес екеніне, яғни олардың шешімдерінің бірдей болатынына өздерің көз жеткізіндер.

$|x| \leq b$ (мұндағы $b > 0$) теңсіздігі $\begin{cases} x \leq b, \\ x \geq -b \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесіне мәндес;
 $|x| < b$ (мұндағы $b > 0$) теңсіздігі $\begin{cases} x < b, \\ x > -b \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесіне мәндес.

$|x| \geq 4$ теңсіздігін шешейік. $|x|$ жазуы координаталар басынан координатасы x -ке тең нүктеге дейінгі қашықтықты беретін болғандықтан, $|x| \geq 4$ жазуы координаталар басынан координатасы x -ке тең нүктеге дейінгі қашықтық 4-тен үлкен немесе 4-ке тең дегенді білдіреді. Олай болса, $|x| \geq 4$ теңсіздігінің шешімі $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ сан аралықтарына тең болатын барлық x сандары (86-сурет).



86-сурет

Сонымен, $|x| \geq 4$ теңсіздігінің шешімі $x \leq -4$ және $x \geq 4$ теңсіздіктері шешімдерінің бірігуіне тең.



$|x| \geq 4$ теңсіздігінің шешімі $x \geq 4$ және $x \leq -4$ теңсіздіктері шешімдерінің бірігуіне тең болатынын тексеріңдер.

$|x| \geq a$ (мұндағы $a > 0$) теңсіздігінің шешімі $x \leq -a$ және $x \geq a$ теңсіздіктері шешімдерінің бірігуіне тең;

$|x| > a$ (мұндағы $a > 0$) теңсіздігінің шешімі $x < -a$ және $x > a$ теңсіздіктері шешімдерінің бірігуіне тең.

Ойланайық!

Неліктен:

- 1) $|x| < -2$ теңсіздігінің шешімі болмайды?
- 2) $|x| \leq -2$ теңсіздігінің шешімі болмайды?
- 3) $|x| \leq 0$ теңсіздігінің нөлге тең бір ғана шешімі бар?
- 4) $(-\infty; +\infty)$ сан аралығында $|x| \geq -2$ теңсіздігінің шексіз көп шешімі бар?
- 5) $(-\infty; +\infty)$ сан аралығында $|x| > -2$ теңсіздігінің шексіз көп шешімі бар?

Қорытынды:

- 1) $a < 0$ болғанда $|x| < a$ теңсіздігінің шешімі болмайды;
- 2) $a < 0$ болғанда $|x| \leq a$ теңсіздігінің шешімі болмайды;
- 3) $|x| \leq 0$ теңсіздігінің нөлге тең бір ғана шешімі бар;
- 4) $a < 0$ болғанда $|x| \geq a$ теңсіздігінің шексіз көп шешімі бар және ол $(-\infty; +\infty)$ сан аралығы;
- 5) $a < 0$ болғанда $|x| > a$ теңсіздігінің шексіз көп шешімі бар және ол $(-\infty; +\infty)$ сан аралығы.

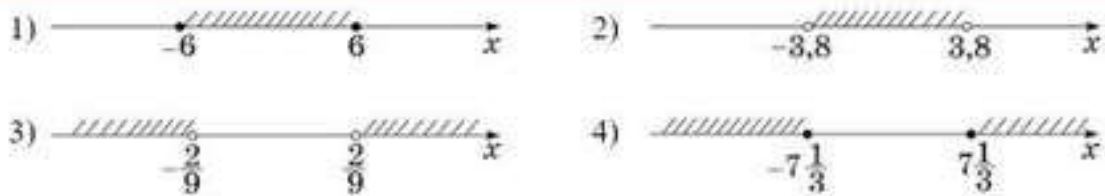


1. $-4; -9$ саны $|x| \leq 8$ теңсіздігінің шешімі бола ма?
2. $-4; -9$ саны $|x| \geq 8$ теңсіздігінің шешімі бола ма?
3. $|x| \leq 8$ теңсіздігі қандай қостеңсіздікке мәндес болады?
4. $-8 < x \leq 8$ қостеңсіздігі қандай теңсіздіктер жүйесіне мәндес болады?



Жаттығулар

- 1043.** $-20; -9; -6; 0; 4; 8; 15$ сандарының қайсысы: 1) $|x| < 7$; 2) $|x| \leq 11$; 3) $|x| > 1$; 4) $|x| \geq 5$ теңсіздігінің шешімі болады?
- 1044.** 87-суретте кескінделген сан аралықтарын модулі бар теңсіздік түрінде жазыңдар:



87-сурет

Теңсіздіктер шешімін координаталық түзуде кескіндеңдер (1045—1047):

1045. 1) $|x| \leq 5,6$; 2) $|x| < 17$; 3) $|x| > 4\frac{3}{16}$; 4) $|x| \geq 9$.
1046. 1) $|x| > 10$; 2) $|x| \leq 8,14$; 3) $|x| < 3\frac{5}{6}$; 4) $|x| \geq 20$.
1047. 1) $|x| \leq 10$; 2) $|x| > 5$; 3) $|x| < 8,7$; 4) $|x| \geq 6,2$.
1048. Модулі бар теңсіздікті қостенсіздік арқылы жазыңдар:
- 1) $|x| < 72$; 2) $|x| \leq 10,3$; 3) $|x| \leq \frac{4}{13}$; 4) $|x| < 3$;
 5) $|x| < 16\frac{1}{9}$; 6) $|x| < 12$; 7) $|x| < 0,8$; 8) $|x| \leq \frac{2}{7}$.
1049. Қостенсіздікті модулі бар теңсіздік арқылы жазыңдар:
- 1) $-14 \leq x \leq 14$; 2) $-\frac{3}{17} < x < \frac{3}{17}$;
 3) $-20,04 < x < 20,4$; 4) $-111 \leq x \leq 111$.
1050. 1) $x > 15$ және $x < -15$; 2) $x < -2,2$ және $x > 2,2$;
 3) $x \geq 18\frac{1}{3}$ және $x \leq -18\frac{1}{3}$; 4) $x \leq -\frac{5}{9}$ және $x \geq \frac{5}{9}$
 теңсіздігін бір айнымалысы бар модульді теңсіздік арқылы жазыңдар.
1051. Модулі бар теңсіздіктердің қайсысының шешімі болмайды:
- 1) $|x| \geq 100$; 2) $|x| < -1$; 3) $|x| \leq 0$;
 4) $|x| > -30,7$; 5) $|x| \leq -2$; 6) $|x| \geq -6$?
1052. Модулі бар теңсіздікті қостенсіздік арқылы жазыңдар:
- 1) $|x + 3| < 4$; 2) $|x - 1| \leq 2$; 3) $|5 + x| < 8$;
 4) $|6 - x| \leq \frac{2}{3}$; 5) $|4 - 3x| < 4,7$; 6) $|8\frac{1}{7} + 5x| < 1$.
1053. Қостенсіздікті модулі бар теңсіздік түрінде жазыңдар:
- 1) $-7 \leq x + 1,3 \leq 7$; 2) $-9 \leq 3,5 - x \leq 9$;
 3) $-19\frac{2}{7} < 6 - 5x < 19\frac{2}{7}$; 4) $-24,7 < 10\frac{1}{5} - 2,1x < 24,7$.

1054. Берілген теңсіздікті модулі бар теңсіздік түрінде жазындар:

- 1) $x + 8 > 10$ және $x + 8 < -10$;
- 2) $20\frac{4}{7} - 3x < -1$ және $20\frac{4}{7} - 3x > 1$.

B

Жаттығулар

1055. 1) $-8 \leq x \leq 8$ және $-6 \leq x + 2 \leq 10$;
 2) $-4,7 < x < 4,7$ және $-9,7 < x - 5 < -0,3$ теңсіздіктері мәнделсе бола ма?

1056. Бірінші теңсіздіктен екінші теңсіздікті алуға бола ма:

- 1) $|x| \leq 4$ және $0 \leq x + 4 \leq 8$;
- 2) $|x| < 10$ және $-15 < x - 5 < 5$;
- 3) $|x| \leq 6$ және $-18 \leq 3x \leq 18$;
- 4) $|x| < 14$ және $-2 < \frac{1}{7}x < 2$?

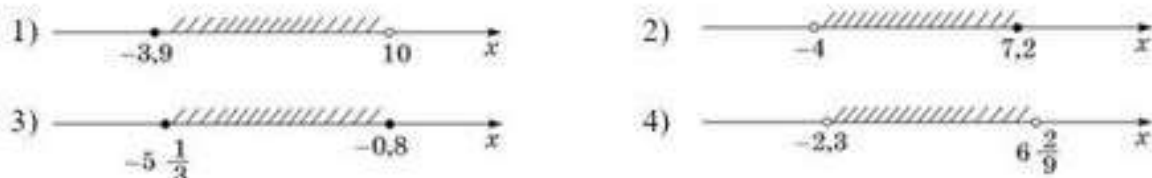
1057. Егер:

- 1) $|x| < 20$ болса, онда $-10 < x + 10 < 30$;
- 2) $|x| \leq 5$ болса, онда $-50 \leq -10x \leq 50$;
- 3) $|x| < 1,2$ болса, онда $-4 < 5x - 1 < 7$;
- 4) $|x| \leq \frac{3}{11}$ болса, онда $\frac{5}{11} < \frac{8}{11} - x < 1$ шығатыны дұрыс па?

C

Жаттығулар

1058. 88-суретте кескінделген сан аралықтарын жазындар:



88-сурет

1059. -8 саны берілген бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі бола ма:

$$1) \begin{cases} x + 1 > -13, \\ x - 2^3 \leq -13; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 3^2 \geq 2x, \\ 3x + 2^3 < 2x? \end{cases}$$

1060. Тіктөртбұрыштың ені 5,5 см, ұзындығы одан 3^3 мм артық. Ауданы берілген тіктөртбұрыштың ауданына тең, ұзындығы 10 см болатын екінші тіктөртбұрыштың ұзындығын табындар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1061. 1) Төмендегі кестені толтырындар:

Сан аралықтары	Сан аралықтарының бірігуі	Сан аралықтарының қиылысуы
(2; 5) және (-3; 4)		
[-2; 5] және (3; 6]		
[-7; 10) және [4; 9)		

- 2) Бірігуі кесінді, ашық интервал болатын екі сан аралығына мысал келтіріңдер.
- 3) Қиылысуы ашық интервал, кесінді, жарты интервал, бос жиын болатын екі сан аралығына мысал келтіріңдер.

§ 39. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңсіздік. Қостенсіздік. Айнымалы. Теңсіздікті шешу. Мәндес теңсіздіктер. Модуль. Теңсіздіктер жүйесі



Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер қалай шығарылады?

Құрамында модуль берілген бір айнымалысы бар теңсіздіктерді шешуді қарастырайық.

1-мысал. $|7 - x| \leq 8$ теңсіздігін шешеміз.

Шешуі. Ол үшін берілген теңсіздікті $|7 - x| \leq 8$ теңсіздіктер жүйесімен алмастырып, жүйені шешеміз:

$$\begin{cases} 7 - x \leq 8, \\ 7 - x \geq -8 \end{cases} \text{ немесе } \begin{cases} -x \leq 8 - 7, \\ -x \geq -8 - 7 \end{cases} \text{ немесе } \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 15. \end{cases}$$

$|7 - x| \leq 8$ теңсіздігін екінші тәсілмен шығаруға болады. Ол үшін оны $-8 \leq 7 - x \leq 8$ қостенсіздігімен алмастырып, теңсіздіктің әрбір бөлігінен 7 санын азайтамыз. Сонда $-15 \leq -x \leq 1$ шығады. Енді теңсіздік таңбаларын қарама-қарсы таңбаға ауыстырып, (-1) санына бөлеміз: $15 \geq x \geq -1$ немесе $-1 \leq x \leq 15$. Теңсіздіктің шешімі $[-1; 15]$ болады (89-сурет).

Жауабы: $[-1; 15]$.



89-сурет

2-мысал. $|3x - 4| > 9$ теңсіздігін шығарайық.

Шешуі. $|3x - 4| > 9$ теңсіздігінің шешімі $3x - 4 > 9$ және $3x - 4 < -9$ теңсіздіктер шешімдерінің бірігуі болғандықтан, әрбір теңсіздікті жеке қарастырып шешеміз:

$$\begin{array}{ll} 3x - 4 > 9, & 3x - 4 < -9, \\ 3x > 9 + 4, & 3x < -9 + 4, \\ 3x > 13, & 3x < -5, \\ x > 4\frac{1}{3}, & x < -1\frac{2}{3}. \end{array}$$

Демек, берілген $|3x - 4| > 9$ теңсіздігінің шешімі

$$\left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right) \cup \left(4\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Жауабы : } \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right) \cup \left(4\frac{1}{2}; +\infty\right).$$



1. $|x| < 1; |x| \leq 2$ теңсіздігі қандай қостеңсіздікке мәнделсе болады?
2. $|x| > 1$ теңсіздігін қостеңсіздікпен алмастыруға бола ма?
3. $|x| > -5; |x| > 5$ теңсіздіктерінің қайсысының шешімі кез келген сан болады?
4. $|x| < -1; |x| < 1$ теңсіздіктерінің қайсысының шешімі болмайды?

A

Жаттығулар

1062. Берілген теңсіздік тура болатындай z айнымалысының барлық бүтін мәндерін табындар:

- | | | |
|------------------|-----------------------------|--------------------|
| 1) $ z \leq 3;$ | 2) $ z < 4;$ | 3) $ z \leq 1,9;$ |
| 4) $ z < 2,7;$ | 5) $ z \leq 3\frac{1}{7};$ | 6) $ z < 3.$ |

Теңсіздікті шешіндер (1063—1066):

- | | | |
|--|--|--|
| 1063. 1) $ x + 2 \leq 1;$ | 2) $ x - 3 < 2;$ | 3) $ x + 1 \geq 3;$ |
| 4) $ x - 0,3 < 4;$ | 5) $ 1,7 + x > 5;$ | 6) $ x + 4,8 \leq 6.$ |
| 1064. 1) $\left 5\frac{1}{3} + x\right \geq 7;$ | 2) $\left x - 6\frac{2}{9}\right < 8;$ | 3) $\left x + 7\frac{3}{14}\right > 9;$ |
| 4) $ 3 - x \leq 2;$ | 5) $ 10 - x > 11;$ | 6) $ 15 - x < 17.$ |
| 1065. 1) $ 9,1 - x \geq 9;$ | 2) $\left 20\frac{1}{6} - x\right \leq 22;$ | 3) $ 40,5 - x > 50;$ |
| 4) $\left 13\frac{1}{3} - x\right \leq 10;$ | 5) $ 25 - x \geq 7\frac{3}{4};$ | 6) $ 19 - x < 3,5.$ |
| 1066. 1) $ 17 + x < 5;$ | 2) $ 29 - x \leq 13;$ | 3) $ x - 2,5 \geq 3,5;$ |
| 4) $ 2,6 - x > 1,1;$ | 5) $ x + 8,8 < 2,2;$ | 6) $ 7,1 - x > 8,2.$ |
| 1067. 1) $ x + 3 < 7;$ | 2) $ 5 - x \leq 9;$ | 3) $ 11 + x \geq 1;$ |
| 4) $ 1,5 - x > 8;$ | 5) $ x + 9,3 \leq 10,3;$ | 6) $ 12,1 - x \geq 1,1$ |
- теңсіздігінің шешімін координаталық түзде кескіндендер.

1068. Тенсіздіктер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} |x| \leq 6, \\ x > 5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > -4, \\ |x| \leq 7; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \leq 2, \\ |x| > 1,5; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \leq -3, \\ |x| > 1. \end{cases}$$

Тенсіздікті шешіндер (1069—1071):

1069. 1) $|1 + 2x| < 9$; 2) $|3 + 2x| \leq 5$; 3) $|1 - 2x| \geq 7$.

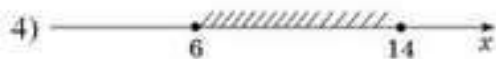
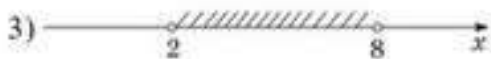
1070. 1) $|3x + 5| \geq 20$; 2) $|7 - 4x| \leq 11$; 3) $|4 + 3x| \leq 5$.

1071. 1) $|1 - 2x| < 4$; 2) $|0,8 - \frac{1}{3}x| > 0,2$; 3) $|2,5x + 1| < 1,5$.

B

Жаттығулар

1072. 90-суретте кескінделген сан аралықтарын қостенсіздік және модулі бар тенсіздік арқылы жазындар:



90-сурет

1073. 1) $|3x - 4| \leq 1$; 2) $|4 - 2x| < 3$; 3) $|-0,8 + 5x| \leq 13,2$

тенсіздігі тура болатындай x айнымалысының барлық натурал мәндерін табындар.

1074. Берілген тенсіздіктің ең үлкен және ең кіші бүтін шешімдерін табындар:

1) $|6 + 7x| < 8$; 2) $|5 + 9x| \leq 20$; 3) $|-2x + 11| < 19$.

1075. 1) $|x - 15| \leq 15 - x$; 2) $|7 + x| \leq x + 19$;

3) $|8 - x| \geq x - 14$; 4) $|x + 10| < x + 10$

тенсіздігі тура болатындай y айнымалысының теріс мәндерін көрсетіндер.

1076. Теңсіздіктер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} 3x - 15 > 0, \\ |x| \leq 9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 8 - x > 8, \\ |x| > 3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} |x| < 0,5, \\ 27 - 5x < 70; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} |x| \leq 1,7, \\ 93,1 - 11x > 28,1; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} |x| \geq \frac{1}{15}, \\ \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x < 9; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{2}{7} + \frac{1}{7}x > -4, \\ |x| > 6,1. \end{cases}$$

1077. 1) $|x| \leq 4$ және $|x - 5| < 8$; 2) $|9 - x| \leq 12$ және $|x| < 5$;

3) $|x + 7| > 11$ және $|x| \leq 7$; 4) $|x| \geq 1$ және $|x - 3| < 3$ теңсіздіктері бір мезгілде тура болатындай натурал сандарды табындар.



Жаттығулар

1078. Теңсіздіктер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} 147 - 3x \geq 51, \\ |x| \geq 11, \\ 11 + 0,5x > 0,5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} |x| < 1,5, \\ 60x + 8 \leq 9x + 9, \\ |x| < 9,7. \end{cases}$$

$$1079. 1) \begin{cases} |x| < 4, \\ |x| \geq 1, \\ x > -3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} |x| \leq 10, \\ x > -7, \\ x \leq 2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} |x| > 3, \\ x \leq 4, \\ |x| \leq 5 \end{cases}$$

теңсіздіктер жүйесі тура болатындай барлық бүтін сандардың қосындысының мәнін табындар.

1080. 1. Теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын ең кіші бүтін санды табындар:

$$1) \begin{cases} 7x - 21 > 9x - 25, \\ |x| \leq 3, \\ -5 < x - 2 < 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} |x| < 10, \\ |x| \geq 2, \\ 23 - x \leq 2x + 53. \end{cases}$$

2. Теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын ең үлкен бүтін санды табыңдар:

$$1) \begin{cases} x - 16,5 \leq 2x - 9,5, \\ |x| < 8, \\ -11 \leq 3 - x \leq 7; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} |x| \geq 6, \\ |x| < 9, \\ 33 + 2x \geq 3x + 40. \end{cases}$$

Қ (1081-1082) :

1081. Катер ағысқа қарсы 42 км/сағ жылдамдықпен 3 сағ жүзді. Егер ағыс жылдамдығы 3 км/сағ болса, онда ол ағыс бойымен 144 км жолды қанша сағатта жүзіп өтеді?
1082. 1) $54 - 10x + 28,4 + 4,5x = -1,5x + 10,4$ теңдеуінің түбірі Қызыл кітапқа енген Барсақелмес қорығында мекендейтін құстар түрінің санын береді.
- 2) $(-23,8) \cdot 9,4 - 501,96 : (-56,4) \cdot 200 - (-84724)$ өрнегінің мәні ғарышкемесінің километр сағатпен (км/сағ) алынған Жер бетінен ұшып шығу жылдамдығын береді.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз

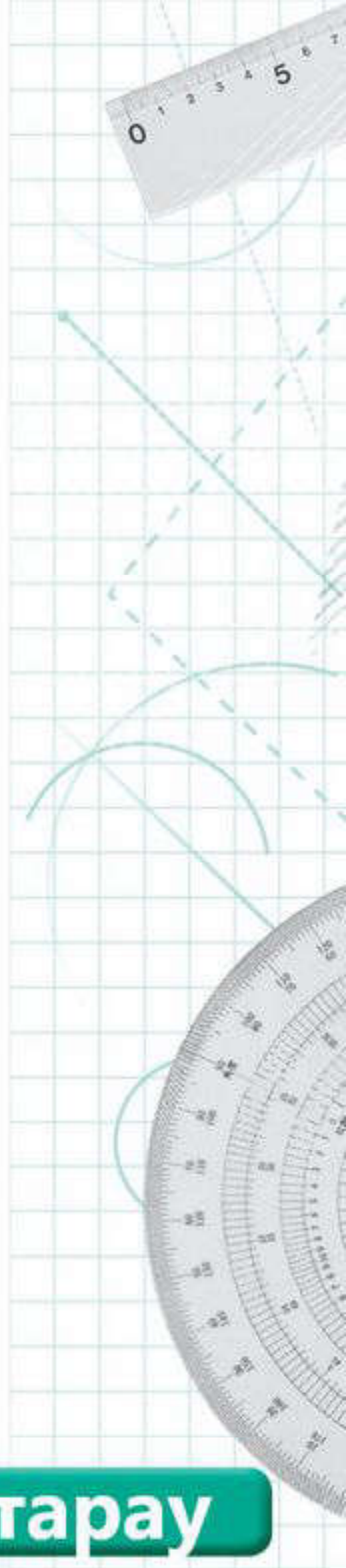


1083. 1) Ұзындығы 3 см кесінді салындар. Кесіндіде кез келген екі нүктені белгілеңдер.
- 2) Доғал бұрыш салындар. Осы бұрышты біреуі тік болатындай етіп екі бұрышқа бөліңдер.

КООРДИНАТАЛЫҚ ЖАЗЫҚТЫҚ

0
1
2
3
4
5
6
7

6 - **тарау**



6

Координаталық жазықтық

§ 40. Жазықтық. Перпендикуляр түзулер мен кесінділер

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Жазықтық. Перпендикуляр түзулер. Қиылысатын түзулер. Перпендикуляр кесінділер



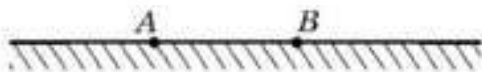
Қандай түзулер қиылысатын, қандай түзулер перпендикуляр деп аталады?

Сыныптағы тақтаның, мектеп партасының беттері жазықтық туралы түсінік береді (91-сурет). Осы аталған заттар шектелген. Жалпы жазықтықтың шеті болмайды, яғни жазықтық шексіз.



91-сурет

Жазықтықты толық кескіндеу мүмкін емес. Мысалы, бетінде нүктені белгілеуге, сызықты жүргізуге, геометриялық фигураны салуға болатын қағаздың, мектеп партасының беттері жазықтықтың кескіні бола алады.



92-сурет

Егер сызғыштың көмегімен AB кесіндісін екі жаққа созсақ, онда AB түзуін алуға болады (92-сурет). Одан түзудің шексіз екенін көреміз.

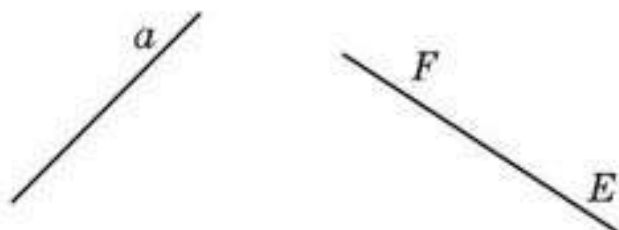


93-суретте салынған кесінді мен түзудің кескіндерін салыстырыңдар.

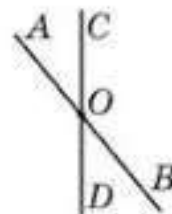


93-сурет

Түзуді латын әріптерінің бас әріптерімен немесе бір кіші әрпімен белгілейді (94-сурет).



94-сурет



95-сурет

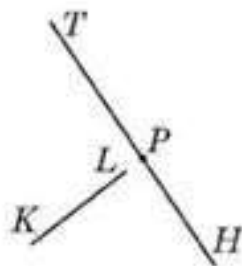
Мысалы, 94-суретте FE түзуі және a түзуі салынған. 95-суреттегі AB және CD түзулері O нүктесінде қиылысады.



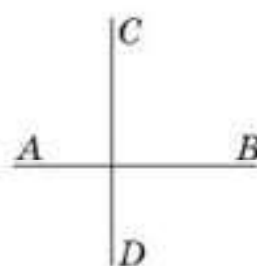
96, 97-суреттерде берілген түзулердің қайсылары қиылысады, қайсылары қиылыспайды?



96-сурет



97-сурет



98-сурет

Жазықтықтағы екі түзу не қиылысады, не қиылыспайды.

Бір ғана ортақ нүктесі болатын екі түзу қиылысатын түзулер деп аталады.

98-суретте кескінделген AB және CD түзулері тік бұрыш жасайды.

Тік бұрыш жасап қиылысатын түзулер перпендикуляр түзулер деп аталады.

Мысалы, AB және CD түзулері перпендикуляр түзулер. Перпендикуляр түзулерді жазу үшін \perp таңбасы қолданылады: $AB \perp CD$.

Егер $AB \perp CD$ болса, онда $CD \perp AB$.

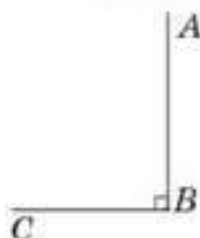


Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

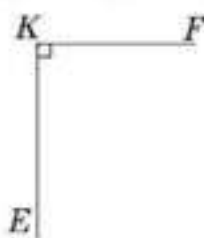
$AB \perp CD$ жазуының оқылуы:

- ✓ AB және CD — перпендикуляр түзулер;
- ✓ AB түзуі CD түзуіне перпендикуляр.

99—101-суреттерде тік бұрыштар көрсетілген.



99-сурет

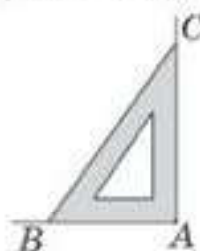


100-сурет

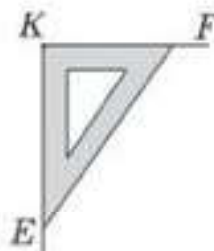


101-сурет

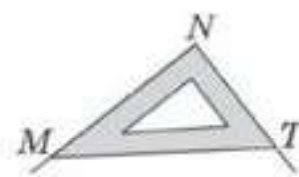
Перпендикуляр түзулерді салу үшін “сызба үшбұрыш” қолданылады (102—104-суреттер).



102-сурет

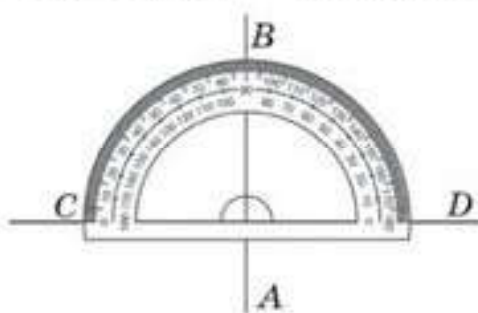


103-сурет

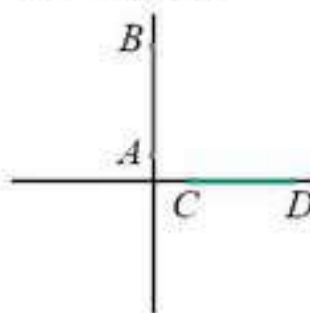


104-сурет

Тік бұрыштың 90° -қа тең болатынын білесіңдер. Тік бұрышты салу үшін “транспортір” қолданылады (105-сурет).



105-сурет



106-сурет

AB және CD кесінділері перпендикуляр түзулерде жатыр (106-сурет).

AB және CD кесінділерін *перпендикуляр кесінділер* деп атайды.

Перпендикуляр түзулерде жататын кесінділер *перпендикуляр кесінділер* деп аталады.



1. Екі перпендикуляр түзу қандай бұрышты құрайды?
2. Перпендикуляр түзулерді қандай құралдармен салуға болады?
3. 1) Перпендикуляр түзулер; 2) перпендикуляр кесінділер әр уақытта қиылысады деген дұрыс па?

A

Жаттығулар

1084. a түзуін салып, оған тиісті емес B нүктесін белгілендер. Сызба үшбұрышының көмегімен B нүктесінен өтіп, $a \perp b$ болатындай b түзуін жүргізіндер. B нүктесі арқылы канша осындай түзу жүргізуге болады?
1085. m түзуін салып, оған тиісті емес A нүктесін белгілендер. A нүктесінен m түзуіне дейінгі қашықтықты табындар.
1086. Қиылысатын a және b түзулерін салындар. Бұл түзулерге тиісті емес M нүктесін белгілендер. M нүктесінен a түзуіне және b түзуіне дейінгі қашықтықты өлшендер.
1087. a түзуін салындар. a түзуімен қиылысатын b түзуін, a түзуімен қиылыспайтын c түзуін жүргізіндер.
1088. Тік бұрыш салындар. Тік бұрыштың әрбір қабырғасына бір нүктені белгілендер. Осы нүктелер арқылы бұрыштың қабырғаларына перпендикуляр түзулер жүргізіндер. Олардың қиылысу нүктесін белгілендер. Суретте қандай төртбұрыш пайда болды?
1089. 1) Өзара қиылыспайтын; 2) қиылысатын перпендикуляр AB және CD кесінділерін салындар.

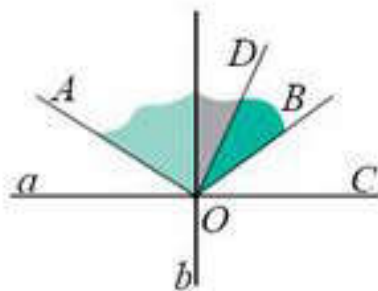
B

Жаттығулар

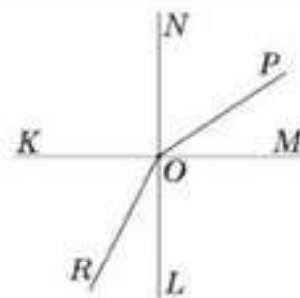
1090. 107-суретте берілген кесінділердің қайсылары өзара перпендикуляр болады?
1091. a түзуі b түзуіне перпендикуляр және $\angle AOB = 150^\circ$, $\angle COD = 48^\circ$, $\angle BOC = 34^\circ$ (108-сурет). $\angle AOD$ және $\angle DOB$ -ны табындар.



107-сурет



108-сурет



109-сурет

С

Жаттығулар

1092. KM түзуі NL түзуіне перпендикуляр және $\angle POM + \angle LOR = 35^\circ$, $\angle KOP = 160^\circ$ (109-сурет). $\angle POM$ және $\angle LOR$ -ды табыңдар.

Қ (1093-1094) :

1093. Мына тапсырмалардың нәтижесі елімізде кейінгі жылдары қоршаған ортаны қорғау мәселесі бойынша қандай өзгерістер болғанын көрсетеді:

1) $-0,4 + \frac{1}{20}(718,235 - (73,28 + 16,955))$ өрнегінің мәні

ауылшаруашылығында қолданылатын жер ауданының қанша пайызға азайғанын;

2)
$$\begin{cases} 2 - x \leq -3, \\ 3x + 1\frac{1}{2} \leq 19,5 \end{cases}$$
 теңсіздіктер жүйесінің шешімі ұлы дәрі-

лерді қолдану қанша есе азайғанын береді.

1094. Қоймадағы қант мөлшері дүкендегі қант мөлшерінен 3 есе артық. Егер қоймадан 850 т қант алынып, дүкеннен 50 т қант сатылса, онда қойма мен дүкендегі қант мөлшері бірдей болады. Қоймада және дүкенде қанша тонна қант бар?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1095. $\angle B = 81^\circ$ және ол бұрыш C бұрышының 90%-ын, A бұрышы C бұрышының 10%-ын құрайды. $\angle A$ және $\angle C$ -ны табыңдар.

§ 41. Параллель түзулер және кесінділер

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Жазықтық. Параллель түзулер. Параллель кесінділер



Қандай түзулер мен кесінділер параллельдеп аталады?

Бір жазықтықта жататын түзулердің қиылыспауы да мүмкін. Оларды параллель түзулер деп айтады. Мысалы, 110-суреттегі a және b түзулері параллель.



110-сурет

Бір жазықтықта жататын және қиылыспайтын екі түзуді *параллель түзулер* деп атайды.

a және b түзулері параллель болса, онда оны $a \parallel b$ деп жазады (110-сурет).

Егер $a \parallel b$ болса, онда $b \parallel a$ болады.



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$a \parallel b$ жазуының оқылуы:

- ✓ a және b түзулері параллель;
- ✓ a түзуі b түзуіне параллель.

AB және CD кесінділері параллель түзулерде жатыр (111-сурет).



AB және CD кесінділері параллель кесінділер болып табылады.



111-сурет

Параллель түзулерде жататын кесінділер *параллель кесінділер* деп аталады.

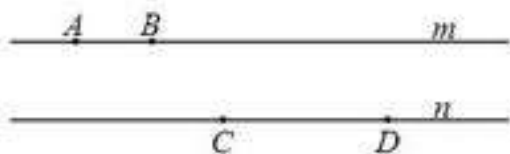


1. Беті жазық болатын заттарға мысал келтіріңдер. Доп, өсік, глобус, стақан, кітаптың қайсысы жазықтықтың пішінін береді?
2. Параллель кесінділер қиылыспайды деген дұрыс па?

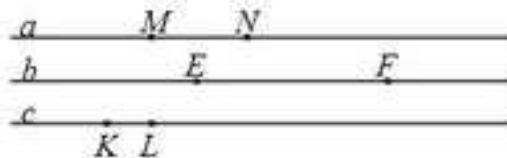
A

Жаттығулар

1096. 112.1-суретте m түзуі n түзуіне параллель. Суреттен параллель кесінділерді атаңдар.



1)

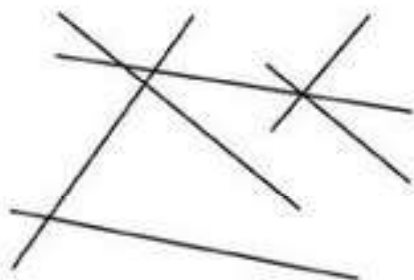


2)

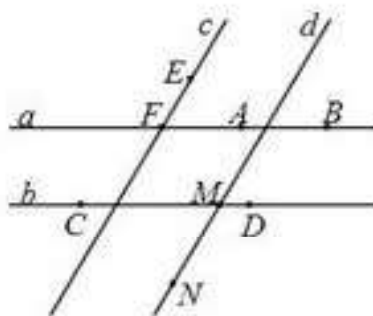
112-сурет

1097. 112.2-суретте параллель түзулер берілген: $a \parallel b \parallel c$. Суреттен параллель кесінділерді атаңдар.

1098. 113-суретте берілген түзулердің қайсысы өзара параллель болады?



113-сурет



114-сурет

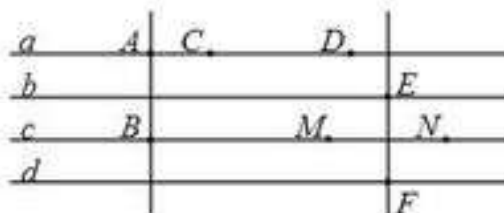
1099. 114-суретте a түзуі b түзуіне, c түзуі d түзуіне параллель. Суреттен параллель кесінділерді атаңдар.

B

Жаттығулар

1100. ABC сүйір бұрышын салыңдар. Бұрыштың BA қабырғасына тиісті M нүктесін белгілеңдер. Осы нүкте арқылы BC қабырғасына біреуі параллель, екіншісі перпендикуляр болатын екі түзу жүргізіндер.

1101. 115-суреттен перпендикуляр кесінділерді, параллель кесінділерді көрсетіндер.



115-сурет



Жаттығулар

1102. 1) Қиылысу нүктелері болмайтын; 2) үш қиылысу нүктесі болатын; 3) бес қиылысу нүктесі болатын төрт түзу салындар.

Қ (1103—1105) :

1103. ABC үшбұрышында $\angle C$ — тік бұрыш, A бұрышы $\angle C$ -ның 40%-ын, B бұрышы $\angle C$ -ның 60%-ын құрайды. ABC үшбұрышының бұрыштарының қосындысын табындар.
1104. Мына есептеулердің нәтижесі жануарлар әлемі туралы мағлұматтар береді:
 1) $716\ 102 - (28\ 128 + 843\ 744) + 156\ 259$ өрнегінің мәні еліміздегі құстар түрінің санына тең;
 2) $-\frac{1}{4}(1,5 + x) = -26\frac{3}{8}$ теңдеуінің түбірі еліміздегі балықтар түрінің санына тең.
1105. Үш балада 20 кәмпит бар. Бір балада қалған екеуінің әрқайсысына карағанда 2 есе кем кәмпит бар. Әрбір балада қанша кәмпит бар?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1106. Бірлік кесіндісі 2 см болатын координаталық түзуге $A(1,75)$ және $B\left(-\frac{3}{4}\right)$ нүктелерін салындар. AB кесіндісінің ортасы болатын C нүктесін белгілендер. C нүктесінің координатасы мен AB кесіндісінің ұзындығын табындар.

§ 42. Координаталық жазықтық. Тікбұрышты координаталар жүйесі

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Координаталық түзу. Координаталық жазықтық. Тікбұрышты координаталар жүйесі. Координаталық шпек. Абсцисса осі. Ордината осі



Қандай жазықтық координаталық деп аталады? Оны қалай салады?

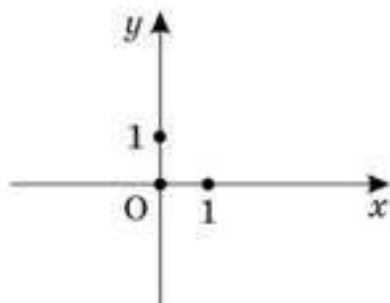
116-суретте көрсетілгендей екі координаталық түзуді жүргізейік.

Көлденен салынған координаталық түзуді *абсцисса осі* деп атап, әдетте, оны x арқылы белгілейді.

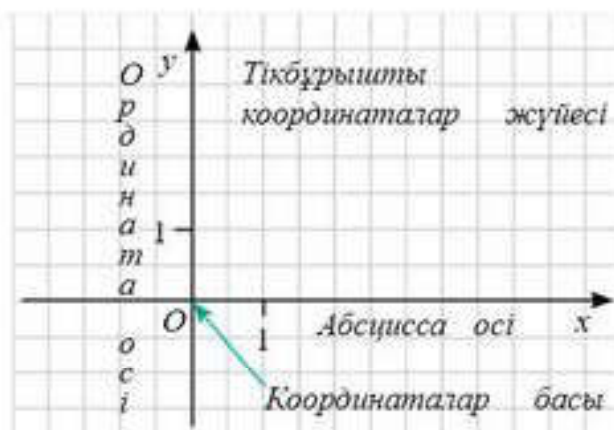
Тік салынған координаталық түзуді *ордината осі* деп атап, әдетте, оны y арқылы белгілейді.

Абсцисса осі мен ордината осі *координаталық осьтер* деп аталады.

Координаталық осьтердің қиылысу нүктесін *координаталар басы* деп атайды (117-сурет).



116-сурет



117-сурет

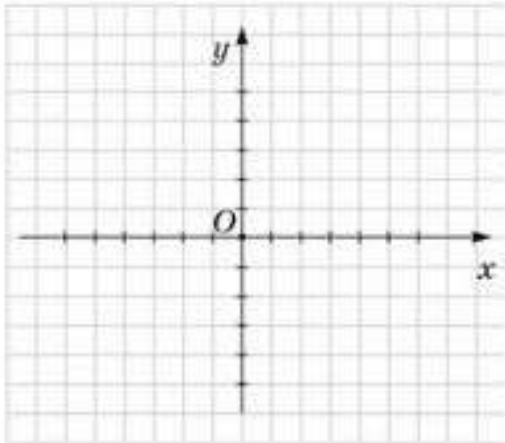
117-суретте координаталар басы O нүктесі арқылы белгіленген. Абсцисса осі мен ордината осі тікбұрышты координаталар жүйесін құрайды.

Координаталар жүйесі бар жазықтық *координаталық жазықтық* деп аталады.

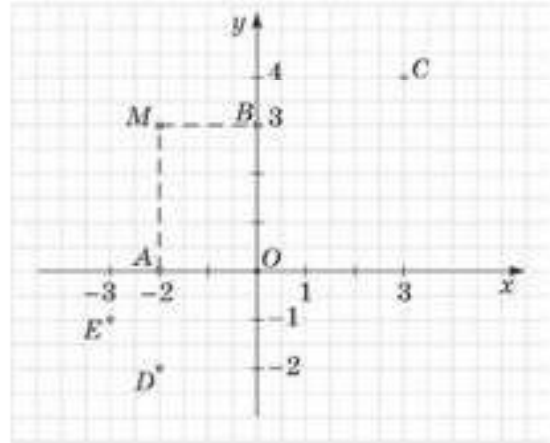
Координаталық жазықтықтың жалпы түрі 118-суретте көрсетілген.



Координаталық жазықтықта берілген нүктенің координатасын қалай табады?



118-сурет



119-сурет

Координаталық жазықтықта M нүктесін белгілейік (119-сурет). Осы нүктеден координата осьтеріне перпендикуляр жүргізейік. Сонда абсцисса осінде координатасы -2 болатын A нүктесін, ордината осінде координатасы 3 болатын B нүктесін аламыз. -2 саны M нүктесінің абсциссасы, 3 саны M нүктесінің ординатасы деп аталады.

Нүктенің абсциссасы мен ординатасы нүктенің координаталары деп аталады.

Мысалы, -2 және 3 сандары M нүктесінің координаталары, олар жақшаға алынып жазылады. Мысалы, $M(-2; 3)$.



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$M(-2; 3)$ жазуының оқылуы:

- ✓ координаталары -2 және 3 болатын M нүктесі;
- ✓ M нүктесінің координаталары -2 және 3 .



Координаталары бойынша нүктені қалай салады?

119-суретте $A(-2; 0)$; $B(0; 3)$; $C(3; 4)$; $D(-2; -2)$; $E(-3; -1)$ және $O(0; 0)$ нүктелері берілген.

Нүктенің координатасын жазу кезінде мына рет сақталады, яғни бірінші орынға абсциссаны, екінші орынға ординатаны жазады.

Сондықтан нүктенің координаталары реттелген сандар жұбын құрайды деп айтады.



Координаталар осьтеріне бірнеше нүкте салып, олардың координаталарын жазыңдар. Абсцисса осінде, ордината осінде жатқан нүктелердің қандай қасиеттері бар?



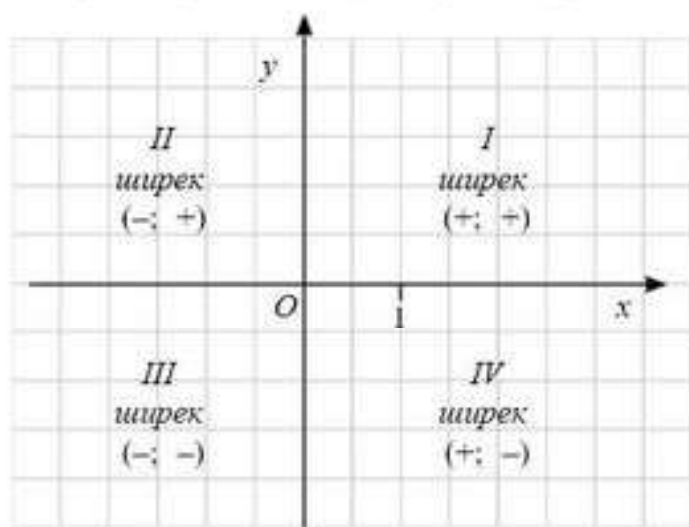
Ох және Оу осінде жатқан нүктелердің координаталары қандай болады?

Нүкте абсцисса осіне тиісті болса, оның ординатасы нөлге тең; нүкте ордината осіне тиісті болса, оның абсциссасы нөлге тең.

119-суретте берілген A және B нүктелерінің координаталары $A(-2; 0)$, $B(0; 3)$ деп жазылады.

Координаталық осьтер жазықтықты *координаталық ширек* деп аталатын төрт бөлікке бөледі.

120-суретте координаталық ширектердің нөмірлері мен осы ширекте орналасқан нүктелердің таңбалары көрсетілген.



120-сурет

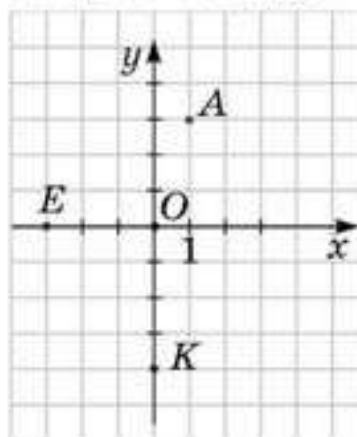


1. Абсцисса осі мен ордината осі өзара қалай орналасқан?
2. Тікбұрышты координаталар жүйесі; координаталық жазықтық; координаталық ширек нені бейнелейді?
3. Абсциссасы мен ординатасы теріс сандар; оң сандар; таңбалары өртүрлі сандар болатын нүкте қай ширекте орналасқан?
4. Неліктен нүктелер координаталары реттелген сандар жұбын құрайды?

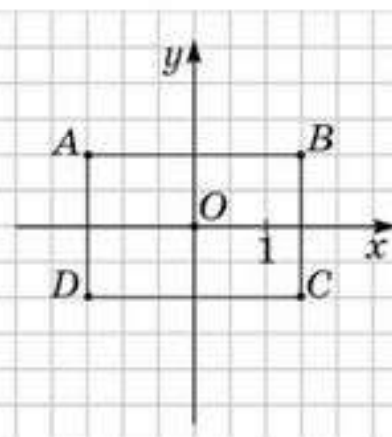
A

Жаттығулар

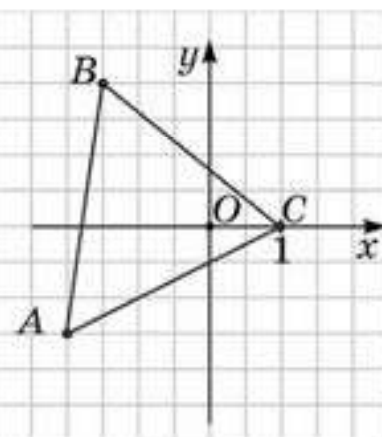
1107. 121-суретте берілген нүктелердің абсциссасы мен ординатасын атаңдар.
1108. $ABCD$ төртбұрышы төбелерінің координаталарын табыңдар (122-сурет).
1109. 123-суретте берілген ABC үшбұрышы төбелерінің координаталарын атаңдар:



121-сурет



122-сурет



123-сурет

1110. Координаталық жазықтықта $A(-2; 3)$ нүктесін салыңдар. A нүктесі арқылы: 1) абсцисса осіне; 2) ордината осіне перпендикуляр жүргізіндер.
1111. Тік бұрышты координаталар жүйесін салып, $P(2; 1)$; $N(-4; 0)$; $E(0; 3)$; $K(-3,5; 0,5)$; $M(5; 0)$; $H(0; -6)$ нүктелерін белгілендер.
1112. 1) $A(-1; -2)$; $B(0; 2)$; $C(-3; 0)$; $D(-0,5; 1,7)$; $E(0; -5)$; $K(2; 0)$ нүктелерін координаталық жазықтыққа салыңдар. Әрбір нүктенің қай ширекке немесе оське тиісті болатынын анықтаңдар.
2) $B(1; 4)$; $C(-5; 2)$; $D(-2; -5)$; $E(4; -3)$; $F(0; -4)$; $G(5; 0)$ нүктелерін координаталық жазықтыққа салыңдар. Әрбір нүктенің қай ширекке немесе оське тиісті болатынын анықтаңдар.
1113. $A(-2; -2)$; $B(-1; -1)$; $C(0; 0)$; $D(1; 1)$; $E(2; 2)$ нүктелерін координаталық жазықтықта белгілендер. Салынған нүктелердің бір түзудің бойында жататынын сызғыштың көмегімен тексеріндер. Осы түзуге $M(-5; 5)$ нүктесі тиісті бола ма?
1114. Төбелері $H(3; 3)$; $M(0; -2)$; $K(-3; 0)$ нүктелері болатын KMH үшбұрышын салыңдар.

1115. Төбелері $A(-1; 1)$; $B(-3; 4)$; $C(3; 2)$ және $D(2; -3)$ болатын $ABCD$ төртбұрышын салындар.
1116. Егер:
 1) $K(4; -1)$; $L(-2; 0)$; $M(0; 3)$ болса, онда KLM үшбұрышын;
 2) $A(2; -1)$; $B(-3; -1)$; $C(-3; 4)$; $D(2; 4)$ болса, онда $ABCD$ шаршысын;
 3) $K(2; -3)$; $L(2; 4)$; $M(-2; 4)$; $N(-2; -3)$ болса, онда $KLMN$ тіктөртбұрышын координаталық жазықтыққа салындар.
1117. Координаталық жазықтыққа $C(-4; -2)$ және $D(4; 2)$ нүктелері арқылы өтетін түзуді салындар. Осы түзудің бойына абсциссасы -3 ; -1 ; 0 ; 2 болатын нүктелерді белгілендер. Әрбір белгіленген нүктенің координаталарын жазындар.
1118. Координаталық жазықтыққа $A(2; 3)$ және $B(-2; -5)$ нүктелері арқылы өтетін түзулерді салындар. Осы түзудің бойына ординаталары -2 ; 0 ; 1 ; 3 болатын нүктелерді белгілендер. Белгіленген нүктелердің координаталарын жазындар.
1119. Координаталық жазықтықта $K(-2; -1)$, $L(-2; 4)$ нүктелері және $A(0; 0)$, $B(1; -1)$ нүктелері арқылы өтетін түзуді жүргізіндер. Түзулердің қиылысу нүктесінің координаталарын жазындар.
1120. Төбелері $A(-10; -2)$, $B(-2; -2)$, $C(-2; -6)$, $D(-10; -6)$ болатын $ABCD$ төртбұрышын координаталық жазықтыққа салындар. Шыққан төртбұрыш тіктөртбұрыш бола ма? Шаршы бола ма? Бірлік кесіндінің ұзындығын 1 см деп алып, төртбұрыштың периметрі мен ауданын есептендер. AC және BD кесінділерін жүргізіндер. AC және BD кесінділерінің қиылысу нүктесі болатын E нүктесінің координатасын жазындар.
1121. $A(-6; 2)$, $B(-4; 6)$, $C(1; 1)$, $D(2; -5)$, $E(8; -1)$, $M(-5; -5)$, $N(-1; 7)$, $K(8; 4)$ нүктелерін қолданып, $ABCDE$ және MNK сынықтарын салындар. $ABCDE$ және MNK сынықтарының қиылысу нүктелерінің координаталарын табындар.
1122. $M(0; 5)$, $N(8; 1)$, $C(2; 2)$, $D(-6; -2)$ нүктелерін координаталық жазықтыққа белгілендер. MN және CD түзулерінің қиылысу нүктесінің координатасын табындар. Осы түзулердің қайсысына $K(0; 1)$ нүктесі тиісті болады?
1123. Төбелері $A(-2; -2)$, $B(1; 5)$, $K(6; -2)$ нүктелері болатын ABK үшбұрышын салындар. AK қабырғасының ордината осімен қиылысу нүктесінің координатасын жазындар.



Жаттығулар

1130. Координаталары:

1) $x = 0, |y| > 10$; 2) $y \leq 0, |x| > 10$; 3) $|x| < 1, y > 0$ шартын қанағаттандыратын нүктелер координаталық жазықтықта қалай орналасқан?

Қ (1131) :

1131. Ерлан 3 күнде кітаптың 18 бетін оқыды. Ол бірінші күні үшінші күнге қарағанда 1 бет кем, екінші күні үшінші күнге қарағанда 4 бет артық оқыды. Ерлан әр күні қанша бет оқыған?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1132. a түзуін салыңдар. Осы түзуде AB кесіндісін және AB кесіндісіне тең BC кесіндісін көрсетіңдер.

1133. a түзуін салыңдар және осы түзуге перпендикуляр b түзуін жүргізіңдер.

§ 43. Центрілік және осьтік симметрия

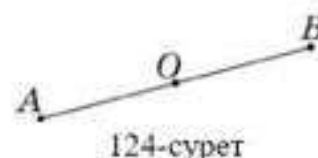
ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Центрілік симметрия. Симметрия центрі. Центрілік-симметриялы фигуралар. Осьтік симметрия. Симметрия осі



Қандай фигуралар центрілік симметриялы деп аталады?

124-суретте $OA = OB$ болатындай (O нүктесінен кесіндінің A және B ұштарына дейінгі қашықтықтары тең) AB кесіндісі және O нүктесі берілген. O нүктесін AB кесіндісінің ортасы деп атайды.



Берілген нүктеден кесіндінің ұштарына дейінгі қашықтықтар тең болған жағдайда ғана берілген нүкте *кесіндінің ортасы* деп аталады.

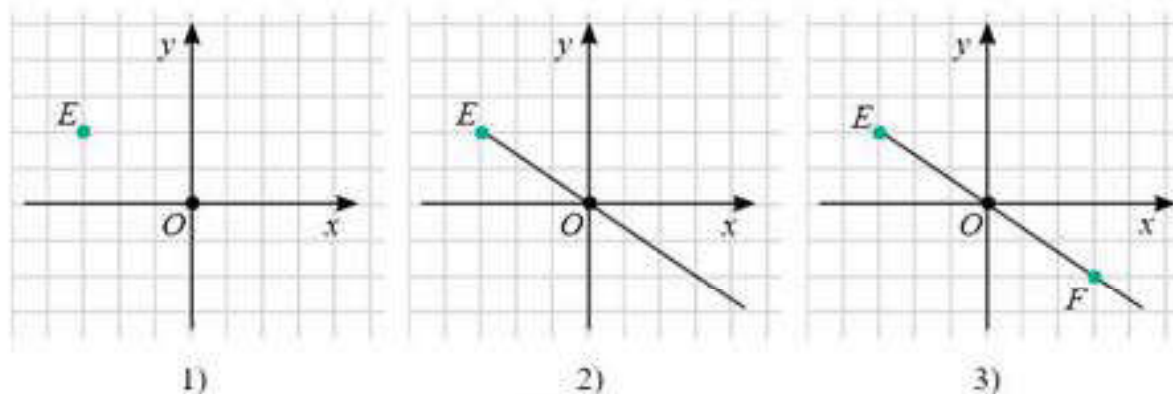
Егер O нүктесі AB кесіндісінің ортасы болса, онда A және B нүктелері O нүктесіне қарағанда *центрілік симметрия* деп аталады. O нүктесі *симметрия центрі* деп аталады (124-сурет).



Нүктеге қарағанда симметриялы болатын геометриялық фигураны қалай салуға болады?

1-мысал. Координаталар басы O нүктесінен қарағанда E нүктесіне центрілік симметриялы болатын F нүктесін салайық (125.1-сурет).

Ол үшін EO сәулесін жүргіземіз (125.2-сурет). Одан кейін сәуленің бойына O нүктесінің екінші жағынан OE кесіндісіне тең OF кесіндісін саламыз (125.3-сурет). Сонда O нүктесінен қарағанда E нүктесіне центрілік симметриялы болатын F нүктесін аламыз.



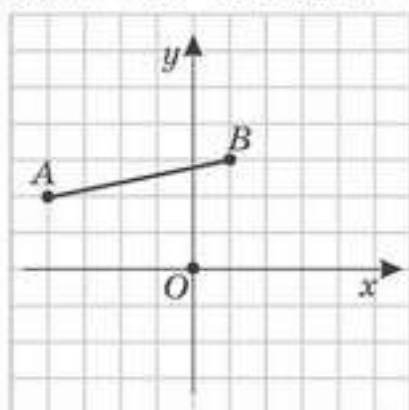
125-сурет

Ойланайық!

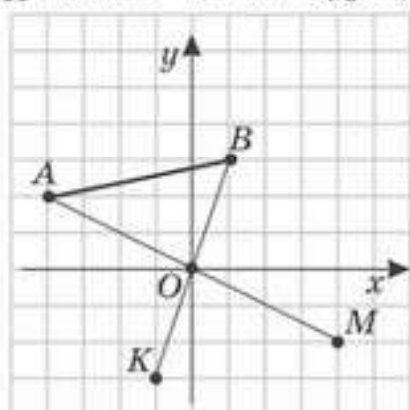
F нүктесі E нүктесіне центрлік-симметриялы болатынын түсіндіріңдер.

2-мысал. Координаталар басы O нүктесіне қарағанда AB кесіндісіне центрлік-симметриялы болатын MK кесіндісін салайық (126.1-сурет).

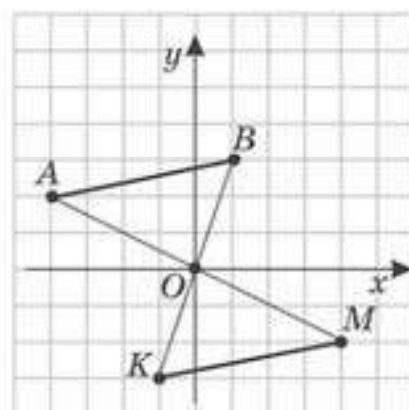
Алдымен O нүктесіне қарағанда A және B нүктелеріне сәйкесінше симметриялы M және K нүктелерін саламыз (126.2-сурет). Одан кейін KM кесіндісін жүргіземіз (126.3-сурет).



1)



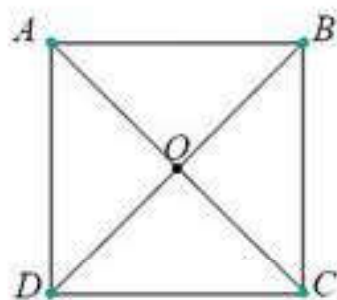
2)



3)

126-сурет

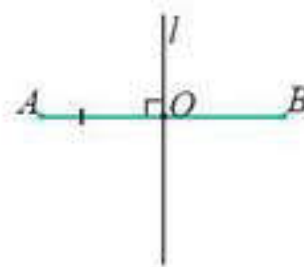
Шенбер, дөнгелек, шаршы центрлік симметриялы фигуралардың мысалы болып табылады (127, 128-суреттер).



127-сурет



128-сурет



129-сурет



Қандай симметрия осьтік симметрия болады? Түзуге қарағанда симметриялы фигураны қалай салады?

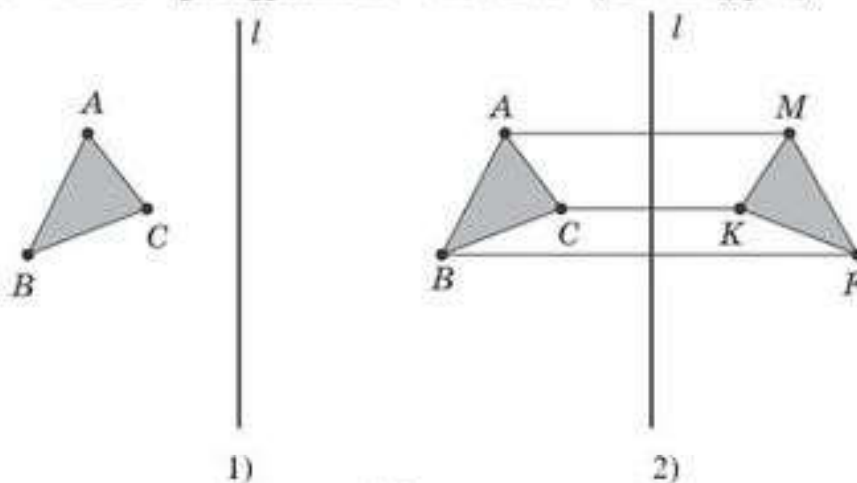
Егер A және B нүктелерін қосатын кесінді l түзуіне перпендикуляр және A нүктесінен l түзуіне дейінгі қашықтық B нүктесінен l түзуіне дейінгі қашықтыққа тең болса, онда A және B нүктелері l түзуіне қарағанда *симметриялы нүктелер* деп аталады. l — симметрия осі.

l түзуіне қарағанда A және B нүктелерінің симметриялы болатыны 129-суретте кескінделген.

“ A және B нүктелерін қосатын кесінді l түзуіне перпендикуляр және A мен B нүктелерінен l түзуіне дейінгі қашықтықтар тең” деген сөйлемді $AB \perp l$ және $AO = OB$ деп жазуға болады.

3-мысал. Ордината осіне қарағанда ABC үшбұрышына симметриялы MFK үшбұрышын салайық (130.1-сурет).

Ордината осіне қарағанда A, B, C нүктелеріне сәйкесінше симметриялы M, F, K нүктелерін саламыз және MK, KF, FM кесінділерін жүргіземіз. Сонда ордината осіне қарағанда ABC үшбұрышына симметриялы MFK үшбұрышын аламыз (130.2-сурет).



130-сурет

Егер қағазға симметриялы үшбұрыштарды салып, ордината осі бойымен қағазды бүктесе, онда ABC және MFK үшбұрыштары беттеседі.

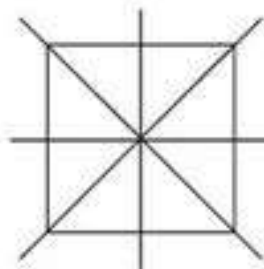
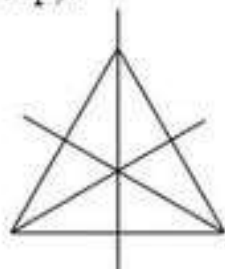


Қандай геометриялық фигуралардың симметрия осі болады?

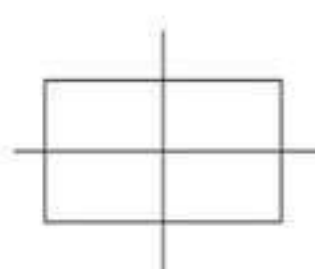
Осы тік симметриясы бар геометриялық фигураларға екі немесе үш қабырғасы тең үшбұрыш, тіктөртбұрыш, шаршы жатады (131—133-суреттер).



131-сурет



132-сурет



133-сурет

Симметрия құрылыста, ою-өрнектерді салуда және т.б. қолданылады (134-сурет).



134-сурет

Симметрия табиғатта да кездеседі.

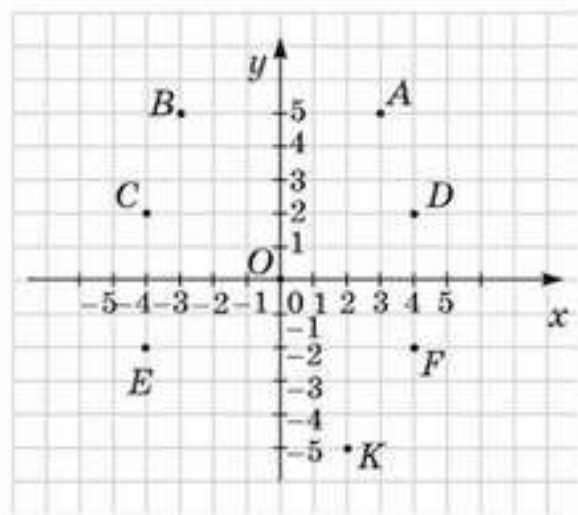


1. Симметрияның қандай түрлерін білесіңдер?
2. Қоршаған ортадан симметрияға мысалдар келтіріңдер.

A

Жаттығулар

1134. 135-суретте көрсетілген нүктелердің арасынан: 1) абсцисса осіне; 2) ордината осіне; 3) координаталар басына қарағанда симметриялы нүктелерді атаңдар.



135-сурет

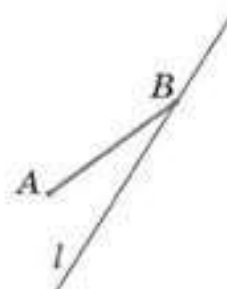
1135. Координаталық жазықтыққа: 1) абсцисса осіне; 2) ордината осіне қарағанда а) $A(1; 4)$; ә) $B(-3; 2)$; б) $C(-1; -5)$; в) $D(4; -3)$ нүктесіне симметриялы B нүктесін салыңдар.
1136. Координаталық жазықтыққа: 1) $M(-4; 3)$; 2) $N(5; -2)$; 3) $Q(4; 1)$; 4) $P(-1; -1)$ нүктесіне координаталар басына қарағанда симметриялы нүктені салыңдар және оның координаталарын жазыңдар.
1137. Координаталық жазықтықта $S(-6; 2)$; $F(3; 5)$; $T(1; -5)$ нүктелерін және осы нүктелерге:
1) абсцисса осіне қарағанда симметриялы A ; B ; C ;

2) ордината осіне карағанда симметриялы $M; N; K$ нүктелерін салындар.

1138. Төбелері $A(-5, 3); B(-2; -3); C(-1; 6)$ нүктелері болатын ABC үшбұрышын салындар. Ордината осіне карағанда ABC үшбұрышының төбелеріне симметриялы нүктелерді салып, координаталарын жазындар. Салынған нүктелерді кесінділермен қосындар. Шыққан фигураны анықтаңдар.

1139. Координаталық жазықтыққа төбелері $M(2; -4); N(5; -1); K(6; 2); F(3; 4)$ болатын $MNKF$ төртбұрышын салындар. Координаталар басына карағанда $MKFE$ төртбұрышының төбелеріне симметриялы нүктелерді салындар. Оларды кесінділермен қосындар. Шыққан фигураны атаңдар.

1140. l түзуінен карағанда A нүктесіне симметриялы C нүктесін салындар (136-сурет). l түзуінен карағанда B нүктесіне қай нүкте симметриялы болады? BC кесіндісін жүргізіндер. AB және BC кесінділерінің ұзындықтарын өлшеп, салыстырындар.



136-сурет

1141. Дәптерге $AB = 2$ см болатын кесінді мен O нүктесін салындар (137-сурет). O нүктесінен карағанда A нүктесіне симметриялы M нүктесі және B нүктесіне симметриялы K нүктесін белгілендер. MK кесіндісін жүргізіндер. AB және MK кесінділерінің ұзындықтарын өлшеп, салыстырындар.

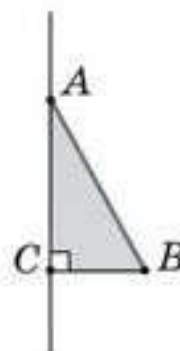


137-сурет

В

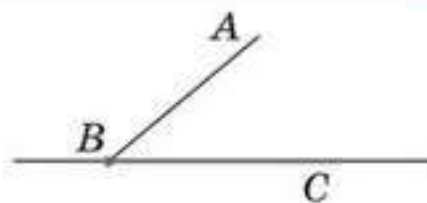
Жаттығулар

1142. Дәптерге қабырғаларының ұзындықтары $CB = 2$ см, $AC = 3$ см және $\angle C = 90^\circ$ болатын ABC тікбұрышты үшбұрышын салындар (138-сурет). l осінен карағанда B нүктесіне симметриялы P нүктесін салындар. l түзуіне карағанда қандай нүкте A нүктесіне және қандай нүкте C нүктесіне симметриялы болады? PA және PC кесінділерін жүргізіндер. PC және CB кесінділерінің ұзындықтарын салыстырындар.



138-сурет

1143. $\angle ABC = 45^\circ$ болатын бұрыш салыңдар (139-сурет). BA сәулесінің бойынан кез келген нүкте алып, M әрпімен белгілендер. BC түзуіне қарағанда M нүктесіне симметриялы K нүктесін салыңдар. BC түзуіне қарағанда B нүктесіне қандай нүкте симметриялы болады? BK сәулесін жүргізіндер. CBK сүйір бұрышын өлшеп, ABC бұрышымен салыстырыңдар.

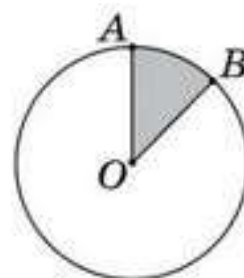


139-сурет



Жаттығулар

1144. $\angle AOB = 40^\circ$ болатын дөңгелек секторды салыңдар (140-сурет). O нүктесінен қарағанда A және B нүктелеріне сәйкесінше симметриялы P және T нүктелерін салыңдар. OP және OT кесінділерін жүргізіндер. Шыққан дөңгелек секторды бояңдар және бұрышын өлшендер. AOB және POT бұрыштарын салыстырыңдар.



140-сурет

Қ (1145-1146) :

1145. 50 алмұрт екі қорап пен жәшікке салынды. Әрбір қорапқа қарағанда жәшікке 14 алмұрт артық салынған. Әрбір қорап және жәшікке қанша алмұрттан салынды?

1146.
$$\begin{cases} -10(x - 4) < 3(4 - 2x) - 3x, \\ 1,6(0,1x - 3) > 3(-6 + 0,1x) + 0,3x \end{cases}$$
 теңсіздіктер жүйесін

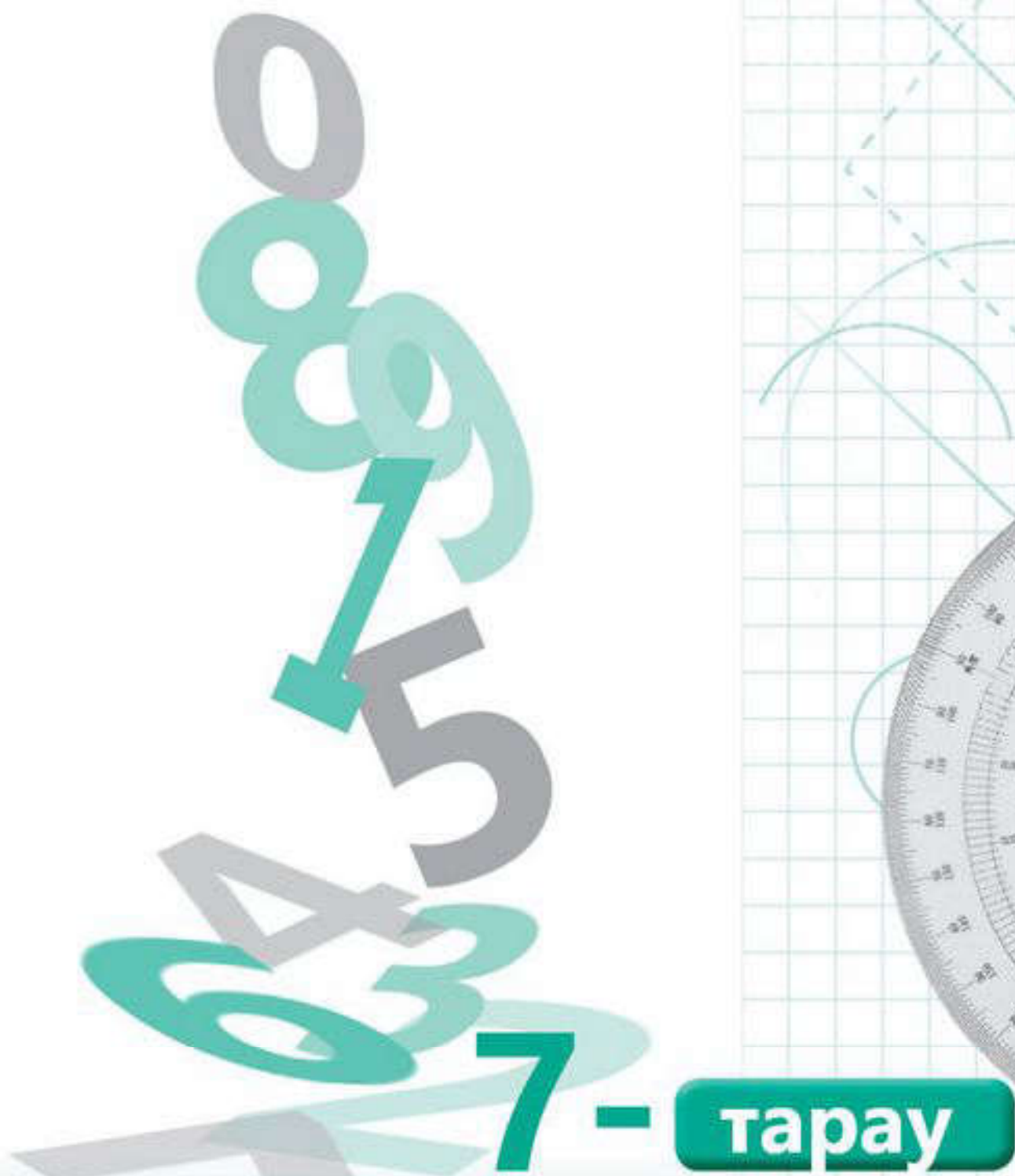
шешіп, құстардың ауылшаруашылығы және орманшаруашылығына зиян келтіретін жәндіктерді жоя отырып, зиянды жәндіктерді жоюға жұмсайтын шығынын қанша пайызға азайтатынын анықтайсыңдар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1147. 1) Күнделікті өмірден тіктөртбұрыштың, шаршының, дөңгелектің, шенбердің, шардың, сфераның, үшбұрыштың модельдерін атандар. Осы модельдердің қандай ұқсастығы немесе айырмашылығы бар?
- 2) Кубтың қанша төбесі, қыры, жақтары бар? Кубтың жағы қандай фигура болады?

КЕҢІСТІКТЕГІ ФИГУРАЛАР



7

Кеңістіктегі фигуралар

§ 44. Фигуралардың кеңістікте орналасуы. Кеңістікте фигураларды кескіндеу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Кеңістік фигурасы. Жазықтық



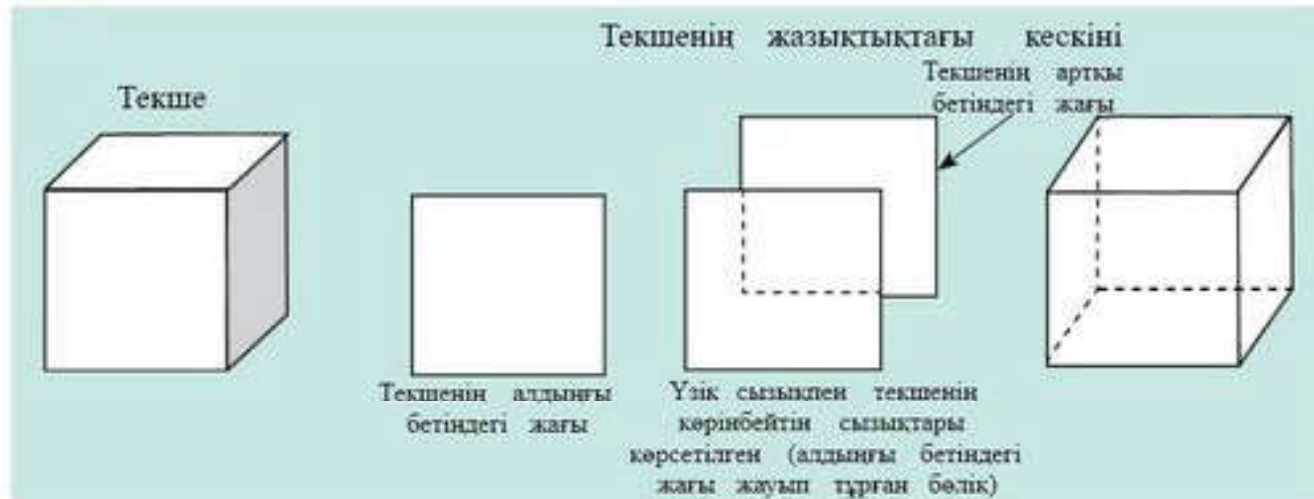
Кеңістік фигуралары қалай салынады?

Кеңістік фигураларын салу кезінде көрінетін сызықтар тұтас сызықпен сызылады.

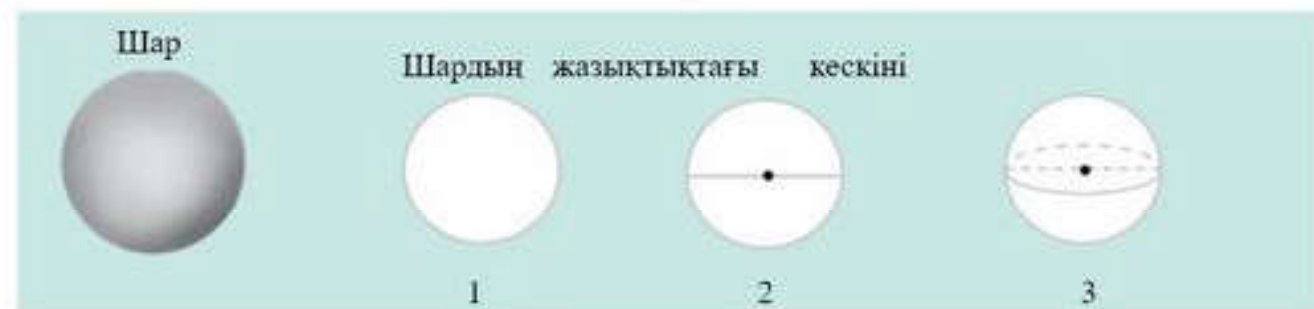
Кеңістік фигураларын салу кезінде көрінбейтін сызықтар үзік сызықпен сызылады.



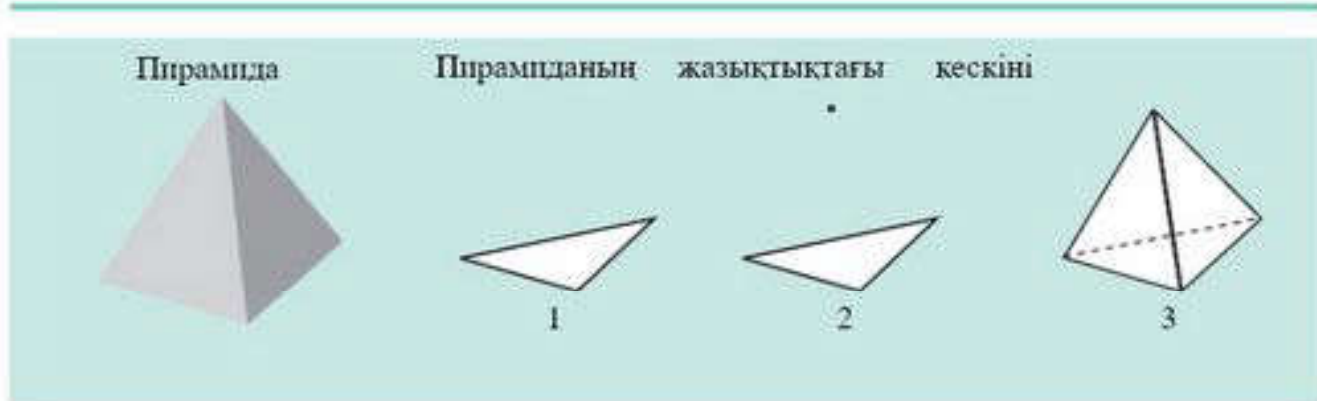
Кеңістік фигуралары жазықтықта қалай салынғаны туралы айтып беріңдер (141—144-суреттер).



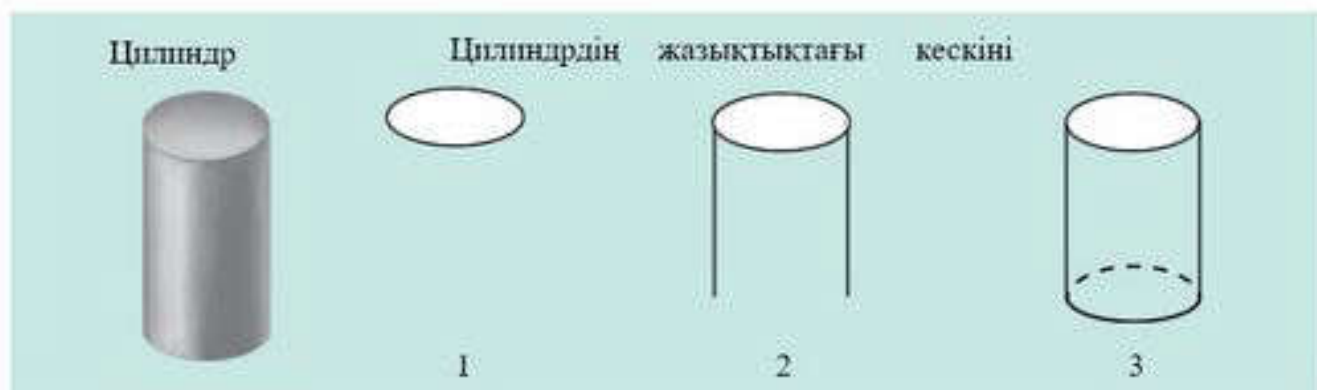
141-сурет



142-сурет



143-сурет



144-сурет



1. Барлық бүйір қырлары (жақтары) көрінетіндей текшені (тікбұрышты параллелепипедті) салуға бола ма?
2. Шардың жазықтықтағы кескінін салу үшін қандай геометриялық фигуралар қолданылады?



Жаттығулар

1148. Текшені жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін қырларының және көрінбейтін қырларының санын есептендер.
1149. Тікбұрышты параллелепипедті жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін қырларының және көрінбейтін қырларының санын есептендер.
1150. Пирамиданы жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін қырларының және көрінбейтін қырларының санын есептендер (143-сурет).
1151. Текшені жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін жақтарының және көрінбейтін жақтарының санын есептендер.

1152. Тікбұрышты параллелепипедті жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін жақтарының және көрінбейтін жақтарының санын есептеңдер.
1153. Цилиндрді жазықтықта кескіндегенде оның көрінетін жақтарының және көрінбейтін жақтарының санын есептеңдер (144-сурет).

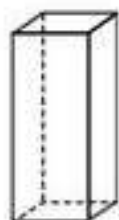
B

Жаттығулар

1154. Торкөз дәптердің бетін қолданып, қабырғасының ұзындығы 2 см болатын текшенің суретін салыңдар.
1155. 145-суреттен тікбұрышты параллелепипедтің жазықтықта дұрыс салынған кескінін көрсетіңдер.



1



2



3



4

145-сурет

C

Жаттығулар

1156. Торкөз дәптердің бетін қолданып, өлшемдері 2 см, 4 см және 5 см болатын тікбұрышты параллелепипедтің суретін салыңдар. Осындай өлшемдермен қанша тікбұрышты параллелепипед салуға болады?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1157. Координаталық жазықтықты салыңдар. Онда үш нүкте белгілендер. Осы нүктелердің координаталарын жазыңдар.
1158. Координаталық түзуді салыңдар. Координаталық түзде координаталары 8; -4; 2,5 болатын нүктелерді көрсетіңдер. Суреттегі кесінділердің ұзындықтарын табыңдар.

§ 45. Вектор ұғымы

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Вектор. Нөлдік вектор. Вектордың басы. Вектордың соны. Вектордың бағыты



Вектор дегеніміз не?

Масса, уақыт, баға, құн, көлем (сыйымдылық), аудан, ұзындық тек қана санмен сипатталады. Кейбір физикалық шамалар санмен ғана емес, сонымен қатар бағытпен де сипатталады. Мысал ретінде жылдамдық ұғымын келтіруге болады. Ондай шамалар *векторлық шамалар* немесе *вектор* деп аталады.

AB векторы деп бас нүктесі *A* нүктесі, соңғы нүктесі *B* нүктесі болатын бағытталған кесіндіні айтады.

Жазықтықтың кез келген нүктесін *нөлдік вектор* деп атайды.

Нөлдік вектордың бас нүктесі оның соңғы нүктесімен беттеседі.



Векторды қалай салуға болады?

Вектордың бағыты стрелкамен көрсетіледі (146-сурет).



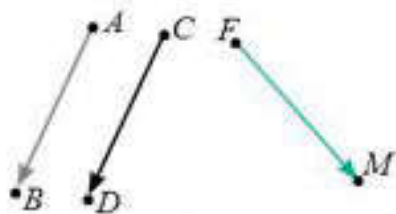
146-сурет

147—149-суреттерде векторлардың белгіленуі көрсетілген:

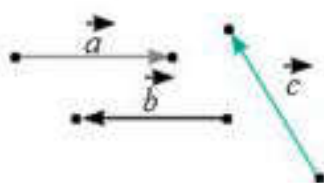
— латынның кіші әріптерімен жазылуы: \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ,

— латынның екі үлкен әрпімен жазылуы: \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{FM} .

Нөлдік вектор: $\vec{0}$, \overline{PP} .



147-сурет



148-сурет



149-сурет

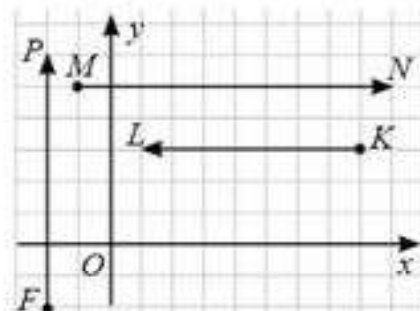


Координаталық жазықтықта векторды салу үшін не қажет?

A

Жаттығулар

1159. Үш вектор салындар. Оларды белгілендер.
1160. $A(1; 4)$, $B(-1; 3)$, $C(-1; -1)$, $D(4; 0)$, $M(0; 5)$, $K(-2; 4)$ нүктелері берілген. Координаталық жазықтықта \overline{AB} , \overline{CD} және \overline{MK} векторларын салындар.
1161. Координаталық жазықтықтың әр шп-регіне бір вектордан салындар және олардың бас нүктесі мен соңғы нүктесінің координаталарын жазындар.
1162. 150-суретте кескінделген векторлардың бас нүктесі мен соңғы нүктесінің координаталарын жазындар.



150-сурет

B

Жаттығулар

1163. Егер $A(0; 2)$, $B(-3; 2)$ болса, онда координаталық жазықтықта \overline{AB} векторын салындар. Координата басына қарағанда A , B нүктелеріне сәйкесінше симметрия C , D нүктелерін белгілендер және \overline{CD} векторын жүргізіңдер.

C

Жаттығулар



Хабарлама дайындаңдар

1164. Вектор ұғымын енгізген У. Гамильтон туралы хабарлама дайындаңдар.
1165. 1) 6,5 және $-4,05$; 2) 8 және 9,04; 3) $-78,96$ және 56,95 сандарының айырымын табындар. Есептің неше жауабы болады?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1166. 5; -1 ; 8; $-0,5$; -2 сандарын өсу ретімен орналастырындар.
1167. 0,8; $-0,8$; 0; 0,81 сандарынан ең үлкен санды табындар.
1168. $-2,03$; 3,8; 0; $-2,3$ сандарынан ең кіші санды табындар.

СТАТИСТИКА. КОМБИНАТОРИКА

0
1
2
3
4
5
6
7
8

8 - **тарау**

8

Статистика. Комбинаторика

§ 46. Статистикалық мәліметтер және олардың сипаттамалары

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Арифметикалық орта. Ең үлкен мән. Берілгендер қатары. Ең кіші мән. Ауытқу. Мода. Медиана



Бірнеше санның арифметикалық ортасы дегеніміз не? Бірнеше санның арифметикалық ортасы қалай есептеледі?

Күнделікті өмірде ауаның орташа температурасы, орташа өмір сүру ұзақтығы, орташа бойы, сынып оқушыларының орташа саны, орташа өнімнің түсуі, орташа жалақы және т.с.с. сөздерді жиі қолданамыз.

1-есеп. Сыныпта 7 қыз бала оқиды. Олардың бойлары: 1,2 м; 1,1 м; 1,1 м; 1,2 м; 1,28 м; 1,32 м; 1,2 м. Қыз балалардың орташа бойын табайық.

Шешуі. Ол үшін қыз балалардың бойларын қосып, 7 санына бөлеміз: $(1,2 + 1,1 + 1,1 + 1,2 + 1,28 + 1,32 + 1,2) : 7 = 1,2$.

Жауабы: 1,2 м.

Бірнеше санның арифметикалық ортасы деп олардың қосындысының мәнін осы сандардың санына бөлгенде шыққан бөліңдінің мәнін айтады.

Бірнеше санның арифметикалық ортасын табу үшін:

- 1) осы сандардың қосындысының мәнін табады;
- 2) қосындының мәнін қосылғыштардың санына бөледі.

2-есеп. Егер түнде ауа температурасы 0°C , таңертен 2°C , күндіз 7°C , кешке 5°C болса, тәулік ішіндегі ауаның орташа температурасын табайық.

Шешуі. Орташа температураны табу үшін 0; 2; 7 және 5 сандарының арифметикалық ортасын есептейміз:

$$\frac{0 + 2 + 7 + 5}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Жауабы : 3,5°C.

Жоғарыда карастырылған 1, 2-есептерді шығару кезінде 1) 1,2 м; 1,1 м; 1,1 м; 1,32 м; 1,2 м; 1,28 м; 1,2 м; 2) 0°C; 2°C; 7°C; 5°C түріндегі жазуларды кездестірдік. Мұндай жазуларды *берілгендер қатары* деп атайды. *Әрбір берілгендер қатарында* ең үлкен сан және ең кіші сан болады.

Санның ең үлкенін берілгендер қатарының *ең үлкен мәні* деп атайды.

Санның ең кішісін берілгендер қатарының *ең кіші мәні* деп атайды.

Түсіндіріңдер!

4; 67; 32; 70; 13; 0 сандар қатарының ең үлкен және ең кіші мәні қалай анықталады?

70 саны — 4; 67; 32; 70; 13; 0 сандар қатарының ең үлкен мәні;

0 саны — 4; 67; 32; 70; 13; 0 сандар қатарының ең кіші мәні.



Ауытқу дегеніміз не? Сандар қатарының ауытқуы қалай табылады?

Ең үлкен және ең кіші мәндерінің айырымы *ауытқу өзгерісі* деп аталады.

3-есеп. 3°C; 5°C; 15°C; 1°C; 0°C; 12°C; 4°C; 7°C берілгендер қатары бойынша орташа тәуліктік температураның ауытқу өзгерісін табайық.

Шешуі. Температураның ең үлкен мәні 15°C, ең кіші мәні 0°C. Сонда орташа тәуліктік температураның ауытқу өзгерісі 15°C-қа тең (өйткені $15^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C} = 15^{\circ}\text{C}$).

Жауабы : 15°C.

Ауытқу өзгерісін анықтау үшін:

- 1) қатардың ең үлкен мәнін табу керек;
- 2) қатардың ең кіші мәнін табу керек;
- 3) ең үлкен және ең кіші мәндердің айырымын есептеу керек.



Сандар қатарының модасы дегеніміз не? Сандар қатарының модасы қалай табылады?

Берілгендер қатарында сандар немесе шамалар қайталануы мүмкін. Мысалы, жоғарыда қарастырылған есептен берілгендер қатарында оқушының 1,2 м бойы үш рет, 1,1 м бойы екі рет кездеседі.

Берілгендер қатарында ең көп қайталанатын сан немесе шаманы *мода* деп атау қалыптасқан.

Берілгендер қатарында мода болмауы мүмкін немесе моданың саны 1-ден артық болуы мүмкін.

Мысалы, 3; 11; 19; 100 қатарында мода жоқ, 22; 30; 31; 22; 59; 61; 30 қатарында мода 22 және 30-ға тең.



Сандар қатарының медианасы дегеніміз не? Сандар қатарының медианасы қалай табылады?

Сандар қатары өсу немесе кему ретімен орналасқан жағдайда және сандар қатары тақ болғанда сандар қатарының ортасында орналасқан сан *медиана* деп аталады.

4-есеп. 2013—2017 жылдары республикамыздың малшаруашылығындағы түйелер саны мынадай болды: 164,8; 160,9; 165,9; 170,5; 172,5 мың бас. Осы сандар қатарының медианасын табындар.

Шешуі. Алдымен берілген сандарды өсу ретімен орналастырамыз: 160,9; 164,8; 165,9; 170,5; 172,5. Бұл қатардағы сандар саны 5-ке тең және ортасындағы сан 165,9. Демек, 165,9 саны медиана болады.

Жауабы : 165,9.

5-есеп. 2011—2016 жылдары республикамызда дәнді дақылдар себуге берілген гектармен алынған жер телімдерінің аудандары: 2484,3; 2517,4; 2866,8; 3109,9; 3 671,3; 3485,2 мың гектар. Осы сандар қатарының медианасын табындар.

Шешуі. Алдымен берілген сандарды өсу ретімен орналастырамыз: 2484,3; 2517,4; 2866,8; 3109,9; 3485,2; 3671,3.

Бұл қатардағы сандар саны 6-ға тең және ортасында екі сан орналасқан: 2866,8; 3109,9. Онда медиананы есептеу үшін осы екі санның арифметикалық ортасын табамыз:

$$(2866,8 + 3109,9) : 2 = 5976,7 : 2 = 2988,35.$$

Демек, 2988,35 саны медиана болады.

Жауабы : 2988,35.

Сандар қатары өсу немесе кему ретімен орналасқан жағдайда және сандар қатары тақ болғанда сандар қатарының ортасында орналасқан сан немесе жұп болғанда сандар қатарының ортасында орналасқан екі санның арифметикалық ортасына тең сан *медиана* деп аталады.

Сандар қатарының медианасын табу үшін төмендегі ереже қолданылады.

Сандар қатары өсу немесе кему ретімен орналастырылады. Одан кейін медиана анықталады:

1) сандар қатарының саны тақ болса, онда медиана ортаңғы санға тең болады;

2) сандар қатарының саны жұп болса, онда медиана ортасында орналасқан екі санның арифметикалық ортасына тең болады.



1. Бірнеше санның арифметикалық ортасын қалай есептейді?
2. Ауытқуды қалай табады?
3. Қатардың үш модасы болуы мүмкін бе?
4. Берілген қатардың медианасы деп нені айтады?
5. Егер сандар қатарының саны жұп және тақ болса, онда медиана табуда қандай айырмашылық бар?
6. Медиана сандар қатарының ең үлкен мәніне, ең кіші мәніне тең болуы мүмкін бе?

A

Жаттығулар

Сандардың арифметикалық ортасын, ауытқуын және медианасын табыңдар (1169-1170) :

- 1169.** 1) 524; 346; 486; 2) 0,87; 1,03; 1,72; 1,98; 2;
3) 42,8; 54,3; 59,6; 60; 4) 1,08; 1,99; 1,76; 0,99; 1,32.
- 1170.** 1) 107; 122; 113; 2) 12,4; 14,8; 18,9; 20,1;
3) 11; 17,2; 20; 24,6; 4) 0,89; 1,23; 1,64; 1,79; 2.
- 1171.** Мұрат балық аулауға барғанда үш балық ұстады. Біріншісінің салмағы 0,125 кг, екіншісінікі 0,205 кг, үшіншісінікі 0,18 кг. Балықтардың орташа салмағын анықтаңдар.
- 1172.** Жәшіктегі апельсиндердің салмағы 21 кг. Егер жәшікте 125 апельсин болса, онда бір апельсиннің орташа салмағы қандай?

1173. 1) 12 тг; 148 тг; 326 тг; 700 тг;
 2) 78 т; 326 кг; 760 кг;
 3) 160 мин; 1 сағ 60 мин; 2 сағ; 200 мин;
 4) 17,3; 0,73; 173,1; 17,31 сандарының ең үлкен және ең кіші мәнін көрсетіндер. Ауытқу өзгерісін есептеңдер.
1174. 1) 34,8; 63,1; 90,09; 90,9; 90;
 2) 421; 214; 124; 412; 421; 142;
 3) 3; 3; 7; 8; 8; 8; 9; 9; 10; 11; 11; 15; 15; 15 қатарының модасы мен медианасын табыңдар.

B

Жаттығулар

1175. Дүкенге жалпы салмағы 1,5 т болатын 250 қарбыз әкелінді. Бір қарбыздың орташа салмағын анықтаңдар.
1176. Пакетте жалпы салмағы 3,4 кг болатын 16 алма бар. Бір алманың орташа салмағын табыңдар.
1177. 10 қадамның ұзындығын өлшендер. Бір қадамның орташа ұзындығын анықтаңдар.
1178. 4,5 гектардан 430,5 ц, 3,5 гектардан 349,5 ц картоп жиналды. 1 гектардан орташа алғанда қанша картоп жиналды?

C

Жаттығулар

1179. Астана қаласының 2005—2009 жылдардағы тұрғындарының санын көрсететін 529 335; 550 438; 574 448; 602 684; 639 311 сандар қатарының арифметикалық ортасын табыңдар.
1180. 501 998; 510 533; 529 335; 550 438; 574 448; 602 684; 639 311 сандар қатарының ауытқуын табыңдар. Бұл сандар 2003—2009 жылдар аралығындағы Астана қаласының тұрғындар санын береді.
1181. 1 209 485; 1 247 896; 1 287 246; 1 324 739; 1 365 105 сандар қатары сәйкесінше 2005—2009 жылдар аралығындағы Алматы қаласының тұрғындар санын береді. Осы сандар қатарының арифметикалық ортасын табыңдар.

Қ (1182) :

1182. $\pi \approx 3,14$ деп алып, радиусының ұзындығы: 1) 2,5 см; 2) 5 см; 3) 10 см; 4) 20 см болатын шеңбердің ұзындығын және дөңгелектің ауданын табындар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1183. Барлығы қанша екітаңбалы сан бар? 17-ден 40-қа дейін қанша екітаңбалы сан бар?
1184. Барлығы қанша үштаңбалы сан бар? 200-ден 238-ге дейін қанша үштаңбалы сан бар?

§ 47. Қозғалыстың орташа жылдамдығын табуға есептер шығару. Комбинаторикалық есептерді шығару

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Орташа жылдамдық, Комбинаторикалық есеп, Таңдау әдісі, Мүмкін болатын нұсқалар



Қозғалыстың орташа жылдамдығы дегеніміз не және оны қалай есептейді?

Барлық жүрілген жолдың ұзындығының осы жүрілген жолға кеткен уақытқа бөліндісінің мәні қозғалыстың орташа жылдамдығы деп аталады.

Қозғалыстың орташа жылдамдығын табу формуласы:

$$v = \frac{s}{t},$$

мұндағы s — барлық жүрілген жолдың ұзындығы,

t — барлық жүрілген жолға кеткен толық уақыт.

Жолдың екі бөлігіндегі қозғалыстың орташа жылдамдығын табу формуласы:

$$v_{\text{орт}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2},$$

мұндағы s_1 — жолдың бірінші бөлігінің ұзындығы,

s_2 — жолдың екінші бөлігінің ұзындығы,

t_1 — жолдың бірінші бөлігін жүріп өтуге кеткен уақыт,

t_2 — жолдың екінші бөлігін жүріп өтуге кеткен уақыт.

1-есеп. Пойыз 120 км жолды 2 сағатта және 90 км жолды 1,5 сағатта жүріп өтті. Ұзындығы 200 км бөліктегі пойыздың орташа жылдамдығын табындар.

Шешуі. Есептің шарты бойынша $s_1 = 120$ км; $t_1 = 2$ сағ;

$s_2 = 90$ км; $t_2 = 1,5$ сағ. $v_{\text{орт}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$ формуласын қолданып, пойыз

қозғалысының орташа жылдамдығын есептейміз:

$$\text{Сонда } v_{\text{орт}} = \frac{120 + 90}{2 + 1,5} = 60 \text{ (км/сағ)}.$$

Жауабы : 60 км/сағ.

2-есеп. Есен бір қаладан екінші қалаға 90 км/сағ жылдамдықпен автокөлікпен, кері қайтар жолды 60 км/сағ жылдамдықпен автобуспен жүріп өтті. Егер екі қаланың аралығы 180 км болса, Есеннің бір қаладан екінші қалаға дейінгі және кері қайтар жолындағы қозғалысының орташа жылдамдығын табындар.

Шешуі. Есептің шарты бойынша екі қаланың аралығы 180 км. Демек, $s_1 = 180$ км және $s_2 = 180$ км. Енді Есеннің бір қаладан екінші қалаға дейінгі және кері жолына жіберген уақыттарын есептейміз:

$$t_1 = \frac{180}{90} = 2 \text{ және } t_2 = \frac{180}{60} = 3.$$

Онда $v_{\text{орт}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$ формуласы бойынша бір қаладан екінші қалаға дейінгі және кері қайтар жолдардағы қозғалысының орташа жылдамдығын табамыз: $v_{\text{орт}} = \frac{180 + 180}{2 + 3} = 72$ (км/сағ).

Жауабы : 72 км/сағ.

Жолдың үш бөлігіндегі қозғалыстың орташа жылдамдығын табу формуласы:

$$v_{\text{орт}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3},$$

мұндағы s_1 — жолдың бірінші бөлігінің ұзындығы,

s_2 — жолдың екінші бөлігінің ұзындығы,

s_3 — жолдың үшінші бөлігінің ұзындығы,

t_1 — жолдың бірінші бөлігіне жіберілген уақыт,

t_2 — жолдың екінші бөлігіне жіберілген уақыт,

t_3 — жолдың үшінші бөлігіне жіберілген уақыт.

Мысалы, 79 км жолды 2 сағ, 60 км жолды 1,5 сағ және 81 км жолды 2 сағ жүрген болса, онда мотоциклшінің жолдың 218 км бөлігіндегі орташа жылдамдығын табу керек.



Мысалда қарастырылып отырған мотоциклші жолының 218 км бөлігіндегі орташа жылдамдығы 40 км/сағ екенін өздерің тексеріп көріңдер.



Таңдау тәсілі арқылы комбинаторикалық есептерді қалай шығарады?

Қандай да бір шектелген жиыннан қандай да бір ережелер бойынша жиын элементтерінің түрлі комбинациялары құрастырылатын және олардың саны анықталатын есептер *комбинаторикалық есептер* деп аталады.



1. Егер жолдың әр бөлігін өткенде тек уақыт ғана белгілі болса, онда орташа жылдамдықты табуға бола ма?
2. Комбинаторикалық есепке мысал келтіріңдер.
3. Комбинаторикалық есеп қандай тәсілмен шығарылады?
4. Мүмкін болатын нұсқалардың бәрі болатындай комбинаторикалық есептерді шығаруда қандай тәсіл қолданылады?

A

Жаттығулар

1185. 1) Пойыз 93 км жолды 1,5 сағ және 147 км жолды 2,5 сағ жүріп өтті. Ұзындығы 240 км бөліктегі пойыздың орташа жылдамдығын табыңдар.
- 2) Автобус 110 км жолға 2 сағ және 165 км жолға 3 сағ жіберетін болса, автобус қозғалысының орташа жылдамдығын табыңдар.
1186. 1) 7 және 9 цифрларынан қанша екі таңбалы сан құрастыруға болады?
- 2) 3; 0 және 8 цифрларын қолданып, барлық үш таңбалы сандарды жазыңдар.
- 3) 5; 3; 1 цифрларын қолданып, цифрлары әртүрлі болатын барлық үш таңбалы сандарды жазыңдар.

B

Жаттығулар

1187. 1) Велосипедші 12 км/сағ жылдамдықпен 2 сағ, 10 км/сағ жылдамдықпен 1 сағ жүрген. Көрсетілген уақыттағы велосипедші қозғалысының орташа жылдамдығы неге тең?
- 2) 84 км жолды 42 км/сағ, 76 км жолды 38 км/сағ жылдамдықпен жүрген мотоциклшінің орташа жылдамдығын табыңдар.
1188. 1) 6; 1; 9; 0 цифрларын бір рет қана пайдаланып, осы цифрлардан құрастырылатын тақ екі таңбалы сандарды жазыңдар.
- 2) 3; 7; 1; 0 цифрларын бір рет қана пайдаланып, осы цифрлардан құрастырылатын жұп екі таңбалы сандарды жазыңдар.



Жаттығулар

1189. 1) Пойыз 100 км жолды $1\frac{2}{3}$ сағ жүрді. Жолдың екінші бөлігінде жылдамдығын 5 км/сағ арттырып, осы бөлікті 1 сағатта және ұзындығы 140 км болатын үшінші бөлігін 60 км/сағ жылдамдықпен жүріп өтті. Пойыз қозғалысының барлық жолдағы орташа жылдамдығын табындар.
- 2) 2647 санының цифрларын қолданып барлық цифрлары әртүрлі және екінші цифры 7 болатын қанша төрттанбалы сан жазуға болады?

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



Төмендегі кестелерді толтырындар (1190-1191):

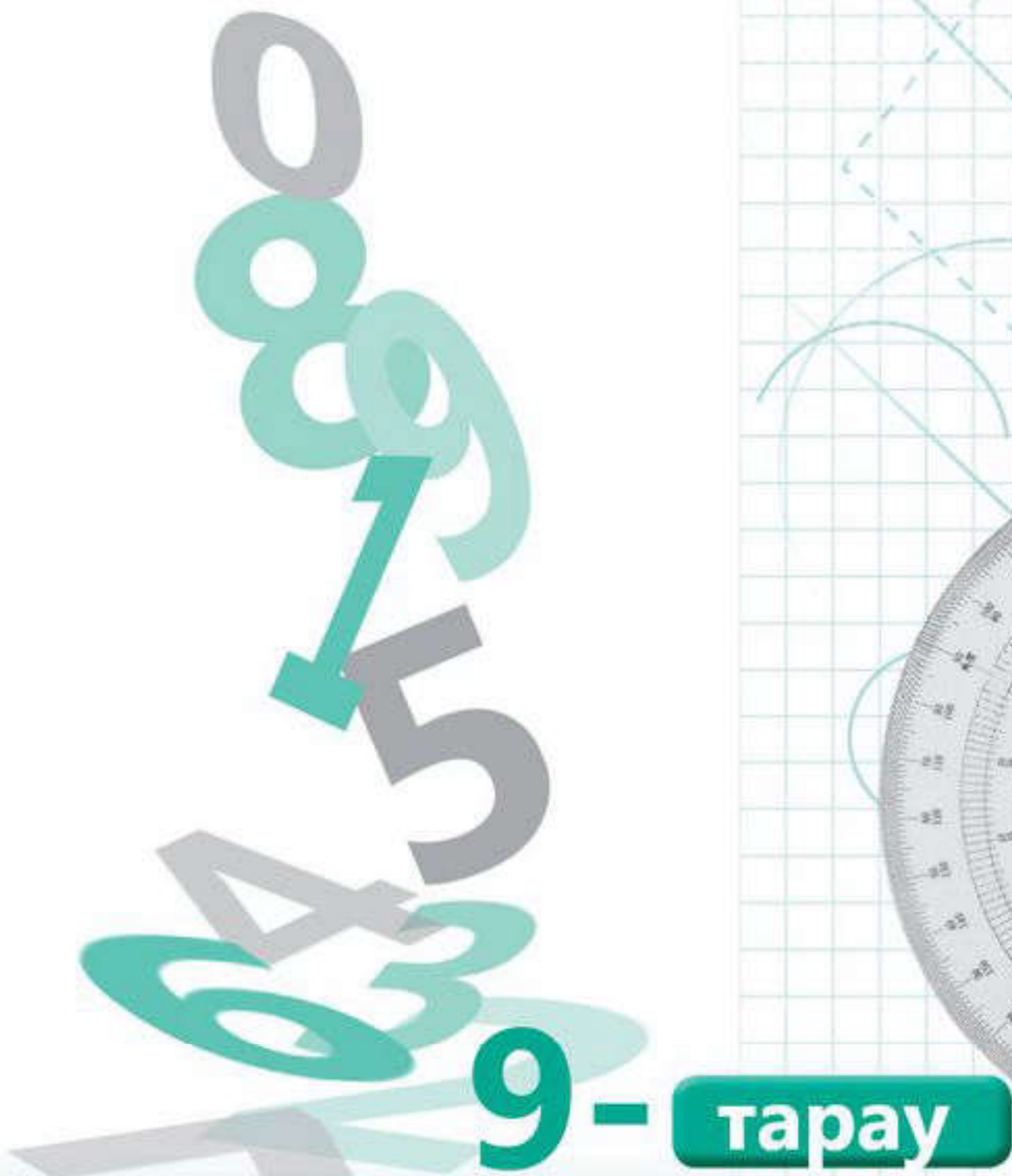
1190.

Тіктөртбұрыштың ұзындығы	Тіктөртбұрыштың ені	Тіктөртбұрыштың ауданы
6 см	3,5 см	? см ²
10 см	<i>a</i> см	? см ²
? дм	4,7 см	94 см ²
<i>b</i> см	? см	5,6 <i>b</i> см ²

1191.

Өнімділік	Аудан	Масса
? ц/га	8,5 га	8,5 ц
1,5 ц/га	? га	150 т
2,2 ц/га	15 га	? ц

ШАМАЛАР АРАСЫНДАҒЫ ТӘУЕЛДІЛІКТЕР



9

Шамалар арасындағы тәуелділіктер

§ 48. Шамалар арасындағы тәуелділіктерді беру тәсілдері

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Шамалар арасындағы тәуелділік. Аналитикалық тәсіл. Тәуелсіз айнымалы. Тәуелді айнымалы. Тәуелсіздік графигі. Кесте



Шамалардың арасындағы тәуелділікке берілген есептерді қалай шығарады?



Төменде берілген кестеден белгісіз шаманы табындар:

Баға	Мөлшері	Құны
340 тг/л	2 л	? тг
360 тг/л	2 л	? тг
300 тг/л	2 л	? тг

Баға және құн шамаларын қарастырайық. Бұл шамалар өзара байланысты. Бірдей мөлшерді сатып алу кезінде бағаның өзгеруі (артуы немесе кемуі) міндетті түрде құнның өзгеруіне (артуына немесе кемуіне) әкеледі. Мұнда құн тәуелді айнымалы, баға тәуелсіз айнымалы болып табылады. Тура осылай басқа да шамалар туралы айтуға болады. Мысалы, бірдей ауданнан жиналған егіннің массасы өнімділікке тәуелді болады. Сондықтан жиналған егін массасы тәуелді айнымалы, өнімділік тәуелсіз айнымалы болады.

Түсіндіріңдер!

Төменде берілген кестелерде қай шама тәуелді айнымалы, қайсысы тәуелсіз айнымалы?

Егер мөлшер 4-ке тең болса, онда бағаны тауып, кестені толтырындар:

Құны (тг)	60	72	80	84	100
Бағасы (тг/дана)					

Егер аудан 24-ке тең болса, онда өнімділікті тауып, кестені толтырындар:

Егіннің массасы (ц)	432	192	240	168	264
Өнімділік (ц/га)					

Тәуелді айнымалыны, әдетте, y әрпімен белгілейді.
Тәуелсіз айнымалыны, әдетте, x әрпімен белгілейді.



Шамалар арасындағы тәуелділікті қандай тәсілдермен беруге болады?

Шамалар арасындағы тәуелділік түрлі тәсілдермен берілуі мүмкін.

Шамалар арасындағы тәуелділікті беру — берілген тәуелсіз айнымалы үшін сәйкес тәуелді айнымалыны табу.



Шамалар арасындағы тәуелділікті сипаттау бойынша формуланы қалай жазуға болады?

Шамалар арасындағы тәуелділікті формуламен беруге болады.

Шамалар арасындағы тәуелділікті формуламен беру тәсілін тәуелділікті *аналитикалық тәсілмен беру* деп айтады.

Қандай да бір жылдамдықпен 3 сағатта жүрілген жолдың формуласын құрастырайық. Егер белгілі бір уақытта (мысалы, 3 сағ) жылдамдық өзгерсе, онда жүрілген жол да өзгереді. Демек, берілген мысалда жылдамдық — тәуелсіз айнымалы, оны x әрпімен, жүрілген жол — тәуелді айнымалы, оны y әрпімен белгілейміз. Қозғалыс уақыты өзгермейді. Шарт бойынша 3 сағ. Сонда жүрілген жолдың жылдамдыққа тәуелділігі $y = 3x$ формуласымен өрнектеледі.

Осы формуладан тәуелсіз айнымалы x -тің мәні (жылдамдық) бойынша, тәуелді айнымалы y -тің мәні (жүрілген жол) бойынша табуға болады.

Мысалы, x -тің мәндері 60 км/сағ; 80 км/сағ; 90 км/сағ; 120 км/сағ болса, онда тәуелді айнымалы $y = 3x$ мәндері сәйкесінше 180 км; 240 км; 270 км; 360 км. Оларды табу үшін $y = 3x$ формуласынан x -тің орнына 60; 80; 90; 120 мәндері қойылады.

Керісінше $y = 3x$ формуласы бойынша тәуелді айнымалы y -тің мәні арқылы тәуелсіз айнымалы x -тің мәнін табуға болады.

Мысалы, y -тің мәндері 216 км; 240 км; 255 км болса, онда тәуелсіз айнымалы x -тің мәндері сәйкесінше 72 км/сағ; 80 км/сағ; 85 км/сағ. Оларды табу үшін $y = 3x$ формуласындағы y -тің орнына 216; 240; 255 мәндері қойылады.



Формуламен берілген тәуелділіктерді кесте арқылы қалай беруге болады?

Шамалар арасындағы тәуелділікті кестемен беруге болады.

Тәуелділікті кесте арқылы беруге болады, өйткені кесте бойынша тәуелсіз айнымалының берілген мәні арқылы тәуелді айнымалының мәнін табуға болады.

Кестенің жоғарғы жолында x тәуелсіз айнымалысының мәндерін, төменгі жолда y тәуелді айнымалысының мәндерін жазамыз.

Түсіндіріңдер!

$y = 3x$ формуласы және x -тің мәндері бойынша кесте қалай құрастырылды?

x	60	72	80	85	90	120
y	180	216	240	255	270	360

Кесте бойынша x тәуелсіз айнымалысының мәніне y тәуелді айнымалысының қандай мәні сәйкес екенін білуге болады. Мысалы, 60 тәуелсіз айнымалысына тәуелді айнымалының 180 мәні сәйкес. Керісінше кесте бойынша y тәуелді айнымалысының мәніне x тәуелсіз айнымалысының қандай мәні сәйкес екенін білуге болады. Мысалы, 225 тәуелді айнымалысына тәуелсіз айнымалының 85 мәні сәйкес.



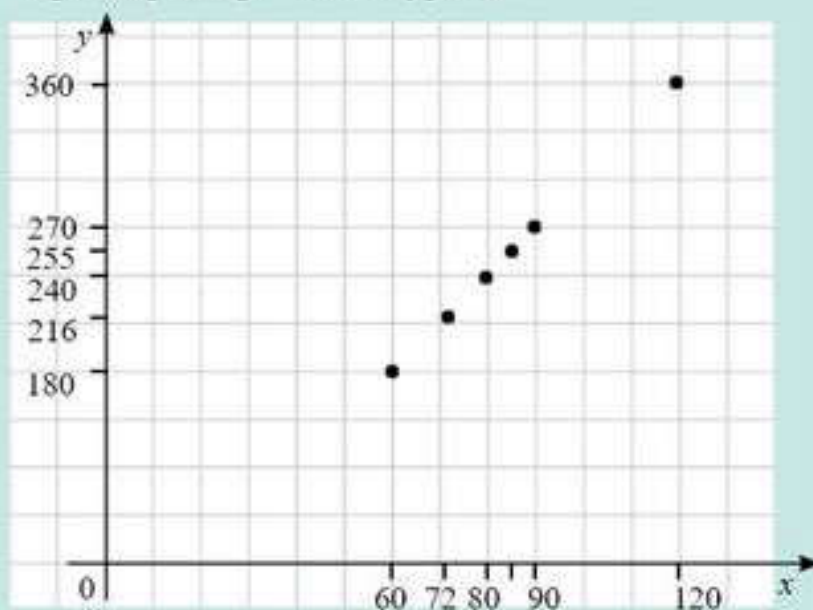
Формула немесе кестемен берілген тәуелділікті график арқылы қалай беруге болады?

Шамалар арасындағы тәуелділікті график арқылы беруге болады.

Шамалар арасындағы тәуелділіктің *графикі* деп абсциссалары x тәуелсіз айнымалысының мәндеріне тең, ординаталары y тәуелді айнымалысының мәндеріне сәйкес болатын координаталық жазықтықтағы нүктелер жиынын айтады.

Түсіндіріңдер!

Жоғарыда қарастырылған кестені пайдаланып графиктің қалай салынғанын түсіндіріңдер (152-сурет).



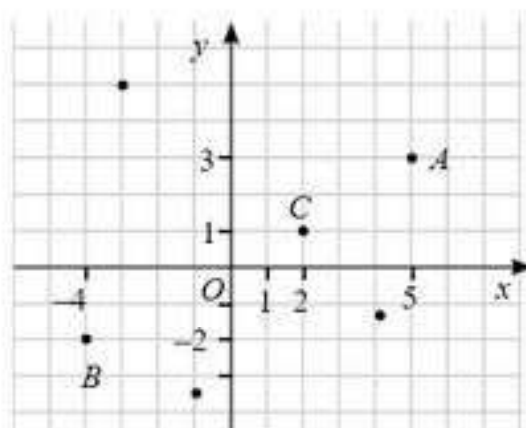
152-сурет

Шамалар арасындағы тәуелділіктің графигі сызықты беретін бір нүктеден, бірнеше нүктеден немесе шексіз көп нүктеден тұруы мүмкін.

Мысалы, үш нүктеден тұратын графикті қарастырайық.

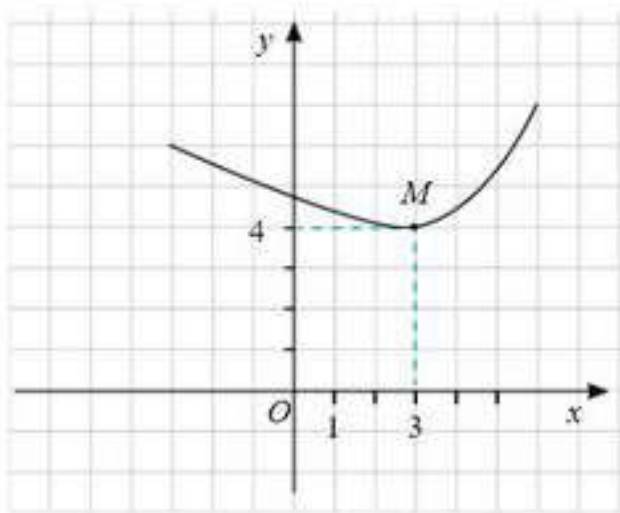
График бойынша:

- 1) $x = 5$ тәуелсіз айнымалысына тәуелді айнымалының $y = 3$ мәні сәйкес келеді, себебі $A(5; 3)$;
- 2) $x = -4$ тәуелсіз айнымалысына тәуелді айнымалының $y = -2$ мәні сәйкес келеді, себебі $B(-4; -2)$;
- 3) $x = 2$ тәуелсіз айнымалысына тәуелді айнымалының $y = 1$ мәні сәйкес келеді, себебі $C(2; 1)$ (153-сурет).



153-сурет

Егер шамалар арасындағы тәуелділіктің графигі сызық болса, онда тәуелсіз айнымалының мәні табылады. График бойынша тәуелсіз айнымалының мәнін табу үшін сәйкес тәуелсіз айнымалыдан Ox осіне перпендикуляр жүргізеді. Мысалы, тәуелсіз айнымалы 3-ке тең болса, онда абсциссасы 3-ке тең нүкте арқылы перпендикуляр жүргізіледі (154-сурет). Одан кейін график пен перпендикулярдың қиылысу нүктесі табылады (154-суретте ол нүкте — M нүктесі). Енді M нүктесінің ординатасын табу үшін осы нүкте арқылы Oy осіне перпендикуляр жүргізіледі. Демек, қарастырылып отырған мысал бойынша тәуелсіз айнымалының 3 мәніне тәуелді айнымалының 4 мәні сәйкес.



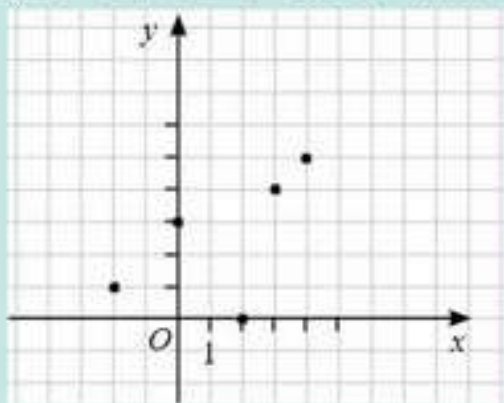
154-сурет



Графикпен берілген шамалар арасындағы тәуелділікті кесте арқылы қалай беруге болады?

Түсіндіріңдер!

График бойынша кесте қалай құрастырылған (155-сурет)?



x	-2	0	2	3	4
y	1	3	0	4	5

155-сурет



1. Біршама бірден тәуелді айнымалы және тәуелсіз айнымалы болуы мүмкін бе? Мысал келтіріңдер.
2. Неліктен формула арқылы шамалар арасындағы тәуелділікті беруге болады?
3. Неліктен кесте арқылы шамалар арасындағы тәуелділікті беруге болады?
4. Неліктен графикпен шамалар арасындағы тәуелділікті беруге болады?

A

Жаттығулар

1192. Егер $y = 3x + 1$ болса, онда x -тің 5; -2; 1,3; -0,8 мәндері үшін сәйкес y тәуелді айнымалысының мәндерін табыңдар.
1193. x -тің қандай мәндерінде $y = -0,5x + 4$ тәуелді айнымалысы 1,5; -10,5 мәндеріне тең болады?
1194. Егер: 1) $y = -x + 10$ және $y = 8,1$; 2) $y = 9,7 - 1,6x$ және $y = -6,3$ болса, онда x -тің мәндерін табыңдар.
1195. Шаршы қабырғасының ұзындығы a см. Қабырғасының ұзындығы берілген шаршының қабырғасының ұзындығынан 5 см кем екінші шаршының периметрін және ауданын табу формулаларын жазыңдар. 1) $a = 7$ см; 2) $a = 20,5$ см болғанда екінші шаршының периметрі мен ауданын есептеңдер.
1196. Тіктөртбұрыштың ені c см. Егер ұзындығы енінен 2,9 см артық болса, онда тіктөртбұрыштың периметрін және ауданын табу формулаларын жазыңдар. 1) $c = 5,2$ см; 2) $c = 2\frac{1}{3}$ см болғанда тіктөртбұрыштың периметрі мен ауданын есептеңдер.

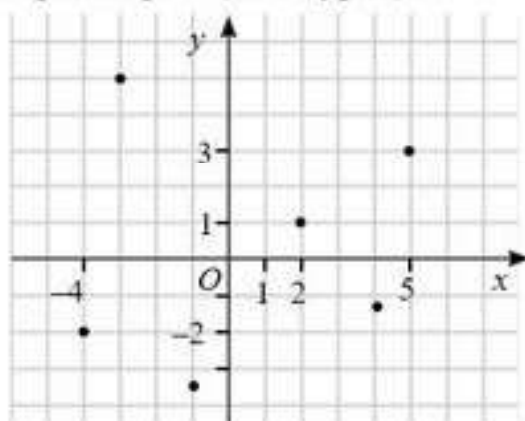
B

Жаттығулар

1197. Кестеде берілген мәліметтерді қолданып график салыңдар:

x	-5	-2	1,5	4	9
y	-3	4	0	5	-4

1198. Графикті қолданып, шамалар арасындағы тәуелділікті беретін кестені құрастырындар (156-сурет).



156-сурет

1199. 156-суретті қолдана отырып, $-2 \leq x \leq 2$ үшін тәуелді айнымалының мәндерін табындар.
1200. 156-суретті қолдана отырып, $-3 \leq y \leq 0$ үшін тәуелсіз айнымалының мәндерін табындар.



Жаттығулар

1201. Шамалар арасындағы тәуелділік $y = 5|x| - 1$ формуласымен берілген. $-2,5 \leq x \leq 4$ болса, онда x тәуелсіз айнымалысы үшін y тәуелді айнымалысының бүтін мәндер жиынын көрсетіндер.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1202. 1) Төмендегі кестені толтырындар:

Уақыт	3 с	?	14 с
Жылдамдық	56,3 км/с	81 км/с	?
Жүрілген жол	?	162 км	910 км

- 2) Төмендегі кестені толтырындар:

Ұзындығы	5 см	?	3 дм	15 м
Ені	8 см	2 см	15 см	?
Биіктігі	4,5 см	20 мм	?	4000 мм
Көлем	?	100 см ³	1350 см ³	120 м ³

§ 49. Нақты процестердің графиктерін қолданып шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Шамалар арасындағы тәуелділік. Тәуелділік графигі. Нақты процестер

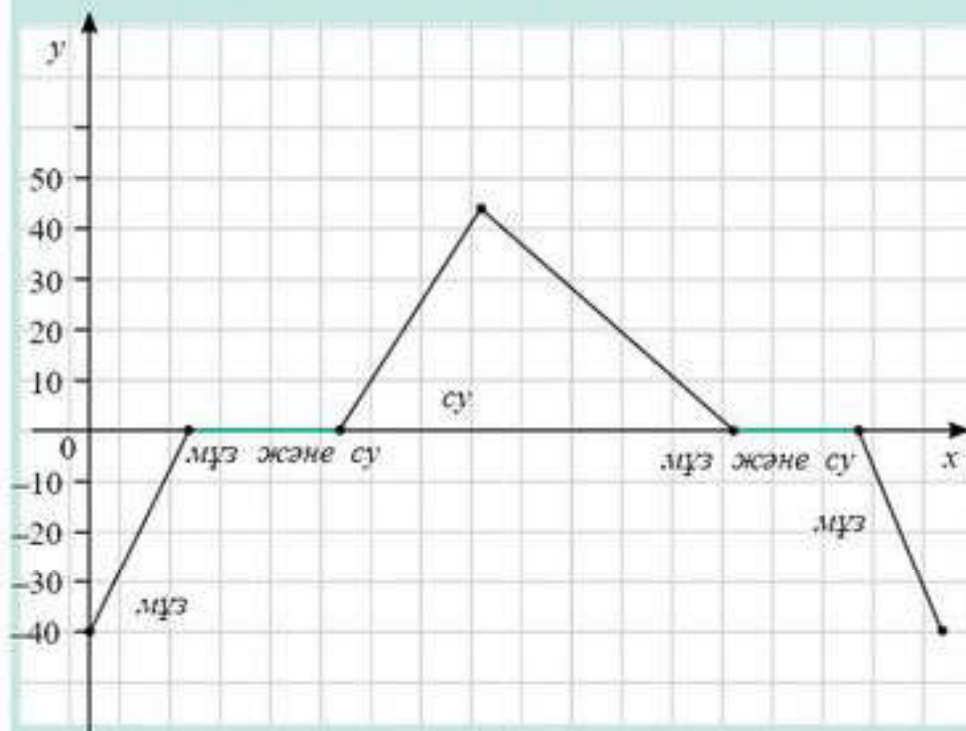


Нақты процестер графиктерін қолданып шамалар арасындағы тәуелділікті қалай табуға және зерттеуге болады?

Нақты процестерді сипаттау үшін шамалар арасындағы тәуелділікті көрсететін графиктер қолданылады.

Түсіндіріңдер!

График бойынша заттың күйі қалай анықталған (157-сурет)?



- ✓ -30°C — мұз
- ✓ 20°C — су
- ✓ 0°C — мұз және су
- ✓ 30°C — су
- ✓ 0°C -тан жоғары — су
- ✓ 0°C -тан төмен — мұз

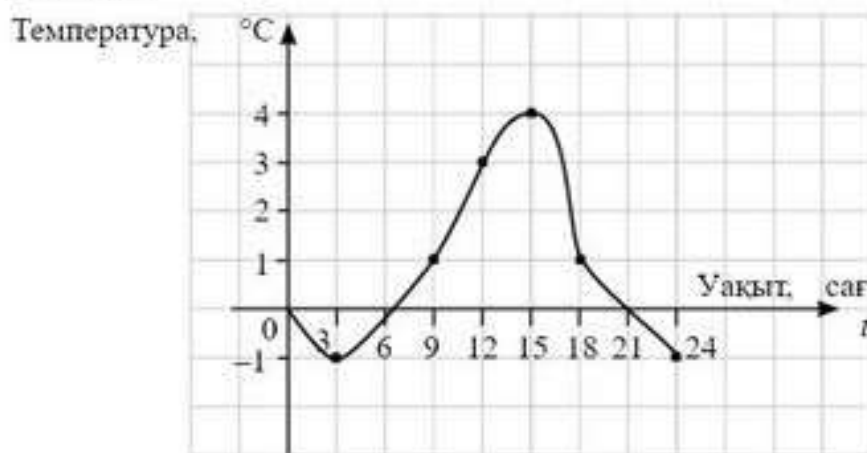
157-сурет

Нақты процестер графигі бойынша көптеген сұрақтарға жауап алуға болады.



158-суретті қолданып сұрақтарға жауап беріндер.

1. Суретте қандай шамалар арасындағы тәуелділіктер берілген?
2. Әр осьтің бірлік кесіндісіне қандай шама бірлігі сәйкес келеді?
3. Қандай уақытта келесі температура болған: 1°C ; 4°C ; -1°C ?
4. 12 сағатта, 23 сағатта қандай температура болған?
5. График бойынша тәулік бойы болған ең үлкен және ең кіші температураны табындар.
6. Ең үлкен және ең кіші температуралардың айырмасының мәнін табындар.
7. 1) Таңертең 6 сағ пен 12 сағ; 2) күндіз 12 сағ пен 18 сағ; 3) кешкі 18 сағ пен 23 сағ; 4) түнгі 0 сағ пен 6 сағ аралығында орташа температура қандай болған?



158-сурет

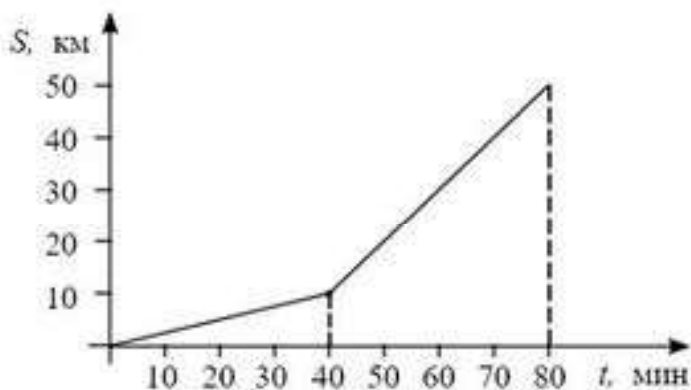


График түрінде көрсетуге болатын нақты процестерге мысалдар келтіріңдер. Осы процестерде қолданылған шамаларды атаңдар.

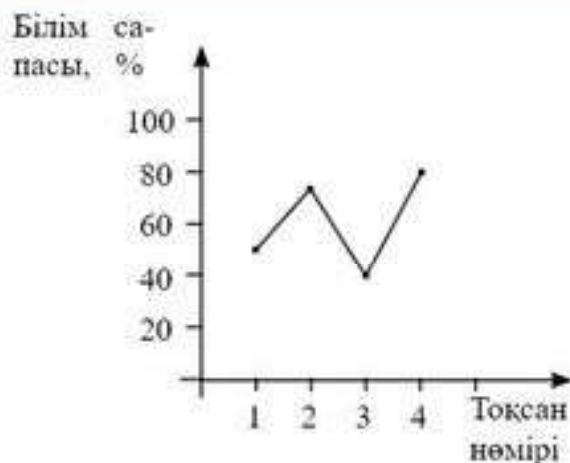
A

Жаттығулар

- 1203.** 159-суретте желкенді қайықтың қозғалысы график арқылы көрсетілген. Желкен жолдың алғашқы бөлігін желкенсіз өтіп, екінші бөлігінде желкенмен жүрген.
- 1) Қайық қанша километр жолды желкенмен өткен?
 - 2) Қайық қанша километр жолды желкенсіз өткен?
 - 3) 1 сағ-тан соң қайық қандай қашықтықта болған?
- 1204.** 160-суреттегі графикте 7-сынып оқушыларының тоқсандық оқу үлгерімі көрсетілген. График бойынша сұрақтар құрастырындар және олардың жауаптарын жазындар.



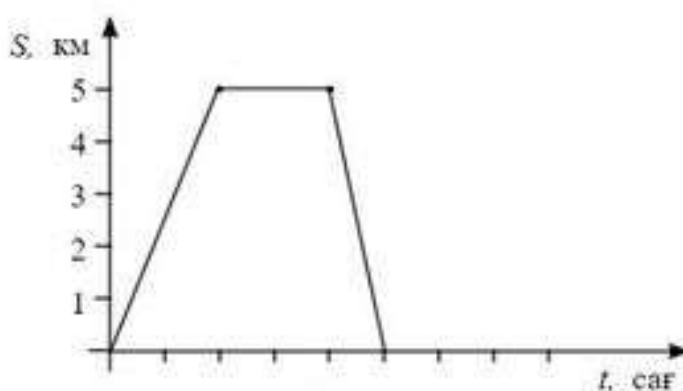
159-сурет



160-сурет

1205. Демалушылар шпаяйден көлге демалуға барып, онда 1,5 сағ болғаннан кейін кері қайтты. Демалушылардың қозғалысы 161-суретте берілген.

Сурет бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:



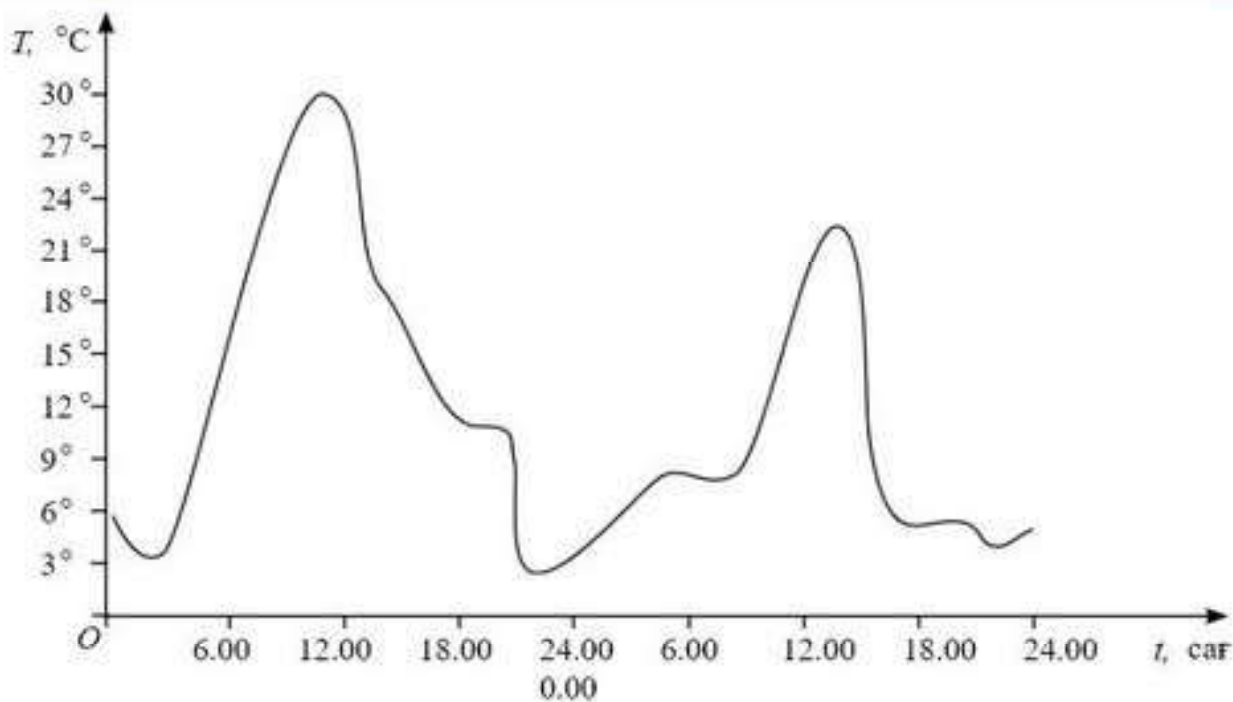
161-сурет

- 1) Демалушылар көлге дейін қанша жол жүрген?
- 2) Қайтар жолға қанша уақыт жіберген?
- 3) Барлығы қанша километр жол жүрген?

В

Жаттығулар

1206. 162-суретте ауа температурасының екі тәулік ішіндегі өзгерісі берілген. Сурет бойынша тапсырма құрастырындар және оны орындандар.

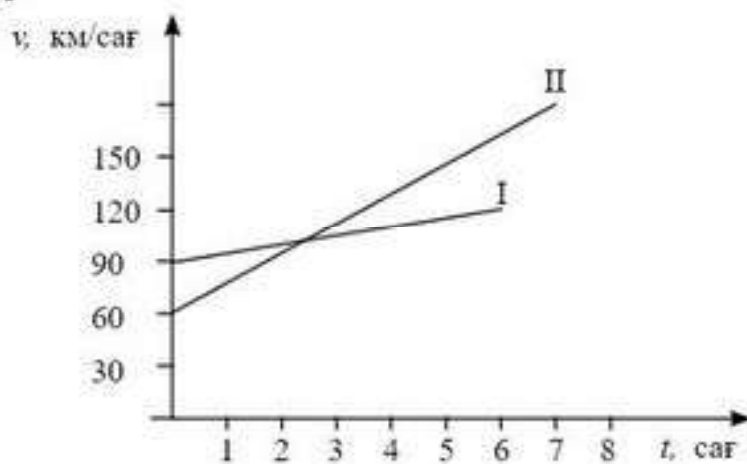


162-сурет



Жаттығулар

1207. 163-суретте екі автокөліктің қозғалысы көрсетілген. Суретті пайдаланып сұрақтар құрастырындар және оның жауабын жазындар.



163-сурет

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1208. Шеңбер радиусының ұзындығы m см. Шеңбер ұзындығының радиус ұзындығына және дөңгелек ауданының диаметр ұзындығына тәуелділігін беретін формулаларды жазыңдар.
1209. Тікбұрышты параллелепипедтің ұзындығы 0,5 м, ені m см, биіктігі n см.
- 1) Тікбұрышты параллелепипедтің көлемін табыңдар.
 - 2) Тікбұрышты параллелепипедтің ені m қандай мәндерді қабылдауы мүмкін?
 - 3) Тікбұрышты параллелепипедтің биіктігі n қандай мәндерді қабылдауы мүмкін?
1210. Төмендегі кестені толтырыңдар:

Радиустың ұзындығы	30 мм	?	?	?
Диаметрдің ұзындығы	?	4,4 см	?	?
Шеңбердің ұзындығы	?	?	?	5,6 π дм
Дөңгелектің ауданы	?	?	81 π м ²	?

§ 50. Тура пропорционалдық және оның графигі

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Тәуелділік. Шамалар. Тура пропорционалдық. Тура пропорционалдықтың коэффициенті. График



Тура пропорционал тәуелділікті қалай ажыратуға болады?

Еске түсірейік!

Тура пропорционалдықтың қандай қасиеті бар?

Түсіндіріңдер!

Неліктен:

- 1) мөлшері бірдей тауар құнының оның бағасына тәуелділігі;
- 2) тұрақты жылдамдықта жүрілген жолдың уақытқа тәуелділігі;
- 3) өнімділігі бірдей жұмыстың уақытқа тәуелділігі тура пропорционалдықты береді?



Баяндау бойынша тура пропорционалдықтың формуласын қалай жазуға болады?

Түсіндіріңдер!

Баяндау бойынша тура пропорционалдықтың $y = kx$, мұндағы $k \neq 0$ формуласы қалай жазылған:

- 1) бір мөлшердегі тауар құнының (y) оның бағасына (x) тәуелділігі;
- 2) тұрақты жылдамдықта (c) жүрілген жолдың (y) уақытқа (x) тәуелділігі;
- 3) өнімділігі бірдей жұмыстың (y) уақытқа (x) тәуелділігі?



Формула арқылы тура пропорционалдықты қалай беруге болады?

$y = kx$ формуласымен берілген тәуелділік y және x шамалар арасындағы *тура пропорционалдық* деп аталады. Мұндағы k — өзгермейтін, нөлге тең емес сан немесе шама (оны тұрақты шама дейді). k санын *тура пропорционалдықтың коэффициенті* деп атайды.



Тура пропорционалдың графигін қалай салуға болады?

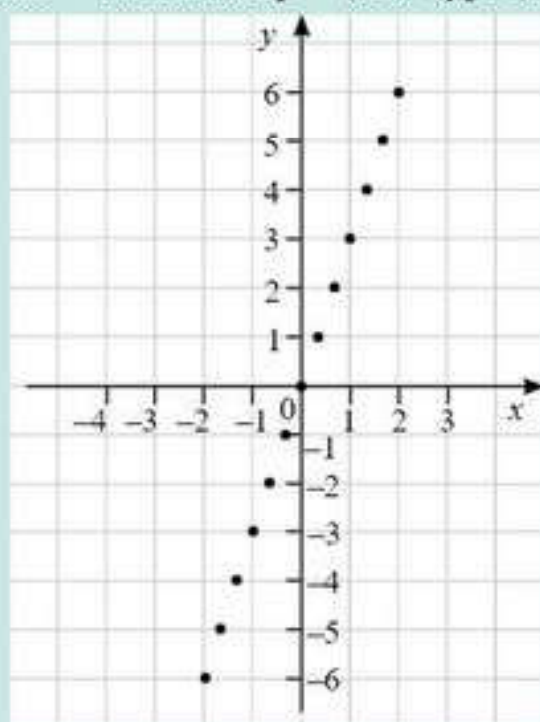
$y = 3x$ тура пропорционалдың қарастырайық және оның графигін салайық. График координаталары тәуелсіз айнымалы және тәуелді айнымалы болатын нүктелерден тұрғандықтан алдымен x -тің мәндерін анықтаймыз. x -тің орнына кез келген сан алуымызға болады, себебі x -тің кез келген мәнінде $3x$ көбейтіндісінің мәндері есептеледі.

Кесте құрайық.

x	-2	$-1\frac{2}{3}$	$-1\frac{1}{3}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	2
y	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

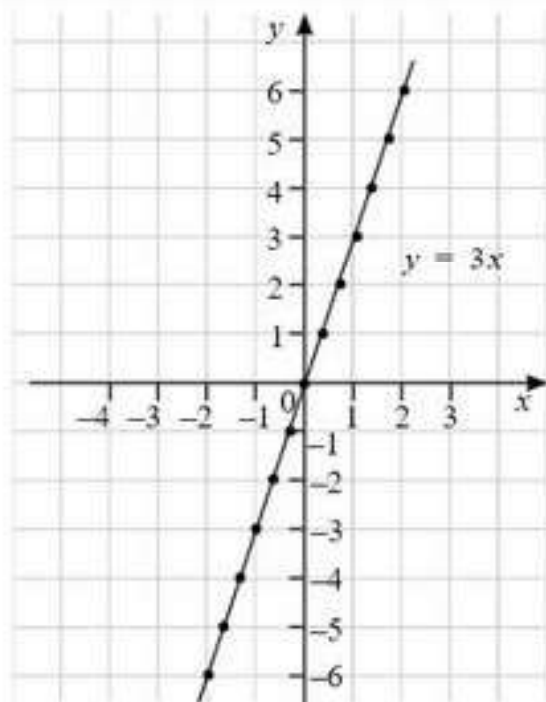
Түсіндіріңдер!

Жоғарыдағы кестеде берілген мәліметтерді қолданып нүктелердің қалай салынғанын анықтаңдар (164-сурет):



164-сурет

Алынған нүктелер $y = 3x$ тәуелді айнымалысының барлық мәндерін бермейді, себебі x тәуелсіз айнымалысы басқа да мәндерді қабылдайды. $y = 3x$ тура пропорционалдың графигінің басқа нүктелері де салынған нүктелер арқылы жүргізілген түзуге тиісті болатынын тексеруге болады. Осы түзу $y = 3x$ тура пропорционалдың графигі болып табылады (165-сурет).



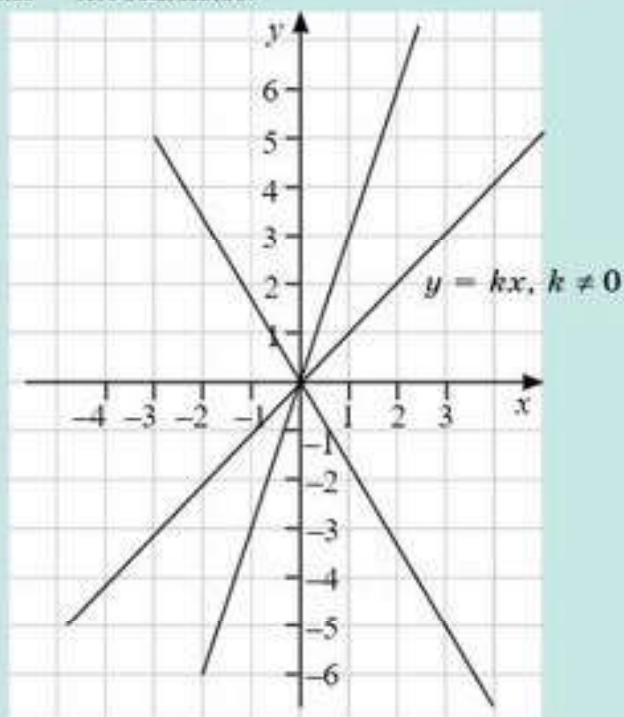
165-сурет

Суретпен жұмыс!

Түсіндіріңдер!

Неліктен тура пропорционалдың графигі әр уақытта $O(0; 0)$ нүктесінен өтеді (166-сурет)?

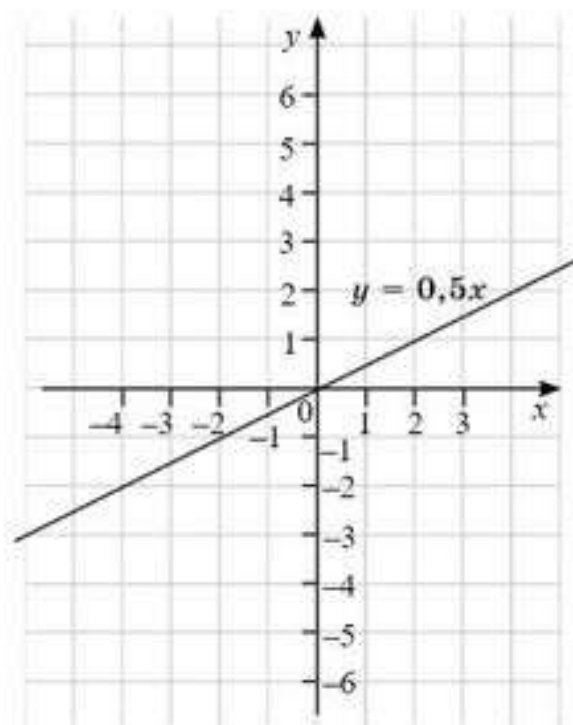
$y = kx$, мұндағы $k \neq 0$, тура пропорционалдың графигін салу үшін координаталар басы мен тағы бір нүктенің координаталарын анықтаған жеткілікті.



166-сурет

$y = kx$, мұндағы $k \neq 0$, тура пропорционалдығының графигін салу үшін $O(0, 0)$ нүктесінен басқа бір ғана нүктенің координаталарын анықтаған және осы нүкте мен координаталар басы арқылы өтетін түзуді жүргізген жеткілікті.

Мысалы, $y = 0,5x$ тура пропорционалдығының графигін салу үшін бір нүктенің координаталарын (мысалы, $A(2, 1)$ нүктесінің) тауып, осы нүкте мен координаталар басы арқылы өтетін түзу жүргіземіз (167-сурет).

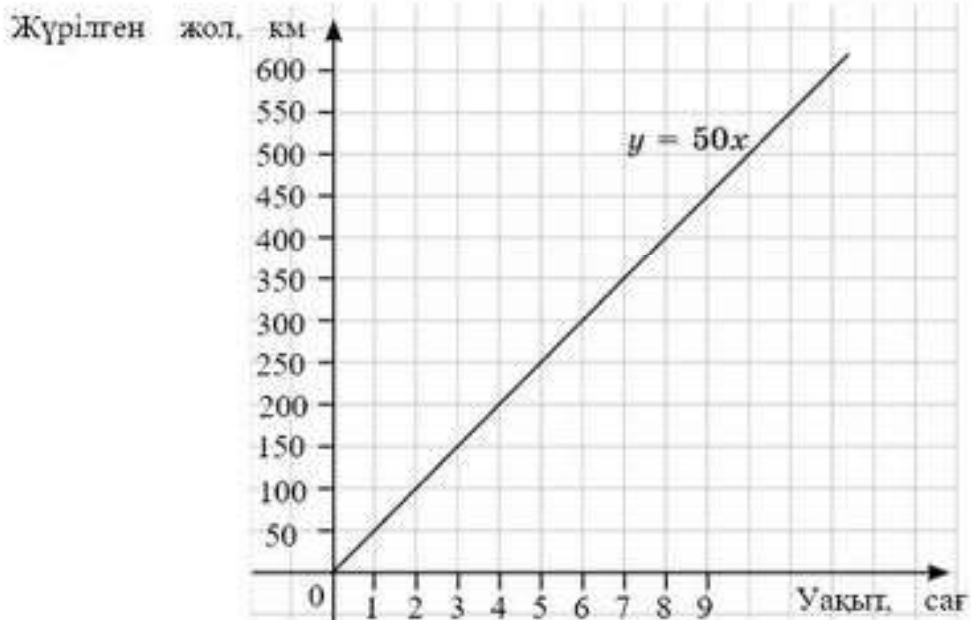


167-сурет

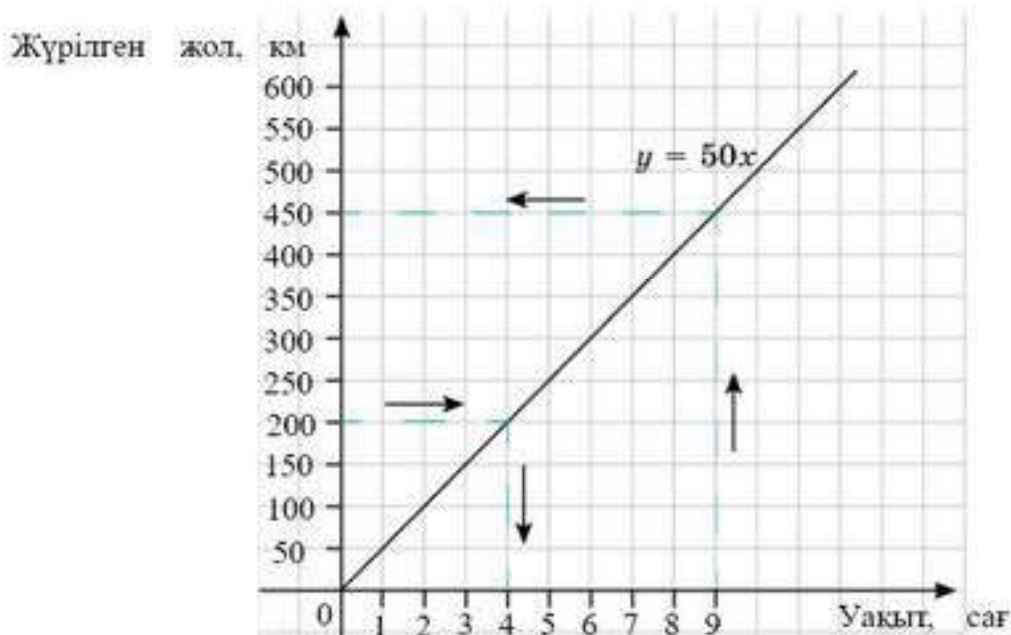


Тура пропорционалшамаларарасындағынақты тәуелділіктердің графиктерін қалай түсіндіруге болады?

168-суретте 50 км/сағ жылдамдықпен қозғалған дененің қозғалыс графигі көрсетілген. График бойынша қандай да бір белгілі уақытта жүрілген жолды немесе белгілі бір жүрілген жолдағы уақытты анықтауға болады. Мысалы, 9 сағатта 450 км жол жүрілген, 200 км жолға 4 сағ кеткен (169-сурет).



168-сурет



169-сурет



1. Тура пропорционалдық деп нені айтады?
2. Тура пропорционалдыққа мысалдар келтіріңдер.
3. Тура пропорционалдың графигі нені береді?
4. $y = 2x$ тура пропорционалдық графигіне: 1) $A(1; 2)$; 2) $B(2; 1)$ нүктесі тиісті ме?

A

Жаттығулар

1211. Автокөлік 110 км/сағ жылдамдықпен t сағ жүрді. Жүрілген жолдың формуласын жазындар. 1) $t = 1,5$; 2) $t = 4$; 3) $t = 2\frac{1}{6}$ болғанда жүрілген жолды табындар.
1212. x -тің берілген мәнінде y -тің мәнін табындар:
- 1) $y = 1,7x$, мұндағы $x = -2; 0; 3,8; -6,4$;
 - 2) $y = -0,8$, мұндағы $x = 8; 0; -2,6; -5$;
 - 3) $y = \frac{1}{3}x$, мұндағы $x = -18; 7; 5,16; -23,4$;
 - 4) $y = -4\frac{3}{7}x$, мұндағы $x = 49; -2,8; 0,07; 57,4$.

Төмендегі кестені толтырындар және графигін салындар (1213-1214) :

1213.

	$y = -2,5x$	$y = 1\frac{1}{2}x$	$y = 3,5x$	$y = -3,5x$
x	2		-2	
y		6		7

1214.

	$y = -2,5x$	$y = 1\frac{1}{2}x$	$y = 3,5x$	$y = -3,5x$
x		4		2
y	-10		-3,5	

B

Жаттығулар

1215. 5 данамен берілген тауар құнының оның бағасына тәуелділігінің графигін салындар.
1216. Шаршы периметрінің оның қабырғасына тәуелділігінің графигін салындар.

ЕКІ АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІ

0
8
9
1
5
4
3
2
1
0

10-

тарау

10

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер және олардың жүйелері

§ 51. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сызықтық теңдеу. Айнымалы. Теңдеудің түбірі. Мәндес теңдеулер



Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп қандай теңдеуді айтады?

$ax + by + c = 0$ (мұндағы x, y — айнымалылар; a, b, c — қандай да бір сандар) түріндегі теңдеу x және y екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп аталады.

Мысалы, $-2x + 7y = 0$; $12x - 11y + 5 = 0$ теңдеулері — екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер. Мұндай теңдеулерде екі айнымалы болғандықтан, екі айнымалысы бар теңдеудің шешімі бір сан емес, екі сан болады. Олар жай жақшаға алынып және x -тің орнына қойылатын сан бірінші орында, y -тің орнына қойылатын сан екінші орында жазылады: $(x; y)$.



Дұрыс сөйлеп үйреніңдер

$(x; y)$ жазуының оқылуы:
✓ x, y жұбы.

$ax + by + c = 0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуінің шешімі деп теңдеудегі x және y -тің орнына қойғанда тура санды теңдікті беретін сандар жұбын айтады.

Мысалы, $(0,5; 1)$ сандар жұбы екі айнымалысы бар $12x - 11y + 5 = 0$ сызықтық теңдеуінің шешімі болады. Өйткені $12x - 11y + 5 = 0$ теңдеуіндегі x -тің орнына $0,5$ -ті, y -тің орнына 1 -ді қойғанда $12 \cdot 0,5 - 11 \cdot 1 + 5 = 0$ тура теңдігі шығады.

Бұл теңдеудің шешімі $(6; 7)$ жұбы.
 Расында, $12 \cdot 6 - 11 \cdot 7 + 5 = 0$ теңдігі тура.

Ойланайық!

$12 \cdot 11,5 - 11 \cdot 13 + 5 = 0$ теңдігі тура санды теңдік болатынын көрсетіндер.

$(0; 0)$ жұбы $12x - 11y + 5 = 0$ теңдеуінің шешімі болмайды, себебі $12 \cdot 0 - 11 \cdot 0 + 5 = 0$ санды теңдігі тура емес.

$ax + by + c = 0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуінің $b \neq 0$ болғанда шексіз көп шешімі бар. Өйткені $ax + by + c = 0$ теңдеуіндегі x -тің орнына кез келген санды қойсақ, онда $by + d = 0$ (мұндағы y — айнымалы, b және d — қандай да бір сандар) түріндегі бір y айнымалысы бар теңдеуді аламыз. Соңғы теңдеуден y -ті кез келген уақыт та табуға болады. Себебі $b \neq 0$. Демек, $ax + by + c = 0$ (мұндағы a, b — қандай да бір сандар, $b \neq 0$) теңдеуінің шешімі болатын шексіз көп жұптарды алуға болады.

Ойланайық!

$b = 0, a \neq 0$ үшін $ax + by + c = 0$ теңдеуінің шексіз көп шешімі болатынын көрсетіндер.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешу дегеніміз — оның барлық шешімдер жиынын табу.

Егер сандар жұбы екі айнымалысы бар теңдеудің шешімі болса, онда ол жұп берілген теңдеуді қанағаттандырады.

Түсіндіріңдер!

Неліктен $(0; 0); (7; 2); (14; 4); (28; 8)$ жұптары $-2x + 7y = 0$ теңдеуін қанағаттандырады, $(1; 1); (5; 2)$ жұптары берілген теңдеуді қанағаттандырмайды?

Екі айнымалысы бар теңдеулердің барлық шешімдері тең болса, онда олар *мәндес теңдеулер* деп аталады.

Теңдеулердегі әріптер сандарға сәйкес келгендіктен (оларды теңдеуге қойғанда тура теңдікке айналдырады), тура санды теңдіктердің қасиеттерін пайдаланып екі айнымалысы бар теңдеулерді шешу кезінде қолданылатын ережелерді аламыз.

Екі айнымалысы бар теңдеуде қосылғыштардың таңбаларын қарама-қарсыға ауыстырып, теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіруге болады. Онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу алынады.

Түсіндіріңдер!

Неліктен $2x + 3y = -7x + 8y$ теңдеуі $2x + 7x = 8y - 3y$ немесе $9x = 5y$, немесе $9x - 5y = 0$ теңдеуіне мәндес болады?

Егер екі айнымалысы бар теңдеудің екі жақ бөлігін нөлден өзгеше санға көбейтіп немесе бөлсе, онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.

Түсіндіріңдер!

Неліктен $6x + 8y - 10 = 0$ теңдеуі $3x + 4y - 5 = 0$ теңдеуіне мәндес? $3,7x - 4,8y + 2 = 0$ теңдеуі $37x - 48y + 20 = 0$ теңдеуіне мәндес болады?



1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді қандай формула арқылы беруге болады?
2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі не болады?
3. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің қанша шешімі болады?
4. Қандай жағдайда сандар жұбы екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді қанағаттандырады?
5. Қандай екі айнымалысы бар екі сызықтық теңдеу мәндес болады?
6. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шығару кезінде қандай түрлендірулер қолданылады?

A

Жаттығулар

1222. Берілген теңдеу екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу бола ма:
- 1) $12x + 3y + 5 = 0$;
 - 2) $-7x + 8y - 4 = 0$;
 - 3) $1\frac{2}{3}x - 8y = 0$;
 - 4) $3,5x + 0 \cdot y + 150 = 0$?
1223. Берілген x және y айнымалыларының мәндері $2x + 3y - 6 = 0$ теңдеуін қанағаттандыратынын дәлелдендер:
- 1) $x = 3$; $y = 0$;
 - 2) $x = 0$; $y = 2$;

3) $x = -1,5; y = 3;$ 4) $x = 9; y = -4.$

1224. (2; 1); (0; 0,2); (-0,5; 0); (12; 5); (10; 4,2) сандар жұбы $-2x + 5y - 1 = 0$ тендеуінің шешімі болатынын дәлелдеңдер.

1225. (1; -5); (1,25; 2); (-5; 1); (-1,25; -2); (0; -12); (2,75; 0) жұптарының қайсылары: 1) $7x - y = 12;$ 2) $4x + 3y = 11$ тендеуінің шешімі болады?

1226. Сызықтық тендеудегі x айнымалысын y айнымалысы арқылы өрнектер:

1) $x - 3y + 5 = 0;$ 2) $-2x + y - 7 = 0;$

3) $5x + 11y - 3 = 0;$ 4) $-7x + 6y - 1 = 0.$

1227. Сызықтық тендеудегі y айнымалысын x айнымалысы арқылы өрнектер:

1) $9x + y - 16 = 0;$ 2) $5x + 3y + 1 = 0;$

3) $11x - y + 20 = 0;$ 4) $6x - 12y + 19 = 0.$

B

Жаттығулар

1228. 1) $1,5x + 8y - 9 = 0$ және $1,5x = 9 - 8y;$
2) $3x + 6y - 2,4 = 0$ және $x + 2y - 0,8 = 0$
тендеулерінің мәнделес болатынын дәлелдеңдер.

1229. m -нің қандай мәнінде:

1) (-3; 0,5) жұбы $mх + 8y - 1 = 0;$

2) $(\frac{7}{9}; -2)$ жұбы $-9x + my + 4 = 0$

тендеуінің шешімі болады?

C

Жаттығулар

1230. Берілген тендеуге мәнделес тендеуді жазыңдар:

1) $x + 2y = 0,4;$ 2) $-6x + y = -1,2;$

3) $\frac{5}{6}x - 1,2y = 1;$ 4) $2,5x - 3\frac{1}{7}y - 3,5 = 0.$

Қ (1231-1232) :

1231. $\left(23\frac{5}{7} - 25\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{41}\right) \cdot 30 + 1\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ өрнегінің мәні еліміздің Қызыл кітабына енген омыртқалы жануарлар түрінің санын береді.

1232. $\begin{cases} 4x + 16,8 \geq 404,8, \\ 6x - 4,5 \leq 655,5 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын ең кіші бүтін санды табыңдар. Табылған сан еліміздің Қызыл кітабына енген омыртқасыз жануарлар түрінің санын береді.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1233. 1) $a \leq 7\frac{3}{8}$; $b \leq 400$; 2) $a \geq 4,25$; $b \geq 8,4$ болса, қабырғалары a см және b см-ге тең тіктөртбұрыштың S ауданы туралы не айтуға болады?

1234. $a = \frac{1}{2}(m - n)$ және $b = 0,5(m + n)$ болғандағы $6a - 20b$ өрнегін ықшамдаңдар.

§ 52. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Теңдеулер жүйесі. Мәндес жүйелер



Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі нені білдіреді?

Егер екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді қанағаттандыратын сандар жұбын табу керек болса, онда екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешу қажет деп айтады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін фигуралық жакша (жүйе белгісі) арқылы жазады.

Мысалы, $\begin{cases} x + y - 7 = 0, \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases}$ — екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі.



Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі деп нені айтады?

Жүйенің әрбір теңдеуін бір мезетте тура санды теңдікке айналдыратын сандар жұбы екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі деп аталады.

Мысалы, (3; 4) сандар жұбы $\begin{cases} x + y - 7 = 0, \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесінің шешімі болады. Өйткені x -тің орнына 3-ті, y -тің орнына 4-ті қойғанда жүйенің әрбір теңдеуі бір мезетте тура санды теңдікке айналады, яғни $3 + 4 - 7 = 0$ және $2 \cdot 3 - 4 - 2 = 0$.

(2; 5) сандар жұбы жүйенің шешімі болмайды. Себебі x -тің орнына 2-ні, y -тің орнына 5-ті жүйенің әр теңдеуіне қойғанда $2 + 5 - 7 = 0$ тура санды теңдік, $2 \cdot 2 - 5 - 2 = 0$ тура емес санды теңдік шығады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешу дегеніміз — оның барлық шешімін табу немесе шешімі болмайтынын көрсету.

Егер екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің барлық шешімдері бірдей болса, онда жүйелер мәндес деп аталады.



1. Екі айнымалысыбар сызықтық теңдеулер жүйесі не үшін қажет?
2. Екі айнымалысыбар сызықтық теңдеудің шешімі не болады?
3. Қандай екі айнымалысыбар сызықтық теңдеулер жүйесі мәндес болады?
4. Егер екі айнымалысыбар сызықтық теңдеулер жүйесінің бірінің шешімі тек (2; 1) сандар жұбы, екіншісінің шешімі тек (1; 2) сандар жұбы болса, осы жүйелер мәндес бола ма?

A

Жаттығулар

1235. (1; -1), (-1; -1) сандар жұбы:

$$1) \begin{cases} 2,7x - 8,1y = 11,8, \\ 16x - 15y = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 21x - 20y = -16, \\ 9x - 10y = 1 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімі бола ма?

1236. 1) $\begin{cases} 5x - 3,6y = -7, \\ 8,4x - 9y = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -7,2x + 11y = -19, \\ 5,8x - 13y = 36 \end{cases}$

теңдеулер жүйесінің (-5; -5) сандар жұбы шешімі болатынын, (5; -5) сандар жұбы шешімі болмайтынын дәлелдендер.

1237. (3; -3), (-3; -3), (-3; 3), (3; 3) сандар жұбының қайсылары:

$$1) \begin{cases} -10x + 13y + 9 = 0, \\ 27x - 19y + 24 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 6,5x + 8,1y - 4,89 = 0, \\ -14x - 23y - 27 = 0 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесін қанағаттандырады?

1238. 1) $\begin{cases} 4x + 5y = 1,5, \\ 8x + 10y = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 1,2x - 1,7y = -4,4, \\ -6x + 8,5y = 22 \end{cases}$

теңдеулер жүйесінің шексіз көп шешімі болатынын дәлелдендер.

B

Жаттығулар

1239. 1) $\begin{cases} 6x - 8y - 1,2 = 0, \\ 3x + 5y - 0,2 = 0 \end{cases}$ және $\begin{cases} 3x = 0,6 + 4y, \\ 15x = -1 - 25y; \end{cases}$

$$2) \begin{cases} 10x - 7y - 1 = 0, \\ -1,2y + 6x + 5 = 0 \end{cases} \text{ және } \begin{cases} 0,7y = x - 0,1, \\ y = 5x + 4\frac{1}{6} \end{cases}$$

тендеулер жүйесі мәндес бола ма?

$$1240. \quad 1) \begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 16; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 5, \\ xy = 24 \end{cases}$$

тендеулер жүйесінің шешімі болатындай сандар жұбын табындар.



Жаттығулар

1241. (3; -4) сандар жұбы:

$$1) \begin{cases} ax - 0,5y - 14 = 0, \\ -2x + by - 11,6 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -\frac{5}{6}x + by = -28,5, \\ ax - 3y = 14\frac{2}{3} \end{cases}$$

тендеулер жүйесінің шешімі болатындай a және b сандарын табындар.



Хабарлама дайындаңдар

1242. Ақпандағы температура өзгерістерін кестілеңдер. Егер бір күндің температурасы екінші күндікінен 2 градус жоғары болса, онда бір күндің температурасы екінші күндікінен 2 градус төмен болады.

Қ (1243—1245) :

1243. $|8x - 5| \leq 11$ теңсіздігі тура болатындай ең кіші және ең үлкен натурал санды табындар.

1244. $|6 - x| < 12$ теңсіздігі тура болатындай ең кіші және ең үлкен натурал санды табындар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1245. $5(6x - 7) - 4(7x - 3) = 9x + 26$ тендеуін шешіндер.

1246. Егер $m = a + b$ және $n = a - b$ болса, онда $1,1m - 2,7n$ өрнегін ықшамдаңдар.

§ 53. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Теңдеулер жүйесі. Қосу тәсілі



Екі айнымалысыбар сызықтық теңдеуді қосу тәсілімен қалай шығарады?

1-мысал. $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0, \\ 3x - 2y + 17 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін қарастырайық.

Бұл теңдеулер жүйесінің ерекшелігі — екі теңдеудің құрамындағы $2y$ және $-2y$ қосылғыштарының қосындысы нөлді береді. x пен y -тің мәндері теңдеуді тура теңдікке айналдыратын сандарды бергендіктен, тура санды теңдіктердің қасиеттерін қолданып теңдеулердің сол жақтары мен оң жақтарын мүшелеп қосамыз:

$$\begin{array}{r} x + 2y - 5 = 0 \\ + 3x - 2y + 17 = 0 \\ \hline 4x + 12 = 0. \end{array}$$

Қосу нәтижесінде бір белгісізі бар теңдеу алдық, бұдан $4x = -12$ немесе $x = -3$. Енді x белгілі болғандықтан, y -ті есептейміз. Ол үшін жүйе теңдеулерінің біреуіндегі x -тің орнына -3 санын қоямыз:

$$-3 + 2y - 5 = 0 \text{ немесе } 2y - 8 = 0, \text{ немесе } 2y = 8, \text{ немесе } y = 4.$$

Демек, $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0, \\ 3x - 2y + 17 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесінің шешімі $(-3; 4)$ сандар

жұбы болады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешуге қолданылған бұл тәсіл *қосу тәсілі* деп аталады.

2-мысал. $\begin{cases} 8x + 13y - 73 = 0, \\ 8x - 12y + 52 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен

шешейік.

Берілген теңдеулерде қосындысының мәні нөлге тең болатындай қосылғыштар жоқ, бірақ бірдей қосылғыштар ($8x$) бар. Екі айныма-

лысы бар сызықтық тендеудің екі жағын санға көбейткенде мәндес тендеу шығатын болғандықтан, жүйенің екінші тендеуін -1 -ге көбейтіп, қосу тәсілін қолданамыз:

$$\begin{cases} 8x + 13y - 73 = 0 \\ 8x - 12y + 52 = 0 \end{cases} \times (-1) \text{ немесе } \begin{cases} 8x + 13y - 73 = 0, \\ -8x + 12y - 52 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 25y - 125 &= 0. \\ 25y &= 125 \\ y &= 125 : 25 \\ y &= 5. \end{aligned}$$

Енді берілген жүйенің кез келген тендеуіндегі y -тің орнына 5 санын қойып, x -тің мәнін есептейміз: $x = 1$. Демек, жүйенің шешімі $(1; 5)$.

Егер жүйенің бірінші тендеуінен екінші тендеуін мүшелеп азайтсақ, тура осындай нәтижеге келуге болады. Расында,

$$\begin{array}{r} 8x + 13y - 73 = 0 \\ - 8x - 12y + 52 = 0 \\ \hline 25y - 125 = 0. \end{array}$$

Мұндай жағдайда тендеулерді азайту туралы айтылады, тәсілді *алгебралық қосу тәсілі* деп атайды. Себебі азайтуды қосумен алм астыра аламыз, яғни $a - b = a + (-b)$.

3-мысал. $\begin{cases} 4x + 7y - 26 = 0, \\ 3x - 8y + 7 = 0 \end{cases}$ тендеулер жүйесін алгебралық қосу

тәсілімен шешейік .

Жүйеде берілген тендеулерде қосындының немесе айырымының мәні нөлге тең болатындай қосылғыштар жоқ. Тендеудің екі жақ бөлігін бірдей санға көбейткенде мәндес тендеу шығатын болғандықтан, бірінші тендеуді 3 санына, екінші тендеуді -4 санына көбейтеміз.

$$\begin{cases} 4x + 7y - 26 = 0, \\ 3x - 8y + 7 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \times 3 \\ \times (-4) \end{array} \text{ Енді шыққан тендеулерді мүшелеп қо-}$$

самыз : $\begin{cases} 12x + 21y - 78 = 0, \\ -12x + 32y - 28 = 0. \end{cases}$



$\begin{cases} 12x + 12y - 78 = 0, \\ -12x + 32y - 28 = 0 \end{cases}$ тендеулер жүйесін өздерің шешіп, оның шешімі $(3; 2)$ болатынын тексеріңдер .

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуді алгебралық қосу тәсілімен шешу алгоритмі.

- 1) Егер қандай да бір айнымалыға байланысты коэффициенттері карама-қарсы сан болмаса, онда әр теңдеудің (бір теңдеудің) екі жақ бөлігін бір айнымалыға байланысты коэффициенттердің таңбасы карама-қарсы болатындай сандарға (санға) көбейтеді;
- 2) шыққан теңдеулердің сол және оң жақтарын қосады;
- 3) нәтижесінде шыққан бір айнымалысы бар теңдеу шешіледі;
- 4) табылған айнымалының мәнін жүйенің бір теңдеуіне қойып, екінші айнымалының мәнін есептейді;
- 5) жүйенің шешімі жазылады.



1. Екі айнымалысыбар теңдеулер жүйесін шешу тәсілдерініңбірін неге қосу тәсілідеп атайды?
2. Қосу тәсілінқолдану кезінде екі айнымалысыбар сызықтық теңдеудің сол және оң жақтарына қандай арифметикалық амалды қолдануға болады? Неліктен?
3. Егер x және y -тің коэффициенттері бірден айнымалыларсанын кемітуге әкелмесе, онда екі айнымалысыбар сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің қосу тәсілінқолдануға бола ма?

A

Жаттығулар

1247. Теңдеулер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} x + y = 14, \\ x - y = 8; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 7, \\ x + y = 23; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = 32, \\ x - y = 14; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - y = 9, \\ x + y = 29; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x - y = 5, \\ 4x + y = 9. \end{cases}$$

1248. $\begin{cases} x + y = 300, \\ x - 0,5y = 120 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешіп,

құрлықтағы ең үлкен жануар — сусныр туралы мағлұматтар аласыңдар.

- 1) x -тің мәні — сусныр аузының қанша градусқа ашылатынын;
- 2) y -тің мәні суснырдың ауыз жақтарының қанша сантиметрге ашылатынын береді.



Сусныр

1249. Теңдеулер жүйесін шешіп, Қостанай облысында орналасқан Наурызым қорығы туралы мағлұматтар аласындар.

$$\begin{cases} 0,1x + 0,01y = 32, \\ 2x + y = 1200 \end{cases} \text{ теңдеулер жүйесіндегі}$$

- 1) x -тің мәні — Наурызым қорығындағы құстардың түрін;
2) y -тің мәні Наурызым қорығындағы өсімдіктердің түрін береді.



Наурызым
қорығы

Теңдеулер жүйесінің шешімін табындар немесе жүйенің шешімі болмайтынын дәлелдендер (1250—1260):

1250. 1) $\begin{cases} 3,2x + 1\frac{4}{5}y - 5 = 0, \\ 3,8x - 1,8y - 2 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -7,12x + 3,9y - 3,22 = 0, \\ -2,88x - 3,9y - 6,78 = 0. \end{cases}$

1251. 1) $\begin{cases} \frac{1}{4}x - 0,5y - 1,34 = 0, \\ -0,25x + 0,5y - 1,34 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 0,5y - 1,4 = 0, \\ -2x + 0,5y - 0,6 = 0. \end{cases}$

1252. 1) $\begin{cases} -2x - 0,8y - 1 = 0, \\ -2x + 0,2y = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - \frac{2}{3}y + 3\frac{2}{3} = 0, \\ 4x + 3\frac{1}{3}y - \frac{1}{3} = 0. \end{cases}$

1253. 1) $\begin{cases} 3^2x + 4^2y - 5^2 = 0, \\ 10x + 16y - 26 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 9^2x - 2^3y - 3^5 = 0, \\ -19x - 8y + 57 = 0. \end{cases}$

1254. 1) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -2, \\ 2x - y = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -x + 4y = 52, \\ \frac{x}{8} - \frac{y}{7} = -4. \end{cases}$

1255. 1) $\begin{cases} \frac{2}{7}x - \frac{3}{14}y - \frac{1}{7} = 0, \\ x + y - 4 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 5y - 24 = 0, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - 3\frac{1}{3} = 0. \end{cases}$

1256. 1) $\begin{cases} 5x - 8y + 51 = 0, \\ 2,5x + 3y - 23,5 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x - 5y + 26 = 0, \\ 3x + 17y - 65 = 0. \end{cases}$

1257. 1) $\begin{cases} 8x + 7y + 53 = 0, \\ 4x - 5y + 1 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x + 9y + 48 = 0, \\ 6x + 3y + 27 = 0. \end{cases}$

$$1258. \quad 1) \begin{cases} \frac{1}{3}x + 0,25y = 0, \\ 29x - 2,5y = -97; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 0,75x + \frac{1}{8}y + 1 = 0, \\ 1,3x - 0,65y = 0. \end{cases}$$

$$1259. \quad 1) \begin{cases} 36x - 3y - 39 = 0, \\ 37x + 2y - 35 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 13x + 4y + 17 = 0, \\ 12x - 3y + 9 = 0. \end{cases}$$

$$1260. \quad 1) \begin{cases} 3x + 7y - 3 = 0, \\ 7x + 9y - 7 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 6x - 13y + 1 = 0, \\ 5x + 10y - 20 = 0. \end{cases}$$

В

Жаттығулар

Теңдеулер жүйесін шешіндер (1261—1264):

$$1261. \quad 1) \begin{cases} 2x - 3y + 1 + (x - y + 5) = 0, \\ 5x + 7y - 7 - (8x + y + 1) = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7x + 9y - 14 + (y - 5x - 11) + 3 = 0, \\ 11x + y - 9 + (4y - 9x - 7) = 0. \end{cases}$$

$$1262. \quad 1) \begin{cases} 3(x - 2) - 2(y + 1) = -1, \\ 5(x + 3) - 8(y - 2) = 45; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -6(4 - x) + 4(y + 5) = -2, \\ 11(1 + x) - 9(7 - y) = -45. \end{cases}$$

$$1263. \quad 1) \begin{cases} \frac{x - 4y}{5} - \frac{x - 5y}{6} = 0, \\ \frac{3x + y}{2} + \frac{x + 10y}{3} = 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{7x + y}{4} - \frac{13x - y}{3} = -4, \\ \frac{x + 6y}{14} - \frac{8x - 3y}{10} = 0. \end{cases}$$

1264. Егер x_0 және y_0 :

$$1) \begin{cases} 17x - 30y = 12, \\ -5x + 6y = -12; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 29x + 3y = -23, \\ 19x - 21y = -61 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімі болса, онда $3x_0 - 5y_0$ өрнегінің мәнін табындар.



Жаттығулар

1265. 1)
$$\begin{cases} (3 - 7x)y + 7y(x + 9) = 264, \\ x(4 - y) = y(8 - x) - 34; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} -x(1 - 12y) + 4y(-3x + 2) = 26, \\ y(x + 6) = x(y - 3) - 3; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} (x - 2)y - x(y + 1) = 2 - 3(x - 2), \\ (x + 5)y - y(x - 2) = -42 + 4(x + 5). \end{cases}$$

Қ (1266-1267) :

1266. 1) $a \leq \frac{1}{2}$ см; 2) $a \geq 0,2$ см; 3) $\frac{1}{3}$ см $\leq a \leq 0,6$ см болса, онда қабырғасы a -ға тең шаршының ауданы туралы не айтуға болады?

1267.
$$\frac{\left(7\frac{9}{16} : \frac{33}{80} - 21\frac{5}{6}\right)}{\left(51\frac{4}{9} - 49,75\right) : 8\frac{17}{36} + 6,8}$$
 амалдарын орындандар.

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1268. $-4,6(5 - 2y) - 25(0,4y + 3) + 97$ өрнегін ықшамдандар.

1269. Бір айнымалыны екінші айнымалы арқылы өрнектерден :

1) $2x - y - 5 = 0;$ 2) $3x - 6y + 9 = 0;$
 3) $2,7x + 15y + 83 = 0;$ 4) $-52x + 76y + 89 = 0.$

§ 54. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Теңдеулер жүйесі. Алмастыру тәсілі



Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен қалай шығарады?

Сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешуге болады. Бұл тәсілдің ерекшелігі — теңдеулердің бірін теңдеудің сол жағында айнымалылардың біреуі ғана болатындай етіп жазу. Мұндай жағдайда x айнымалысын y айнымалысы арқылы немесе y айнымалысын x айнымалысы арқылы өрнектелді деп айтады.

Түсіндіріңдер!

$x + 5y - 7 = 0$ теңдеуінде x -ті y арқылы және y -ті x арқылы өрнектегенде сәйкесінше $x = 7 - 5y$ және $y = \frac{7 - x}{5}$ шығатынын түсіндіріңдер.

Бір айнымалыны екінші айнымалы арқылы өрнектегеннен кейін жүйенің екінші теңдеуіндегі x -тің немесе y -тің орнына алынған өрнекті қоямыз.

Мысалы, $\begin{cases} x + 5y - 7 = 0, \\ 3x + 8y + 21 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілі-

мен шығарайық .

Бірінші теңдеудегі x айнымалысын y айнымалысы арқылы өрнектейік: $x = 7 - 5y$. Енді екінші теңдеудегі x -тің орнына $7 - 5y$ өрнегін жазамыз:

$$\begin{cases} x = 7 - 5y, \\ 3(7 - 5y) + 8y + 21 = 0. \end{cases}$$

Сонда жүйенің екінші теңдеуі бір ғана айнымалыдан тұратынын көреміз. Енді жақшаны ашып ұқсас қосылғыштарды біріктіреміз де, теңдеуді шешеміз:

$$\begin{aligned} 21 - 15y + 8y + 21 &= 0, \\ -7y + 42 &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -7y &= -42, \\ y &= 6. \end{aligned}$$

6 санын бірінші теңдеудегі y -тің орнына қоямыз: $x = 7 - 5 \cdot 6$ немесе $x = 7 - 30$, бұдан $x = -23$.

Демек, теңдеулер жүйесінің $(-23; 6)$ болатын бір ғана шешімі бар.

Жауабы : $(-23; 6)$.



- Қандай жағдайда екі айнымалысы бар теңдеудің:
 - x айнымалысын айнымалысы арқылы;
 - y айнымалысын айнымалысы арқылы өрнектелді дейді?
- Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді шешу тәсілдерінің біріннен алмастыру тәсілі деп атаған?
- Егер алмастыру тәсілімен шығару кезінде x айнымалысын айнымалысы арқылы немесе y айнымалысын айнымалысы арқылы өрнектесе, онда екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі өзгере ме?
- Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешуге бола ма?

A

Жаттығулар

1270. Теңдеудегі y айнымалысын x айнымалысы арқылы өрнектер:

- | | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $x + y = 10$; | 2) $x - y = 12,5$; | 3) $3x + y = 17$; |
| 4) $x + 4y = -5$; | 5) $5x + 7y = 1$; | 6) $1,1x - 2y = 19$. |

1271. Теңдеудегі x айнымалысын y айнымалысы арқылы өрнектер:

- | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $x + y = 21,5$; | 2) $x - y = 36$; | 3) $4x - y = 19$; |
| 4) $-3x + 4y = 41$; | 5) $0,5x + y = 4$; | 6) $-1,5x + 2y = 5$. |

1272. Теңдеудегі бір айнымалыны екінші айнымалы арқылы өрнектер:

- | | | |
|--------------------|--------------------|-----------------------|
| 1) $2x + y = 15$; | 2) $y + 6x = 23$; | 3) $0,9x - 2y = 18$. |
|--------------------|--------------------|-----------------------|

Теңдеулер жүйесін шешіңдер (1273—1278):

1273. 1) $\begin{cases} x = -7 + y, \\ 2x - 3y = -16; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = x - 5, \\ 4x + y = 10; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -x = 3 - 2y, \\ x - 5y = -6. \end{cases}$

$$1274. \quad 1) \begin{cases} x + 2y = 0,3, \\ x = -y + 0,5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y - 8x = 83,1, \\ y = -x - 6,9; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 21x + y = -15,1, \\ y = 0,9 - x. \end{cases}$$

$$1275. \quad 1) \begin{cases} x + y = \frac{4}{3}, \\ 3x - 2y = -1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + y = \frac{1}{6}, \\ x - 2y = -2\frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y + 2x = -1, \\ 5x - 4y = 10,5. \end{cases}$$

$$1276. \quad 1) \begin{cases} x + 2y = \frac{1}{12}, \\ 2x - y = -\frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - y = 7,8, \\ 8x - 3y = 18,6; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 13y - 4x = 17,1, \\ x + y = 0,4. \end{cases}$$

$$1277. \quad 1) \begin{cases} x - y = -\frac{5}{7}, \\ 4x + 3y = -4\frac{6}{7}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 10x - 3y = \frac{94}{9}, \\ x + y = -\frac{14}{9}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 9x + 2y = -\frac{19}{7}, \\ y - x = \frac{10}{21}. \end{cases}$$

$$1278. \quad 1) \begin{cases} 4x + 9y - 9 = 0, \\ 5x - 6y - 17 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 1,5x - 1,2y + 18 = 0, \\ 0,7x - 1,8y + 14,6 = 0. \end{cases}$$

В

Жаттығулар

Теңдеулер жүйесін шешіндер (1279—1283):

$$1279. \quad 1) \begin{cases} 5(x + y) = 7 + 4x, \\ 3(x + y) = 4 - y; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3(x - y) = 17 + 2x, \\ 2(y - x) = 13 - x. \end{cases}$$

$$1280. \quad 1) \begin{cases} 10(x + y) = 30 + 8x, \\ 9(x - y) = -49 - 8y; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 21(x - y) = 48 + 20x, \\ 19(y + x) = 100 + 12y. \end{cases}$$

$$1281. \quad 1) \begin{cases} \frac{x}{9} - \frac{y}{6} = -1, \\ 5x - y = 72; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{12} = -1, \\ 6x + y = -120. \end{cases}$$

$$1282. \quad 1) \begin{cases} 6(x + y) - 5y = x + 8, \\ 10x - 7(y - x) = -y + 46; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 49y - 31(x + y) = 14 - 27x, \\ 13(x - y) + 14y = 12x + 13. \end{cases}$$

$$1283. \quad 1) \begin{cases} 1,5(x + 2y) - 4(y - 3x) - 13,5 = 0, \\ 2(y - 3x) + 2,5(x + 2y) + 3,5 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4,5(x - 4y) + 3(y + 3x) + 1,5 = 0, \\ 5(x + 2y) - 3,5(y - 2x) - 18,5 = 0. \end{cases}$$



Жаттығулар

1284. Теңдеулер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} (x - 4)y + 13 = x(y - 3) + 15 - 2(x - 4), \\ (x + 5) + xy = 8x - 9 + y(x + 5); \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 25 - 4(x + 7) = x(1 + y) - 4 - y(x + 7), \\ y(6 - x) + 18 = x(2 - y) + 24. \end{cases}$$

$$1285. \quad 1) \begin{cases} \frac{4x-3}{2} + \frac{5y+1}{3} = 12,5, \\ 1,5x - 0,7y = -3,4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2,3x - 1,9y = 0,8, \\ \frac{4-3y}{4} + \frac{-5x-2}{3} = -4,5. \end{cases}$$

$$1286. \quad 1) \begin{cases} \frac{x-y}{7} - \frac{y+x}{8} = \frac{5}{8}, \\ 1,6x + 5y = -2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{y+x}{5} - \frac{y-x}{6} = 0,6, \\ 8,5x - 13y = -82,5. \end{cases}$$

1287. Егер $A(x_0; y_0)$ нүктесінің координаталары

$$\begin{cases} 9,4x - 0,2y + 20,8 = 0, \\ -6,5x - 2,5y + 12 = 0 \end{cases} \text{ теңдеулер жүйесінің шешімі болса,}$$

онда: 1) $2x_0 - 5y_0$; 2) $0,5y_0 + 0,2x_0$ өрнегінің мәнін табындар.

Қ (1288—1290) :

1288. $-8,5(x + 2y) + 1,7(5x - 4y) - x - 11y$ өрнегін ықшамдаңдар.

1289. $x = \frac{2,8 \cdot 0,65 - 2,3}{97\frac{4}{7} : 136,6 \cdot (-0,07)}$ болса, онда x санының 60%-ын табындар.

1290. Егер $m = 8\frac{7}{9}$ және $n = 4,2$ болса, онда $5,4m - n : 30 + 2,65$ өрнегінің мәнін табындар .

Жаңа білімді меңгеруге дайындаламыз



1291. Тіктөртбұрыштың ұзындығы 2,8 дм, ені одан 4 есе кем. Ауданы тіктөртбұрыштың ауданына тең шаршының қабырғасын табындар.

1292. Есепті шығару үшін формула құрындар. Бағасы 215 тг тұратын x кг қызанақ және 190 теңгеден y кг қияр сатып алынды. 2000 теңгеден қанша ақша қайтарылады?

Егер 1) $x = 1,5$; $y = 0,5$; 2) $x = 0,5$; $y = 1,5$; 3) $x = \frac{3}{4}$; $y = 1\frac{1}{4}$; 4) $x = 2\frac{3}{4}$; $y = 3\frac{1}{4}$ болса, есептің сұрағына жауап беріндер .

1293. Теңдеулер жүйесінің қанша шешімі бар:

$$1) \begin{cases} x + y = 7, \\ -4x + y = 2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y + x = 5, \\ y = -x + 5? \end{cases}$$

§ 55. Мәтінді есептерді теңдеулер жүйесі арқылы шешу

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Мәтінді есеп. Теңдеулер жүйесі



Мәтінді есептерді теңдеулер жүйесі арқылы қалай шығарамыз?

1-есеп. Қосындысының мәні 95, айырымының мәні 19 болатын екі санды табыңдар.

Шешуі. Бірінші санды x , екінші санды y деп белгілейік. Олардың қосындысының мәні 95, демек, $x + y = 95$; айырымының мәні 19,

демек, $x - y = 19$. Сонда $\begin{cases} x + y = 95, \\ x - y = 19 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін аламыз.

Жүйені қосу тәсілімен шығарамыз.

Жауабы : 57 және 38.

2-есеп. Үш қарындаш пен бес дәптердің бағасы 375 тг, осындай жеті қарындаш пен төрт дәптердің бағасы 530 тг. Бес қарындаш пен тоғыз дәптерге қанша төлеу керек?

Шешуі. Қарындаштың 1 данасының бағасын x тг, бір дәптердің бағасын y тг деп белгілейік. Үш қарындаш пен бес дәптер 375 тг тұрады, демек, $3x + 5y = 375$. Жеті қарындаш пен төрт дәптер 530 тг

тұрады, сондықтан $7x + 4y = 530$. Біз $\begin{cases} 3x + 5y = 375, \\ 7x + 4y = 530 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін аламыз. Оны алгебралық қосу тәсілімен шешеміз.



$\begin{cases} 3x + 5y = 375, \\ 7x + 4y = 530 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешіп, оның шешімі $(50; 45)$ болатынын өздерің тексеріңдер.

Демек, бір қарындаштың бағасы 50 тг, бір дәптердің бағасы 45 тг. Сондықтан бес қарындаш пен тоғыз дәптердің құны $50 \cdot 5 + 45 \cdot 9 = 655$ тг.

Жауабы : 655 тг.



1. Қандай жағдайда мәтінді есепті екі айнымалысыбар сызықтық теңдеулер жүйесі арқылы шығарған ыңғайлы?
2. Тақырыпты баяндау мәтіндегі 1-есепті бір айнымалысыбар сызықтық теңдеу арқылы шығаруға бола ма?

A

Жаттығулар

1294. 1) Қосындысының мәні 12, айырымының мәні 6-ға;
 2) қосындысының мәні 55-ке, айырымының мәні 25-ке;
 3) қосындысының мәні -13 -ке, айырымының мәні 1-ге;
 4) қосындысының мәні 3-ке, айырымының мәні -13 -ке;
 5) қосындысының мәні 10-ға, айырымының мәні 5,84-ке;
 6) қосындысының мәні $\frac{5}{56}$ -ке, айырымының мәні $\frac{1}{168}$ -ге тең болатын екі санды табындар.
1295. 1) Қосындысының мәні 5-ке, бөліндісінің мәні 4-ке;
 2) айырымының мәні 2-ге, бөліндісінің мәні 1,2-ге тең екі санды табындар.
1296. 1) Айырымының мәні 2 және бірі екіншісінен 7 есе артық;
 2) қосындысының мәні $16\frac{2}{3}$ және бірі екіншісінен 9 есе артық екі санды табындар.
1297. Екі бірдей май қорабы мен бірдей үш печенье қорабы үшін 510 тг төленді. Тура осындай үш май қорабы мен бес қорап печенье үшін 790 тг төленді. Бір қорап май мен бір қорап печенье қанша тұрады?
1298. Аралығы 78 км A мен B пунктiнен бір-біріне қарама-қарсы мотоциклші мен велосипедші шықса, олар 1,5 сағ өткеннен кейін кездеседі. Егер велосипедшінің жылдамдығы мотоциклші жылдамдығының 30%-ын құраса, онда велосипедшінің жылдамдығын табындар.
1299. Қайықтың қозғалыс жылдамдығы моторлы қайық жылдамдығынан 9 км/сағ кем және оның 40%-ын құрайды. Моторлы қайықтың жылдамдығын табындар.

В

Жаттығулар

1300. 1) Ең кіші үкінің биіктігі ең үлкен үкінің биіктігінен 57 см кем, ең кіші үкінің $\frac{1}{7}$ биіктігі мен ең үлкен үкінің 0,1 биіктігін қоса алғанда 9,1 см. Ең кіші және ең үлкен үкінің биіктігін табыңдар.



Үкі

2) Ең кіші үкінің массасы жапалақ массасының 5%-ын құрайды, 100 кіші үкі мен 3 жапалақтың массасы 17 кг. Жапалақтың массасы мен ең кіші үкінің массасы қандай?

1301. 1) Ең үлкен бұғының биіктігі ең кіші бұғының биіктігінен $6\frac{3}{19}$ есе артық. Ең үлкен бұғы биіктігінің $\frac{1}{117}$ -і мен ең кіші бұғының $\frac{1}{19}$ -інің қосындысының мәні 4 см. Ең кіші бұғының биіктігі қанша сантиметр және ең үлкен бұғының биіктігі қанша метр?

2) Ең кіші бұғының массасы ең үлкен бұғы массасының 1%-ын құрайды. Ең үлкен бұғы массасының $\frac{1}{8}$ -і мен ең кіші бұғы массасының айырымы 92 кг. Аңдардың массаларын табыңдар.

1302. 2008 жылы Атырау облысында картоп егілген жер ауданы Оңтүстік Қазақстан облысындағы картоп егілген жер ауданының $\frac{1}{17}$ -ін құрады. Егер олардың жалпы ауданы 10 800 га болса, онда әр облыстағы картоп егілген жер ауданын табыңдар.

1303. 2008 жылы Павлодар облысындағы орман алқабы ауданы Ақтөбе облысындағы орман алқабы ауданының 50%-ын құрады және ол Павлодар облысындағы орман алқабы ауданының $\frac{3}{5}$ -і және Ақтөбе облысындағы орман алқабы ауданының $\frac{1}{8}$ -і болып табылады. Олардың жалпы ауданы 425 мың гектарға тең. Әрбір облыстағы орман алқабының ауданын табыңдар.

1304. Егер 2007 жылға қарағанда 2006 жылы республикамызда 392 014 т кем қант, осы екі жылда барлығы 392 508 т қант өндірілсе, онда әр жылда қанша тонна қант өндірілген?

1305. 2008 жылы Қарағанды облысы мен Қостанай облысы әрбір гектардан 467 ц көгөніс жинаған. Қарағанды облысының 1 га-дан жинаған өнімі Қостанай облысының 4 гектардан жинаған өнімінен 548 ц кем. 2008 жылы әрбір облыс әр гектардан қанша центнер көгөніс жинаған?



Жаттығулар

1306. Елімізде a жылы егіншаруашылығы мен малшаруашылығы өнімдері b млрд тг өндірілген және егіншаруашылық өнімдері малшаруашылық өнімдеріне қарағанда c млрд тг артық өндірілген. Егін және малшаруашылық өнімдері қанша млрд тг өндірілген?
- 1) $a = 2003$; $b = 615,4$; $c = 97$;
 - 2) $a = 2004$; $b = 698,4$; $c = 83,6$ деп алып, есепті шығарындар.
1307. Елімізде a жылы b мың т картоп, көгөніс пен бидай c мың т және бидай көгөніс пен картопқа қарағанда d мың т артық жиналған. Қанша мың т бидай, картоп және көгөніс жиналған?
- 1) $a = 2003$; $b = 2354,4$; $c = 16715,7$; $d = 10530,8$;
 - 2) $a = 2004$; $b = 2414,8$; $c = 14433,5$; $d = 8054,2$ деп алып, есептің шешімін табындар.
1308. Елімізде a жылы картоп егістігінің ауданы көгөніс егістігінің ауданынан b мың га артық, көгөніс пен дәнді дақылдар себілген аудан c мың га болды. Егер дәнді дақылдар ауданы картоп егістігінің ауданынан d мың га артық болса, онда көгөніс, картоп және дәнді дақылдар егістігінің ауданын табындар.
- 1) $a = 2003$; $b = 56,7$; $c = 13982,8$; $d = 13705,7$;
 - 2) $a = 2004$; $b = 56,9$; $c = 14389,3$; $d = 14109,8$ деп алып, есептің шешімін табындар.
1309. Үш қалам мен бес қарындаш 220 тг тұрады. Бір қалам бір қарындаштан 20 тг артық. Бір қалам және бір қарындаштың бағасын табындар.

1310. Қайықтың өзен ағысы бойымен жылдамдығы $7,6$ км/сағ, өзен ағысына қарсы жылдамдығы $4,8$ км/сағ. Өзен ағысының жылдамдығын табындар.
1311. Өзен ағысы бойымен қандай да бір қашықтықты жүріп өту үшін қайыққа өзен ағысына қарсы жүрген жолға жіберген уақытынан үш есе кем уақыт қажет. Қайықтың меншікті жылдамдығы өзен ағысы жылдамдығынан қанша есе артық?
1312. Жүзгіш өзен ағысы бойымен 150 м жүзіп өтті. Ағысқа қарсы жүзген кезде өзен ағысы оны ағыс бойымен жүзген уақытқа тең уақытта 50 м төмен алып кетті. Өзен ағысының жылдамдығы жүзгіштің жылдамдығынан қанша есе артық?

6-сынып математика курсының қайталауға арналған жаттығулар

1313. Амалды орындандар:

- | | | |
|--------------------|--------------------|-----------------------|
| 1) $-8 - 4$; | 2) $-9 - 10$; | 3) $6 - (-5)$; |
| 4) $12 - (-4)$; | 5) $-5 - (-1)$; | 6) $5 - (-3)$; |
| 7) $-13 + 10$; | 8) $13 - (-7)$; | 9) $-29 - 5$; |
| 10) $5 - (-5)$; | 11) $-1,2 - 1,2$; | 12) $-3,2 - (-4,1)$; |
| 13) $2,6 - 5,96$; | 14) $0 - 5,2$; | 15) $0 - (-2,4)$; |
| 16) $-5,3 - 0$; | 17) $1 - (-4,9)$; | 18) $2 - 7,3$. |

1314. Азайтуды орындап, қосудың көмегімен тексеріндер:

- | | | |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $7,8 - (-6,9)$; | 2) $-6,7 - (-7,6)$; | 3) $-5,4 - 6,8$; |
| 4) $-5\frac{4}{5} - \left(-20\frac{3}{5}\right)$; | 5) $-1\frac{7}{9} - 3\frac{5}{6}$; | 6) $\frac{16}{21} - 5\frac{1}{3}$. |

1315. Өрнектің мәнін табындар:

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|---|
| 1) $-1\frac{3}{7} - \frac{1}{4}$; | 2) $2\frac{1}{3} - 3\frac{4}{9}$; | 3) $-5\frac{3}{4} - \left(-2\frac{1}{9}\right)$; |
| 4) $-5,9 - 0$; | 5) $1 - (-2,7)$; | 6) $5 - 6\frac{2}{3}$. |

1316. Амалдарды орындандар:

- | | |
|---|---|
| 1) $-2,4 - 1,75 - \left(-\frac{5}{12}\right)$; | 2) $-4,2 - 3,25 - \left(-\frac{1}{12}\right)$; |
| 3) $-61,3 - (-7,7) + 5,36$; | 4) $-8,6 + (-4,9) - 8,6 - (-5,3)$; |
| 5) $-9 + 10 - 51 + 42$; | 6) $10 - 61 + 72 - 13$; |
| 7) $-10 - 2 + 33 - 4$; | 8) $60 - 71 + 8 - 9 + 10$. |

1317. Амалдарды орындандар:

- | | |
|--|--|
| 1) $21,8 - \left(7\frac{19}{20} - 8\frac{3}{5}\right)$; | 2) $-8,25 - \left(-\frac{1}{30} + \frac{7}{30}\right)$; |
| 3) $3\frac{1}{14} + 2\frac{3}{7} - (-2,85)$; | 4) $28 - 3\frac{5}{12} + \left(-4,5 + 2\frac{1}{4}\right)$. |

1318. Бөлуді орындандар:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) $-9,6 : 12$; | 2) $-0,12 : (-0,3)$; |
| 3) $-0,35 : (-0,07)$; | 4) $636 : (-0,12)$. |

1319. Амалдарды орындаңдар:

1) $9,8 \cdot \left(-3\frac{4}{29}\right) \cdot 4\frac{1}{7}$;

2) $4\frac{1}{2} \cdot (-4,05) \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right)$;

3) $4\frac{2}{3} \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{18}\right)$;

4) $4,8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \cdot (-1,8) \cdot \frac{5}{9}$;

5) $-2,36 \cdot 5,4 \cdot 2\frac{7}{9}$;

6) $\left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot 0,5 \cdot 2,8$;

7) $2\frac{7}{20} \cdot \frac{15}{47} \cdot (-0,64)$;

8) $7,5 \cdot (-0,01) \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{40}$.

1320. Өрнектердің мәнін салыстырыңдар:

1) $-24 \cdot 8$ және 0 ;

2) $-2,4 \cdot (-3,6)$ және 0 ;

3) $-3,5 \cdot \frac{2}{7}$ және $\left(-\frac{2}{9}\right)$;

4) 0 және $(-2,4) \cdot (-3,9)$.

1321. Жакшаны ашыңдар:

1) $m + (n - k)$;

2) $c - (-a - b)$;

3) $(-2) \cdot (x + y - 8)$;

4) $(-3) \cdot (-x + y + 2)$.

1322. Жакшаны ашып, теңдеуді шешіндер:

1) $3,3 - (x - 6,7) = 100$;

2) $-1,3 + (x - 4,8) = -7,1$;

3) $4 - \frac{5}{7} - (m - 1) = \frac{11}{14}$;

4) $1\frac{5}{6} - \left(y + \frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}$.

Теңдеуді шешіндер (1323—1328):

1323. 1) $9x = 8x - 6 - x$;

2) $-4x + 8 - 7 = x - 1$;

3) $6 - 4y - 1 = y + 3$;

4) $5y = 2y + 9$.

1324. 1) $3(x - 2) = 4x$;

2) $5(y + 3) = 10$;

3) $3(2x - 7) = 9$;

4) $6(z - 1) = 18$.

1325. 1) $2(2 - y) = y - 5$;

2) $-4(x - 2) = -6$;

3) $-(3x - 4) = 3x - 8$;

4) $3(x - 5) = x + 3$.

1326. 1) $0,8x - 3,5 = -1,2x + 0,5$;

2) $1,3(t - 0,6) = 1,8t$;

3) $1,2(x - 5) = 0,2x + 6$;

4) $7,2 - (6,2 - x) = 2,2$.

1327. 1) $3x - 4 + 2x = 6 + 2x - 4$;

2) $50 - 7y - 16 = 3y - 16$;

3) $-6a + 16 = 4a - 6a - 24$;

4) $5x - 6 + x = 2(x - 1)$.

1328. 1) $\frac{1}{3}x + 6 = 2x$;

2) $\frac{1}{2}(4x - 2) = -7$;

3) $\frac{5}{6}x + 3 = \frac{1}{6}x$.

1329. Тендеуді шешіндер:

$$1) \frac{5}{16} - \left(\frac{3}{16} - x \right) = \frac{5}{8}; \quad 2) \left(m + \frac{4}{15} \right) - \frac{2}{15} = 0,8;$$

$$3) \frac{5}{24} - \left(x - \frac{1}{6} \right) = -\frac{7}{24}; \quad 4) \left(y + \frac{5}{18} \right) + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}.$$

1330. 1) $3(2x + 8) - (5x + 2) = 0;$ 2) $-(3y + 4) + (2y - 1) = 0;$

$$3) 8(3 - 2x) + 5(3x + 5) = 9; \quad 4) 3(y - 5) - 2(y - 4) = 8.$$

1331. Төменде берілген тендеулерді шешіп, Қазақстан қалалары жайлы дерек аласындар.

$$1) 0,01x - 2^4 = |-1,18| \text{ тендеуінің түбірі Семей қаласының;}$$

$$2) 0,5^2x + |-11| = 21^2 \text{ тендеуінің түбірі Өскемен қаласының;}$$

$$3) \frac{3}{4}x - |-2|^8 - \frac{5}{6}x = -|-7|^2 - 0,5^2x \text{ тендеуінің түбірі Ақмола аймағының ;}$$

$$4) 0,375x - |-6| - \frac{4}{9}x - |-3|^4 = 0,5x + |-2|^4 - \frac{5^4}{10^3}x \text{ тендеуінің түбірі Верный бекінісінің (қазіргі Алматы қаласы) ;}$$

$$5) -0,1^2x + |4|^6 = -1,3^2 - 1 \text{ тендеуінің түбірі Ақтөбе қаласының;}$$

$$6) -\left(-\frac{1}{2}\right)^4x - 3^4 = -|-7|^2 \cdot |-2|^3 \cdot (-5) + 0,9375x - 148 \text{ тендеуінің түбірі Қостанай қаласының іргетасы қаланған жылды береді.}$$

1332. Ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер:

$$1) 6a + b + 2b - a; \quad 2) 6x + 4b - b - 3x;$$

$$3) 4a - b - a + 16; \quad 4) 15a + a - 3a - 6a.$$

1333. 1) $m = -5$ болғанда $-m^2 + 2m - 4 - 3m - 6 + 2m^2 + m;$

$$2) $x = -2; -\frac{1}{8}; -0,4$ болғанда $-6,3x + 8 - 3,7x - 5$ өрнегінің мәнін табындар.$$

1334. Жакшаны ашып, ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер:

$$1) 5a + (a - 8) - (2a - 4);$$

$$2) (6x - 1) + (8 - x) - (3 - 2x);$$

$$3) 7 + (3a - 2) - (4 + 2a) - 11 + 3a;$$

$$4) 5m - (3m + 5) + (2m - 4).$$

1335. Өрнектегі ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер:

$$1) \frac{5}{7}x - \frac{2}{3} - \frac{3}{14}x - \frac{1}{3}; \quad 2) \frac{5}{6}a - 1\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x;$$

$$3) 0,2m - \frac{2}{9} - 4m + \frac{5}{9}; \quad 4) \frac{2}{7}x - \frac{4}{9}y - \frac{5}{14}x + \frac{2}{3}y.$$

1336. 1) $x + 4 = x - 3$; 2) $|2x - 3| = -1$

тендеуінің рационал түбірі болмайтынын көрсетіңдер.

Тендеуді шешіңдер (1337—1339):

1337. 1) $6x = 2x - 12$; 2) $5a = -a - 13$;

$$3) -4x + 8 - 7 = x - 1; \quad 4) 6 - 4y = y + 3;$$

$$5) -\frac{1}{6}x - 1 = 3 - \frac{5}{6}x; \quad 6) -\frac{11}{21}x + 2 = \frac{10}{21}x - 9;$$

$$7) \frac{1}{3} + \frac{5}{6}x = \frac{1}{12}x - \frac{3}{4}; \quad 8) -\frac{14}{15}x + \frac{9}{10} = \frac{1}{30}x + \frac{2}{3}.$$

1338. 1) $4(-2z + 5) = 14 - 2(4z - 3)$;

$$2) -5(z - 7) = 30 - (2z + 1);$$

$$3) -2(x + 5) + 3 = 2 - 3(x + 1);$$

$$4) 3(2x - 1) + 6x = 10x - 7;$$

$$5) 0,3(x - 4) - 0,7x = -2;$$

$$6) 0,6(5 + 2x) - 2 = 0,2x;$$

$$7) -2,5(x - 4) + 0,5x = 24;$$

$$8) 48 - 0,2(x + 16) + 1,2x = 3,8;$$

$$9) \frac{4}{7}(21 - x) = \frac{3}{7}x + 20;$$

$$10) -\frac{1}{9}x + 14 = \frac{8}{9}(x + 18);$$

$$11) \frac{2}{33}(11x - 3) + \frac{1}{3}x = -\frac{9}{11};$$

$$12) \frac{5}{6}x + \frac{7}{12}(12 + 2x) = -10.$$

1339. 1) $\frac{0,9}{7 + 5y} = \frac{0,2}{y - 4}$; 2) $\frac{2}{2 - x} = \frac{7}{4,5 - 4x}$; 3) $\frac{3}{x + 1} = \frac{10}{3x + 3\frac{2}{9}}$.

1340. 1) $0,15(x - 9) + 3,2(x - 6,5) = 0,12(x - 31) - 68,68 - 4,7(x - 36)$ теңдеуінің түбірі x — граммен алынған маймылдың массасын;
- 2) $4,5(10y - 5^2 \cdot 2) - 3\left(3\frac{2}{3}y + 10^3\right) = 9\left(2\frac{5}{9}y + 30\right) - (19y - 75)$ теңдеуінің түбірі y — граммен алынған ең кішкентай маймылдың ең үлкен массасын;
- 3) $\frac{13}{17}\left(48\frac{5}{13}z - 52\frac{4}{13}\right) - 6\frac{1}{3}\left(6z + 805\frac{5}{19}\right) = \frac{3}{8}\left(122\frac{2}{3}z - 240\right) - \frac{9}{11}\left(14\frac{2}{3}z - 12\frac{2}{9}\right) - 300 - 70z$ теңдеуінің түбірі z — миллиметрмен алынған ең кішкентай маймыл денесінің ұзындығын береді.

Теңдеулер жүйесін шешіндер (1341-1342):

1341. 1) $\begin{cases} x + y = 33, \\ x - y = 11; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 39, \\ x + y = 61; \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x + 2y = 27, \\ 3x - y = 11; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4x - y = 19, \\ x + 15y = 20; \end{cases}$
- 5) $\begin{cases} 7x - 4y = 11,5, \\ 9x + 5y = -5,5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 11x - 13y = -35, \\ -17x + 2y = 36; \end{cases}$
- 7) $\begin{cases} \frac{6}{7}x - \frac{5}{9}y = 2, \\ -\frac{2}{21}x - \frac{1}{9}y = 6; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{3}{4}y = -1, \\ \frac{11}{12}x + \frac{1}{2}y = 13; \end{cases}$
- 9) $\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{1}{25}y = 32, \\ \frac{7}{50}x - \frac{9}{10}y = -38; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} \frac{4}{11}x - \frac{20}{33}y = -\frac{8}{11}, \\ \frac{2}{3}x + \frac{10}{11}y = -\frac{8}{11}. \end{cases}$
1342. 1) $\begin{cases} \frac{3x - 1}{2} + \frac{9 - 5y}{3} = 2,5, \\ \frac{8 - 3y}{4} - \frac{6 + 5x}{3} = 0; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} \frac{7y + 1}{5} - \frac{x - 2}{6} = 2\frac{4}{15}, \\ \frac{8x + 3}{2} - \frac{y - 10}{7} = -5\frac{3}{14}; \end{cases}$

$$3) \begin{cases} \frac{2x-1}{10} - \frac{y+2}{5} + \frac{3-x}{15} = \frac{1}{30}, \\ \frac{3+x}{6} + \frac{5-y}{4} - \frac{2y-1}{12} = 1\frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{y+2}{9} - \frac{x-2}{2} + \frac{x-y}{18} = \frac{1}{9}, \\ \frac{x+y}{2} + \frac{6-x}{8} - \frac{7-y}{16} = 1\frac{1}{4}. \end{cases}$$

1343. Үш еселенген бірінші сан мен екі еселенген екінші санның қосындысының мәні 62 саны, 5-ке көбейтілген бірінші сан мен 6-ға көбейтілген екінші санның айырымының мәні -18 саны болатын екі санды табындар.

1344. 1) Егер екі автокөліктің жақындау жылдамдығы 173 км/сағ, алыстау жылдамдығы 17 км/сағ болса, онда олардың меншікті жылдамдықтарын табындар.

2) Егер кеменің өзен ағысымен жылдамдығы 47 км/сағ, өзен ағысына қарсы жылдамдығы 39 км/сағ болса, кеменің меншікті жылдамдығы мен өзен ағысының жылдамдығын табындар.

$$1345. \quad 1) \begin{cases} -2x + 5y - 7 = 0, \\ px + 3y - 1 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 8x - 9y + 4 = 0, \\ 4x - py + 2 = 0 \end{cases}$$

тендеулер жүйесін x және y арқылы (мұндағы p — қандай да бір сан) шешіндер.

$$1346. \quad 1) 17,2x + 0,91 \leq 16x + 18,71; \quad 2) 26x - 4,5 > 27x + 2,8;$$

$$3) 50x - \frac{4}{9} \geq \frac{2}{3} + 51x; \quad 4) 7,4x + 5 < 7,3x + \frac{5}{6}$$

тенсіздігі дұрыс болатындай ең үлкен бүтін санды табындар.

$$1347. \quad 1) 2,43x - 21,11 \geq -1,57x + 2,89;$$

$$2) x - 1 > \frac{6}{7}x + \frac{4}{7};$$

$$3) -19,83 + 5x \leq 8x + 1,17;$$

$$4) -1,74x + 2 \leq 3,26x - \frac{8}{11}$$

тенсіздігі дұрыс болатындай ең кіші бүтін санды табындар.

1348. 1) $-0,12x - 4,8 \geq 0,38x + 6,7$;

2) $23x - 100 < 16x + 71,1$

теңсіздігі дұрыс болатындай ең үлкен бүтін санды табындар.

1349. 1) $3\frac{4}{5}x - \frac{13}{21} \leq 8x + \frac{1}{3} + 3\frac{101}{105}$;

2) $7\frac{3}{8}x - 7,9 > 5,6 + 6\frac{5}{8}x$;

3) $0,05x + 12 \mid 32 - 2,95x$;

4) $10 - 0,07x < 0,6 + 0,43x$

теңсіздігі дұрыс болатындай ең кіші бүтін санды табындар.

1350. 1) $a \leq 3$ см; 2) $a \geq 4$ см; 3) 5 см $\leq a \leq 6$ см болса, онда қабырғасы a -ға тең текшенің көлемі туралы не айтуға болады?

1351. 1) $a \geq 2$ см; $b \geq 3$ см; $c \geq 4$ см;

2) $a \leq \frac{3}{4}$ см; $b \leq 1\frac{1}{3}$ см; $c \leq 0,15$ см;

3) $0,2$ см $\leq a \leq 1,2$ см; $0,5$ см $\leq b \leq 1,5$ см; $0,3$ см $\leq c \leq 1,3$ см болса, онда a см, b см және c см болатын тікбұрышты параллелепипедтің көлемі туралы не айтуға болады?

1352. Астана — Қазақстанның бас қаласы. Бұрын Астана қаласы Ақмола және Целиноград деп аталған. Теңсіздіктерді шешіп, Астана қаласының қай жылдары қалай аталғанын білесіңдер:

1) $0,01x - 19,61 \leq 0$, x — осы жылға дейін Ақмола;

2) $1930 \leq y - 31 \leq 1961$, y — осы жылдары Целиноград;

3) $19,95 \leq 0,01z + 0,03 \leq 20$, z — осы жылдары Ақмола деп аталған.

Теңсіздіктер жүйесін шешіндер (1353—1356):

1353. 1) $\begin{cases} 3x - 8 \geq x - 1, \\ x + 9 \leq 2x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 78x + 3 > 79x + 9,5, \\ 3,1x - 0,2 \leq 2,5x - 0,8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 7 \leq \frac{1}{2}x + 5, \\ \frac{4}{9}x + 1 \geq \frac{1}{9}x - 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{5}{6} + x > \frac{1}{6} - 2x, \\ \frac{3}{7} + 3x < -\frac{3}{7} - x. \end{cases}$

1354. 1) $\begin{cases} 20x - 7 \leq 22x - 9, \\ 8,2x + 1 \leq 7,9x + 3,1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 13 - 3,1x \geq 10 - 3,6x, \\ 16x + 7,8 \geq 0,8 + 23x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{2}{3}(x - 27) + \frac{1}{3}x < 4x - 1, \\ \frac{5}{11}(22 + x) - 5 > -\frac{7}{11}x + 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2(x + 4) - 5(x - 7) \geq 4(x + 3) - 12, \\ -3(x - 1) + 7(1 + x) \leq 8(2 - x) + 11; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{2}{9}(9 - 2x) \leq \frac{5}{9}(x + 18) - 6, \\ \frac{4}{15}(30 + x) - 2 > \frac{11}{15}(15 - x) + 3; \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{5}{24}x - 3(x + 1) \geq 10 - \frac{19}{24}x, \\ \frac{6}{7}x + 13 < \frac{1}{7}(14 - x) - 2. \end{cases}$

1355. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдері болатын барлық бүтін сандарды табындар:

1) $\begin{cases} 1,3x + 2 > 10 - 2,7x, \\ 16x - 29 > 17x - 34; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 78x + 3 \leq 79x + 9, \\ 3,1x - 0,2 \leq 2,5x - 0,8. \end{cases}$

1356. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдері болатын барлық бүтін сандарды табындар:

1) $\begin{cases} 5(x - 3) + 23 > 3x, \\ 7(2 - x) + 6x > 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 11(4 - x) < 46 - 9x, \\ 20,7x - 2 \leq 19,7x. \end{cases}$

1357. 1) $\begin{cases} 9 + x < 2x + 4, \\ 17 + 8x \leq x + 59; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 103 - 14x > 40 - 23x, \\ 509 - 51x \geq 259 - x \end{cases}$

теңсіздіктер жүйесі дұрыс болатын барлық бүтін сандар қосындысының мәнін табындар.

1358. 1) 1990—1999 жылдар аралығына сәйкес республика бойынша көгөніс өнімділігін көрсететін 154,0; 121,0; 114,0; 106,0; 104,0; 101,0; 96,0; 101,0; 114,0; 134,0 сандар қатарының;

2) 1999—2008 мен 2008 жылдар аралығына сәйкес республика бойынша көгөніс өнімділігін көрсететін 134,0; 153,0; 166,0; 172,0; 177,0; 186,0; 196,0; 201,0; 211,0; 204,0 сандар қатарының арифметикалық ортасын, ауытқуын және модасын табындар.

1359. Берілген сандар қатарының арифметикалық ортасын, ауытқуын, медианасын және модасын табындар: 1) 9,2; 4,9; 3,3; 3,2; 3,4; 2,9; 1,9; 2,8; 4,2; 4,9 сандар қатары 1992 жылдан 1999 жылға дейін бір гектардан алынған күнбағыстың өнімділігін береді.

2) 6,0; 5,9; 6,8; 5,9; 6,3; 5,9; 5,9; 4,1 сандар қатары 1999 жылдан 2008 жылға дейін күнбағыстың сәйкесінше бір гектардан алынған өнімділігін береді.

1360. 2003—2008 жылдар аралығында Қазақстанда өндірілген жүн (мың тоннамен алынған) сәйкесінше 26,8; 28,5; 30,4; 32,4; 34,2; 35,2-ні құрады. Жүн өндіру медианасын табындар.

Глоссарий

Ашық сәуле	Егер сәуленің басын кескіндейтін нүкте сәулеге тиісті болмаса, онда сәуле <i>ашық сәуле</i> деп аталады. Белгілеуі $(-\infty; x_0)$ немесе $(x_0; +\infty)$.
Ауытқу	Ең үлкен және ең кіші мәндерінің айырымы <i>ауытқу өзгерісі</i> деп аталады.
Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік	$ax < b$, $ax > b$, $ax \leq b$, $ax \geq b$ түріндегі теңсіздіктер (мұндағы x — айнымалы, a және b — қандай да бір сандар) <i>бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер</i> деп аталады.
Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу	$ax = b$ (мұндағы x — айнымалы, a және b — қандай да бір сандар) түріндегі теңдеу <i>бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу</i> деп аталады.
Бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі	Жүйенің әрбір теңсіздігін тура санды теңсіздікке айналдыратын айнымалының мәні <i>бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі</i> деп аталады.
Бірнеше санның арифметикалық ортасы	<i>Бірнеше санның арифметикалық ортасы</i> деп олардың қосындысының мәнін осы сандардың санына бөлгенде шыққан бөліндінің мәнін айтады.
Вектор	<i>AB векторы</i> деп бас нүктесі A нүктесі соңғы нүктесі B нүктесі болатын бағытталған кесіндіні айтады. Жазықтықтың кез келген нүктесін <i>нәлдік вектор</i> деп атайды.
Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу	$ax + by + c = 0$ (мұндағы x, y — айнымалылар; a, b, c — қандай да бір сандар) түріндегі теңдеу x және y <i>екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу</i> деп аталады.
Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі	$ax + by + c = 0$ <i>екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі</i> деп теңдеудегі x және y -тің орнына қойғанда тура санды теңдікті беретін сандар жұбын айтады.
Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешу	<i>Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешу</i> дегеніміз — шешімдер жиынын табу.
Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі	Жүйенің әрбір теңдеуін бір мезетте тура санды теңдікке айналдыратын сандар жұбы <i>екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі</i> деп аталады.
Қатарының ең үлкен мәні	Санның ең үлкенін берілгендер қатарының <i>ең үлкен мәні</i> деп атайды.
Қатарының ең кіші мәні	Санның ең кішісін берілгендер қатарының <i>ең кіші мәні</i> деп атайды.
Қиылысатын түзулер	Бір ғана ортақ нүктесі болатын екі түзу <i>қиылысатын түзулер</i> деп аталады.
Комбинаторикалық есептер	Қандай да бір шектелген жиыннан қандай да бір ережелер бойынша жиын элементтерінің түрлі комбинациялары құрастырылатын және олардың саны анықталатын есептер <i>комбинаторикалық есептер</i> деп аталады.

Координаталық жазықтық	Координаталар жүйесі бар жазықтық <i>координаталық жазықтық</i> деп аталады.
Координаталық шпек	Координаталық осьтер жазықтықты <i>координаталық шпек</i> деп аталатын төрт бөлікке бөледі.
Қозғалыстың орташа жылдамдығы	Барлық жүрілген жолдың ұзындығының осы жүрілген жолға кеткен уақытқа бөліндісінің мәні <i>қозғалыстың орташа жылдамдығы</i> деп аталады.
Мәндес теңдеулер	Түбірлері бірдей болатын немесе түбірлері болмайтын теңдеулер <i>мәндес теңдеулер</i> деп аталады.
Мәндес теңсіздік	Шешімдері бірдей болатын немесе шешімдері болмайтын теңсіздіктер <i>мәндес теңсіздіктер</i> деп аталады.
Медиана	Сандар қатары өсу немесе кему ретімен орналасқан жағдайда және сандар қатары тақ болғанда қатардың ортасындағы санға тең немесе жұп болғанда сандар қатарының ортасында орналасқан екі санның арифметикалық ортасына тең сан <i>медиана</i> деп аталады.
Мода	Берілгендер қатарында ең көп қайталанатын сан немесе шама <i>мода</i> деп аталады.
Нүктенің координаталары	Нүктенің абсиссасы мен ординатасы <i>нүктенің координаталары</i> деп аталады.
Параллель кесінділер	Параллель түзулерде жататын кесінділер <i>параллель кесінділер</i> деп аталады.
Параллель түзулер	Бір жазықтықта жататын және қиылыспайтын екі түзуді <i>параллель түзулер</i> деп атайды.
Перпендикуляр кесінділер	Перпендикуляр түзулерде жататын кесінділер <i>перпендикуляр кесінділер</i> деп аталады.
Перпендикуляр түзулер	Тік бұрыш жасап қиылысатын түзулер <i>перпендикуляр түзулер</i> деп аталады.
Сан аралықтарының бірігуі	Сан аралықтарының ең болмағанда біреуіне тиісті болатын сан аралығын сан аралықтарының <i>бірігуі</i> деп атайды.
Сан аралықтарының қиылысуы	Берілген сан аралықтарының әрқайсысына тиісті болатын сан аралығын сан аралықтарының <i>қиылысуы</i> деп атайды.
Санды кесінді	Координаталық түзуде осы кесіндіге сәйкес сан аралығын <i>санды кесінді</i> деп атайды. Белгілеуі: $[x_1; x_2]$.
Тәуелділікті аналитикалық тәсілмен беру	Шамалар арасындағы тәуелділікті формуламен беру тәсілін тәуелділікті <i>аналитикалық тәсілмен беру</i> деп айтады.
Тура пропорционалдық	$y = kx$ формуласымен берілген тәуелділік y және x шамалар арасындағы <i>тура пропорционалдық</i> деп аталады. ($k \neq 0$, тұрақты шама). k санын <i>тура пропорционалдіқтың коэффициенті</i> деп атайды.
Шамалар арасындағы тәуелділіктің графигі	Шамалар арасындағы тәуелділіктің <i>графигі</i> деп абсиссалары x тәуелсіз айнымалысының мәндеріне тең, ординаталары y тәуелді айнымалысының мәндеріне сәйкес болатын координаталық жазықтықтағы нүктелер жиынын айтады.
Центрлік симметриялы нүктелер	O нүктесі AB кесіндісінің ортасы болса, A және B нүктелері O нүктесіне карағанда <i>центрлік симметриялы</i> деп аталады.

Жауаптары

IV тарау. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу

804. 1) $1\frac{2}{7}$; 2) $1\frac{4}{15}$; 3) $-0,09$; 4) $3,75$; 5) $\frac{2}{3}$; 6) 3 ; 7) $-\frac{1}{4}$; 8) $2\frac{2}{7}$. 806. 1) $7,65$.
807. 1) 4000 ; 2) 65 см; 3) 200 -ден астам. 809. -4 ; 5 ; 7 . 822. 3) 3 . 828. 1) Барлық сандар. 837. 1) Б.з.д. 2 мың жыл; 2) б.з.д. IV ғасырдың ортасы. 839. 1) $-13,5$; 2) 19 ; 3) $19,06$; 4) $-1\frac{5}{14}$. 843. 1) 18 ; 2) -15 ; 3) $0,8$; 4) -40 ; 5) -17 ; 6) 16 . 844. 1) 55 ; 2) $11\frac{1}{3}$; 3) -164 ; 4) $-1,3$. 845. 1) $0,2$; 2) -4 ; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $-8\frac{3}{4}$. 846. 1) $0,625$; 2) 205 ; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $-7,5$. 847. 1) -2 ; 2) $-\frac{2}{3}$; 3) $-2\frac{1}{7}$. 848. 1) $-\frac{17}{32}$; 2) $4\frac{26}{31}$. 849. 1) 1976 ж.; 2) 75 мың га; 3) $3,8$ мың га. 850. 1) -11°C ; 2) -24°C ; 3) -50°C . 851. 1) 7 жыл; 2) 12 жыл; 3) 15 жыл. 854. 1) $8,7$. 856. 1) 1958 ж.; 2) $258,9$ мың га; 3) 331 өсімдік түрі; 4) 37 сүтқоректілер түрі; 5) 294 құстар түрі; 6) 10 балықтар түрі. 867. 1) $-1,1$; $1,1$; 2) -27 ; 27 ; 3) -84 ; 84 ; 4) $-8,05$; $8,05$; 5) $28\frac{17}{30}$; $-28\frac{17}{30}$; 6) $1\frac{53}{90}$; $-1\frac{53}{90}$.
868. 1) $\{-0,1; 0,1\}$; 2) $\{-150; 150\}$; 3) $\{-1,1; 1,1\}$; 4) $\{-\frac{3}{26}; \frac{3}{26}\}$; 5) $\{-\frac{2}{15}; \frac{2}{15}\}$; 6) $\{-1\frac{3}{7}; 1\frac{3}{7}\}$.
869. 1) $\{-5; 5\}$; 2) $\{-16,5; 16,5\}$; 3) $\{-5\frac{2}{3}; 5\frac{2}{3}\}$; 4) $\{-\frac{21}{64}; \frac{21}{64}\}$. 870. 1) $\{-20; 20\}$; 2) $\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\}$; 3) $\{-1,75; 1,75\}$; 4) $\{-0,26; 0,26\}$. 873. $-5\frac{1}{6}$. 874. 1) 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 .
883. 32 дәптер. 885. 12 балапан. 887. $3,8$ м; $4,8$ м. 888. 1) 32 жаста. 889. 1) 14 саны. 890. 96 турист. 891. $2,4$ км; $3,2$ км. 892. 40 км/сағ. 893. $4,2$ т; $3,6$ т. 895. 375 л; 350 л. 896. 30 кітап. 897. 60 км/сағ. 898. 18 ; 36 ; 40 . 899. 12 жас. 900. 7 жас. 901. 7 үшбұрыш. 8 төртбұрыш. 902. 47 кг; 75 кг. 903. 30 км; 90 км. 904. $26,4$ км; $105,6$ км. 908. 90° ; 18° .

V тарау. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер және олардың жүйесі

926. 1) 510 км; 2) 8900 тг. 927. 1) $5\frac{2}{3}$; 2) 35 . 942. 1) 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 2) -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3) -21 ; -20 ; -19 ; -18 ; 4) 13 ; 5) -7 ; -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; 6) 0 ; 1 ; 2 ; 3 .
946. 1) $[0; 3]$ және $[1; 3]$; 2) $[2; 4]$ және $[4; 5]$. 947. 1) 12 ; 2) 11 . 948. 1 сағ 20 мин.
949. $5,6$ см, $2,8$ см, $4,1$ см. 953. 1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $(-\infty; 2)$; 3) $[-\frac{2}{3}; 10]$; 4) $(0; +\infty)$.
954. 1) $(-\infty; 10)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $[2,4; 11]$; 4) $[-1,8; 14]$. 955. 1) $(-5; 0)$; 2) $[-3; 5]$; 3) $[4; 4\frac{2}{3}]$; 4) $[-8; 0]$. 963. 1) 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 2) 1 ; 2 ; 3 ; 3) 4 ; 5 ; 6 ; 4) \emptyset . 970. $8,4\%$.
981. 1) -15 ; 2) 8 ; 3) $0,5$; 4) -1 . 982. 1) -2 ; 2) -8 . 983. $37,5$ км. 990. 1) $(-\infty; -5)$; 2) $[3; +\infty)$;

- 3) $\left(-\frac{1}{7}; +\infty\right)$; 4) $(-\infty; -6,1]$; 5) $(-\infty; -7,5]$; 6) $(-\infty; 56)$. **993.** 1) $(-\infty; 90)$; 2) $[-7; +\infty)$;
 3) $\left(-2\frac{1}{3}; +\infty\right)$; 4) $\left(-\infty; \frac{11}{48}\right]$. **1002.** 1) 4%—5%; 2) 20%—35%. **1004.** 1) $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$; 2) $(-\infty; 2)$;
 3) $\left(-\infty; -\frac{8}{15}\right)$. **1006.** $[0,6; +\infty)$. **1007.** $(-\infty; +\infty)$. **1009.** 1) 24; 2) -1; 3) 28; 4) 31.
1013. 1) $(-\infty; 0,5)$; 2) $(-\infty; 2)$. **1026.** 1) \emptyset ; 2) $[-2; 0)$; 3) $[7; 10]$; 4) $(-9; -1]$. **1027.** 1) \emptyset ;
 2) $(-4; -2,7)$; 3) $[-15; 15,2]$. **1028.** 1) $(-6; 3]$; 2) $(-4; 5)$; 3) $(-\infty; -1]$. **1029.** 1) $(-\infty; 1)$;
 2) $(-\infty; 5]$; 3) $(-\infty; -3]$. **1030.** 1) $(-\infty; -2]$; 2) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$; 3) $(-6; 0,75]$. **1031.** 1) $(-\infty; -2)$;
 2) $(-3; +\infty)$. **1032.** 1) $[-4; -2]$; 2) $(-5; -1]$. **1034.** 1) \emptyset ; 2) $(2,1; 3,5]$. **1035.** 1) 3; 4) 2) -2;
 -1; 0; 1; 2; 3) -2; -1; 0. **1036.** 1) 2; 3; 4; 2) 1; 2; 3. **1037.** 15. **1038.** 1) 870—950 жж.;
 2) 1499—1551 жж.; 3) 1818—1889 жж.; 4) 1841—1889 жж.; 5) 1905—1981 жж.
1039. 1) $[1,5; 7)$; 2) $[-4; 7]$. **1041.2.** 1) 12; 2) 18. **1050.** 1) $|x| > 15$. **1052.** 1) $-4 < x + 3 < 4$;
 2) $-2 \leq x - 1 \leq 2$; 3) $-8 < 5 + x < 8$; 4) $-\frac{2}{3} \leq 6 - x \leq \frac{2}{3}$. **1053.** 3) $|6 - 5x| < 19\frac{2}{7}$;
 4) $|10,2 - 2,1x| < 24,7$. **1055.** 1) — 2) болады. **1056.** 1) Болады; 2) болады.
1058. 1) $[-3,9; 10)$. **1063.** 5) $(-\infty; -6,7) \cup (3,3; +\infty)$; 6) $[-10,8; 1,2]$. **1064.** 5) $(-\infty; -1) \cup$
 $\cup (21; +\infty)$; 6) $(-2; 32)$. **1068.** 1) $(5; 6]$; 2) $(-4; 7]$; 3) $(-\infty; -1,5) \cup (1,5; 2]$; 4) $(-\infty; -3]$.
1073. 1) 1; 3) 1; 2. **1074.** 1) 0; -1; 2) 1; -2; 3) 14; -3. **1076.** 1) $(5; 9]$; 2) $(-\infty; -3)$;
 3) $(-0,5; 0,5)$; 4) $[-1,7; 1,7]$; 5) $\left[-13; -\frac{1}{15}\right] \cup \left[\frac{1}{15}; +\infty\right)$; 6) $(-30; -6,1) \cup (6,1; +\infty)$.
1077. 1) 1; 2; 3; 4; 2) 1; 2; 3; 4; 3) 5; 6; 7; 4) 1; 2; 3; 4; 5. **1078.** 1) $(-21; -11] \cup$
 $\cup [11; 32]$; 2) $\left(-1,5; \frac{1}{51}\right]$. **1079.** 1) 3; 2) -18; 3) -5.

VI тарау. Координаталық жазықтық

- 1092.** $20^\circ; 15^\circ$. **1093.** 31%; 5-6 есе. **1094.** 1200 т, 400 т. **1103.** 180° . **1104.** 1) 489;
 2) 104. **1105.** 4 кәмпшіт, 8 кәмпшіт, 8 кәмпшіт. **1125.** 14 бірл.; 12,25 кв. бірл.
1131. 4 бет, 9 бет, 5 бет. **1145.** 12 алмұрт, 12 алмұрт, 26 алмұрт. **1146.** 28%—30%.

X тарау. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер және олардың жүйелері

- 1225.** 1) $(1; -5)$; $(0; -12)$; 2) $(1,25; 2)$; $(2,75; 0)$. **1229.** 1) 1; 2) -1,5. **1231.** 125.
1232. 98. **1233.** 1) $S \leq 2950 \text{ см}^2$; 2) $S \geq 35,7 \text{ см}^2$. **1240.** 1) $\{(2; 8); (8; 2)\}$; 2) $\{(-3; -8); (8; 3)\}$. **1246.** $-1,6a + 3,8b$. **1247.** 1) $(11; 3)$; 2) $(15; 8)$; 3) $(23; 9)$; 4) $(19; 10)$; 5) $(3; 5)$;
 6) $(2; 1)$. **1248.** 180° ; 120 см. **1249.** 250 күс түрі; 700 өсімдік түрі. **1250.** 1) $(1; 1)$;
 2) $(-1; -1)$. **1253.** 1) $(1; 1)$; 2) $(3; 0)$. **1255.** 1) $(2; 2)$; 2) $(4; 4)$. **1256.** 1) $(1; 7)$; 2) $(-1; 4)$.

1257. 1) (-4; -3); 2) (-3; -3). 1258. 1) (-3; 4); 2) (-1; -2). 1259. 1) (1; -1); 2) (-1; -1).
 1260. 1) (1; 0); 2) (2; 1). 1261. 1) $\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$; 2) (5; 1,2). 1262. 1) (2; -0,5); 2) (-1; 2).
 1263. 1) (-1; 1); 2) (2; 2). 1264. 1) 3; 2) -13. 1265. 1) (-0,5; 4); 2) (-6; 2,5); 3) (2; -2).
 1270. 1) $y = 10 - x$; 2) $y = x - 12,5$; 3) $y = 17 - 3x$; 4) $y = -0,25x - 1,25$; 5) $y = \frac{1}{7} - \frac{5}{7}x$;
 6) $y = 0,55x - 9,5$. 1271. 1) $x = 21,5 - y$. 1273. 1) (-5; 2); 2) (3; -2); 3) (-1; 1).
 1274. 1) (0,7; -0,2); 2) (-10; 3,1); 3) (-0,8; 1,7). 1294. 1) 9 және 3; 2) 40 және 15;
 5) 7,92 және 2,08. 1306. 1) 356,2 және 259,2; 2) 391 және 307,4.

Қайталауға арналған жаттығулар

1315. 1) $-1\frac{19}{28}$; 2) $-1\frac{1}{9}$; 3) $-3\frac{23}{36}$. 1316. 1) $-3\frac{11}{15}$; 2) $-7\frac{11}{30}$; 3) -48,24; 4) -16,8.
 1317. 1) $22\frac{9}{20}$; 2) -8,45; 3) 8,35; 4) $22\frac{1}{3}$. 1319. 1) $-127\frac{2}{5}$; 2) $20\frac{1}{4}$; 3) $2\frac{1}{3}$; 4) -4;
 5) -35,4; 6) -2,1; 7) $-\frac{12}{25}$; 8) $\frac{1}{4000}$. 1328. 1) 3,6; 2) -3; 3) -4,5. 1329. 1) 0,5; 2) $\frac{2}{3}$;
 3) $\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{1}{6}$. 1340. 1) 15 г; 2) 119 г; 3) 136 мм. 1341. 1) (22; 11); 2) (50; 11);
 3) (7; 10); 4) (5; 1). 1346. 1) 14; 2) -8; 3) -2; 4) -42. 1347. 1) 6; 2) 12; 3) -7;
 4) 1. 1348. 1) -23; 2) 24. 1349. 1) -4; 2) 21; 3) 7; 4) 19. 1350. 1) $V \leq 27 \text{ см}^3$;
 2) $V \geq 64 \text{ см}^3$; 3) $125 \text{ см}^3 \leq V \leq 216 \text{ см}^3$. 1352. 1) 1961 жылға дейін;
 2) 1961—1992 жж.; 3) 1992—1997 жж. 1353. 1) $[9; +\infty)$; 2) $(-\infty; -6,5)$.
 1354. 1) $[1; 7]$; 2) $[-6; -1]$. 1356. 1) -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2) 0; 1; 2. 1357. 1) 6;
 2) -6.

МАЗМҰНЫ

4-тарау . БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУ

§ 27.	Санды теңдіктер және олардың қасиеттері	4
§ 28.	Теңдеуді шешу	9
§ 29.	Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу	15
§ 30.	Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу	23
§ 31.	Теңдеудің көмегімен мәтінді есептерді шығару	27

5-тарау . БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕСІ

§ 32.	Санды теңсіздіктер және олардың қасиеттері	34
§ 33.	Сан аралықтары	42
§ 34.	Сан аралықтарының бірігуі мен қиылысуы	50
§ 35.	Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік	55
§ 36.	Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу	59
§ 37.	Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешу	65
§ 38.	Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер	72
§ 39.	Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу	78

6-тарау . КООРДИНАТАЛЫҚ ЖАЗЫҚТЫҚ

§ 40.	Жазықтық. Перпендикуляр түзулер мен кесінділер	84
§ 41.	Параллель түзулер және кесінділер	89
§ 42.	Координаталық жазықтық. Тікбұрышты координаталар жүйесі	92
§ 43.	Центрлік және осьтік симметрия	99

7-тарау . КЕҢІСТІКТЕГІ ФИГУРАЛАР

§ 44.	Фигуралардың кеңістікте орналасуы. Кеңістікте фигураларды кескіндеу	106
§ 45.	Вектор ұғымы	109

8-тарау . СТАТИСТИКА. КОМБИНАТОРИКА

§ 46.	Статистикалық мәліметтер және олардың сипаттамалары	112
§ 47.	Қозғалыстың орташа жылдамдығын табуға есептер шығару. Комбинаторикалық есептерді шығару	118

9-тарау . ШАМАЛАР АРАСЫНДАҒЫ ТӘУЕЛДІЛІКТЕР

§ 48.	Шамалар арасындағы тәуелділіктерді беру тәсілдері	124
§ 49.	Нақты процестердің графиктерін қолданып шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу	131
§ 50.	Тура пропорционалдық және оның графигі	136

10- тарау . ЕКІ АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІ

§ 51.	Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу	144
§ 52.	Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі	149
§ 53.	Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешу	152
§ 54.	Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу	158
§ 55.	Мәтінді есептерді теңдеулер жүйесі арқылы шешу	163
	6-сынып математика курсына қайталауға арналған жаттығулар	168
	Глоссарий	177
	Жауаптары	179



Учебное издание

**Абылкасымова Алма Есимбековна
Кучер Татьяна Павловна
Жумагулова Зауре Абдыкеновна**

МАТЕМАТИКА

Часть 2

**Учебник для 6 классов общеобразовательных школ
(на казахском языке)**

Редакторы *Ж. Әміржанова*
Көркемдеуші редакторы *Ә. Сланова*
Техникалық редакторы *И. Тарапунец*
Корректоры *Г. Тұрмағанбетова*
Компьютерде беттеген *Д. Шарипова*

Баспаға Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің
№ 0000001 мемлекеттік лицензиясы 2003 жылы 7 шілдеде берілген

ИБ № 5704

Басуға 11.06.18 қол қойылды. Пішімі 70·100^{1/16}. Офсеттік қағаз. Қаріп түрі
“SchoolBook Kza”. Офсеттік басылыс. Шартты баспа табағы 14,84+0,32 қосарбет.
Шартты бояулы беттаңбасы 30,97. Есептік баспа табағы 7,10+0,54 қосарбет.
Таралымы 75 000 дана. Тапсырыс №

“Мектеп” баспасы, 050009, Алматы қаласы, Абай даңғылы, 143-үй

Факс.: 8(727) 394-37-58, 394-42-30

Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34

E-mail: mektep@mail.ru

Web-site: www.mektep.kz

