

А. Е. Абылкасымова, Т. П. Кучер, З. А. Жумагулова

МАТЕМАТИКА

Часть 1

Учебник для 6 класса
общеобразовательных школ

6









*Утверждено Министерством образования и
науки Республики Казахстан*



Алматы "Мектеп" 2018

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72
А17

Условные обозначения:

-  — правила, свойства, признаки
-  — предложение, раскрывающее содержание понятия или смысл термина
-  — вопросы для самоконтроля
-  — задания для самостоятельной работы
-  — какими новыми знаниями овладеете
-  — упражнения, обязательные для выполнения
-  — упражнения средней сложности
-  — упражнения повышенной сложности и исследовательского характера
- П** — упражнения для повторения

Абылкасымова А. Е. и др.

А17 Математика. Учебник для 6 кл. общеобразоват. шк.: в 2 частях/
А. Е. Абылкасымова, Т. П. Кучер, З. А. Жумагулова. — Часть 1. — Алма-
ты: Мектеп, 2018. — 184 с.: ил.

ISBN 978—601—07—0983—6

А $\frac{4306020500—038}{404(05)—18}$ 13(1)—18

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72

ISBN 978—601—07—0983—6 (ч.1)
ISBN 978—601—07—0984—3

© Абылкасымова А. Е., Кучер Т. П.,
Жумагулова З. А., 2018
© Издательство "Мектеп",
художественное оформление, 2018
Все права защищены
Имущественные права на издание
принадлежат издательству "Мектеп"

Введение

Дорогие ребята!

Вы продолжаете изучать одну из самых важных и интересных наук — математику.

Изучая математику, вы научитесь вычислять, думать, рассуждать, находить решения различных задач. Учебник математики поможет вам в этом.

С помощью учебника для 6 класса вы закрепите навыки работы с натуральными числами, нулем, обыкновенными и десятичными дробями, процентами, формулами.

Вы узнаете об *отношениях и пропорциях, прямой и обратной пропорциональности*, которые помогут вам при решении задач, построении диаграмм и нахождении процентов от числа и числа по его процентам. Узнаете о масштабе и новых числах рациональных — *положительных и отрицательных*, научитесь выполнять арифметические действия с ними. Будете использовать новые термины: *переменная, тождество*. Изучите новый способ решения уравнений. Ознакомьтесь с зависимостями между величинами. Изучите способы задания зависимостей. Научитесь исследовать зависимости, решать *линейные неравенства с одной переменной, системы линейных неравенств с одной переменной и системы линейных уравнений с двумя переменными*. Продолжите изучение геометрических фигур. Ознакомьтесь с *шаром и сферой, плоскостью, параллельными и перпендикулярными отрезками, координатной плоскостью*. Научитесь вычислять *длину окружности и площадь круга*. Изучите *осевую и центральную симметрии*.

Продолжите ознакомление со статистическими характеристиками: *средним арифметическим, модой, медианой и размахом*. Научитесь решать комбинаторные задачи методом перебора.

Весь материал учебника состоит из десяти глав. Каждая глава разделена на параграфы, которые обозначены символом § (читается: параграф). Перед первой главой помещены упражнения для повторения курса 5 класса, после десятой главы — упражнения для повторения курса 6 класса.

В начале работы с учебником внимательно ознакомьтесь с условными обозначениями, которые в нем используются. Это поможет вам легче ориентироваться.

В учебнике вы найдете много интересного и полезного. Освоение материала учебника потребует от вас внимательности, упорства, терпения.

Желаем вам успехов в овладении тайнами математики!

Упражнения для повторения курса математики 5 класса

1. Вычислите:

1) $619 \cdot 17 + 237$;

2) $738 \cdot 54 - 28\ 852$;

3) $31\ 852 - 543 \cdot 49$;

4) $24\ 948 : 28 + 119$;

5) $60\ 180 : 68 : 15$;

6) $69\ 768 : 57 : 18$.

2. Выполните действия:

1) $67\ 812 - (489 \cdot 105 + 7445)$;

2) $(94\ 554 : 927 + 884) - 109$;

3) $39\ 405 : 555 + 301 \cdot 203$;

4) $346\ 252 : 428 - 18\ 231 : 309$.

3. На рисунке вы видите Национальный музей Республики Казахстан — крупнейший музей в Центральной Азии, который находится в городе Астане.



Национальный музей РК.
г. Астана

1) Вы узнаете, в каком году был открыт Национальный музей, если найдете значение выражения $(895 \cdot 409 - 188\ 823) : 88$.

2) Определите, сколько квадратных метров имеет площадь музейного комплекса, если она в 74 раза больше числа 1000.

3) Вы узнаете количество залов музея, если вычислите значение выражения $(706 \cdot 273 - 17\ 497) : 179 : 89$.

4) В экспозиции залов используются современные выставочные технологии — уникальные изогнутые экраны со специальным видеоконтентом. Найдите количество экранов, из которых состоит медиапол, если это число в 400 раз меньше числа 320 000.

4. Найдите числа a , b , c , если:

1) $a = 8,6 + 0,064 \cdot 125 : 20$, a — такое место в мире занимает Казахстан по размеру территории;

2) $b = 89,89 : 101 + 45,75 : 25$, b млн. км² — такова площадь, которую занимает территория Казахстана;

3) $c = (500,5 : 500 + 78,999) : \frac{2}{3} \cdot 25$, c км — такова протяженность Казахстана с запада на восток.

5. Запишите арабскими цифрами числа, которые указаны римскими цифрами:

1) Стадион “Астана Арена” был открыт III июля MMIX г.

2) Столичный стадион — шестой в мире — сдвигающейся крышей, которая полностью открывается и закрывается за XX минут.

3) Размер поля CV × LXVIII м.

Высота “травы” последнего поколения — XL мм. В зимнее время температура воздуха внутри стадиона составляет X градусов.

4) На футбольном стадионе “Астана Арена” XXX января MMXI г. прошло открытие VII Зимних Азиатских игр.



Стадион “Астана Арена”

6. Вычислите рациональным способом :

1) $35,49 \cdot 1,42 + 35,49 \cdot 8,58$; 2) $2,753 \cdot 65,1 - 65,1 \cdot 2,247$;

3) $0,995 \cdot 7,28 - 0,09 \cdot 7,28$; 4) $49,49 \cdot 5,24 + 5,24 \cdot 6,51$.

7. Найдите значение выражения:

1) $9,4 \cdot a - b : 8,08$ при $a = 8,25$ и $b = 614,08$;

2) $6,05 \cdot c + 23,7 : d$ при $c = 0,36$ и $d = 9,48$;

3) $285,6 : m - n : 7,9$ при $m = 67,2$ и $n = 32,785$;

4) $2,8 \cdot k + 11,4 \cdot t$ при $k = 3,9$ и $t = 5,7$.

8. Переведите в десятичную дробь обыкновенную дробь:

1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{20}; \frac{1}{25}; \frac{1}{40}; \frac{1}{50}$; 2) $\frac{3}{8}; \frac{5}{8}; \frac{7}{8}$; 3) $\frac{2}{25}; \frac{3}{25}; \frac{4}{25}; \frac{8}{25}$.

9. Вычислите :

1) $\frac{3}{20} + \frac{2}{15}$; 2) $\frac{17}{32} - \frac{5}{12}$; 3) $\frac{11}{28} + \frac{9}{14}$; 4) $\frac{35}{36} - \frac{41}{45}$;

5) $3\frac{21}{25} + 1\frac{2}{5}$; 6) $4\frac{13}{16} - 2\frac{3}{8}$; 7) $5\frac{5}{6} - \frac{31}{48}$; 8) $6\frac{4}{7} - 2\frac{37}{77}$.

Найдите значения суммы и разности чисел (10—11):

10. 1) 48,93 и 41,83; 2) 568,19 и 2,81;
3) 100,99 и 99,01; 4) 40,007 и 39,07.

11. 1) $7\frac{11}{12}$ и $4\frac{9}{16}$; 2) $25\frac{13}{42}$ и $19\frac{9}{14}$;

3) $5\frac{7}{30}$ и $3\frac{11}{18}$; 4) $49\frac{3}{20}$ и $38\frac{1}{12}$.

12. В городе Туркестане, который является одним из древнейших городов на Великом Шелковом пути, находится Мавзолей Ахмеда Ясави. Вы узнаете об этом удивительном комплексе, если найдете значение суммы:



Мавзолей Ахмеда Ясави

- 1) $39 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2$ — столько метров имеет диаметр главного купола снаружи;
- 2) $3^2 + (0,6)^2 + (0,8)^2 + 8$ — примерно столько метров составляет диаметр кирпичного купола внутри;
- 3) $29,4375 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$ — столько различных комнат и залов находится в этом комплексе ;
- 4) $23\frac{5}{9} + \left(3\frac{2}{3}\right)^2$ — примерно столько метров высота центрального зала;
- 5) $7^2 + (0,3)^2 + (0,4)^2 + 10\frac{3}{4}$ — столько ведер воды вмещает бронзовый казан, который находится в центральном зале;
- 6) нуля и наименьшего простого числа — столько тонн составляет масса казана.

13. Выполняя задания, вы узнаете об истории Всемирной выставки ЭКСПО:

- 1) $450\ 000 : 90 - 3149$ — в этом году в Лондоне была открыта Первая Всемирная выставка;
- 2) $(89 \cdot 101 + 1011) : 20 + 1355$ — с этого года появилась новая форма организации выставочного пространства — выставочные площадки;
- 3) $5 : 0,001 - 555 \cdot 9$ — через столько лет проводятся всемирные выставки.

В промежутках между всемирными выставками проводятся специализированные выставки, одной из которых является выставка ЭКСПО-2017.

Сравните значения выражений (14—15) :

14. 1) $8,39 + 17,51$ и $30 - 4,1$;
 2) $81,27 - 35,2$ и $24,9 + 21,18$;
 3) $100 - 81,25$ и $13,34 + 6,4$;
 4) $202,09 - 183,82$ и $300,233 - 281,963$.

15. 1) $8\frac{3}{16} + 1,3125$ и $10\frac{7}{20} - 0,95$;

2) $20,9 - 13\frac{7}{10}$ и $6\frac{8}{25} + 1,28$.

16. Вычислите:

1) $\frac{25}{49} \cdot \frac{21}{50}$;

2) $\frac{45}{64} : \frac{81}{96}$;

3) $\frac{121}{140} \cdot \frac{350}{363}$;

4) $\frac{39}{203} : \frac{78}{145}$;

5) $22\frac{6}{7} \cdot 2\frac{11}{40}$;

6) $42\frac{2}{3} : 4\frac{20}{27}$.

17. На рисунке вы видите парк имени 28 гвардейцев-панфиловцев, расположенный в городе Алматы.

1) Вычислите, сколько гектаров занимает этот парк, если известно, что число гектаров кратно 2 и 9 и меньше 30.

2) Вы узнаете, в каком году был сооружен мемориал Славы и зажжен Вечный огонь, если найдете значение выражения: $19\frac{3}{4} \cdot 10^2$.

3) К какой дате, посвященной юбилею Победы, открыт этот мемориал?



Парк им. 28 гвардейцев-панфиловцев

18. Сравните значения выражений :

1) $\frac{2}{43} \cdot 10\frac{3}{4}$ и $5\frac{1}{7} : 2\frac{4}{7}$;

2) $9\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{19}$ и $3\frac{1}{6} : 6\frac{1}{3}$;

3) $5\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{34}$ и $11\frac{1}{2} : 8\frac{5}{8}$;

4) $\frac{8}{15} \cdot \frac{20}{24}$ и $1\frac{8}{27} : 1\frac{2}{3}$.

Выполните действия (19—20) :

19. 1) $\frac{2}{47} \cdot 9,4 + 5,6$;

2) $2,1 - 6,2 \cdot \frac{3}{31}$;

3) $5,8 : 9\frac{2}{3} + 8,04$.

20. 1) $40 + 6\frac{1}{9} : 2\frac{1}{27} - 23\frac{10}{11}$;

2) $53,5 - 14\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{17} + 8\frac{2}{3}$.

21. Вы узнаете дату события, связанного с историей нашей республики, если найдете значение выражения:

1) $19,91 \cdot 100$ — в этом году 16 декабря был принят закон Республики Казахстан о независимости (День независимости);

- 2) $19,92 \cdot 2^2 \cdot 5^2$ — в этом году были утверждены Государственный флаг и Государственный герб Республики Казахстан;
- 3) $4 \cdot 19 \cdot 25 + 5^2 \cdot 31 \cdot 4 \cdot 0,03$ — в этом году была принята первая Конституция Республики Казахстан;
- 4) $19 \frac{19}{20} \cdot 4 \cdot 5^2$ — в этом году 30 августа была принята действующая Конституция Республики Казахстан.
22. Найдите значение суммы чисел 2,499; 1,028; 25,0009; 300,4; 47,4663. Полученное значение суммы округлите до: 1) единиц; 2) десятых; 3) сотых; 4) тысячных.
23. Найдите значение разности чисел: 1) 808,35 и 99,169; 2) 22,1 и 0,083; 3) 5,05 и 1,207; 4) 33,402 и 19,1. Полученное число округлите до десятков, десятых, сотых.
24. Найдите значение произведения чисел: 1) 2,35 и 9,05; 2) 0,47 и 2,104; 3) 20,3 и 0,771; 4) 7,06 и 0,24. Полученное число округлите до единиц, сотых, тысячных.
25. Найдите значение частного чисел: 1) 23 и 8; 2) 41 и 16; 3) 103 и 25; 4) 277 и 32. Полученное число округлите до единиц, десятков, десятых, сотых.
26. Найдите значение выражения при $a = 5,4$ и $b = \frac{7}{36}$:
- 1) $100a + 0,9b$; 2) $a : \frac{20}{27} - 0,72b$;
- 3) $\frac{8}{9}a - b : \frac{35}{144}$; 4) $3,2 : a - \frac{81}{84}b$.
27. Найдите значение выражения $450c + \frac{5}{24} : d$ при:
- 1) $c = 1,6$ и $d = \frac{25}{27}$; 2) $c = \frac{1}{90}$ и $d = \frac{2}{3}$;
- 3) $c = 0,09$ и $d = \frac{5}{36}$; 4) $c = \frac{7}{225}$ и $d = \frac{50}{57}$.
28. Найдите периметр и площадь прямоугольника, если его длина и ширина равны:
- 1) 0,6 дм и 0,5 дм; 2) 4,4 см и 1,5 см;
- 3) $\frac{4}{7}$ дм и $\frac{2}{14}$ дм; 4) $\frac{8}{15}$ см и 1,2 см.
29. Найдите периметр и площадь квадрата, если длина его стороны равна: 1) 6,5 см; 2) 1,8 см; 3) $\frac{25}{28}$ дм; 4) $5\frac{3}{4}$ см.
30. Площадь прямоугольника равна 15 см^2 , длина его равна:
- 1) 0,3 дм; 2) 1,2 см; 3) $\frac{5}{12}$ дм; 4) $3\frac{1}{3}$ см.
- Найдите ширину прямоугольника.

31. Вычислите объем куба, если длина его стороны равна:
 1) 0,2 м; 2) $\frac{3}{4}$ см; 3) 1,1 см; 4) $1\frac{2}{5}$ см.
32. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:
 1) 5,5 см, 2,6 см и 3,4 см; 2) $\frac{10}{21}$ дм, $\frac{7}{25}$ дм и $\frac{9}{16}$ дм.
33. Длина стороны квадрата 23 см. 1) Найдите периметр квадрата.
 2) Найдите площадь второго квадрата, если его периметр на 0,8 дм больше, чем периметр данного квадрата.
34. Вы узнаете о численной характеристике животного мира нашей страны, выполнив вычисления:
 1) $43\frac{2}{3} : 26,2 + (846 - 10\frac{2}{3})$ — столько видов позвоночных обитает в нашей стране. Среди них:
 2) $(56,03 \cdot 4,6 - 256,848) : 0,005$ видов млекопитающих.
 3) Съедобным грибом в северной области нашей республики является белый гриб, или боровик. Вы узнаете о калорийности и питательности бульона из сухих грибов, вычислив значение выражения $(17,6 : 4\frac{5}{7} + 2\frac{1}{3}) \cdot 1\frac{2}{13}$, т. е. во сколько раз калорийность и питательность бульона из сухих грибов выше мясного.
 Найдите решения уравнений (35—36):
35. 1) $x + 8,34 = 10$; 2) $9,26 + x = 13,1$; 3) $x + 27\frac{8}{9} = 52$;
 4) $6,2 + \frac{2}{35}x = 11$; 5) $x + 71\frac{6}{13} = 72$; 6) $40\frac{5}{12} + x = 61\frac{4}{15}$;
 7) $x - 19,5 = 2,85$; 8) $40,02 - x = 37,7$;
 9) $x - 31\frac{4}{21} = 13\frac{9}{28}$; 10) $81\frac{5}{6} - x = 79\frac{3}{4}$.
36. 1) $7,5x = 35,88$; 2) $1,25x = 40$; 3) $7\frac{2}{3}x = \frac{9}{46}$;
 4) $3\frac{2}{11}x = 35$; 5) $4\frac{1}{9}x = 72$; 6) $8\frac{5}{13}x = 4\frac{5}{26}$;
 7) $x : 3,05 = 9,4$; 8) $315,9 : x = 7,02$; 9) $x : 10\frac{2}{3} = 14\frac{2}{23}$;
 10) $27\frac{7}{12} : x = 3,31$; 11) $x : 12\frac{4}{13} = \frac{39}{160}$; 12) $2,64 : x = 37\frac{5}{7}$.

37. Самой большой толщины вечная мерзлота достигает в Сибири. Вы узнаете ее толщину, решив уравнение $0,01x - 10 = 0$. Здесь x м — толщина вечной мерзлоты в Сибири.
38. Вечная мерзлота занимает около 15% поверхности Земли, и ее участки встречаются в Китае, Канаде, на Аляске и в Сибири. Сколько миллионов квадратных километров составляет вечная мерзлота, если площадь поверхности Земного шара равна 510,2 млн. км²?
39. Найдите:
- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 1) 35% от 200; | 2) 40% от 125; | 3) 200% от 88; |
| 4) 80% от 97; | 5) 95% от 132; | 6) 250% от 46. |
40. Найдите число, если от этого числа:
- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) 25% равны 30; | 2) 60% равны 120; |
| 3) 74% равны 100; | 4) 150% равны 3; |
| 5) 200% равны 404; | 6) 500% равны 500. |
41. Вы узнаете о космодромах, если найдете:
- 1) $\frac{1}{19}$ часть от 323 — столько космодромов действует в мире;
 - 2) число, 3% которого равны 35,67 — столько пусков ракетносителей произведено за период с 1957 по 2001 г. с космодрома Байконур, который находится на территории нашей страны;
 - 3) число, 60% которого равны 742,2 — столько космических аппаратов выведено на орбиту с Байконура;
 - 4) $\frac{1}{30}$ часть от 900 — столько процентов от общего количества пусков ракетносителей произведено в 2000—2001 гг. с космодрома Байконур.
42. 1) Длина одной стороны прямоугольника равна 17,9 см, а длина второй стороны на 6,3 см меньше, чем длина первой стороны. Найдите периметр прямоугольника.
- 2) Ширина прямоугольника равна 3,7 см, а длина — на 8,4 см больше, чем ширина. Найдите периметр прямоугольника.
- 3) Длина одной стороны прямоугольника равна 3,2 см, а периметр — 33,2 см. Найдите длину второй стороны прямоугольника.



Космодром Байконур

43. Используя формулу для нахождения длины пути $s = v \cdot t$, найдите:
- 1) длину пройденного пути s , если $v = 50$ км/ч; $t = 3$ ч 15 мин;
 - 2) скорость движения v , если $s = 180$ км; $t = 2$ ч 30 мин;
 - 3) затраченное время t , если $s = 100$ км; $v = 60$ км/ч.
44. Используя формулу для нахождения стоимости товара $C = K \cdot Ц$ (где C — стоимость, K — количество, $Ц$ — цена), найдите:
- 1) стоимость C , если $K = 20$ шт., $Ц = 40$ тг/шт.;
 - 2) количество K , если $C = 500$ тг, $Ц = 25$ тг/шт.;
 - 3) цену $Ц$, если $C = 4230$ тг, $K = 6$ шт.
45. 1) Периметр треугольника равен 1,8 дм, длины двух его сторон равны по 0,5 дм. Найдите длину третьей стороны треугольника.
2) Периметр треугольника — 3,4 дм, длина одной стороны — 1,4 дм, длины двух других сторон равны. Найдите длины равных сторон треугольника.
46. 1) Длина прямоугольника равна 12 см, ширина составляет $\frac{2}{3}$ от длины. Найдите периметр прямоугольника.
2) Длина прямоугольника равна 8 см, ширина составляет 40% от длины. Найдите периметр прямоугольника.
47. Для приготовления творожно-тыквенной запеканки с шоколадом потребуется: на x г очищенной тыквы — столько же творога, сахара, сливочного масла; темного шоколада — 20% от массы очищенной тыквы, сахарной пудры — 10% от массы очищенной тыквы. Сколько потребуется указанных продуктов, если масса очищенной тыквы равна: 1) 500 г; 2) 1 кг; 3) 250 г?

Сформулируйте вопросы и решите задачи (48—52) :

48. Периметр прямоугольника равен 20 см, длина одной стороны составляет $\frac{3}{10}$ от периметра. ...
49. Периметр прямоугольника равен 68 мм. Длина одной стороны составляет 15% от периметра. ...
50. Скорость катера в стоячей воде равна 13,2 км/ч, скорость течения реки — 3 км/ч. ...
51. Скорость катера по течению реки равна 15 км/ч, скорость течения реки — 2,7 км/ч. ...
52. Автомобиль должен был проехать 800 км. Он проехал 85% от намеченного пути. ...

Решите задачи, составьте обратные задачи и решите их (53—55) :

53. Автомобиль должен был проехать 450 км. Он проехал $\frac{65}{90}$ от намеченного пути. Сколько километров осталось проехать автомобилю?
54. Длина прямоугольника равна 82 см, а ширина составляет 65% от его длины. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.
55. Вспахали $\frac{5}{11}$ поля площадью 330 га. Сколько гектаров поля вспахали?
56. Длина одной стороны треугольника равна 12 дм, а длины двух других составляют по 80% от длины этой стороны. Найдите периметр треугольника.
57. Автомобиль выехал из одного города в другой. В первый час он проехал 68 км, или 40% от длины всего пути, а во второй час — 72 км. Сколько километров осталось проехать автомобилю?
58. На VII Зимних Азиатских играх наша страна заняла первое призовое место. Вы узнаете о количестве завоеванных медалей нашими спортсменами, если найдете значение выражения:
 1) $((1,25 \cdot 800 + 1486,4 : 1,6) - 9) : 60$ — столько золотых медалей;
 2) $((2,25 \cdot 600 + 2135 : 3,5) - 90) : 110$ — столько бронзовых медалей;
 3) $((100 : 0,05 - 323,4 : 9,8) - 77) : 90$ — столько серебряных медалей.

Выполните действия (59—60) :

59. 1) $1,26 \cdot \frac{10}{27} : 0,84 - \frac{5}{6}$; 2) $\frac{64}{155} \cdot 4,65 : 0,18 + 1\frac{1}{3}$;
 3) $5\frac{1}{21} \cdot 0,9 : 6\frac{2}{35} - 0,5$; 4) $7,5 \cdot 2\frac{31}{40} : 16,65 + 0,25$.
60. 1) $\left(3\frac{7}{16} : 20\frac{5}{8} - \frac{2}{15}\right) \cdot 0,9 + 1,17$; 2) $\left(2\frac{9}{16} + 5,45 : 6\frac{8}{35}\right) : 6\frac{1}{9}$;
 3) $2,4 \cdot \left(5\frac{7}{18} : 3\frac{22}{25} - \frac{5}{12}\right) + 3\frac{1}{3} + 3$; 4) $\left(10\frac{1}{7} - 3,48 \cdot \frac{75}{116}\right) : 31\frac{4}{7}$.

Составьте выражения и найдите их значения (61—64) :

61. Сложите частное чисел 9,86 и 1,7 и произведение чисел 1,4 и 43,15.

62. От частного чисел 4,9962 и 0,12 отнимите произведение чисел 3,4 и 0,02.
63. Умножьте сумму чисел 8,945 и 12,255 на разность чисел 80,94 и 78,84.
64. Разделите разность чисел 98,631 и 45,231 на сумму чисел 19,781 и 0,219.

Вычислите (65—68) :

65. 1) $45,6 \cdot x - 8,901 : y + 6,2 \cdot z$ при $x = 2,5$, $y = 0,09$, $z = 50,1$;
2) $65,065 : x - 4,25 \cdot y + 6,8 \cdot z$ при $x = 1,3$, $y = 0,08$, $z = 1,25$.
66. 1) $63,5 \cdot x + 78,78 : y - 34,6 \cdot z$ при $x = 1,8$, $y = 1,3$, $z = 0,7$;
2) $x : 8,9 + 63,2 \cdot y - 74,5 \cdot z$ при $x = 49,84$, $y = 5,5$, $z = 0,08$.
67. 1) $8\frac{2}{3} \cdot x + 3\frac{3}{5} : y - 0,076 \cdot z$ при $x = 0,33$, $y = 2,5$ и $z = 50$;
2) $\frac{25}{26} : x + 3\frac{6}{7} \cdot y - 9\frac{4}{9} \cdot z$ при $x = 2\frac{4}{13}$, $y = 3\frac{1}{2}$, $z = 1,8$.
68. 1) $1\frac{5}{9} \cdot x - 1\frac{2}{7} : y + 0,9 \cdot z$ при $x = 0,375$, $y = 3\frac{3}{7}$ и $z = \frac{25}{27}$;
2) $\frac{9}{16} : x + 1\frac{1}{25} \cdot y - \frac{1}{35} \cdot z$ при $x = 3,375$, $y = 1\frac{2}{3}$ и $z = 24,5$.
69. Вы узнаете, когда и какой закон по охране окружающей среды принят в нашей стране на основании положений Конституции — Основного закона Республики Казахстан, если решите уравнения:
1) $2000 - x = 3$, x г. — 15 июля этого года принят Закон Республики Казахстан “Об особо охраняемых природных территориях”;
2) $998 + x = 3000$, x г. — 11 марта этого года принят Закон Республики Казахстан “Об охране атмосферного воздуха”;
3) $3000 - x = 998$, x г. — 3 июля этого года принят Закон Республики Казахстан “О защите растений”;
4) $x : 4 = 501$, x г. — 8 апреля этого года принят Закон Республики Казахстан “О качестве и безопасности пищевых продуктов”;
5) $10\ 020 : x = 5$, x г. — 9 июля этого года принят Закон Республики Казахстан “Об охране, воспроизводстве и использовании животного мира”.

Решите уравнения (70—72) :

70. 1) $(60,1 - x) + 9,09 = 18,1$; 2) $44,2 - (x + 0,45) = 21,8$;
3) $7,34 + (100 - x) = 56,3$; 4) $(x + 67,45) - 91,01 = 4,59$.

71. 1) $\left(x - 12\frac{23}{40}\right) + 5\frac{8}{15} = 13\frac{19}{24}$; 2) $\left(x - 17\frac{1}{9}\right) - 4\frac{5}{12} = 19\frac{17}{18}$.

72. 1) $(y - 9,2) - 13\frac{5}{9} = 35,5$; 2) $80,5 - \left(y - 9\frac{3}{4}\right) = 28\frac{5}{6}$.

Найдите корни уравнений (73—75):

73. 1) $(5,6 - x) : 0,04 = 3,5$; 2) $88,4 : (x + 11,03) = 4,42$;
 3) $2,8 \cdot (6,21 - x) = 0,84$; 4) $(x + 0,579) \cdot 5,1 = 3,06$.

74. 1) $(8,9 + x) : 3,4 = 8,5$; 2) $20,5 : (x + 399) = 0,05$;
 3) $1,8 \cdot (10,7 - x) = 1,98$; 4) $(0,988 + x) \cdot 2,5 = 4,87$.

75. 1) $\frac{9}{11} \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) = 50$; 2) $11,2 : \left(x - \frac{2}{15}\right) = 6$;
 3) $\left(2\frac{1}{16} + x\right) : 3\frac{9}{32} = \frac{2}{3}$; 4) $\left(x + \frac{8}{27}\right) : 19\frac{5}{9} = \frac{1}{12}$.

76. Один из главных и крупнейших концертных залов Алматы — Дворец Республики.

1) Корень уравнения $x - (317,25 + 532,54) = 652\frac{3}{4} + 467,46$ указывает на год, когда был построен Дворец Республики;

2) его площадь составляет столько тысяч квадратных метров, каков корень уравнения $x - 4\frac{3}{8} = 5,625$;

3) количество мест в зрительном зале равно наименьшему общему кратному чисел 3 и 10^3 .

Когда был построен Дворец Республики? Какова его площадь и сколько в нем зрительских мест?

77. Вы узнаете о численной характеристике животного мира нашей страны, вычислив значение произведения a на b , если:

1) $a = 2,2 \cdot (3,428 + 1,572) \cdot \left(13 - 12\frac{4}{11}\right)$ и $b = \left(40\frac{2}{3} : 2\frac{7}{27} - 16\frac{4}{9}\right) \times 4,5$, где $c = a \cdot b$ — столько видов пресмыкающихся обитает в нашей стране;

2) $a = \frac{13}{33} : 2\frac{59}{198} \cdot 2\frac{6}{7} : \frac{6}{7}$ и $b = \left(16\frac{1}{3} : 5\frac{5}{6} + 1\frac{2}{5}\right) + 16,8$, где $c = a \cdot b$ — столько видов земноводных обитает в нашей стране.

78. 1) Саблезубые тигры вымерли около 10^4 лет назад. Запишите дату этого события, используя натуральные числа.

2) Наибольшая масса амурского тигра равна значению выражения $(2^3 \cdot 5^3 - 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^3)$ кг.

79. Вы узнаете о дате исторического события, решив уравнение:
 1) $98,1 : (0,2x - 389,6) = 10,9$, x г. — в этом году 15 ноября была введена национальная валюта Казахстана — тенге (тг); $1 \text{ тг} = 100 \text{ тн}$ (тыинов);
 2) $1,195 : (0,5y - 4,22) = 0,25$, y — столько степеней защиты у казахстанской валюты.
80. От задуманного числа отняли число 97,1, затем полученный результат увеличили в 2,5 раза. К полученному значению произведения прибавили число 4,25 и в итоге получили число 7. Найдите задуманное число.
81. Автомобиль в первый день проехал 170 км. Во второй день проехал $\frac{15}{17}$ от длины пути, пройденного за первый день, а в третий день — 120% от длины пути, пройденного за второй день. Сколько километров проехал автомобиль за три дня?
82. В первый день вспахано 180 га, во второй день — 80% от вспаханной площади за первый день, а в третий день — $\frac{11}{12}$ от вспаханной площади за второй день. Сколько гектаров вспахано за три дня?
83. 1) Длина прямоугольника равна 20 см, а ширина составляет 80% от его длины. Вычислите площадь квадрата, периметр которого составляет $\frac{8}{9}$ от периметра прямоугольника.
 2) Сторона квадрата равна 16 см. Найдите площадь второго квадрата, если его периметр составляет $\frac{1}{32}$ от периметра первого квадрата.
84. Урочище Боровое расположено в уникальном природном горно-лесном комплексе. Среди древесной растительности Борового около 65% занимает сосна обыкновенная, 31% — береза, 3% — осина и 1% — кустарники. Постройте по этим данным круговую диаграмму.



Урочище Боровое

85. Отметьте на координатном луче точки $A(1)$, $B(5,5)$, $C(7)$, $M(9,5)$.
86. Отметьте на координатном луче точки: 1) $A(10)$, $B(80)$, $C(70)$, $M(100)$; 2) $A(4)$, $B(8)$, $C(20)$, $M(24)$; 3) $A(13)$, $B(26)$, $C(52)$, $M(65)$, выбрав соответствующий единичный отрезок.

87. На координатном луче отметьте точки $A(2,5)$, $B(3,5)$, $C(6)$ и точку: 1) K , координата которой на 1,5 меньше координаты точки A ; 2) M , координата которой в 0,5 раз меньше координаты точки B ; 3) E , координата которой составляет $\frac{2}{3}$ от координаты точки C .
88. Дан координатный луч (рис. 1). Постройте единичный отрезок. Отметьте три точки на данном луче и укажите числа, которым они соответствуют.

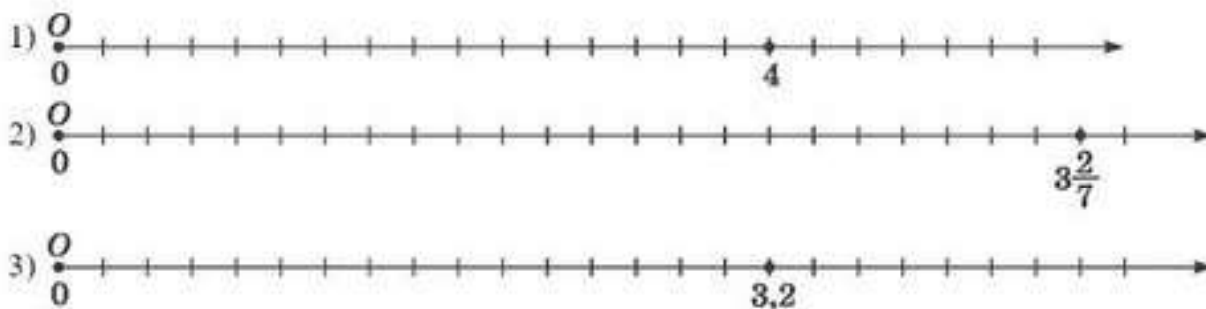


Рис. 1

89. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 2, если площадь одного квадрата (клетки) равна 1 кв. ед. Во сколько раз площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.3, больше площади фигуры, изображенной на рисунке 2.1? На сколько квадратных единиц площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.2, меньше площади фигуры, изображенной на рисунке 2.3?

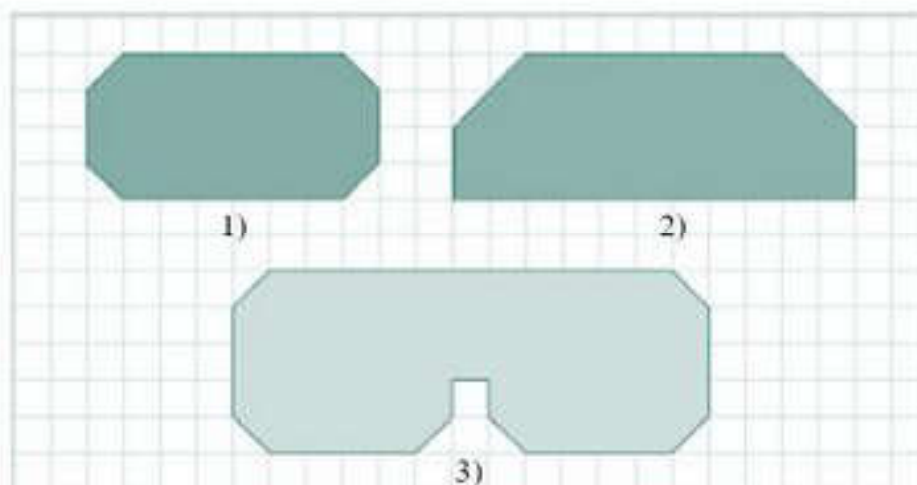


Рис. 2

ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

Математика
5 класс
1

глава

1

Отношения и пропорции

§ 1. Отношение двух чисел. Процентное отношение двух чисел

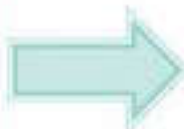
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Отношение. Обратное отношение. Процентное отношение.



Что такое *отношение двух чисел*?

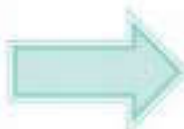
Как нашли, во сколько раз:
1) 20 больше 5; 5 меньше 20?
2) 21 больше 5; 5 меньше 21?



$$1) 20 : 5 = 4$$

$$2) 21 : 5 = 4,2$$

Как нашли, какую часть от
большого числа составляет
меньшее число: 1) 5 от 20; 2) 5
от 21?



$$1) 5 : 20 = 0,25$$

$$2) 5 : 21 = \frac{5}{21}$$

При ответах на поставленные вопросы были найдены значения частных.

Частное двух чисел называется *отношением этих чисел*.



Что показывает отношение двух чисел?

Отношение двух чисел показывает, во сколько раз одно число больше или меньше другого, или какую часть от большего числа составляет меньшее число.



Как прочитать отношение двух чисел?



Говорите правильно

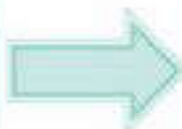
Выражения $5 : 7$ или $\frac{5}{7}$ читают:

- ✓ частное чисел 5 и 7;
- ✓ отношение числа 5 к числу 7;
- ✓ отношение чисел 5 и 7;
- ✓ отношение пяти к семи.



Как найти отношение, обратное данному отношению?

Как нашли отношение, обратное отношению $3 : 4$?



$4 : 3$

Отношения $3 : 4$ и $4 : 3$, как и дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$, называются *взаимно обратными*.

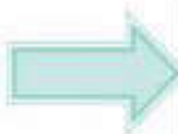
В практической деятельности человеку часто приходится сравнивать различные величины, в том числе узнавать, во сколько раз одна величина больше или меньше другой, и выражать это сравнение в процентах. *Например*, решать задачи типа:

Математика в сельском хозяйстве

Задача 1. Урожайность картофеля равна 150 ц/га, а овощей — 200 ц/га. Сколько процентов от урожайности овощей составляет урожайность картофеля?

Задача 2. Урожайность картофеля повысилась с 80 ц/га до 150 ц/га. На сколько процентов повысилась урожайность картофеля?

Как выразили отношение двух чисел в процентах?



$$3 : 4 = 0,75 = 75 \cdot \frac{1}{100} = 75\%$$

Чтобы выразить отношение (частное) в процентах, надо значение частного умножить на 100 и к полученному значению произведения приписать знак процента.

Частное, выраженное в процентах, показывает, сколько процентов составляет делимое от делителя.

Поэтому,

Чтобы найти, сколько процентов составляет одно число от другого, нужно:

- 1) первое число разделить на второе;
- 2) полученное значение частного выразить в процентах.

Решение задачи 1. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо узнать, сколько процентов составляет число 150 от числа 200. Поэтому нужно разделить 150 на 200 и полученное значение частного, которое равно 0,75, выразить в процентах, т. е. умножить на 100 и приписать знак процента.

Получим: $150 : 200 = 0,75 = 75\%$.

Значит, урожайность картофеля составляет 75% от урожайности овощей.

Ответ : 75%.

Решение задачи 2. Чтобы ответить на вопрос задачи, сначала узнаем, на сколько центнеров с одного гектара повысилась урожайность картофеля. Для этого из большей величины, т. е. из 150 ц/га, вычтем меньшую величину, т. е. 80 ц/га. Получим: $150 - 80 = 70$ (ц/га) — на столько повысилась урожайность картофеля. Затем вычислим, сколько процентов составляет найденная величина (70 ц/га) от первоначальной (80 ц/га). Для этого нужно 70 разделить на 80 и полученное значение частного, которое равно 0,875, выразить в процентах, т. е. умножить на 100 и приписать знак процента.

Получим: $70 : 80 = 0,875 = 87,5\%$.

Значит, урожайность картофеля повысилась на 87,5%.

Ответ : 87,5%.



1. Как найти, во сколько раз одно число больше или меньше другого?
2. Как вычислить какую часть от большего числа составляет меньшее число?
3. В каких случаях говорят об отношении одного числа к другому, об отношении чисел?
4. Изменится ли отношение чисел $a : b$, если a и b умножить или разделить на одно и то же, не равное нулю, число?
5. Как выразить частное в процентах?
6. Как найти, сколько процентов составляет одно число от другого?

A

Упражнения

90. Найдите, во сколько раз число a больше или меньше числа b , если:
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $a = 100$ и $b = 20$; | 2) $a = 50$ и $b = 200$; |
| 3) $a = 360$ и $b = 60$; | 4) $a = 9$ и $b = 450$. |
91. Найдите, во сколько раз число x больше или меньше числа y , если:
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $x = 11$ и $y = 88$; | 2) $x = 144$ и $y = 12$; |
| 3) $x = 53$ и $y = 318$; | 4) $x = 480$ и $y = 24$. |
92. Для покраски крыши дома использовали 18 кг из 20 кг краски. Какая часть краски была использована?
93. Во время ремонтных работ использовали 12 рулонов из 16 рулонов обоев. Какая часть рулонов обоев израсходована на ремонтные работы?
94. Скорость гепарда равна 120 км/ч, скорость меч-рыбы — 135 км/ч. Какую часть от скорости меч-рыбы составляет скорость гепарда?
95. Скорость улитки равна 9,6 мм/мин, скорость крота — 60 мм/мин. Какую часть от скорости крота составляет скорость улитки?
96. Скорость полета стрекозы равна 228 м/мин, скорость полета воробья — 342 м/мин. Какую часть скорость полета стрекозы составляет от скорости полета воробья?
97. Какую часть прямой угол составляет: 1) от полного угла; 2) от развернутого угла?

98. Сколько процентов прямой угол составляет: 1) от полного угла; 2) от развернутого угла?
99. 1) Какую часть от полного угла составляет развернутый угол? 2) Сколько процентов от полного угла составляет развернутый угол?
100. Сколько процентов от числа c составляет число d , если:
- 1) $c = 400$ и $d = 100$; 2) $c = 555$ и $d = 111$;
3) $c = 130$ и $d = 780$; 4) $c = 321$ и $d = 963$?
101. Из 6 кг сырых зерен кофе получается 5 кг жареных зерен. Сколько процентов от сырых зерен составляют жареные зерна?
102. В 10 кг воздуха содержится 8 кг азота и 2 кг кислорода. Сколько процентов от воздуха составляет: 1) азот; 2) кислород?

Математика и экология

103. Лес служит фильтром от пыли и вредных газов. Вы узнаете, сколько пыли и вредных газов оседает в кронах деревьев и кустарников, если найдете, сколько процентов число:
- 1) 10,8 составляет от числа 15 — столько процентов пыли оседает в кронах деревьев и кустарников;
2) 71,4 составляет от числа 119 — столько процентов вредных газов оседает в кронах деревьев и кустарников.

В

Упражнения

104. Какую часть от числа z составляет число x , если:
- 1) $x = 8\frac{1}{3} \cdot 1,35 - 0,25$ и $z = (108 - 106,75) \cdot 17\frac{3}{5}$;
2) $x = \frac{1}{3} \cdot \left(40\frac{4}{7} - 38\frac{1}{3}\right) : 2\frac{5}{7}$ и $z = (51,4 - 50,8) \cdot \frac{20}{27}$?
105. Сколько процентов от числа b составляет число a , если:
- 1) $a = 2\frac{7}{37} \cdot \left(73\frac{2}{9} - 71\frac{1}{6}\right)$ и $b = (1,819 + 3,181) : \frac{2}{9}$;
2) $a = \left(8,5 + 9\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{60}{109}$ и $b = \left(13\frac{7}{15} + 11,8\right) \cdot \frac{300}{379}$?



Упражнения

106. Дано число 1000.
- 1) Найдите 30% от данного числа.
 - 2) Полученный результат увеличьте в 150 раз.
 - 3) Найдите значение отношения числа, полученного в результате выполнения второго пункта, и данного числа.
 - 4) Выясните, во сколько раз данное число меньше (больше) полученного значения отношения.
107. Даны два квадрата соответственно с длинами сторон 2,5 см и 3 см.
- 1) Найдите отношение длин сторон квадратов.
 - 2) Вычислите периметры данных квадратов.
 - 3) Найдите отношение периметров.
 - 4) Вычислите площади данных квадратов.
 - 5) Найдите процентное отношение площадей.
 - 6) Сравните полученные отношения с отношением длин сторон данных квадратов.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



108. Найдите значение произведения:

1) $259 \cdot 804$;

2) $2,9 \cdot 0,56$;

3) $\frac{87}{100} \cdot 6\frac{26}{29}$;

4) $8\frac{12}{13} \cdot 0,39$.

109. Сравните значения выражений:

1) $0,15 \cdot 6,6$ и $0,003 \cdot 33$;

2) $41\frac{1}{49} \cdot \frac{7}{201}$ и $343 : 4900$.

110. Решите уравнение:

1) $2x \cdot 0,25 = 64$;

2) $3x \cdot 8\frac{2}{17} = 1\frac{11}{23}$.

§ 2. Пропорция.

Основное свойство пропорции

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Пропорция. Средние члены пропорции. Крайние члены пропорции. Основное свойство пропорции.



Что такое *пропорция*?

В практической деятельности человека, начиная с приготовления пищи и заканчивая произведениями искусства, такими как скульптура, живопись, архитектура, а также в живой природе люди используют пропорцию.

О применении пропорции в кулинарии, медицине, технологии, географии, изобразительном искусстве вы узнаете на сайте <http://www.hintfox.com/article/proportsija-v-zhizhi-cheloveka.html>

Пропорцией называется верное равенство двух или нескольких отношений (частных).

Объясните!

Почему равенство:

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ является пропорцией,

$\frac{3}{4} = \frac{5}{6}$ не является пропорцией?



Как записать и прочитать пропорцию?

С помощью букв пропорция записывается в виде $a : b = c : d$,

или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Говорите правильно

Чтение пропорции $a : b = c : d$, или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$:

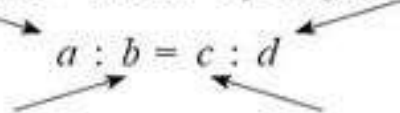
- ✓ a , деленное на b , равно c , деленное на d ;
- ✓ отношение a к b равно отношению c к d .



Каково основное свойство пропорции?

В пропорции $a : b = c : d$
 a, b, c, d — члены пропорции,
 a и d — крайние члены пропорции,
 b и c — средние члены пропорции.

Крайние члены пропорции



Средние члены пропорции



Найдите для каждой из пропорций $3 : 5 = 6 : 10$ и $7,2 : 6 = 36 : 30$ значения произведений средних и крайних членов и сравните значения этих произведений.

Значение произведения крайних членов пропорции равно значению произведения средних членов пропорции.

Докажем (обоснуем) это утверждение в общем виде, т. е. для любой пропорции.

$a : b = c : d$. Эту пропорцию можно записать в виде: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Приведем дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ к общему знаменателю. Для этого числитель и знаменатель дроби $\frac{a}{b}$ умножим на d , а числитель и знаменатель дроби $\frac{c}{d}$ — на b . Получим $\frac{ad}{bd} = \frac{cb}{db}$. Так как дроби равны и их знаменатели равны, значит, числители равны, т. е. $a \cdot d = c \cdot b$.

Это свойство называют *основным свойством пропорции*.

Из равенства $a \cdot d = b \cdot c$ можно получить пропорцию, в которой b и c будут крайними членами, a и d — средними членами пропорции:

$$b : a = d : c, \text{ или } \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

Действительно, разделим обе части равенства $a \cdot d = b \cdot c$ на произведение $a \cdot c$, получим: $\frac{a \cdot d}{a \cdot c} = \frac{b \cdot c}{a \cdot c}$. Сократив дроби, получим

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ или } \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$



Как распознать пропорцию?

Основное свойство пропорции используют, чтобы узнать, является ли равенство пропорцией или нет.

Как узнали, является ли равенство пропорцией?



$\frac{7}{9,1} = \frac{10}{13}$ — пропорция, так как $7 \cdot 13 = 9,1 \cdot 10$.
 $\frac{7}{9,1} = \frac{9}{1,7}$ — не является пропорцией, так как $7 \cdot 1,7 \neq 9,1 \cdot 9$.



Как применять основное свойство пропорции?

Основное свойство пропорции позволяет решать уравнения, в которых неизвестное является одним из членов пропорции.

Пример. Решим уравнение $\frac{28}{49} = \frac{4}{x}$.

Решение. Используя основное свойство пропорции, получим равенство:

$$28 \cdot x = 4 \cdot 49, \text{ или } x = 7.$$

Ответ: {7}.



Как составить пропорцию?

Основное свойство пропорции позволяет получить из данной пропорции три новые. *Например*, рассмотрим пропорцию $\frac{13}{14} = \frac{39}{42}$. По основному свойству пропорции получим: $13 \cdot 42 = 14 \cdot 39$. Последнее равенство можно получить и из следующих пропорций: $\frac{13}{39} = \frac{14}{42}$; $\frac{42}{14} = \frac{39}{13}$ и $\frac{42}{39} = \frac{14}{13}$.

Пропорция $\frac{13}{14} = \frac{39}{42}$ и пропорция $\frac{13}{39} = \frac{14}{42}$ отличаются тем, что в них поменялись местами средние члены пропорции 14 и 39, а крайние члены пропорции остались на своих местах.

В чем отличие пропорции $\frac{13}{14} = \frac{39}{42}$ от каждой из полученных пропорций: $\frac{42}{14} = \frac{39}{13}$ и $\frac{42}{39} = \frac{14}{13}$?



1. Любое ли равенство двух отношений является пропорцией?
2. Приведите пример равенства двух отношений, не являющегося пропорцией.
3. Что можно сделать, чтобы из одной пропорции получить другие пропорции?

A

Упражнения

111. Выясните, является ли пропорцией равенство:

1) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; 2) $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$; 3) $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{12}{20}$.

112. При каком значении b будет пропорцией равенство:

1) $\frac{3}{4} = \frac{b}{12}$; 2) $\frac{b}{5} = \frac{6}{15}$; 3) $\frac{2}{9} = \frac{8}{b}$; 4) $\frac{10}{b} = \frac{30}{33}$?

113. Запишите двумя способами равенство двух отношений с помощью предложения:

- 1) 5 так относится к 10, как 3 относится к 6;
- 2) отношение 7 к 2 равно отношению 28 к 8;
- 3) 45 во столько раз больше 20, во сколько раз 9 больше 4;
- 4) 7 составляет такую же часть от 11, какую 14 составляет от 22.

Проверьте, является ли полученное равенство пропорцией.

114. Проверьте двумя способами, является ли пропорцией равенство:

1) $2,5 : 8 = 5 : 16$; 2) $0,14 : 3 = 0,42 : 9$;
3) $13 : 1,7 = 26 : 3,4$; 4) $0,04 : 10 = 0,2 : 50$.

115. Составьте, если возможно, пропорцию из чисел: 1) 3; 4; 2; 6;
2) 2; 3; 6; 9; 3) 4; 5; 15; 12; 4) 0,6; 1,5; 2; 5.

116. Составьте две пропорции, у которых значение отношения равно числу: 1) 5; 2) 6; 3) 9; 4) 10.

Вместо звездочки впишите недостающие члены пропорций (117—118) :

117. 1) $115 : * = 46 : 2$; 2) $87 : 3 = * : 10$;
3) $* : 19 = 55 : 11$; 4) $208 : * = 28 : 7$.

118. 1) $3,5 : * = 2 : 0,4$; 2) $0,56 : 80 = * : 1000$;
 3) $* : 4,4 = 6 : 12$; 4) $9,63 : * = 4,5 : 0,15$.

Составьте несколько новых пропорций из пропорции (119—120) :

119. 1) $24 : 8 = 4,8 : 1,6$; 2) $58 : 2,9 = 5 : 0,25$;
 3) $7,2 : 36 = 8 : 40$; 4) $7,07 : 101 = 28 : 400$.

120. 1) $\frac{15}{17} = \frac{30}{34}$; 2) $\frac{8}{30} = \frac{0,4}{1,5}$;
 3) $\frac{0,9}{7,1} = \frac{9}{71}$; 4) $\frac{0,6}{1,3} = \frac{3,6}{7,8}$.

121. Составьте пропорции из верного равенства:
 1) $21 \cdot 4 = 7 \cdot 12$; 2) $3,2 \cdot 5 = 10 \cdot 1,6$;
 3) $19 \cdot 3,3 = 0,11 \cdot 570$; 4) $0,48 \cdot 3 = 2,4 \cdot 0,6$.

122. Составьте пропорцию из верного равенства:
 1) $13 \cdot 20 = 26 \cdot 10$; 2) $52 \cdot 6 = 39 \cdot 8$;
 3) $3,8 \cdot 8 = 1,9 \cdot 16$; 4) $6,8 \cdot 9 = 3,6 \cdot 17$
 и сделайте все возможные перестановки ее членов.

Найдите неизвестные члены пропорции (123—125) :

123. 1) $15 : 3 = x : 6$; 2) $y : 9 = 50 : 5$;
 3) $26 : 2 = 39 : z$; 4) $66 : t = 24 : 4$.

124. 1) $n : 4,7 = 82 : 4,1$; 2) $5,8 : 29 = m : 3,4$;
 3) $60 : k = 46 : 2,3$; 4) $4,2 : 7 = 9,6 : t$.

125. 1) $\frac{4}{a} = \frac{16}{20}$; 2) $\frac{c}{8} = \frac{25}{40}$;
 3) $\frac{39}{27} = \frac{b}{9}$; 4) $\frac{49}{32} = \frac{12}{d}$.

Решите уравнения (126—128) :

126. 1) $x : 1,5 = 35 : 7$; 2) $9,1 : y = 65 : 5$;
 3) $40 : 0,2 = z : 3$; 4) $54 : 2,7 = 50 : x$.

127. 1) $\frac{34}{112} = \frac{y}{56}$; 2) $\frac{y}{4,2} = \frac{15}{21}$;
 3) $\frac{2,7}{4,8} = \frac{9}{y}$; 4) $\frac{6,8}{y} = \frac{0,4}{1,3}$.

128. 1) $120 : 9 = z : 18$; 2) $304 : z = 76 : 3$;
 3) $14,4 : 6 = 1,2 : z$; 4) $z : 8,8 = 3,3 : 8$.

129. Числа 36 и 5 являются средними членами пропорции. Какие числа могут быть крайними членами этой пропорции? Приведите пример.
130. Числа 1,6 и 2,5 являются крайними членами пропорции. Запишите пропорцию, у которой средние члены — натуральные числа.

В

Упражнения

Решите уравнения (131—133) :

131. 1) $75 : (2x) = 15 : 25$; 2) $44 : 99 = 4 : (3x)$;
 3) $(5x) : 13 = 8 : 52$; 4) $10,5 : 21 = (4x) : 20$.
132. 1) $\frac{2,5}{7y} = \frac{5}{42}$; 2) $\frac{9,3}{15} = \frac{3,1}{4y}$;
 3) $\frac{169}{100} = \frac{13}{2y}$; 4) $\frac{5,7}{20} = \frac{0,5y}{40}$.
133. 1) $\frac{3}{7} : k = 5 : 2\frac{1}{3}$; 2) $k : \frac{5}{9} = 1,8 : 6$;
 3) $5,5 : 8 = k : \frac{2}{11}$; 4) $20 : 3,25 = \frac{4}{13} : k$.
134. Составьте различные пропорции из соответствующих значений величин:
 1) длины прямоугольника 16 м и его площади 40 м^2 ;
 2) стоимости 128 тт и количества товара — 8 карандашей;
 3) длины пройденного пути 36 км и времени 6 ч;
 4) времени работы 18 ч и объема выполненной работы — изготовление 234 предметов.

Найдите y из пропорций (135—137) :

135. 1) $\frac{y+5}{110} = \frac{42}{660}$; 2) $\frac{25}{17-y} = \frac{200}{56}$;
 3) $\frac{77}{800} = \frac{7,7}{y+53}$; 4) $\frac{1}{1,8} = \frac{40-y}{32,4}$.
136. 1) $(3y-7) : 5 = 33 : 15$; 2) $35 : (21-5y) = 5 : 2$;
 3) $64 : 72 = (7y+3) : 9$; 4) $53 : 4 = 212 : (6y-8)$.
137. 1) $\frac{11y}{20} = 16 : 80$; 2) $5,1 : 8,7 = \frac{34y}{29}$; 3) $7,2 : 2,7 = \frac{32y}{3}$.



Упражнения

138. Дана пропорция $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Три члена этой пропорции отмечены на координатном луче (рис. 3).

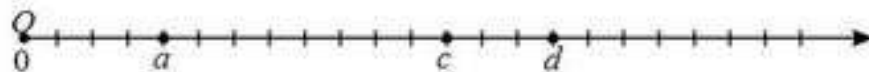


Рис. 3

Отметьте четвертый член пропорции.

139. В воздухе содержится примерно четыре части азота и одна часть кислорода.

- 1) Сколько азота содержится в 60 кг воздуха?
- 2) Сколько кислорода содержится в 50 кг воздуха?

Решите уравнения (140—142):

140. 1) $(x + 5,6) : 15 \frac{2}{3} = 3,2 : 5 \frac{2}{9}$;

2) $(16 - x) : 13 \frac{4}{7} = \frac{7}{9} : 10 \frac{5}{9}$.

141. 1) $(9 \frac{2}{3} - x) : 3,5 = \frac{17}{35} : 1,02$;

2) $(6,5 + x) : 0,475 = 1 \frac{11}{19} : \frac{3}{28}$.

142. 1) $\frac{y - 8}{11 \frac{4}{7}} = \frac{8}{5 \frac{1}{3}}$;

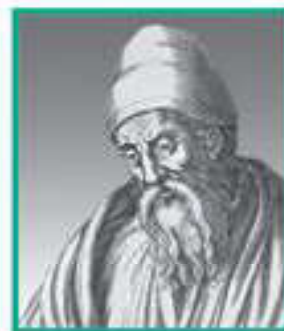
2) $\frac{3}{\frac{20}{10}} = \frac{19 \frac{4}{5}}{x - 15}$;

3) $\frac{5 \frac{5}{9}}{2,5} = \frac{x - 19}{7 \frac{1}{5}}$.



Подготовьте сообщение

143. Οαίδεϋ ιοίηοαίεé è ιδññδóεé αίηδóαúá
 áúεá εςείαεαία á Π á. αί í. ý. ó+áíúí
 Άáεéεáíí á αái óδóáá "Íá+áεá". Ó+áíεá
 íá ιοίηοαίεϋδ è ιδññδóεϋδ íñíááíí
 óñíáοíí δαςάεάáεíñú á IV á. αί í. ý. á
 Άδóáíáé Άδóáδóεé.



Евклид
(III в. до н. э.)

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



144. Стоимость 5 ручек 650 тг.
1) Какова цена одной ручки?
2) Какова стоимость 7 таких ручек?
145. Найдите значение частного x и y , если $x = 0,8$ и $y = 0,25$.
Сколько частных можно составить?
146. Швея за 3 ч шьет 9 изделий. Сколько изделий сошьет швея за 4 ч, если будет работать с такой же производительностью? А сколько — за 2 ч? Сравните число изделий, изготовленных за 2 ч и за 4 ч. Сформулируйте вывод.
147. Периметр первого квадрата равен 17 см. Найдите площадь второго квадрата, длина стороны которого в 8 раз больше длины стороны первого квадрата.

§ 3. Прямо пропорциональная зависимость. Обратно пропорциональная зависимость

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Прямо пропорциональные величины. Обратно пропорциональные величины.



Какие величины являются прямо пропорциональными?



Запишите формулу для нахождения:

- 1) стоимости y по цене x для покупки k одинаковых стаканчиков;
- 2) площади прямоугольника y , ширина которого равна x , а длина — k ;
- 3) длины пройденного пути y за время x при движении с постоянной скоростью k ;
- 4) выполненной работы y за время x , если производительность равна k .

Переменные величины y и x , связь между которыми можно выразить формулой $y = kx$, где k — некоторое число, не равное нулю, или величина, которая не изменяется (говорят: *постоянная величина*), называются *прямо пропорциональными величинами*, k называется *коэффициентом прямой пропорциональности*.

Объясните!

Почему являются прямо пропорциональными величины:

- стоимость товара и его количество при одной и той же цене;
- площадь прямоугольника и его длина (ширина) при одной и той же ширине (длине);
- длина пройденного пути и скорость (время) при одном и том же времени (при одной и той же скорости);
- выполненная работа и производительность труда, если затрачено одно и то же время?

Свойство прямо пропорциональных величин: при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз другая величина увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Задача 1. Из 40 кг яблок получается 32 кг яблочного пюре. Сколько килограммов яблочного пюре получится из 90 кг яблок?

Решение. Масса яблочного пюре прямо пропорциональна массе яблок. Поэтому яблочного пюре получим во столько раз больше, во сколько раз возьмем больше яблок.

Найдем, во сколько раз увеличилась масса яблок. Для этого б \ddot{y} льшую массу яблок разделим на меньшую массу яблок. Получим: $90 : 40 = \frac{90}{40} = \frac{9}{4}$. Обозначим массу яблочного пюре, которая получится из 90 кг яблок, x кг.

Найдем, во сколько раз увеличится масса яблочного пюре. Для этого б \ddot{y} льшую массу яблочного пюре разделим на меньшую массу яблочного пюре. Получим: $x : 32 = \frac{x}{32}$.

Используя свойство прямой пропорциональности, получим пропорцию: $\frac{x}{32} = \frac{9}{4}$. Решим ее. Поскольку произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов пропорции, то $4x = 9 \cdot 32$, или $x = 72$.

Ответ : 72 кг.



Какие величины являются обратно пропорциональными?



Запишите формулу для нахождения:

- 1) длины y прямоугольника, площадь которого не изменяется и равна k , а ширина — x ;
- 2) скорости y , если изменяется время x , а длина пути k не изменяется;
- 3) времени y , затраченного на прохождение пути длиной k , при изменении скорости x ;
- 4) производительности y , если затрачено времени x на выполнение работы k .

Переменные величины y и x , связь между которыми можно выразить формулой $y = \frac{k}{x}$, где k — некоторое число, не равное нулю, или величина, которая не изменяется (говорят: *постоянная величина*), называются *обратно пропорциональными величинами*, k называется *коэффициентом обратной пропорциональности*.

Объясните!

Почему являются обратно пропорциональными величины:

- длина (ширина) прямоугольника и его ширина (длина) при одной и той же площади;
- скорость и время при одном и том же пройденном пути;
- производительность труда и затраченное время при одном и том же объеме работы?

Свойство обратно пропорциональных величин: при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз, другая величина уменьшается (увеличивается) во столько же раз.



Как распознавать и решать задачи, в которых величины связаны обратной пропорциональностью?

Задача 2. Для строительства здания надо расчистить площадку. За какое время расчистят эту площадку 6 бульдозеров, если такую же площадку 4 бульдозера с такой же производительностью расчистили за 9 ч?

Решение. Время, которое надо затратить на расчистку площадки, обратно пропорционально количеству бульдозеров. Поэтому времени понадобится во столько раз меньше, во сколько раз больше бульдозеров, работающих с одинаковой производительностью.

Найдем, во сколько раз больше бульдозеров. Для этого большее число бульдозеров разделим на меньшее число бульдозеров. Получим:

$$6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Обозначим время, которое потребуется 6 бульдозерам для расчистки площадки, x ч.

Найдем, во сколько раз меньше понадобится времени 6 бульдозерам, чем 4 бульдозерам. Для этого большее число разделим на меньшее число. Получим: $9 : x = \frac{9}{x}$.

Используя свойство обратной пропорциональности, получим пропорцию: $\frac{3}{2} = \frac{9}{x}$. Решим ее. Поскольку произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов пропорции, то $3x = 18$, или $x = 6$.

Ответ: за 6 ч.



1. В каких случаях говорят, что величины прямо пропорциональны, обратно пропорциональны?
2. Каким свойством обладают прямо пропорциональные величины, обратно пропорциональные величины?
3. Почему длина пройденного пути за одно и то же время и скорость прямо пропорциональные величины, а скорость при одном и том же пройденном пути и время обратно пропорциональные величины?
4. Почему периметр квадрата прямо пропорционален длине его стороны, а площадь — нет?
5. Почему периметр прямоугольника, у которого ширина не изменяется (постоянна), не прямо пропорционален длине?

A

Упражнения

148. Можно ли считать прямо пропорциональными величины:
- 1) площадь и длину прямоугольника при условии, что его ширина равна 8 см;
 - 2) объем и высоту прямоугольного параллелепипеда при условии, что его длина равна 4 дм и ширина — 6 дм;
 - 3) время движения и длину пути, пройденного теплоходом со скоростью 65 км/ч;
 - 4) время и скорость движения при условии, что длина пройденного пути равна 70 км?

149. Какие из следующих величин являются обратно пропорциональными:
- 1) длина и высота прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен 180 дм^3 и ширина — 15 дм;
 - 2) цена 1 м ткани и количество ткани, купленной на 650 тг;
 - 3) время, затраченное на вспашку поля, и количество горючего, израсходованного трактором;
 - 4) время, затраченное на вспашку 900 га земли, и количество тракторов одинаковой мощности?

150. Являются ли прямо пропорциональными величины x и y , значения которых записаны с помощью таблицы:

1)

x	1	2	3	4
y	9	18	27	36

2)

x	45	40	35	30
y	9	8	7	6

151. Являются ли обратно пропорциональными величины x и y , значения которых записаны с помощью таблицы:

1)

x	4	8	16	32
y	32	16	8	4

2)

x	100	80	40	20
y	10	8	4	2

152. Самолет за 30 мин пролетел 300 км. Сколько километров пролетит самолет с этой же скоростью за: 1) 1 ч; 2) 2 ч; 3) 3 ч; 4) 4 ч?

153. Куплено 8 карандашей по цене 50 тг/шт. Сколько карандашей можно купить за эти же деньги, если цена карандаша: 1) 10 тг/шт.; 2) 20 тг/шт.; 3) 40 тг/шт.; 4) 80 тг/шт.?

154. Какова масса воздуха в комнате, длина которой равна 9 м, ширина — 4,5 м и высота — 2,7 м, если масса 10 м^3 воздуха равняется 13 кг?
155. Бетонная плита объемом $2,5 \text{ м}^3$ имеет массу 4,75 т. Каков объем плиты из такого же бетона, если ее масса равна 6,65 т?
156. Какова стоимость 3,25 м ткани, если за 0,8 м этой ткани заплатили 960 тг?
157. Туристы за $\frac{1}{2}$ ч прошли 3,5 км. Сколько километров пройдут туристы за 1 ч, 2,5 ч, 4 ч, если они идут с постоянной скоростью?
158. Под строительство стадиона 5 бульдозеров расчистили площадку за 7 ч. За какое время с такой же производительностью 7 бульдозеров расчистят эту площадку?
159. Для перевозки груза потребовались 16 машин грузоподъемностью 9 т. Сколько нужно машин грузоподъемностью 12 т, чтобы перевезти тот же груз?
160. Четыре каменщика могут сложить стену за 9 дней. За сколько дней могут сложить эту стену шесть каменщиков, работая с такой же производительностью?
161. 18 рабочих закончили отделку квартир в новом доме за 20 дней. За сколько дней выполняли бы эту работу 20 рабочих, работая с такой же производительностью?
162. За 1,2 ч самолет пролетел 1200 км. Сколько километров он пролетит за 3,5 ч, если скорость полета не изменится?
163. 1) Из 39 кг свежих слив получится 10,5 кг сушеных. Сколько нужно свежих слив, чтобы получить 14,7 кг сушеных?
2) Из 20 кг яблок получается 16 кг яблочного пюре. Сколько яблочного пюре получится из 45 кг яблок?
164. 1) Из 3 кг сырых зерен кофе получается 2,5 кг жареных зерен. Сколько килограммов сырых зерен кофе надо взять, чтобы получить 1 кг жареных?
2) Из 2,75 т семян подсолнуха можно получить 275 кг дрожжей для кормления животных. Сколько кормовых дрожжей можно получить из 13,5 т семян подсолнуха?
165. За 5 ч на мельнице обмолотили 60 т пшеницы. Сколько тонн пшеницы можно обмолотить за 12 ч, работая с той же производительностью?

166. Пешеход затратил на путь 2,5 ч, двигаясь со скоростью 3,6 км/ч. Сколько времени затратит пешеход на тот же путь, если его скорость будет равна 4,5 км/ч?

В

Упражнения

167. 1) Вычислите периметр квадрата, если длина его стороны равна 3 см; 6 см; 2,5 см; 7,8 см. Будут ли периметр квадрата и длина его стороны прямо пропорциональными величинами?
2) Если сторону квадрата увеличить (уменьшить) в 4 раза; в 5 раз; в 6 раз; в 9 раз, то во сколько раз увеличится (уменьшится) периметр квадрата?
3) Найдите площадь квадрата, если длина его стороны равна 2 дм; 4 дм; 7 дм; 10 дм. Будут ли прямо пропорциональными площадь квадрата и длина его стороны? Ответ поясните.

Математика в профессии повара

168. Для приготовления 10 пирожков с хурмой необходимо 400 г муки, 25 г сахара, 15 г маргарина, 10 г дрожжей, 200 г воды для замеса теста, 150 г хурмы, 5 г муки, 70 г жира и 40 г воды для фарша. Сколько продуктов: муки, сахара, маргарина, дрожжей, воды, хурмы, жира, муки и воды для фарша потребуется, чтобы испечь: 1) 20; 2) 30; 3) 50 пирожков с хурмой?
169. Для приготовления одной порции салата “Дойна” понадобятся 1 огурец, 1 помидор, 1 сладкий перец, 15 г зеленого лука, 20 г сливочного масла, 30 г брынзы. Сколько продуктов: огурцов, помидоров, сладкого перца, зеленого лука, сливочного масла и брынзы понадобится, чтобы приготовить: 1) 10; 2) 20; 3) 30 порций салата “Дойна”?
170. Для приготовления блюда “Зама с курицей” нужны 100 г курицы, 1 столовая ложка риса, 1 морковь, $\frac{1}{2}$ часть корня петрушки, 1 чайная ложка маргарина, 1 луковица, 1 стакан кваса, 1 пучок петрушки. Сколько продуктов: курицы, риса, моркови, корня петрушки, маргарина, лукавиц, кваса, петрушки понадобится, чтобы приготовить: 1) 10; 2) 20; 3) 30 порций блюда “Зама с курицей”?

**Упражнения**

171. Длина прямоугольника равна 10 см, ширина — 8 см. 1) Если длину прямоугольника уменьшить в 2,5 раза, ширину уменьшить в 2 раза, то как изменится площадь прямоугольника? 2) Если длину прямоугольника уменьшить в 2 раза, ширину уменьшить в 2,5 раза, то как изменится площадь прямоугольника? Сформулируйте вывод.

П (172)

172. Даны числа 40 и 36. 1) Найдите одну пятую часть от НОК (40; 36). 2) Полученное число уменьшите в 2 раза. 3) Результат сравните с данным меньшим числом. Сформулируйте вывод.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



173. 1) Найдите:
- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| 1) 10% от 50; | 2) 20% от 80; | 3) 25% от 160; |
| 4) 35% от 900; | 5) 24% от 500; | 6) 75% от 1000. |
- 2) Найдите число, если от этого числа:
- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| 1) 20% равны 7; | 2) 40% равны 40; | 3) 50% равны 87; |
| 4) 25% равны 43; | 5) 60% равны 36; | 6) 150% равны 27. |

Математика в повседневной жизни

174. 1) В организме человека содержится примерно 64% воды. Сколько килограммов воды содержится в человеческом организме, если его масса равна 50 кг? 2) В рисе содержится 75% крахмала. Сколько килограммов крахмала имеется в 120 кг риса? 3) В ячмене содержится 60% крахмала. Сколько килограммов крахмала имеется в 40 кг ячменя?
175. 1) Измерьте углы AOB , BOM , MOT , AOT секторов, изображенных на рисунках 4—5. 2) Разбейте круг на четыре сектора, если углы этих секторов содержат 160° , 120° , 50° и 30° .

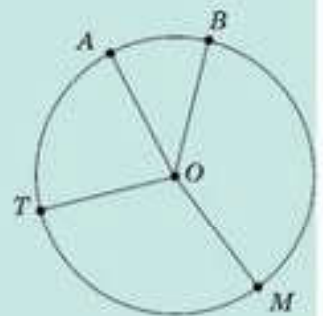


Рис. 4

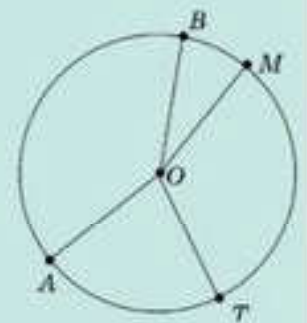


Рис. 5

§ 4. Решение задач с помощью пропорций

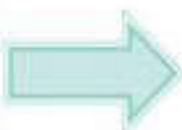
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Пропорция. Проценты. Отношение.



Как решать задачи на проценты с помощью пропорции?

Как нашли 4% от 700?



Способ 1

$700 \cdot 0,04 = 28$, так как

$$4\% = 4 \cdot 1\% = 4 \cdot \frac{1}{100} = 0,04.$$

Способ 2

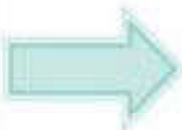
$700 : 100 \cdot 4 = 28$, так как 700 составляет 100%.

Способ 3. Найдем 4% от числа 700 с помощью пропорции.

Решение. Можно рассуждать следующим образом. Обозначим искомое число буквой x . По условию это число x составляет 4%, а само число 700 составляет 100%. Значит, число, соответствующее 1%, равно: $\frac{x}{4} = \frac{700}{100}$ — получили пропорцию. По свойству пропорции: $100x = 4 \cdot 700$, или $100x = 2800$. Отсюда находим, что $x = 28$.

Ответ: 28.

Как нашли число, 5% от которого равны 21?



Способ 1

$21 : 0,05 = 420$, так как

$$5\% = 5 \cdot 1\% = 5 \cdot \frac{1}{100} = 0,05.$$

Способ 2

$21 : 5 \cdot 100 = 420$, так как искомое число составляет 100%.

Способ 3. Найдем число, 5% от которого равны 21, с помощью пропорции.

Решение. Неизвестное число обозначим буквой x , оно составляет 100%, а число 21 составляет 5%. Значит, число, соответствующее 1%, равно: $\frac{x}{100} = \frac{21}{5}$ — получили пропорцию. По свойству пропорции: $5 \cdot x = 21 \cdot 100$, или $5 \cdot x = 2100$. Тогда $x = 2100 : 5$, или $x = 420$.

Ответ: 420.

При нахождении процентов от числа и числа по его процентам с помощью пропорции можно:

- 1) обозначить искомое число буквой, *например* x ;
- 2) учесть, что число, проценты которого надо найти, или число, которое надо найти по его процентам, составляет 100%;
- 3) составить пропорцию, которая получится при нахождении числа, соответствующего 1%;
- 4) найти x из составленной пропорции.



Как разделить величины в заданном отношении?

В практической деятельности человека, *например*, во время разделения прибыли между партнерами по бизнесу, приготовления блюд и т. п. часто возникает потребность разделить величину или число в данном отношении. Поэтому важно владеть навыками решения задач на пропорциональное деление.

Задача. В классе 25 учащихся. Из них 15 мальчиков и 10 девочек. В каком отношении находится число мальчиков к числу девочек?

Решение. $15 : 10 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 3 : 2.$

Ответ: 3 : 2.

Рассмотрим обратную задачу. В классе 25 учащихся. Число мальчиков к числу девочек находится в отношении 3 : 2. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

- Решение.*
- 1) Всего имеется 5 частей: $3 + 2 = 5.$
 - 2) На 1 часть приходится 25 уч. : $5 = 5$ уч.
 - 3) На 3 части приходится 5 уч. $\cdot 3 = 15$ уч.
 - 4) На 2 части приходится 5 уч. $\cdot 2 = 10$ уч.

Ответ: мальчиков 15, девочек 10.

Алгоритм деления величины в данном отношении:

Чтобы разделить число x в отношении $a : b$, нужно:

- 1) Найти общее число частей: $a + b.$
- 2) Узнать, сколько приходится на каждую часть: $x : (a + b).$
- 3) Вычислить число, которое содержит a частей числа x , т. е.
 $x : (a + b) \cdot a.$
- 4) Вычислить число, которое содержит b частей числа x , т. е.
 $x : (a + b) \cdot b.$

Чтобы разделить некоторое число пропорционально данным числам (разделить в данном отношении), надо разделить это число на сумму данных чисел и результат умножить на каждое из них.

Пример. Изобразим на круговой диаграмме массы: 40 ц, 8 ц и 32 ц.

Решение. Разделим круг на секторы, которые соответствуют данным массам. Для этого надо найти, сколько градусов содержит угол каждого сектора.

Найдем отношение масс: 40 ц : 8 ц : 32 ц.

Получим: $40 : 8 : 32 = 5 : 1 : 4$.

Тогда в соответствии с алгоритмом деления величины в данном отношении получим:

- 1) $5 + 1 + 4 = 10$ — всего частей;
- 2) $360^\circ : 10 = 36^\circ$ — приходится на 1 часть;
- 3) $36^\circ \cdot 5 = 180^\circ$ — приходится на 5 частей;
- 4) $36^\circ \cdot 4 = 144^\circ$ — приходится на 4 части.

С помощью транспортира строим два сектора, углы которых содержат 180° и 36° (рис. 6). Закрасим секторы разными цветами. Получим круговую диаграмму данных масс (рис. 7).

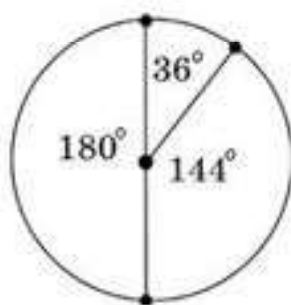


Рис. 6

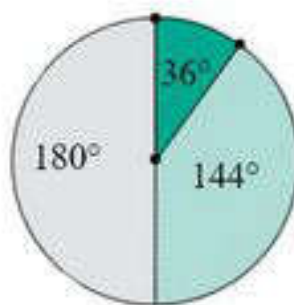


Рис. 7



Как разделить величины на части, обратно пропорциональные данным числам?

Рассмотрим задачу. Группа из 15 человек разбилась на 2 бригады для прополки моркови так, что одна бригада смогла бы выполнить всю работу за 2 ч, другая — за 3 ч. Сколько человек в каждой бригаде, если известно, что все они работают с одинаковой производительностью?

Поскольку все работают с одинаковой производительностью, то в той бригаде, которая выполняет всю работу за 2 ч, — больше че-

людей, а за 3 ч — меньше. Значит, 15 человек нужно распределить прямо пропорционально производительности бригад.

Производительность первой бригады $\frac{1}{2}$ участка/ч, так как за 2 ч она пропалывает весь участок, второй бригады — $\frac{1}{3}$ участка/ч, поэтому данное число 15 разделим в отношении $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$. Числа $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ являются обратными соответственно числам 2; 3. Это означает, что задача свелась к делению данного числа на части прямо пропорционально числам, обратным данным.

Говорят, что нужно 15 разделить на части обратно пропорционально числам 2; 3.

Чтобы разделить число на части, обратно пропорциональные данным числам, нужно разделить это число на части, которые прямо пропорциональны числам, обратным данным.

Решение .

1. Заменим данные числа: 2; 3 числами, обратными — $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.

2. Разделим 15 прямо пропорционально числам $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ т. е. в отношении: $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

Алгоритм деления величины x на части, обратно пропорциональные данным числам a , b :

Чтобы разделить число x на части, обратно пропорциональные данным числам a , b , нужно:

1) заменить числа a , b на числа, обратные данным: $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$;

2) разделить число x прямо пропорционально числам $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, т. е. на части в отношении $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$.

Продолжим решение задачи. Упростим это отношение: $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 3 : 2$. Оно показывает, что на первую бригаду приходится 3 части, а на вторую — 2 части. Всего 15 человек.

1) $3 + 2 = 5$ — всего частей;

2) $15 : 5 = 3$ (человека) составляют одну часть;

- 3) $3 \cdot 3 = 9$ (человек) — в первой бригаде;
 4) $3 \cdot 2 = 6$ (человек) — во второй бригаде.

Ответ : 9 человек и 6 человек.



1. Что обозначают буквой, чтобы найти проценты от числа или число по его процентам с помощью пропорции?
2. Что представляют собой левая и правая части пропорции, с помощью которой находят проценты от числа или число по его процентам?
3. Как разделить число 40 в отношении 2 : 5?
4. Как разделить число 40 на части, которые прямо пропорциональны числам 2; 5?
5. Как разделить число 40 на части, которые обратно пропорциональны числам 2; 5?

A

Упражнения

176. Масса муки, которая нужна для выпечки хлеба, составляет 75% от общей массы выпеченного хлеба. Сколько килограммов хлеба можно получить из: 1) 15 кг муки; 2) 480 кг муки; 3) 5 т муки?
177. 1) Длина одной стороны треугольника равна 5,5 см, две другие стороны составляют по 75% от этой стороны. Вычислите периметр треугольника.
 2) Ширина прямоугольника 8 см, его длина составляет 150% от его ширины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
178. Завод выпустил в первую декаду месяца 30 400 деталей, что составляет 38% от месячного плана. Каков месячный план по выпуску деталей?
179. Поезд проехал 760 км, что составило 79% от длины всего пути. Сколько километров должен проехать поезд?
180. После увеличения заработной платы на 20% работник стал получать 54 000 тг. Какой была зарплата работника до ее повышения?
181. Из 1800 учащихся школы 75% занимаются в различных кружках, из них 80% — в спортивных кружках. Сколько учащихся занимаются спортом?

182. Двое рабочих за смену изготовили 80 деталей. Число деталей, изготовленных первым рабочим, к числу деталей, изготовленных вторым рабочим, находится в отношении 4 : 6. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?
183. Автомобиль в первый день проехал 640 км, во второй день — 60% от длины пути, пройденного за первый день. Сколько километров проехал автомобиль за два дня?
184. Угол AOB содержит 150° . Угол BCM составляет 30% от угла AOB . Сколько градусов содержит сумма углов AOB и BCM ?
185. 1) Какая пропорция получится при нахождении 7% от числа 300?
2) Какая пропорция получится при нахождении числа, 3% которого равны 75?
186. 1) Постройте круговую диаграмму, изображающую количество мальчиков и девочек вашего класса.
2) Изобразите на круговой диаграмме массы: а) 25 ц, 40 ц и 15 ц; б) 16 кг, 54 кг и 20 кг; в) 60 т; 90 т; 60 т; 50 т.
187. На территории юга нашей республики в разное время были прорыты каналы: Чу — протяженностью 39 км, Лепсы — 70 км и Шыршык — 86 км. Округлите данные величины до десятков. Постройте круговую диаграмму, используя эти данные.
188. Турист за два дня прошел 30 км. Расстояние, пройденное туристом в первый день, к расстоянию, пройденному во второй день, находится в отношении 5 : 6. Сколько километров проходил турист каждый день?
189. На территории нашей республики есть озера: Кыпшак — площадью $54,7 \text{ км}^2$, Тенгиз — 159 км^2 , Керей — $62,8 \text{ км}^2$. Округлите данные числа до десятков и постройте круговую диаграмму.
190. В Акмолинской области нашей республики находятся озера: Кожжаль, площадь которого 60 км^2 ; Шолакшалкар — $58,1 \text{ км}^2$; Балыктыколь — $18,3 \text{ км}^2$; Шалкар — $16,1 \text{ км}^2$. Округлите эти числа до десятков и постройте круговую диаграмму.

В

Упражнения

191. Все члены бригады работают с одинаковой производительностью. Четверо успевают выполнить работу за 32 ч. Сколько часов потребуется для выполнения этой работы, если число рабочих: 1) уменьшить в 2 раза; 2) увеличить в 2 раза; 3) увеличить в 4 раза?
192. 1) 190 т овса обменяли на кукурузу. Сколько кукурузы получили, если 100 кг овса обменяли на 78 кг кукурузы?
2) Сколько центнеров кормовых единиц содержится в 23,5 ц кукурузы, если 10 кг кукурузы содержат 13,4 кг кормовых единиц?
193. Для приготовления варенья на три части ягод потребуется две части сахара. Сколько нужно сахара и ягод, чтобы получилось 10 кг варенья, если известно, что при варке масса уменьшается в 1,5 раза?
194. Какой процент от числа a составляет число c :
1) $a = 17\frac{5}{6} : 15\frac{2}{7} : \frac{7}{90} + 25$ и $c = 29\frac{2}{9} : 20\frac{3}{13} \cdot 0,45 + 3,35$;
2) $a = 5^3 : \frac{5}{19} \cdot 0,06 + 31,5$ и $c = 4^5 : 146\frac{2}{7} \cdot 9,6 - 148,8 \cdot 0,25$?
195. Вкладчик положил деньги в банк под 15% годовых и получил через год доход 9090 тг. Сколько тенге первоначально было внесено в банк?
196. Длина одной стороны треугольника равна 5 см, вторая сторона составляет 80% от первой, третья сторона — 60% от первой. Найдите периметр треугольника.
197. В 2007 г. объем промышленного производства Казахстана составил 7703,8 млрд. тг, что на 4,5% больше, чем в 2006 г. Каким был объем промышленного производства в нашей стране в 2006 г.?
198. В 2006 г. объем продукции сельского хозяйства Казахстана составил 979,7536 млрд. тг, а в 2007 г. — 1069,6 млрд. тг. На сколько процентов увеличился объем продукции: 1) сельского хозяйства; 2) растениеводства, если он возрос на 4,3% по сравнению с объемом продукции сельского хозяйства; 3) животноводства, если оно уменьшилось на 4,4% по сравнению с объемом продукции сельского хозяйства?

199. В 2007 г. урожай зерновых культур в Казахстане составил 20,1 млн. т при урожайности 13,3 ц/га, что соответственно на 3,6 млн. т и 1,6 ц/га больше уровня, достигнутого в 2006 г. На сколько процентов увеличился в нашей стране урожай зерновых культур и повысилась их урожайность?
200. Экспорт зерна в Казахстане в 2007 г. составил 6,8 млн. т, а муки — 1,5 млн. т. По сравнению с 2006 г. он возрос соответственно на 2,2 млн. т и на 339,9 тыс. т. На сколько процентов увеличился экспорт зерна и муки?
201. Среднемесячная заработная плата одного работника в Казахстане в 2004 г. составляла 28329 тг, а в 2007 г. она увеличилась на 80,384%. Какой стала среднемесячная заработная плата одного работника в нашей стране в 2007 г.? (Ответ округлите до целых.)
202. В 2007 г. страхованием посевной площади в Казахстане было охвачено около 12 млн. га посевов, или 80%, что на 32% больше, чем в 2006 г. Сколько миллионов гектаров было охвачено страхованием в 2006 г.?

С

Упражнения

203. Мотоциклист за 1,5 ч проехал 40% всего пути. Через какое время ему останется проехать одну треть часть всего пути, если скорость движения не изменится?
204. Высота пика Тастау равна 2950 м. Вершина горы Саур, которая ниже вершины Бесбакан на 806 м, выше пика Тастау на 0,856 км, горы Хан-Тенгри на 3 км 179 м. Найдите высоту вершин: Саур, Бесбакан, Хан-Тенгри. Выразите их в километрах и округлите полученные числа до целых. Постройте круговую диаграмму.



Горы Хан-Тенгри

205. Измерьте величины углов круговых секторов и вычислите, сколько процентов от полного угла составляют эти углы (рис. 8). Сделайте проверку.

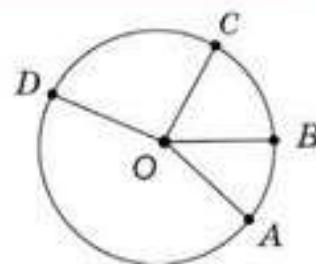


Рис. 8

Математика в бизнесе

206. Три компаньона вложили в организацию предприятия соответственно 100 000 тг, 160 000 тг и 140 000 тг. Прибыль, которую они получили, составила 960 000 тг. Сколько денег из прибыли получит каждый компаньон, если прибыль распределяется пропорционально вкладу каждого?
207. Две бригады за сбор ягод получили 261 000 тг, причем в одной бригаде было 8 человек, в другой — 11 человек. Первая бригада работала 4 дня, вторая — 5 дней. Как распределить между бригадами полученную сумму, если все работали с одинаковой производительностью?

П (208—215) :

208. Трое рабочих могут закончить работу за три дня. Для ускорения работы пригласили еще двух рабочих. За какое время они закончат работу, если все рабочие будут работать с одинаковой производительностью?
209. Решите уравнение:
- $$1) \frac{y}{2,3 - 0,48} = \frac{7}{5,52}; \quad 2) \frac{2,58}{13} = \frac{1,076 - 0,56}{z}.$$
210. Выясните, что больше: 125% от числа 188 или 50% от числа 470.
211. Вычислите:
- $$1) 89 : 1000; \quad 2) 0,2356 \cdot 1000; \quad 3) 78,3247 \cdot 1\,000\,000.$$
212. Сравните дроби:
- $$1) 3,785 \text{ и } 3\frac{7}{8}; \quad 2) 8,7 \text{ и } 8\frac{2}{15}.$$

213. Найдите площадь квадрата, периметр которого в 3 раза меньше периметра прямоугольника, длина и ширина которого равны 18 см и 24 см.

214. Сравните значения выражений:

$$26,34 \cdot 12,5 + 80,75 \quad \text{и} \quad 45\frac{2}{3} : 10\frac{7}{13} \cdot 95\frac{8}{13}.$$

215. Решите уравнение:

$$1) \frac{x}{1,21} = \frac{5}{242};$$

$$2) \frac{16,9}{y+1} = \frac{13}{10}.$$

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



216. Заполните таблицу.

	3 м	21 мм	0,2 м	400 мм
Выразите в сантиметрах				
Выразите в дециметрах				

217. Даны числа: 1) 5, 12, 20; 2) 4, 9, 12. Используя данные числа, составьте все возможные пропорции.

218. Найдите одну десятую часть, одну сотую часть от чисел 300, 888.

219. Найдите периметр и площадь земельного участка прямоугольной формы, если участок имеет размеры 0,3 км и 500 м.

§ 5. Масштаб

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Масштаб. Отношение. Расстояние.



Что такое *масштаб*?

На практике часто приходится изображать большие или маленькие объекты. *Например*, план квартиры или план земельного участка, карту местности, различные детали и т. п. Все размеры больших объектов при их изображении уменьшают, а маленьких — увеличивают в одно и то же число раз. *Например*, на карте такое уменьшение может быть в 100 000 раз. Это означает, что если на карте расстояние 1 см, то на местности оно в 100 000 раз больше, т. е. $100\ 000\ \text{см} = 1000\ \text{м} = 1\ \text{км}$.

Отношение расстояния на карте (плане, схеме и т.п.) к соответствующему расстоянию в действительности называют *масштабом*.

На карте пишут: $M\ 1 : 100\ 000$ или $M\ \frac{1}{100000}$. В таких случаях говорят, что карта подготовлена в масштабе одна сотысячная. На схемах деталей часов пишут: $M\ 10 : 1$ или $M\ \frac{10}{1}$ и говорят, что схема сделана в масштабе десять к одному.



Говорите правильно

Чтение записи:

$M\ 1 : 1\ 000\ 000$ или $M\ \frac{1}{1000000}$ — масштаб одна миллионная ;

$M\ 10 : 1$ или $M\ \frac{10}{1}$ — масштаб десять к одному .

На рисунке 9 показан план местности масштабом $1 : 225\ 000$, на рисунке 10 показаны детали часов масштабом $10 : 1$. Масштаб $10 : 1$ показывает, что изображение деталей часов на чертеже в 10 раз больше, чем в действительности. Поскольку размер диаметра большого колесика 3 см 5 мм, то в действительности он равен 3,5 мм.

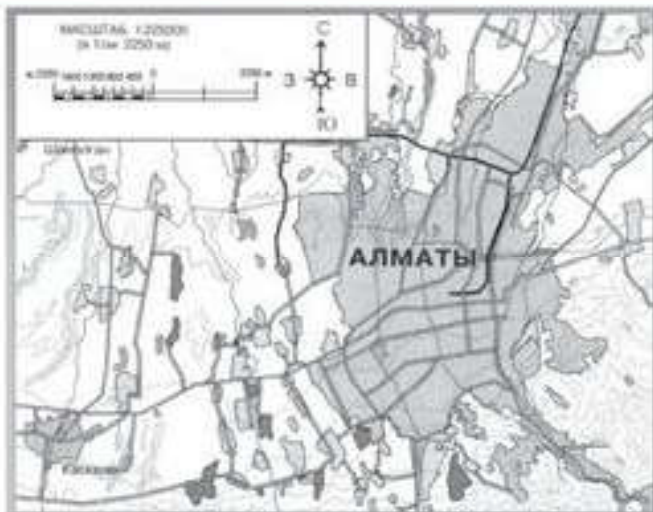


Рис. 9



Рис. 10



Как применять масштаб при работе с картой, планом, чертежом?

Пример 1. Найдем расстояние на карте масштабом одна сотысячная, если в действительности это расстояние равно 5 км.

Решение. Сначала выразим 5 км в сантиметрах: $5 \text{ км} = 5000 \text{ м} = 500\,000 \text{ см}$ и затем уменьшим 500 000 см в 100 000 раз. Получим 5 см.

Ответ : 5 см.

Пример 2. Надо изобразить деталь так, чтобы на чертеже часть этой детали размером 6 м равнялась 2 см. Какой масштаб должен быть у этого чертежа?

Решение. Узнаем, во сколько раз изображение детали меньше ее размера в действительности: $6 \text{ м} : 2 \text{ см} = 600 \text{ см} : 2 \text{ см} = 300$. Значит, надо выбрать масштаб 1 : 300.

Ответ : 1 : 300.



1. Что называется масштабом?
2. Что означает запись М 5 : 1?
3. Что означает запись М 1 : 5?
4. Как найти расстояние по карте, на которой указан масштаб М 1 : 1000?

A

Упражнения

220. На карте масштабом 1 : 1 000 000 расстояние между станциями равно 2,5 см. Каково расстояние между станциями на местности?

221. Расстояние между городами равно 1200 км. Найдите длину отрезка, соединяющего изображения этих городов на карте, которая выполнена в масштабе 1 : 500 000.
222. На плане земельного участка указан масштаб 1 : 100 000. Известно, что расстояние между точками на плане местности: 1) 0,5 см; 2) 1 см; 3) 2 см; 4) 3,6 см; 5) 8 см. Вычислите соответствующее расстояние на участке.
223. Расстояние на карте между изображениями городов 32 см. Каково расстояние между городами, если масштаб карты 1 : 10 000 000?
224. Длина железнодорожной магистрали равна 2750 км. Найдите длину линии, изображающей эту магистраль на карте, если масштаб карты 1 : 2 500 000.
225. Расстояние между двумя пунктами на плане местности масштабом 1 : 2 000 000 равно 2 см. Каково расстояние между этими пунктами на местности?
226. Какой масштаб для изображения плана местности надо выбрать, чтобы расстоянию 1 см на плане соответствовало расстояние 1 км на местности?

В

Упражнения

227. Найдите масштаб карты, если:
- 1) 3 см на карте соответствуют 150 км;
 - 2) 5 см на карте соответствуют 700 км;
 - 3) 4,5 см на карте соответствуют 18 км;
 - 4) 6 дм на карте соответствуют 2460 км.
228. Длина детали, изображенной на чертеже, который сделан в масштабе 1 : 5, равна 8,4 мм. Чему равна длина детали на чертеже, который сделан в масштабе: 1) 1 : 4; 2) 3 : 1?
229. На карте, масштаб которой 1 : 5000 000, расстояние между двумя городами равно 18 см. Каким будет это расстояние на карте, масштаб которой равен 1 : 10 000 000?
230. Отрезку на карте, длина которого 2,5 см, соответствует расстояние в 100 км. Каково расстояние между городами, если на этой карте расстояние между их изображениями равно 8 см?

231. На карте, масштаб которой $1 : 4\,500$, расстояние между городами 10 см. Каким будет это расстояние на карте, масштаб которой $1 : 125\,000$?
232. Размеры комнаты прямоугольной формы равны $4,5\text{ м} \times 6\text{ м}$. На плане большая сторона изображена отрезком, длина которого равна 4 см. Найдите на плане длину отрезка, который изображает меньшую сторону комнаты.
233. Размеры помещения прямоугольной формы равны $30\text{ м} \times 24\text{ м}$. На плане меньшая сторона изображена отрезком длиной 6 см. Найдите на плане длину отрезка, который изображает большую сторону помещения. Укажите масштаб плана.

С

Упражнения

234. План земельного участка выполнен в масштабе $1 : 600$. Сделайте измерения на плане и вычислите периметр и площадь земельного участка (рис. 11).

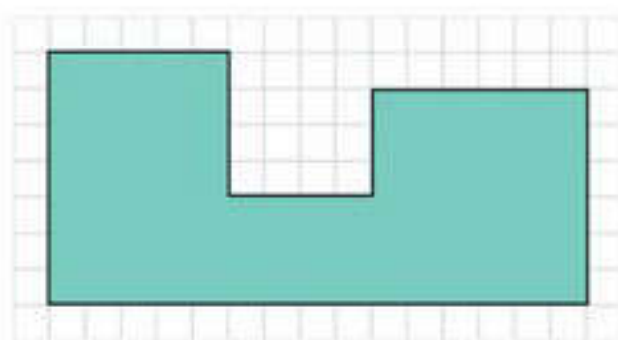


Рис. 11

Математика в моей жизни

235. Измерьте длину и ширину классной комнаты. Начертите в тетради план классной комнаты в масштабе $1 : 500$.

П (236—240) :

236. Сравните значения выражений:

$$1) 48,96 : (56,491 - 54,451) \text{ и } 9\frac{7}{9} : 6\frac{8}{15} \cdot 16\frac{31}{44}.$$

$$2) 50,3 \cdot 8,5 + 72,52 \text{ и } 600 - 20\frac{1}{3} : 15\frac{1}{4} \cdot 29,7.$$

237. Найдите протяженность территории Казахстана с юга на север, если она составляет 60% от протяженности территории страны с запада на восток, которая равна 3000 км.
238. Сколько квадратных километров занимает горный ландшафт Казахстана, если горная система Алтая и горы Западного Тянь-Шаня занимают 10% от площади нашей республики, которая равна 2 724 902 км²?
239. Сколько квадратных километров занимают леса Казахстана, если они составляют 4,2% от площади нашей республики, которая равна 2 724 902 км²?
240. В соответствии с программой “Жасыл ел” площадь лесов в республике к 2010 г. составила 4,5% от площади республики. Какую площадь заняли леса Казахстана в 2010 г., если территория Казахстана равна 2 724 902 км²?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



241. Найдите диаметр круга, если его радиус равен 0,8 дм, 6 см, $5\frac{5}{6}$ мм.
242. Найдите радиус окружности, если ее диаметр равен 14 дм, 2,4 см, $7\frac{7}{12}$ мм.
243. Дан круг с диаметром 0,4 дм. Найдите длину радиуса круга и выразите эту длину в миллиметрах.

Практическое задание

244. Начертите круг. Отметьте точку, принадлежащую кругу, точку, лежащую вне круга, точку, принадлежащую окружности. Измерьте расстояние от каждой точки до центра круга. Сравните эти значения с длиной радиуса и сформулируйте вывод.

§ 6. Длина окружности. Площадь круга. Шар. Сфера

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Окружность. Круг. Диаметр. Длина. Площадь. Шар. Сфера.



Чему равно отношение длины окружности к ее диаметру?

Вы знаете, что *окружность* — это замкнутая линия, все точки которой удалены от ее центра на одинаковое расстояние. Окружность имеет длину.



Постройте окружность, длина радиуса которой равна 2 см. С помощью нитки измерьте длину этой окружности. Расправив нитку, приложите к ней линейку и узнайте длину этой окружности.

Вычислите отношение длины окружности к ее диаметру. Ответ округлите до целых. Выполните это же задание, если длина радиуса окружности равна: 1,5 см; 2,5 см; 3 см.

Сравните полученные результаты.

Если разделить длину любой окружности на длину ее диаметра, то во всех случаях получим число, близкое к 3. Значение частного длины любой окружности к длине ее диаметра не изменяется, оно постоянно. Обозначается буквой греческого алфавита π . Читается: “пи”.

Значит,

значение частного длины любой окружности к ее диаметру равно числу π .

Число π — бесконечная десятичная дробь. Как правило, используют приближенное значение числа: $\pi \approx 3,14$.



Какова формула длины окружности и как ее применять?

Вы знаете, что диаметр окружности больше ее радиуса в два раза, т.е. длина диаметра окружности равна $2R$. Обозначим длину окружности буквой C , длину радиуса окружности — R . Тогда получим формулу: $\frac{C}{2R} = \pi$. Выразим из этой формулы C . Получим: $C = 2\pi R$.

$C = 2\pi R$ — формула длины окружности, у которой длина радиуса равна R .



Говорите правильно

Чтение формулы $C = 2\pi R$:
✓ си равно два пи эр.



Запишите формулу длины окружности, у которой диаметр равен d .



Какова формула площади круга и как ее применять?

Вы знаете, что круг имеет площадь. Площадь круга обычно обозначают буквой S . В математике доказано, что площадь круга, у которого длина радиуса равна R , вычисляется по формуле: $S = \pi R^2$.

$S = \pi R^2$ — формула площади круга, у которого длина радиуса равна R .



Говорите правильно

Чтение формулы $S = \pi R^2$:
✓ эс равно пи эр в квадрате.



Запишите формулу площади круга, у которой диаметр равен d .



Что собой представляет шар (сфера)?

Форму шара имеют мандарины, арбузы, Земля, на которой мы живем, и другие планеты. Внутренняя часть шара не пустая (рис. 12).

Форму сферы имеют мячи (рис. 13), глобусы Земли и Луны, внутренняя часть которых пуста.

Шар отличается от сферы так же, как круг от окружности. *Окружность* — граница круга, *сфера* — граница шара.

Шар и сферу изображают так, как показано на рисунке 14.

Центры шара и сферы обычно обозначают буквой O .



Рис. 12



Рис. 13

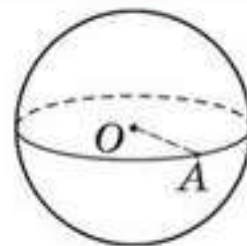


Рис. 14

Поверхность шара называется *сферой*.

Отрезок, соединяющий центр шара (сферы) с любой точкой его поверхности (сферы), называется *радиусом* шара (сферы).



1. Каким свойством обладает окружность и каким — круг?
2. Что в математике обозначают с помощью буквы π ?
3. Может ли длина окружности быть выражена натуральным числом? Если может, то приведите пример длины радиуса такой окружности.
4. В чем отличие шара от сферы?
5. Какие предметы имеют форму шара, сферы?

A

Упражнения

245. 1) Найдите длину окружности, если длина ее радиуса равна 5 см; 3,5 м; 12 мм.
2) Найдите длину радиуса окружности, если ее длина равна 56 см; 7 м; 18,6 м.
246. 1) Найдите площадь круга, длина радиуса которого равна 6 см; 12 м; 3,5 см.
2) Найдите длину радиуса круга, площадь которого равна 314 м^2 ; $12,56 \text{ м}^2$; $78,5 \text{ см}^2$.
247. Окружность арены цирка имеет длину 40,8 π м. Найдите длину радиуса и площадь арены.
248. Найдите длину беговой дорожки на стадионе, имеющей форму круга радиусом 23 м.
249. Вычислите длину окружности, радиус которой в 2 раза больше радиуса круга площадью $9\pi \text{ см}^2$.
250. Зависимость между какими величинами является прямо пропорциональной или обратно пропорциональной: 1) длины

окружности от длины ее радиуса;
2) площади круга от длины его радиуса.

251. На фото вы видите архитектурный символ выставки ЭКСПО-2017 в г. Астане. Центральным элементом Выставочного комплекса "Нур Элем" является самое большое здание в мире.



ЭКСПО-2017

1. Найдите длину диаметра этой сферы, вычислив значение выражения $(5,6 + 89,7 - 56,007 + 40,707)$ м.
2. Найдите высоту здания, вычислив значение выражения $(7,4 \cdot 56,56 : 8,08 + 48,2)$ м.

В

Упражнения

252. В парке разбили 8 цветочных клумб, имеющих форму круга радиусом 0,8 м. На каждый квадратный метр предполагалось высадить по 11 цветков. Сколько цветков понадобится для того, чтобы засадить все клумбы?

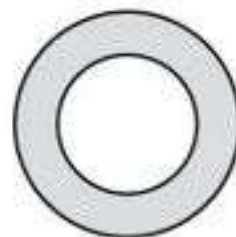


Рис. 15

253. Длина диаметра колес машины составляет $\frac{3}{4}$ м. Колесо делает в минуту $233\frac{1}{3}$ оборота. Какова скорость машины?

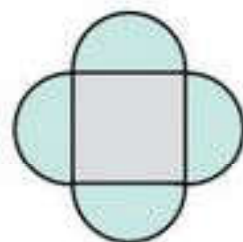


Рис. 16

254. Длина радиуса одной окружности равна 16 м, длина радиуса другой — на 5 м больше (рис. 15). Вычислите площадь кольца, образованного этими окружностями.

255. На каждой стороне квадрата построен полукруг (рис. 16). Найдите площадь получившейся фигуры, если длина стороны квадрата равна 4 см.

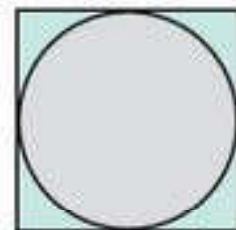


Рис. 17

256. Длина стороны квадрата, изображенного на рисунке 17, равна 2,6 см. Чему равна длина радиуса круга? Во сколько раз площадь квадрата больше площади круга? (Ответ округлите до сотых.)

257. Из прямоугольника вырезали полукруг (рис. 18). Выполните необходимые измерения и вычислите площадь и периметр фигуры, оставшейся после удаления полукруга.



Рис. 18



Упражнения

258. Эратосфен в 240 г. до н. э. установил, что длина радиуса земного шара равна a км, где a — наименьшее общее кратное чисел 7 и 10^3 . Найдите a .
259. По современным данным длина радиуса Земли равна b км, где b равно $\frac{1}{7}$ от 44 597. Найдите b .
260. Площадь поверхности Земли приблизительно равна $506\frac{2}{3}$ млн. км², Луны — 38 млн. км². Какую часть от площади поверхности Земли составляет площадь поверхности Луны?
261. Во сколько раз потребуется меньше краски, чтобы полностью покрасить поверхность шара площадью 108 см², по сравнению с шаром, площадь поверхности которого равна 300 см²?



Подготовьте сообщение

262. О числе π .

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



263. Отметьте на числовом луче точку $S(8)$. Найдите координату точки, расположенной от точки S :
- 1) левее на 7 клеток;
 - 2) правее на 1,5 клеток;
 - 3) левее на 6,5 клеток.
264. Начертите числовой луч. Выберите единичный отрезок и отметьте числа:
- | | | |
|---------------|------------------|-------------------|
| 1) 5, 15, 35; | 2) 40, 100, 150; | 3) 0,5; 2,3; 3,1. |
|---------------|------------------|-------------------|

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

0
8
9
1
5
4
3
2

глава

2

Рациональные числа и действия над ними

§ 7. Положительные числа. Отрицательные числа. Координатная прямая

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Положительные числа. Отрицательные числа. Координатная прямая (ось).
Числовая прямая (ось).



Что такое *координатная прямая*? Как построить координатную прямую?

С помощью координатного луча объясните, как найти значение разности $3 - 1$ (рис. 19).

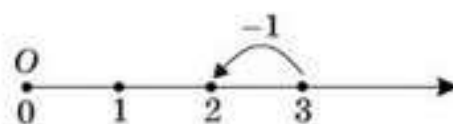
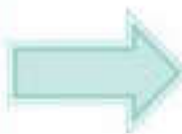


Рис. 19

$3 - 1 = 2$. Аналогично получим равенства: $2 - 1 = 1$, $1 - 1 = 0$. Можно ли от 0 отнять 1?

Чтобы ответить на этот вопрос, используют не координатный луч, а координатную прямую.

Практическое задание

1. Начертите прямую AB .
2. Отметьте на прямой точку O .
3. Сколько лучей получилось? Назовите их.

Таким образом, получили следующий рисунок (рис. 20).

Луч OA дополняет луч OB до прямой AB и луч OB дополняет луч OA до прямой AB (рис. 20). Лучи OA и OB называют *дополнительными лучами*.

На прямой AB отметим точку O , направление от O к B и единичный отрезок OE (рис. 21). Получим координатный луч OB . Все известные нам натуральные и дробные числа будем располагать на луче OB , т. е. на прямой AB справа от точки O .

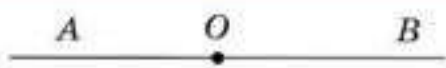


Рис. 20

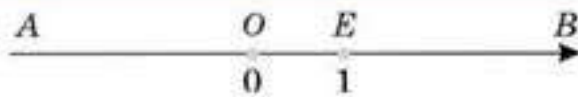


Рис. 21

Эти числа называют *положительными числами*.

В записях положительных чисел используют знак “+” (плюс).

Например, $+43$; $+14\frac{1}{2}$ и т. д.

$+23$ и 23 — это различные обозначения одного и того же числа, поэтому $+161 = 161$; $+8\frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$ и т. д.

Для краткости записи положительных чисел знак “+” (плюс) не пишут.

Вернемся к рисунку 21. На луче OA , дополнительном к лучу OB , располагают числа, которые называются *отрицательными числами*.

В записях отрицательных чисел используют знак “-” (минус).

Например, на рисунке 22 от нуля справа отмечены числа 1, 2, 3, а слева от нуля отмечены числа -1 , -2 , -3 , $-4,5$.

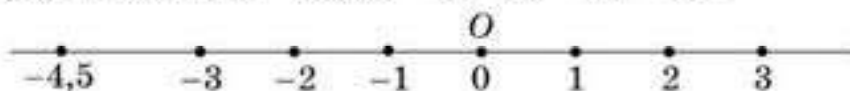


Рис. 22

Теперь можем ответить на вопрос: “Можно ли от 0 отнять 1?”.

Для того чтобы от 0 отнять 1, надо из точки с координатой 0 переместиться влево по прямой AB на одну единицу, т. е. в точку C , которой соответствует число -1 (рис. 23).

Аналогично получим равенства: $-1 - 1 = -2$; $-2 - 1 = -3$ (рис. 23).

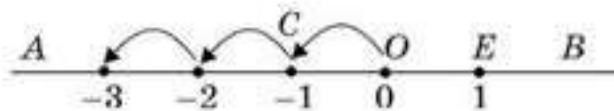


Рис. 23

Подумайте!

Какое число получится, если от -3 отнять 1; от -4 отнять 1?

Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным числом.

Так как положительные и отрицательные числа отмечены на прямой по разные стороны от точки O , то говорят о положительном (слева направо или снизу вверх) и отрицательном (справа налево или сверху вниз) направлениях. Положительное направление (слева направо или снизу вверх) принято отмечать стрелкой (рис. 24 и рис. 25).

Прямая, на которой указаны начало отсчета, единичный отрезок и направление, называется *координатной (числовой) прямой (осью)*. Начало отсчета называется *началом координат*.

Координатная прямая изображена на рисунках 24 и 25.

Числа, которые на координатной прямой расположены правее числа 0 , называются *положительными числами*.

Числа, которые на координатной прямой расположены левее числа 0 , называются *отрицательными числами*.

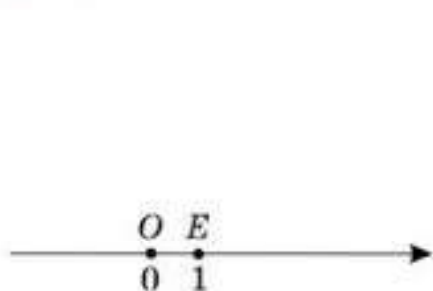


Рис. 24

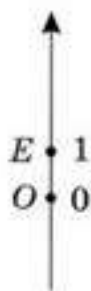


Рис. 25

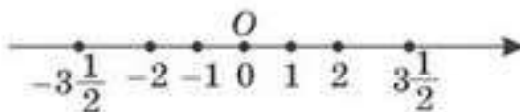


Рис. 26

На координатной прямой справа от нуля отмечены положительные числа $1, 2, 3\frac{1}{2}$, слева от нуля — отрицательные числа $-1, -2, -3\frac{1}{2}$ (рис. 26).

Подумайте!

Где по отношению к нулю на координатной прямой расположены числа $-7; 12$?

Координатная прямая, числовая прямая, координатная ось, числовая ось означают одно и то же.

Числовая ось — это прямая, на которой имеется:

- 1) начало отсчета;
- 2) единичный отрезок;
- 3) положительное направление.

Если x — координата точки A , то записывают $A(x)$.



Говорите правильно

Чтение записи $A(x)$:
— точка A с координатой x .

На рисунке 27 на координатной прямой отмечены точки $A(-6)$, $B(-3,8)$, $O(0)$, $E(1)$, $C(4)$, $D(5,5)$.

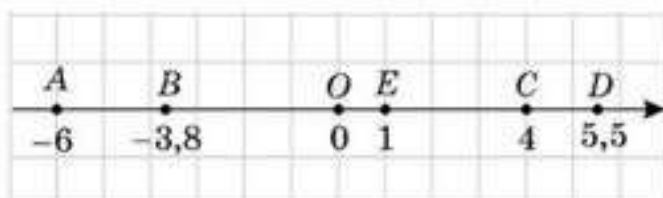


Рис. 27

Отрицательные числа используются для записи результатов измерений величин, *например*, для записи результатов измерений температуры воздуха, глубин озер и океанов.



Рис. 28

Практическое задание

Рассмотрите термометр — прибор для измерения температуры (рис. 28). Как расположены отрицательные числа на термометре?

Рассмотрите изображение гор, морей и океанов на карте. Найдите на карте отрицательные числа. Что они обозначают?



1. Что обозначает знак “-” в записи числа?
2. Для чего нужны отрицательные числа?
3. Что нужно отметить на прямой, чтобы она стала координатной прямой?

A

Упражнения

265. Выпишите сначала отрицательные числа, затем — положительные числа из чисел 56 ; -43 ; $8,9$; $-0,71$; $-6\frac{2}{9}$; $-35,04$; $11\frac{5}{13}$.
266. Начертите в тетради координатную прямую с единичным отрезком длиной 1 см. Отметьте на этой координатной прямой числа -5 ; 4 ; -3 ; 3 ; -1 .

267. Начертите в тетради координатную прямую с единичным отрезком длиной 0,5 см. Отметьте на этой координатной прямой точки $A(6)$; $B(-2)$; $C(-4)$; $D(7)$; $E(1)$; $F(-3)$; $K(5)$.
268. Начертите в тетради координатную прямую с единичным отрезком длиной 2 см. Отметьте на этой координатной прямой числа 1,5; -2,5; 3; -0,5; -2.
269. Начертите в тетради координатную прямую с единичным отрезком длиной 0,5 см. Отметьте на этой координатной прямой числа -7; -4; -1; 2; 6; 8; 10.
270. Используя координатную прямую, длина единичного отрезка которой равна 1 см, найдите расстояние между точками C и D , если:
- | | | |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| 1) $C(-5)$ и $D(2)$; | 2) $C(-6)$ и $D(4)$; | 3) $C(-2)$ и $D(6)$; |
| 4) $C(-3)$ и $D(8)$; | 5) $C(-6)$ и $D(-1)$; | 6) $C(-2)$ и $D(2)$. |
271. Найдите числа, удаленные на координатной прямой от числа 3 на:
- | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 1) 5 единиц; | 2) 4 единицы; | 3) 2 единицы; | 4) 3 единицы. |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
272. Найдите числа, удаленные на координатной прямой от числа -2 на:
- | | | | |
|---------------|---------------|--------------|---------------|
| 1) 3 единицы; | 2) 1 единицу; | 3) 5 единиц; | 4) 2 единицы. |
|---------------|---------------|--------------|---------------|
273. Найдите числа, которые удалены на координатной прямой от числа:
- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) 5 на 2 единицы; | 2) -4 на 5 единиц; |
| 3) -6 на 6 единиц; | 4) 3 на 4 единицы; |
| 5) -5 на 3 единицы; | 6) -1 на 4 единицы. |
274. Какие из чисел 4; -4; 5; -7; -9; 11; -10; 8; -1 расположены на числовой прямой между числами:
- | | | | |
|------------|------------|-------------|--------------|
| 1) -5 и 1; | 2) -8 и 6; | 3) -2 и 10; | 4) -10 и 12? |
|------------|------------|-------------|--------------|
275. Какие из чисел -2,3; $7\frac{2}{3}$; 5,5; -1,9; 4; -0,5; $-4\frac{1}{7}$; $-3\frac{5}{6}$ расположены на числовой прямой между числами:
- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| 1) -2 и 3; | 2) -3 и 5; | 3) -4 и 7; | 4) -5 и 8? |
|------------|------------|------------|------------|

В

Упражнения

276. Назовите пять чисел, которые расположены на координатной прямой между числами: 1) -9 и 7; 2) -5 и 6.

277. Запишите координаты точек, изображенных на рисунках 29 и 30.

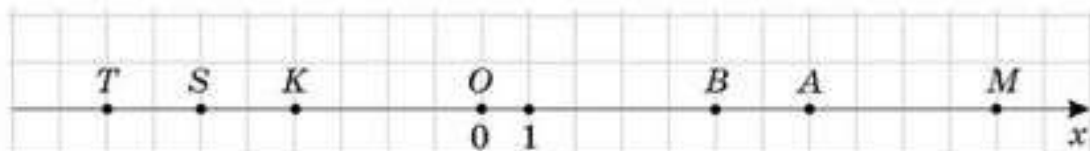


Рис. 29

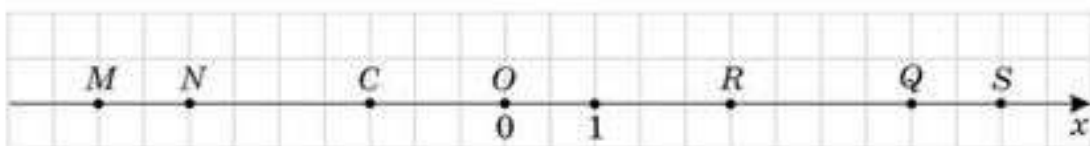


Рис. 30

278. Запишите с помощью математических знаков величины, встречающиеся в предложении:
- 1) температура воздуха пять градусов мороза;
 - 2) прибыль предприятия составляет a тенге;
 - 3) глубина озера — сто пятьдесят метров;
 - 4) температура в комнате двадцать один градус тепла.
279. Начертите координатную прямую с единичным отрезком длиной 3 см. Отметьте на этой прямой числа 1 ; -2 ; $0,5$; $-1,6$; $1\frac{5}{6}$; $\frac{1}{6}$.
280. Начертите координатную прямую с единичным отрезком длиной 2 см. Изобразите на этой прямой точки: $A(1)$; $B(-1,5)$; $C(\frac{1}{4})$; $D(-2,5)$; $F(-2)$; $T(\frac{3}{4})$; $K(3,5)$.
281. Отметьте на координатной прямой точки:
- 1) $E(-3)$; 2) $S(4)$; 3) $K(-1)$; 4) $H(-8)$; 5) $P(7)$.



Упражнения

282. 1) Отметьте число 1 и запишите координаты точек, изображенных на рисунках 31 и 32.
2) Запишите два числа, равноудаленных от числа -2 на координатной прямой. Сколько пар таких чисел можно записать?

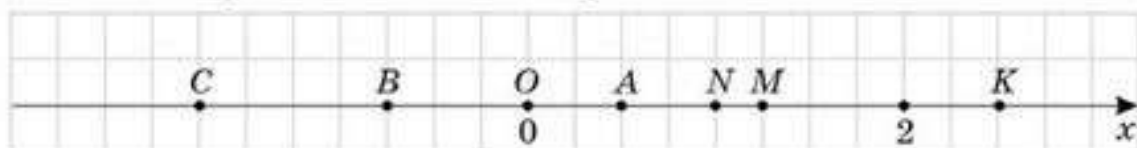


Рис. 31

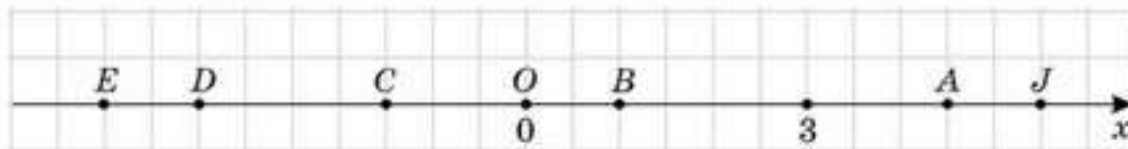


Рис. 32



Подготовьте сообщение

283. *Íòðéòáòáèííúá ÷éñèá áúèè ìðèçíáíú á ÒVII á. áèááíáàðú ðááíòáì òðáíòóçñèíáì ìàòáìàòèèá, òèçèèá è òèèíííòá Ðáíá Ááèáðòá. Íì ìðááèíáèè ááííáòðè÷áñèíá èñòíèèíááíèá ìèíáèòáèííúð è ìòðéòá-òáèííúð ÷éñáè — áááè èíðáèíáòíòð ìðúíòð (1637 á.).*



Рене Декарт (1596—1630)

П (284—286) :

284. Вычислите: $\left(2\frac{11}{13} - 18\frac{7}{13} : 10\frac{1}{24}\right) : \frac{15}{62} - 2,4$.

285. Найдите неизвестный член пропорции: $\frac{y}{2,8 + 8,7} = \frac{2\frac{3}{5}}{10 - 7,7}$.

286. Плот проплывает от одного пункта до второго, отстоящего от первого на 60 км, за 24 ч, катер, двигаясь по течению реки, — за $4\frac{2}{7}$ ч. Найдите собственную скорость катера.

2) Вычислите длину окружности, если площадь круга, который она ограничивает, равна 36π см².

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



287. Отметьте на координатном луче точки A(3), B(1,5), D(5,5). На сколько единиц они отдалены от начала координат?

288. На координатном луче изобразите точки, которые удалены от начала координат на 5, на $2\frac{1}{3}$, на $3\frac{2}{3}$ единиц.

§ 8. Противоположные числа. Целые числа. Рациональные числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Противоположные числа. Целые числа. Четные числа, нечетные числа.
Рациональные числа.



Какие числа называются *противоположными*? Как они расположены на координатной прямой?

Работа с рисунками

Даны пары чисел 1 и -1 ; -4 и 4 ; $6,5$ и $-6,5$.

1. Чем отличаются эти пары чисел?
2. Изображение пары этих чисел на числовой прямой даны на рисунках 33, 34, 35.
3. Что можно сказать об их расположении?
4. Сформулируйте вывод.

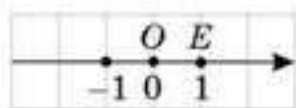


Рис. 33

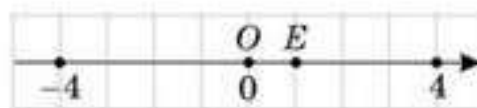


Рис. 34

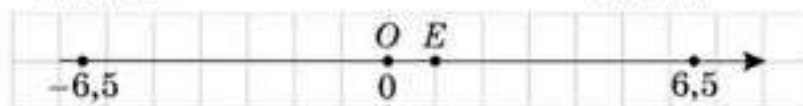


Рис. 35

Числа в этих парах изображаются на числовой прямой точками, которые расположены от начала отсчета — точки O — на одинаковом расстоянии, но в противоположных направлениях (рис. 33, 34, 35). Такие числа называются *противоположными числами*. Число 1 противоположно числу -1 , и, наоборот, число -1 противоположно числу 1 . Например, противоположными являются пары чисел: $-12,35$ и $12,35$; 345 и -345 ; $67\frac{1}{5}$ и $-67\frac{1}{5}$; $0,16$ и $-0,16$ и др.

Числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называются *противоположными числами*.

Число 0 считается *противоположным* самому себе.

Вы знаете, что числа, которые используют для счета: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 и т. д. — натуральные.

Все натуральные числа записывают так: 1, 2, 3,

Числа, противоположные натуральным числам, записывают со знаком “-” так: - 1, - 2, - 3, - 4,



Какие числа называются **целыми**?

Числа натуральные и ноль называются *целыми числами*.

Например, на числовой прямой изображены все целые числа от - 4 до 6 включительно (рис. 36).

Целые числа делятся на четные числа и нечетные.

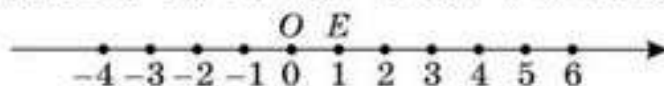


Рис. 36

Целое число, которое делится на 2, т. е. оканчивается одной из четных цифр: 0; 2; 4; 6; 8, называется *четным числом*.

Целое число, которое не делится на 2, т. е. оканчивается одной из нечетных цифр: 1; 3; 5; 7; 9, называется *нечетным числом*.

Например, числа -120; 48; 72; -14; 116 — четные, а числа 241; -723; -105; 27; -39 — нечетные.



Какие числа называются **рациональными**?

Кроме целых чисел, как вы знаете, существуют дробные числа (для краткости их называют *дробями*). Они могут быть как положительными, так и отрицательными.

Например, $7\frac{1}{2}$ — положительная дробь, $-25\frac{3}{4}$ — отрицательная дробь.

Целые числа, отрицательные и положительные дробные числа называются *рациональными числами*.

Рациональные числа, которые больше нуля, называются *положительными рациональными числами*.

Рациональные числа, которые меньше нуля, называются *отрицательными рациональными числами*.

Для каждого положительного рационального числа есть единственное, противоположное ему, отрицательное рациональное число.

Например, для рационального числа 80 противоположное число -80 ;

— для рационального числа 13,4 противоположное число $-13,4$;

— для рационального числа $\frac{9}{11}$ противоположное число $-\frac{9}{11}$;

— для рационального числа a противоположное число $-a$.

И, наоборот,

для каждого отрицательного рационального числа есть единственное, противоположное ему, положительное рациональное число.

Например, для рационального числа $-83,1$ противоположное число $83,1$;

— для рационального числа $-\frac{11}{19}$ противоположное число $\frac{11}{19}$;

— для рационального числа $-a$ противоположное число a .

Значит,

для каждого рационального числа есть единственное, противоположное ему, рациональное число.

Число, противоположное числу a , обозначают $-a$.

Если число a положительное, то $-a$ — отрицательное число, если число a отрицательное, то $-a$ есть положительное число.

Например, если $a = 25$, то $-a = -25$. Если $a = -42$, то $-a = -(-42) = 42$, так как для числа -42 противоположное число 42 .

Значит,

для любого рационального числа a верно равенство: $-(-a) = a$.



Как расположены относительно множества рациональных чисел Q множество натуральных чисел N , множество целых чисел Z (рис. 37)?

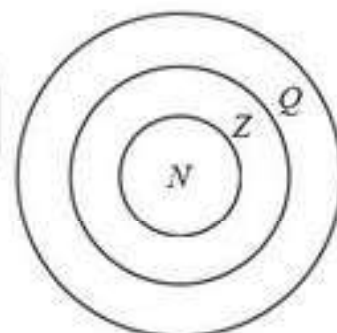


Рис. 37



1. Для каждой десятичной дроби есть противоположная десятичная дробь?
2. Известно, что число d — отрицательное число. Что можно сказать про число $-d$?
3. Известно, что число b не является положительным числом. Что можно сказать про число $-b$?
4. Приведите пример противоположных четырехзначных чисел.

A

Упражнения

289. Из чисел 5; -7; 0,61; 12,78; -55; 200; -0,09; -33 выпишите:
1) положительные числа; 2) отрицательные числа.

290. Из чисел -11,4; $\frac{8}{19}$; $-\frac{1}{50}$; -10,1; 777,7; $-6\frac{5}{6}$ выпишите:
1) положительные числа; 2) отрицательные числа.

Запишите числа, противоположные числам (291—292) :

291. 7; -29; 105; -39; -6,22; $\frac{4}{9}$; $-\frac{15}{17}$; 41,4; $-8\frac{10}{13}$.

292. -5; 24; $-\frac{8}{23}$; 8,8; -0,49; $-6\frac{4}{9}$; -500; -76,76.

Заполните таблицы (293—294) :

293.

k	15		4,8	-7,2		$-\frac{6}{7}$	
$-k$		29			$9\frac{5}{8}$		$-4\frac{2}{3}$

294.

t	-64		9,4			$\frac{28}{31}$	
$-t$		-368		$-\frac{7}{12}$	$-1\frac{4}{17}$		300

295. Найдите значение выражения:

1) $-c$, если $c = -91$; $\frac{8}{13}$; 5,8; -3,2; $4\frac{1}{7}$;

2) $-c$, если $c = 40$; -2,2; $\frac{9}{16}$; -220; $-5\frac{4}{15}$.

296. Найдите значение выражения:

1) d , если $-d = 14$; -45; 87; -209;

2) d , если $-d = 90,9$; $3\frac{3}{4}$; -1,3; $-7\frac{2}{19}$.

297. Вместо звездочки запишите цифры в противоположных числах:

1) $91,*3$ и $-91,3*$;

2) $-275,*7$ и $2*5,47$.

Найдите корни уравнений (298—299):

298. 1) $-x = 432$; 2) $-y = -1000$; 3) $-t = \frac{6}{19}$; 4) $-z = -5,32$.

299. 1) $-x = -41,6$; 2) $-y = 30,1$; 3) $-t = -12\frac{1}{3}$; 4) $-z = -\frac{4}{21}$.

В

Упражнения

300. С 2003 по 2008 г. в Казахстане урожайность соответственно составила:

1) пшеницы — 10,3 ц/га; 8,4 ц/га; 9,5 ц/га; 11,7 ц/га; 13 ц/га; 9,7 ц/га;

2) картофеля — 139 ц/га; 134 ц/га; 150 ц/га; 154 ц/га; 155,8 ц/га; 143,7 ц/га;

3) овощей — 177 ц/га; 186 ц/га; 196 ц/га; 201 ц/га; 211 ц/га; 204 ц/га;

4) сахарной свеклы — 210 ц/га; 197 ц/га; 209 ц/га; 241 ц/га; 249 ц/га; 204,3 ц/га;

5) подсолнечника — 6,8 ц/га; 5,9 ц/га; 6,3 ц/га; 5,9 ц/га; 5,9 ц/га; 4,1 ц/га.

На сколько центнеров с одного гектара изменялась урожайность: 1) пшеницы; 2) картофеля; 3) овощей; 4) сахарной свеклы; 5) подсолнечника из года в год?

Запишите, как менялась урожайность, используя знаки “+” и “-”.

301. Численность населения в 2008 г. и в 2009 г. составила:
- 1) в Алматинской области — 1 643 278 человек и 1 667 143 человека;
 - 2) в Астане — 602 684 человека и 639 311 человек;
 - 3) в Костанайской области — 894 192 человека и 889 368 человек;
 - 4) в Северо-Казахстанской области — 635 921 человек и 648 236 человек.

На сколько изменилась численность населения:

- 1) в Алматинской области; 2) в Астане; 3) в Костанайской области; 4) в Северо-Казахстанской области?

Запишите изменения в численности населения, используя знаки “+” и “-”.

Запишите вместо звездочек такие числа, чтобы получились верные равенства (302—303) :

302. 1) $-33 = *$; 2) $-(+46) = *$; 3) $-(-10) = *$.
303. 1) $-(-89,1) = *$; 2) $-(+32) = -*$; 3) $-(-*) = -7,5$.

304. Найдите значение выражения c , если:

- 1) $-c = 12,3 - 12\frac{2}{15}$; 2) $-c = 8\frac{5}{12} - 8,25$;
- 3) $-c = \frac{15}{28} \cdot \frac{35}{36} + \frac{13}{48}$; 4) $-c = 13\frac{4}{7} : 3\frac{13}{21} + 6,25$.

305. При каких значениях z верны равенства:

- 1) $40 + (-z) = 0$; 2) $8,6 - (-z) = 0$;
- 3) $(-z) - 50,2 = 0$; 4) $-67 + (-z) = 0$;
- 5) $-39 - (-z) = 0$; 6) $-(-z) + 100 = 0$;
- 7) $-(-z) - 2,22 = 0$; 8) $-555 + (-z) = 0$?

306. Какие четные и какие нечетные числа расположены между числами:

- 1) $-5,8$ и $9,1$; 2) $-4,2$ и $10,01$; 3) $-12,3$ и $-4,4$;
- 4) $-0,9$ и $1,8$; 5) $-6,4$ и $0,6$; 6) $-8,1$ и $-7,9$?



Упражнения

307. Найдите значение выражения:

- 1) $-(-(-(-(-a))))$, если $a = -50$; $9,09$; $-20\frac{10}{13}$;

$$2) -(-(-(-(-(-(-(-c))))))), \text{ если } c = 81; -4\frac{5}{7}; -\frac{9}{23}.$$

308. Найдите значение выражения :

$$1) -b, \text{ если } b = 1,55 \cdot \frac{25}{31} + 3\frac{29}{30} : 0,4;$$

$$2) b, \text{ если } -b = \left(13\frac{1}{32} - 9\frac{9}{16}\right) : 27,75 + 1,375.$$



Подготовьте сообщение

309. О рациональных числах.

П (310—311) :

310. 1) Стоимость 25 м ткани 15000 тг. Найдите стоимость 36 м такой ткани.

2) Длина окружности 5,4 П см. Найдите площадь круга, которую ограничивает данная окружность.

3) Что больше: 56% от числа 400 или 16% от числа 1400 ?

311. Вы узнаете, с какой скоростью растут некоторые виды бамбука, если найдете значение выражения $4,2 \cdot (3,302 - 24,102) :$

$:(-1,6) \cdot \frac{2}{3}$ — на столько сантиметров в день вырастает бамбук.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



312. Изобразите на координатной прямой числа $-6; -8; 3; 5; -1$.

313. Постройте координатную прямую с единичным отрезком длиной 1 см. Отметьте на прямой четыре точки и запишите их координаты.

314. Изобразите на координатной прямой точку $A(4)$. Отметьте на координатной прямой точку, расположенную правее на три клетки, и точку, расположенную левее на семь клеток от данной точки, и запишите их координаты.

§ 9. Модуль числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Модуль числа. Значение модуля.



Что такое *модуль*?

Вы знаете, что длину отрезка называют также *расстоянием между его концами*. Расстояние всегда выражается положительным числом.

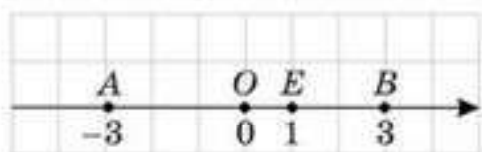


Рис. 38

Рассмотрим расстояние от точки O до точки $A (-3)$ — это длина отрезка OA (рис. 38). Она равна длине суммы трех отрезков, каждый из которых равен единичному отрезку, т. е. трем единицам.

Расстояние от точки O до точки $B (3)$ — это длина отрезка OB . Она также равна длине суммы трех отрезков, каждый из которых равен единичному отрезку, т. е. трем единицам.

Расстояния от начала координат — точки O до точек $A (-3)$ и $B (3)$ одинаковые.

Число 3, показывающее расстояние от начала координат до точки $A (-3)$, называют *модулем* числа -3 и записывают $|-3| = 3$, а расстояние от начала координат до точки $B (3)$ называют *модулем* числа 3 и записывают $|3| = 3$. Поэтому $|-3| = |3| = 3$.

Число, показывающее расстояние от начала отсчета до точки с координатой a , называется *модулем* или *абсолютным значением* числа a .

Модуль числа a обозначается так: $|a|$.

Говорите правильно

- Чтение записи $|a|$:
- модуль числа a ;
 - абсолютное значение числа a .

Выше было показано, что $|-3| = |3| = 3$. Аналогично рассуждая, получим: $|5| = |-5| = 5$; $|\frac{1}{2}| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$.

Так как расстояние от начала координат до точки с координатой 0 равно 0, то $|0| = 0$.



Как найти значение модуля числа?

Поскольку расстояния до точек с положительными и отрицательными координатами являются положительными, то

модулем положительного числа и числа 0 является само число, модулем отрицательного числа — противоположное ему положительное число.

Как нашли значение модуля числа?



$$|153| = 153; |0| = 0; \left| -7\frac{8}{13} \right| = 7\frac{8}{13}.$$



Говорите правильно

Чтение равенства $|-2,5| = 2,5$:

— модуль минус двух целых пяти десятых равен двум целым пяти десятым;

— модуль числа минус две целых пять десятых равен двум целым пяти десятым;

— абсолютное значение числа минус две целых пять десятых равно двум целым пяти десятым;

— абсолютное значение минус двух целых пяти десятых равно двум целым пяти десятым.



1. Может ли модуль числа быть отрицательным числом?
2. Может ли абсолютное значение числа быть десятичной дробью?
3. Чему равен модуль числа, если a отрицательное число?
4. Сколько существует чисел, модуль которых равен 10?
5. Каким может быть число, если его абсолютное значение меньше двух? Назовите шесть таких чисел.

A

Упражнения

315. Прочитайте равенство :

1) $|-50| = 50$;

2) $|111| = 111$;

3) $|-8,3| = 8,3$;

4) $\left| -\frac{2}{13} \right| = \frac{2}{13};$

5) $\left| \frac{7}{20} \right| = \frac{7}{20};$

6) $\left| -8\frac{5}{31} \right| = 8\frac{5}{31}.$

316. Найдите модуль каждого из чисел 38; $-\frac{6}{35}$; -406; 0,23; $3\frac{19}{28}$; $-7\frac{8}{41}$; 4,58; 900.

317. Из чисел 32; $2\frac{1}{8}$; $-1\frac{1}{2}$; -2,5; -32; $32\frac{1}{3}$; $-2\frac{1}{2}$; -2,125; $2\frac{1}{16}$; $-2\frac{3}{16}$; $2\frac{1}{8}$ выпишите числа, модуль которых равен: 1) 32; 2) 2,5; 3) 2,125; 4) 0,375.

318. Чему равны расстояния от начала координат до точек $A(5)$; $B(-8)$; $C\left(-\frac{8}{15}\right)$; $D(6,4)$; $F\left(9\frac{3}{8}\right)$, лежащих на координатной прямой?

Вычислите (319—321) :

319. 1) $|-200| + |-76| + |23|;$ 2) $|-343| - |299| + |-88|;$

3) $|901| + |-252| - |-348|;$ 4) $|116| + |-304| + |-64|.$

320. 1) $|-73,3| + |9,24| - |23|;$ 2) $|-66,4| - |-8,6| + |-23,2|;$

3) $|3,375| + |-5,625| - |-9|;$ 4) $|35,2| - \left| -2\frac{5}{6} \right| + \left| -29\frac{19}{30} \right|.$

321. 1) $|345| : |-69|;$ 2) $|-0,101| \cdot |33|;$ 3) $\left| -\frac{40}{81} \right| \cdot \left| -\frac{27}{55} \right|;$

4) $\left| \frac{125}{169} \right| : \left| -\frac{25}{26} \right|;$ 5) $|-3,8| \cdot \left| -\frac{5}{57} \right|;$ 6) $\left| -\frac{35}{93} \right| : |-3,72|.$

Выполните действия (322—324) :

322. 1) $|805| : |-161| + |-53|;$ 2) $|-1026| : |-38| + |-27|;$

3) $|-49| \cdot |202| - |-888|;$ 4) $|13111| - |-426| \cdot |-29|.$

323. 1) $|-106| + |-8,2| \cdot \left| -\frac{25}{41} \right|;$ 2) $|-1| + |-0,85| \cdot \left| \frac{16}{17} \right|;$

3) $\left| -\frac{55}{81} \right| : \left| -\frac{44}{135} \right| + \left| 8\frac{11}{12} \right|;$ 4) $\left| -2\frac{2}{7} \right| - \left| \frac{303}{400} \right| : \left| -\frac{707}{800} \right|.$

324. 1) $|2002| + |-640| \cdot \left| -\frac{33}{64} \right| - |-2300|;$

2) $|-820| : |-4,1| - |-8,9| \cdot |-1,5|;$

3) $|342| + |-0,05| - |-16,9| + |-93,1|$;

4) $|-6,8| \cdot |-1,25| : |-170| - |-0,005|$.

325. При каких значениях x верно равенство:

1) $|x| = 11$; 2) $|-x| = 6,2$; 3) $|-x| = 0,07$; 4) $|x| = 29 \frac{14}{15}$?

326. Найдите значение выражения $|-c| : |12,7| + |-7500| : |-k|$, если:

1) $c = -25,4$ и $k = 300$; 2) $c = 31,75$ и $k = -525$.

327. Выполните действия :

1) $\frac{108}{125} \cdot |-2,5| + |-14,464| : 1,6 + |-1760| : |-200|$;

2) $|-36,504| : 7,2 + \left| -1 \frac{151}{200} \right| \cdot |-300| - |-0,7719| \cdot 300$.

328. Найдите решения уравнения :

1) $|x| = 28$; 2) $|x| = 4,5$; 3) $|x| = 1,3$; 4) $|x| = \frac{10}{19}$.

329. Найдите корни уравнения :

1) $|-x| = 3,1$; 2) $|-x| = 82$; 3) $|-x| = \frac{5}{32}$; 4) $|-x| = 17 \frac{20}{23}$.

330. Докажите тождество :

1) $2,05 \cdot |-4,8| + \frac{42}{55} \cdot \left| -2 \frac{3}{4} \right| + |-89,06| = 101$;

2) $|-17,6| \cdot 3,5 - \left| -5 \frac{13}{22} \right| : \left| \frac{3}{110} \right| + |-196,4| = 53$.

В**Упражнения**331. Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен числу: 1) 3; 2) 0,5; 3) $4 \frac{1}{2}$; 4) 7,5.

332. Убедитесь, что значением выражения

$$\left| -32 \frac{4}{7} \right| - \left| 5 \frac{11}{15} \right| : \left| -3 \frac{14}{27} \right| \cdot \left| 20 \frac{5}{6} \right| : \left| -59 \frac{31}{76} \right| + |0,28| + |-19,72|$$
 является целое положительное число.

333. Докажите, что значением выражения $|-2,43| : 11 : \frac{4}{7} \cdot \left| 2 \frac{6}{7} \right| + |-9,875| : |-1,25| - 1,05$ является целое число.

334. Выполните действия :

$$1) \left| -44\frac{4}{7} \right| : \left| -1\frac{31}{35} \right| : \left| -3\frac{5}{33} \right| + \left| -20\frac{3}{13} \right| - \left| -17\frac{8}{13} \right|;$$

$$2) \left| -23\frac{1}{18} \right| : \left| -9\frac{2}{9} \right| : \left| -2\frac{17}{54} \right| + \left| -2\frac{18}{35} \right| : \left| -1\frac{13}{42} \right|.$$

335. Найдите решение уравнения :

$$1) 7|x| - 5|x| = 13;$$

$$2) 1,1|x| + 4,9|x| = 27;$$

$$3) \frac{2}{3}|x| - 8,5 + \frac{1}{7}|x| = 0;$$

$$4) \frac{5}{12}|x| - 3,8 + \frac{1}{9}|x| = 0.$$



Упражнения

336. Найдите отрицательный корень уравнения :

$$1) 8|x| - 5|x| - 17 + 10|x| = 0; \quad 2) 49|x| - 32|x| = 28,7 + 22,3.$$

337. Найдите положительный корень уравнения :

$$1) 56,36|x| - 110,1 + 3,64|x| - 59|x| = 89,9;$$

$$2) 16,877|x| + 0,123|x| - 405,4 - 15|x| = 84,6.$$

338. Запишите два числа, при подстановке которых вместо k будет верным равенство:

$$1) -|k| - k = k;$$

$$2) -|k| - k = -k.$$

П

(339—341) :

339. Найдите неизвестный член пропорции $\frac{11\frac{4}{9} : 10,3}{x} = \frac{2,137 + 17,863}{43}$.

340. Лодка проплыла по течению реки 3 ч и против течения — 4 ч. Найдите длину всего пути, пройденного лодкой, если скорость течения реки 3 км/ч, скорость лодки по течению — 8 км/ч.

341. Решите уравнение $\left(8\frac{2}{3} - 2,5y\right) : 9\frac{8}{11} = \frac{55}{214}$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



342. Сравните числа: 1102 и 1012; 6,37 и 6,037; $8\frac{4}{5}$ и $8\frac{1}{7}$.

343. 1) Расположите числа 2,5; $3\frac{1}{3}$; 17; $2\frac{1}{6}$; 16,9; 3,3 в порядке возрастания;

2) расположите числа 0,05; $\frac{1}{2}$; 14,07; $3\frac{1}{7}$; $4\frac{1}{4}$; 4,3 в порядке убывания.

§ 10. Сравнение рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Рациональное число. Координатная прямая.



Как сравнить рациональные числа?

Рациональные числа, как и натуральные числа, можно сравнивать по их расположению на числовой прямой.

Из двух рациональных чисел меньше то, которое на координатной прямой находится левее, и больше то, которое на координатной прямой находится правее.

Рассмотрим координатную прямую, на которой изображены целые числа от -4 до 4 (рис. 39).

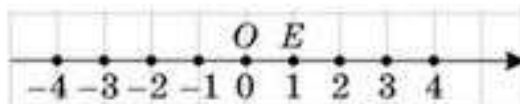


Рис. 39

Вы знаете, что *положительными* числами называются числа, которые на числовой прямой расположены правее нуля, *отрицательными* — левее нуля. Поэтому

- любое положительное рациональное число больше нуля;
- любое отрицательное рациональное число меньше нуля.

Объясните!

Почему $-9 < 0$; $5 > 0$?

Теперь

предложение “ a — число положительное” можно коротко записать в виде: $a > 0$; а предложение “ a — число отрицательное” — в виде: $a < 0$.

Рациональное число может быть либо положительным, либо отрицательным, либо равным нулю. Для любого рационального числа a либо $a > 0$, либо $a < 0$, либо $a = 0$.

Если же число a неположительное, то оно может быть отрицательным или равным нулю. Предложение “число a неположительное” записывают с помощью неравенства: $a \leq 0$.



Говорите правильно

Чтение неравенства $a \geq 0$:

- a меньше или равно нулю;
- a неположительное число.

Если число a неотрицательное, то оно может быть положительным или равным нулю. Выражение “число a неотрицательное” записывают с помощью неравенства: $a \geq 0$.



Говорите правильно

Чтение неравенства $a \leq 0$:

- a больше или равно нулю;
- a неотрицательное число.

Все положительные числа расположены на числовой прямой правее любого отрицательного числа, все отрицательные числа — левее любого положительного числа. Поэтому

- любое положительное рациональное число больше любого отрицательного рационального числа;
- любое отрицательное рациональное число меньше любого положительного рационального числа.

Число -2 на числовой прямой расположено левее числа -1 (рис. 35), поэтому $-2 < -1$.



С помощью рисунка 39 сравните числа -4 и -3 ; -3 и -2 и их модули.

Значит,

из двух отрицательных рациональных чисел больше то, модуль которого меньше и меньше то, модуль которого больше.

В буквенное неравенство вместо букв подставляют числа.

Число, которое подставляют вместо буквы, называется *значением этой буквы*.

В результате подстановки числа вместо буквы в буквенное неравенство могут получиться как верные неравенства, так и неверные

неравенства. *Например*, при $a = 5$ неравенство $a \leq 0$ примет вид: $5 \leq 0$. Оно неверно, так как $5 < 0$ — неверное неравенство, $5 = 0$ — неверное равенство.

Для того чтобы неравенство $a \leq 10$ было верным, вместо буквы a можно подставить число 10 или любое другое число, которое меньше 10, *например*, число 4.

Для того чтобы неравенство $a \geq -5$ было верным, вместо буквы a можно подставить число -5 или любое число, большее -5 , *например*, число 4.

Если при подстановке числа вместо буквы в буквенное неравенство получится верное неравенство, то говорят, что это число удовлетворяет неравенству.

Объясните!

Почему $0 < 7$ — верное неравенство;
 $8 < 7$ — неверное неравенство?



1. Известно, что число m неположительное и неотрицательное. Чему равно число m ?
2. Как расположено на числовой прямой положительное число по отношению к положительному числу a , если модуль числа a больше модуля числа a ?
3. Как расположено на числовой прямой отрицательное число по отношению к отрицательному числу a , если модуль числа a больше модуля числа a ?
4. Является ли верным неравенство $-m > 0$, где m — отрицательное число; $n > 0$, где n — положительное число; $n < 0$, где n — натуральное число?

A

Упражнения

344. Запишите пять чисел, которые больше числа: 1) -5 ; 2) $-7,8$;
 3) $-10 \frac{2}{3}$.
345. Запишите пять чисел, которые меньше числа: 1) -23 ; 2) $-1,9$;
 3) $-25 \frac{6}{23}$.
346. Напишите четыре отрицательных числа, которые меньше числа: 1) -4 ; 2) $-0,1$; 3) $-16 \frac{1}{3}$.

347. Напишите четыре отрицательных числа, которые больше числа: 1) -9 ; 2) $-3,3$; 3) $-1\frac{5}{7}$.

Сравните числа (348—349) :

348. 1) 6 и -8 ; 2) -15 и 25; 3) 45 и -45 ;

4) $-0,09$ и 0,5; 5) -32 и 11; 6) -100 и 1.

349. 1) -2 и -9 ; 2) -13 и -11 ; 3) -9 и -10 ;

4) $-0,8$ и $-0,7$; 5) -60 и -63 ; 6) $-8,7$ и 8,9.

Поставьте вместо звездочек знаки $<$ или $>$, чтобы получились верные неравенства (350—351) :

350. 1) $17 * -1$; 2) $-20 * 35$; 3) $-12 * 0$;

4) $1,9 * -0,8$; 5) $51 * -50$; 6) $0 * -1000$.

351. 1) $-4 * -9$; 2) $-30 * -40$; 3) $-91 * -92$;

4) $-0,15 * -0,7$; 5) $-4,4 * -6,5$; 6) $-18,4 * 18,1$.

352. Сравните числа:

1) $-\frac{5}{7}$ и $-\frac{3}{7}$; 2) $-\frac{1}{3}$ и $-\frac{2}{3}$; 3) $-\frac{2}{9}$ и $-\frac{7}{9}$;

4) $-5\frac{5}{7}$ и $-4\frac{3}{7}$; 5) $-1\frac{1}{3}$ и $-1\frac{2}{3}$; 3) $-8\frac{2}{9}$ и $-3\frac{7}{9}$.

353. Расположите числа:

1) -10 ; -13 ; -8 ; -21 ; -4 в порядке возрастания;

2) $-5,26$; $-5,3$; $-6,1$; $-4,8$; $-4,3$ в порядке убывания.

354. Какие из чисел:

1) $-5,3$; $6,1$; -13 ; $-0,8$; $0,7$; $8,9$; $-9,1$ больше -9 , но меньше $8,8$;

2) $-4,3$; $-2,5$; $3,8$; 16 ; -3 ; $14,9$; $-3,01$ больше $-3,1$, но меньше 15?

В

Упражнения

Сравните числа (355—357) :

355. 1) $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{3}{8}$; 2) $-\frac{2}{7}$ и $-\frac{2}{3}$; 3) $-\frac{5}{9}$ и $-\frac{3}{4}$.

356. 1) $-4 \frac{1}{12}$ и $-4 \frac{1}{18}$; 2) $-9 \frac{5}{6}$ и $-9 \frac{4}{9}$; 3) $-10 \frac{2}{15}$ и $-10 \frac{1}{6}$.
357. 1) $-\frac{7}{8}$ и $-0,153$; 2) $-4,767$ и $-4 \frac{3}{4}$;
3) $-9 \frac{3}{8}$ и $-9,389$; 4) $-19 \frac{9}{16}$ и $-19,5725$.
358. Вместо звездочки напишите такую цифру, чтобы получилось верное неравенство:
1) $-4,5*2 < -4,512$; 2) $-8,712 < -8,*12$;
3) $-0,9*8 < -0,988$; 4) $-18,23 < -1*,23$.
359. Запишите все целые положительные числа, удовлетворяющие неравенству:
1) $-9,1 \text{ m } x < 5$; 2) $-3,5 < x \text{ m } 4$;
3) $-3 \text{ m } x \text{ m } 2,9$; 4) $-2 < x < 2$.
360. Запишите все целые отрицательные числа, удовлетворяющие неравенству:
1) $-8,2 \text{ m } x \text{ m } 4$; 2) $-3 < x \text{ m } 7$;
3) $-7 \text{ m } x < 1,2$; 4) $-5 < x \text{ m } 3$.
361. Между какими соседними целыми числами расположено число:
1) $-8,06$; 2) $-15,1$; 3) $-0,07$; 4) -1001 ?

Вместо звездочек вставьте какие-нибудь числа так, чтобы были верными двойные неравенства (362—363) :

362. 1) $-80 < * < -46$; 2) $-1 \text{ m } * \text{ m } 0$;
3) $-29 < * < -19$; 4) $-10 \text{ m } * \text{ m } -7$.
363. 1) $-21 < * < -20$; 2) $-44,9 \text{ m } * \text{ m } -44,8$;
3) $-0,83 < * < -0,829$; 4) $-3,145 \text{ m } * \text{ m } -3,045$.



Упражнения

364. Укажите несколько чисел, при подстановке которых вместо x будет верным неравенство:
1) $|x| < 3$; 2) $|x| \text{ m } 8$; 3) $|x| \text{ m } 1,56$; 4) $|x| < 2,6$.

365. Выпишите все целые числа, при подстановке которых вместо x получится верное числовое неравенство:
- 1) $|x| \in 3,2$; 2) $|x| < 1,9$;
 - 3) $|x| \in 5,78$; 4) $|x| < 0,89$.
366. Известно, что a и c — положительные числа, b и d — отрицательные числа. Сравните:
- 1) a и 0 ; 2) b и 0 ; 3) c и 0 ; 4) d и 0 ;
 - 5) a и b ; 6) d и c ; 7) c и b ; 8) d и a .

П (367—368) :

367. 1) Найдите y из пропорции:

$$а) \frac{y - 3,5}{8\frac{5}{6}} = \frac{3}{5};$$

$$б) \frac{7}{9\frac{5}{11}} = \frac{33}{y - 3,5}.$$

2) Решите уравнение: $\left(111\frac{8}{11} - 2x\right) \cdot \frac{89}{110} - 56,127 = 32,873$.

368. На плане земельного участка указан масштаб 1 : 5000. Известно, что расстояние между двумя точками на плане местности 6,4 см. Найдите соответствующее расстояние на участке.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



369. Напишите координаты точек, расположенных от точки $A(2)$:
- 1) правее на 6 клеток;
 - 2) левее на 3,5 клеток;
 - 3) правее на 4,5 клеток;
 - 4) левее на 10 клеток.
370. Укажите две точки с целыми координатами, расположенные между точками:
- 1) $A(-3,3)$ и $B(6,7)$; 2) $C(-0,9)$ и $D(1,5)$.

§ 11. Сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Сложение. Сумма. Значение суммы. Рациональные числа.



Как выполнить сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой?

Работа с рисунком

Объясните с помощью рисунка 40, какое число получим при перемещении точки с координатой 2 вправо на 3 единицы, точки с координатой 5 влево на 3 единицы. Сформулируйте вывод.

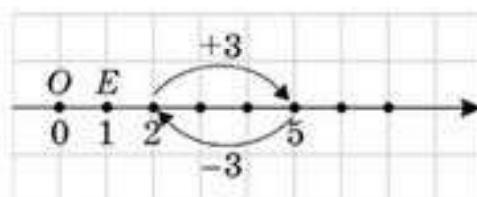


Рис. 40

Перемещение вправо точки на координатной прямой обозначают положительными числами, а перемещение влево — отрицательными числами.

Значит, если число 4 изменяется на 2 единицы, то точка $A(4)$ перемещается на 2 единицы вправо. Если же число 4 изменяется на -2 единицы, то точка $A(4)$ перемещается влево на 2 единицы (рис. 41). Поэтому $4 + 2 = 6$; $4 + (-2) = 2$.

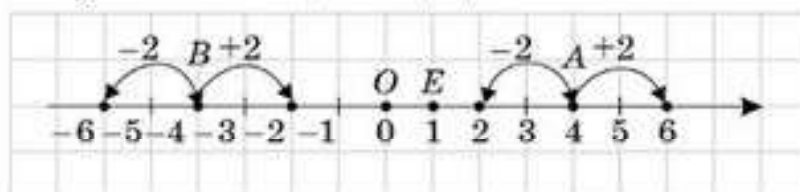


Рис. 41

Если температура воздуха была 4°C и повысилась на 3°C , то стала равна 7°C , поскольку $4^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C} = 7^{\circ}\text{C}$.

Если температура изменилась на -3°C , то она понизилась и стала равна 1°C . Считают, что 1°C есть значение суммы чисел 4°C и -3°C , т. е. $4^{\circ}\text{C} + (-3^{\circ}\text{C}) = 1^{\circ}\text{C}$.

Справедливо утверждение:

К числу a прибавить число b — значит изменить число a на b единиц.

Любое число от прибавления к нему положительного числа увеличивается, а от прибавления отрицательного — уменьшается.



Убедитесь с помощью координатной прямой, что верны равенства $-4 + 2 = -2$ и $-4 + (-2) = -6$ (рис. 41).

Чтобы к рациональному числу a прибавить положительное рациональное число b , где $b > 0$ (отрицательное рациональное число $-b$, где $b > 0$), с помощью координатной прямой, надо из точки с координатой a переместиться в точку, расположенную правее (левее) ее на b единиц.

Найдем значение суммы двух противоположных чисел, например, 3 и (-3) . Для этого из точки с координатой 3 переместимся в точку, расположенную левее на 3 единицы, т. е. в точку с координатой 0 (рис. 42). В итоге получим: $3 + (-3) = 0$.

Чтобы найти значение суммы -3 и 3, надо из точки с координатой -3 переместиться в точку, расположенную правее на 3 единицы, т. е. в точку с координатой 0 (рис. 42). В итоге получим: $-3 + 3 = 0$.

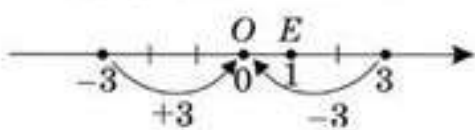


Рис. 42



Убедитесь с помощью координатной прямой, что верны равенства: $\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3}) = 0$; $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$; $-4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = 0$; $5,3 + (-5,3) = 0$.

Значение суммы двух противоположных рациональных чисел равно 0.

С помощью формулы это свойство противоположных рациональных чисел можно записать так: $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Найдем значение суммы нуля и отрицательного рационального числа, например $-\frac{2}{3} + 0$.

Для этого из точки с координатой $-\frac{2}{3}$ надо переместиться вправо от нее на 0 единиц, т. е. остаться в точке с координатой $-\frac{2}{3}$, поэтому $-\frac{2}{3} + 0 = -\frac{2}{3}$ (рис. 43). Чтобы к 0 прибавить $-\frac{2}{3}$, надо из точки с координатой 0 переместиться влево на $\frac{2}{3}$ единицы, поэтому $0 + (-\frac{2}{3}) = -\frac{2}{3}$ (рис. 43).

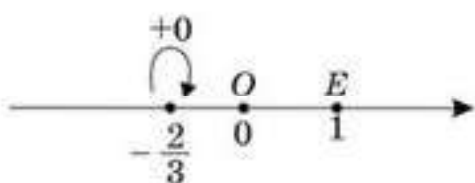


Рис. 43

Значение суммы отрицательного рационального числа и нуля равно значению суммы нуля и отрицательного рационального числа и равно этому числу.

Значение суммы положительного рационального числа и нуля равно значению суммы нуля и положительного рационального числа и равно этому числу. Действительно, прибавляя к любому рациональному числу ноль, перемещаемся вправо на 0 единиц, т.е. остаемся в той же точке. Если к нулю прибавить положительное рациональное число, например, b ($b > 0$), то надо переместиться из точки 0 на b единиц вправо, поэтому попадаем в точку с координатой b .

Значение суммы рационального числа и нуля равно значению суммы нуля и рационального числа и равно этому числу.

С помощью формулы это свойство рациональных чисел можно записать так:

Для любого рационального числа a верно равенство: $a + 0 = 0 + a = a$.



1. Что происходит с координатой точки при ее перемещении по координатной прямой на положительное число единиц; на отрицательное число единиц?
2. Почему значение суммы противоположных чисел равно нулю?
3. Почему значение суммы отрицательного числа и нуля равно значению суммы нуля и этого отрицательного числа?

A

Упражнения

371. С помощью координатной прямой найдите значение суммы:
- 1) $-4 + 7$; 2) $-3 + 8$; 3) $-2 + 9$; 4) $-1 + 10$;
 5) $-4 + (-7)$; 6) $-3 + (-8)$; 7) $-2 + (-9)$; 8) $-1 + (-10)$.
372. Сложите с помощью координатной прямой числа:
- 1) -9 и 8 ; 2) 8 и -9 ; 3) 4 и -5 ; 4) -5 и 4 ;
 5) 2 и -7 ; 6) -7 и 2 ; 7) 7 и -2 ; 8) -2 и 7 .
373. Найдите с помощью координатной прямой значение выражения:
- 1) $-3 + 0$; 2) $0 + (-1,5)$; 3) $0 + \left(-2\frac{1}{2}\right)$; 4) $-3\frac{1}{2} + 0$.

374. Найдите с помощью координатной прямой значение суммы противоположных чисел:
 1) -4 и 4 ; 2) $-2,5$ и $2,5$; 3) -5 и 5 ; 4) $-3,2$ и $3,2$;
 5) 8 и -8 ; 6) $7,5$ и $-7,5$; 7) 2 и -2 ; 8) $7,2$ и $-7,2$.
375. Найдите число, при подстановке которого вместо буквы b получится верное равенство:
 1) $b + (-6,5) = 0$; 2) $b + 6,5 = 0$;
 3) $6,5 + b = 6,5$; 4) $b + (-6,5) = -6,5$.
376. Утром температура воздуха была 10°C . Какой стала температура воздуха к вечеру, если она изменилась на: 1) 3°C ; 2) 5°C ; 3) -3°C ; 4) -5°C ?
377. Ночью температура воздуха была -1°C . Какой стала температура воздуха днем, если она изменилась на: 1) 3°C ; 2) 5°C ; 3) -3°C ; 4) -5°C ?
378. Какой стала температура воздуха утром, если вечером она была: 1) 2 градуса тепла; 2) 6 градусов мороза; 3) 0 градусов, а к утру она повысилась на 6 градусов?
379. Какой стала температура воздуха вечером, если утром она была: 1) 2 градуса тепла; 2) 2 градуса мороза; 3) 0 градусов, а к вечеру она понизилась на 7 градусов?

В

Упражнения

С помощью координатной прямой найдите значения сумм (380—382) :

380. 1) $-10 + 3 + (-4)$; 2) $-5 + 8 + (-5)$;
 3) $-3 + 3 + (-9,5)$; 4) $-9 + 7 + (-7)$.
381. 1) $-5 + 4,5 + (-4,5)$; 2) $-5,5 + 3,5 + (-3,5)$;
 3) $-0,5 + 3,5 + (-4,5)$; 4) $-5 + 3 + (-4,5)$.
382. 1) $-0,5 + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)$; 2) $-0,5 + (-0,5) + (-0,5)$;
 3) $-3,5 + \left(-2\frac{1}{4}\right) + (-3,25)$; 4) $-0,5 + \left(-\frac{1}{4}\right) + (-0,25)$.
383. На сколько градусов изменилась температура воздуха, если ночью она была -7°C , днем стала $+3^{\circ}\text{C}$?

384. Найдите с помощью координатной прямой такое число, чтобы при прибавлении его к числу:
- 1) -4 получилось число 4 ; 2) 3 получилось число 0 ;
 - 3) 2 получилось число -2 ; 4) -3 получилось число 0 ;
 - 5) 5 получилось число 5 ; 6) -5 получилось число -5 .



Упражнения

385. На прямой отмечены два натуральных числа. Одно из них обозначено буквой b . Другое число непосредственно следует за числом b , поэтому оно равно значению выражения $b + 1$ (рис. 44). Отметьте на этой прямой число, которое равно значению выражения: 1) $b + 4$; 2) $b + (-4)$; 3) $b + 7$; 4) $b + (-7)$. Как эти числа расположены на прямой по отношению к числу b ?

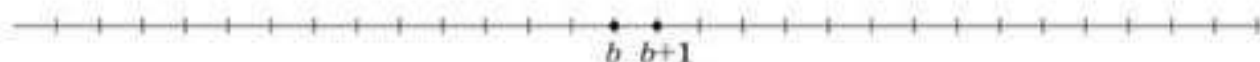


Рис. 44

386. На прямой отмечены два натуральных числа. Одно из них обозначено буквой m . Другое число непосредственно следует за числом m , поэтому оно равно значению выражения $m + 1$ (рис. 45).



Рис. 45

Отметьте на этой прямой число: 1) $m + \frac{1}{4}$; 2) $m + \left(-\frac{1}{4}\right)$; 3) $m + 1\frac{3}{4}$; 4) $m + \left(-1\frac{3}{4}\right)$. Как это число, которое равно значению выражения, расположено на прямой по отношению к числу m ?

Используя свойство противоположных чисел, решите уравнения (387—389):

387. 1) $x + \left(-\frac{1}{4}\right) = 0$; 2) $-x + \frac{1}{4} = 0$; 3) $-\frac{1}{4} + x = 0$;
 4) $\frac{1}{4} + (-x) = 0$; 5) $-x + \left(-\frac{1}{4}\right) = 0$; 6) $-\frac{1}{4} + (-x) = 0$.

388. 1) $-20 + (x + 15) = 0$; 2) $-20 + (x - 15) = 0$;
 3) $-20 + (15 + x) = 0$; 4) $-20 + (-x - 15) = 0$;
 5) $5x + (-100) = 0$; 6) $-100 + 5x = 0$;
 7) $0,6x + (-72,6) = 0$; 8) $-51,3 + 0,03x = 0$.
389. 1) $-\frac{2}{3} + \left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$; 2) $-\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{4} - x\right) = 0$;
 3) $-\frac{3}{20} + (5x - 0,2) = 0$; 4) $-\frac{7}{24} + \left(2x - \frac{1}{4}\right) = 0$.

П (390—392) :

390. Какова стоимость покупки, если купили: 1) 2 пирожка; 2) 3 пирожка; 3) 4 пирожка; 4) 6 пирожков; 5) 10 пирожков по цене 50 тт/шт.?
391. Найдите x из пропорции $\frac{x}{850} = \frac{4}{17}$ и вы узнаете, сколько примерно деревьев расходует каждый человек в течение жизни на строительство жилья, изготовление мебели, получение бумаги и многого другого.
392. Найдите расстояние на карте масштабом $1 : 10\,000\,000$, если это расстояние на местности равно 500 км.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



393. Найдите значение выражения, используя свойства сложения:
- 1) $1212 + 1098 + 688 + 102$;
 2) $6\frac{1}{6} + 18,15 + 100\frac{5}{6} + 2\frac{19}{20}$.
394. Изобразите на координатной прямой точки $A(7)$, $B(-3)$, $C(-1,5)$, $D(0,5)$.
395. Используя свойства сложения, вычислите:
- 1) $\left|15\frac{7}{11}\right| + 97\frac{4}{11} + 2\frac{13}{21} + \left|-84\frac{8}{21}\right|$;
 2) $1,32 + |47,15| + 8,68 + |-2,85| + |-60|$.

§ 12. Сложение отрицательных рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Сложение. Сумма. Значение суммы. Рациональные числа.



Как выполнить сложение рациональных чисел с одинаковыми знаками?

Найдем значение суммы двух отрицательных рациональных чисел с помощью координатной прямой. Например, найдем значение суммы (-2) и (-4) . Вы знаете, чтобы к числу -2 прибавить число -4 с помощью координатной прямой, надо из точки с координатой -2 переместиться на 4 единицы влево (рис. 46).

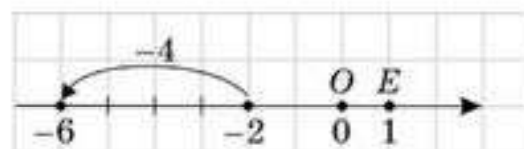


Рис. 46

Получим $(-2) + (-4) = -6$. Тот же результат получим, если сложим 2 и 4 и перед полученным значением суммы поставим знак “-”.



Убедитесь с помощью координатной прямой, что верны равенства:
 $-1,5 + (-2,5) = -(1,5 + 2,5) = -4$; $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$.

Значит, значение суммы двух отрицательных чисел есть число отрицательное, модуль которого равен значению суммы модулей слагаемых.

Чтобы сложить два отрицательных рациональных числа, нужно:

- 1) сложить модули слагаемых;
- 2) перед полученным числом поставить знак “-”.



Говорите правильно

Чтение суммы, в которой слагаемые отрицательные числа,
 $(-9) + (-5)$:

- сумма минус девяти и минус пяти;
- к минус девяти прибавить минус пять.



1. Почему при сложении отрицательных чисел получается отрицательное число?
2. Может ли при сложении отрицательных чисел получиться положительное число или ноль?

A

Упражнения

396. Вычислите :

- 1) $(-36) + (-27)$; 2) $(-29) + (-83)$; 3) $(-15) + (-97)$;
 4) $(-56) + (-87)$; 5) $(-316) + (-28)$; 6) $(-206) + (-29)$.

397. Выполните сложение чисел :

- 1) -8876 и -7789 ; 2) -7676 и -4545 ; 3) -7676 и -8989 ;
 4) -2345 и -6789 ; 5) -5432 и -2345 ; 6) -9876 и -6789 .

398. Найдите значение суммы :

- 1) $-3,77 + (-7,89)$; 2) $-76,7 + (-46,7)$;
 3) $-9,7 + (-89,85)$; 4) $-23,45 + (-6,772)$;
 5) $-54,32 + (-5,679)$; 6) $-10,28 + (-678,6)$.

399. Найдите значение выражения :

- 1) $-\frac{3}{4} + \left(-5\frac{1}{4}\right)$; 2) $-11\frac{3}{4} + \left(-5\frac{3}{4}\right)$; 3) $-\frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right)$;
 4) $-\frac{9}{11} + \left(-4\frac{3}{11}\right)$; 5) $-\frac{3}{17} + \left(-\frac{11}{34}\right)$; 6) $-\frac{7}{12} + \left(-8\frac{1}{6}\right)$.

400. Найдите значение выражения $(-15,2) + x + (-3,1)$, если x равен: 1) $-1,7$; 2) $-81,7$; 3) $18,3$; 4) $-31\frac{7}{10}$.

401. Заполните таблицу .

m	$-72,35$	$-27\frac{13}{18}$	$-22,625$	$-0,9375$
n	$-27,65$	$-22\frac{5}{18}$	$-2\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$
$m + n$				

402. Какое из чисел $312,1$; $-312,1$; $276,5$; $-276,5$ является корнем уравнения $-17,8 + x = -294,3$?
403. Найдите неизвестное уменьшаемое, если:
- 1) $x - (-84,6) = -15,4$; 2) $x - \left(-4\frac{1}{3}\right) = -5\frac{2}{3}$;
- 3) $x - \left(-8\frac{5}{6}\right) = -1\frac{1}{6}$; 4) $x - \left(-48\frac{7}{13}\right) = -51\frac{6}{13}$.
404. Найдите корень уравнения :
- 1) $x - (-14,7) = -55,3$; 2) $x - \left(-64\frac{2}{3}\right) = -5\frac{1}{3}$;
- 3) $x - \left(-82\frac{5}{7}\right) = -7\frac{2}{7}$; 4) $x - \left(-4\frac{5}{12}\right) = -55\frac{7}{12}$.
405. Прибавьте число $-34,5$ к числу: 1) $-5,5$; 2) $-65,5$; 3) $-15,5$.
406. Найдите значение выражения $a + b$, если:
- 1) $a = -8,36$ и $b = -1,64$; 2) $a = -17,6$ и $b = -12,4$;
- 3) $a = -4,75$ и $b = -5,25$; 4) $a = -17,2$ и $b = -92,8$.
407. Температура воздуха в понедельник изменилась на $-1,5^\circ\text{C}$, во вторник — на -2°C , в среду — на $-0,5^\circ\text{C}$, в четверг — на $-2,8^\circ\text{C}$, в пятницу — на $-1,7^\circ\text{C}$, в субботу — на $-1,9^\circ\text{C}$, в воскресенье — на $-1,3^\circ\text{C}$. На сколько градусов изменилась температура воздуха за неделю?
408. Уровень воды в реке в первый день изменился на $-0,25$ м, во второй день — на $-0,1$ м, в третий день — на $-0,07$ м. На сколько сантиметров изменился уровень воды за эти три дня?
409. Сначала число изменили на $-4,3$, затем — на $-1,6$, и, наконец, на $-0,1$. Увеличилось или уменьшилось число и на сколько?

В

Упражнения

410. Найдите значение выражения:
- 1) $(-2,25 + (-1,75)) + \left(-2\frac{2}{3} + \left(-3\frac{1}{3}\right)\right)$;
- 2) $\left(-327,8 + \left(-72\frac{1}{5}\right)\right) + \left(-539\frac{11}{15} + \left(-60\frac{4}{15}\right)\right)$;

$$3) \left(-789\frac{3}{5} + (-101,4) \right) + \left(-27,04 + \left(-72\frac{24}{25} \right) \right);$$

$$4) \left(-0,16 + \left(-\frac{21}{25} \right) \right) + \left(-0,875 + \left(-\frac{1}{8} \right) \right).$$

411. Найдите число, противоположное значению выражения:

$$1) -2\frac{1}{3} + \left(-5\frac{1}{4} \right); \quad 2) -14,27 + (-16,5);$$

$$3) -33,2 + \left(-11\frac{2}{7} \right); \quad 4) -39,05 + \left(-5\frac{1}{4} \right).$$

412. Представьте в виде суммы двух равных чисел число:

$$1) -6; \quad 2) -208; \quad 3) -11;$$

$$4) -1,4; \quad 5) -6,2; \quad 6) -10,2.$$

413. Найдите значение суммы:

$$1) -267 + (-415); \quad 2) -392 + (-108);$$

$$3) -2345 + (-687); \quad 4) -8346 + (-458);$$

$$5) -0,26 + (-0,74); \quad 6) -0,485 + (-0,52).$$

414. Найдите значение выражения:

$$1) -569 + (-587); \quad 2) -778 + (-354); \quad 3) -366 + (-278);$$

$$4) -255 + (-167); \quad 5) -7,08 + (-4,39); \quad 6) -99,9 + (-7,77).$$

Вычислите (415—417) :

$$415. \quad 1) -5,79 + (-3,84); \quad 2) -2,76 + (-0,64);$$

$$3) -7,64 + (-16,8); \quad 4) -7,788 + (-5,412);$$

$$5) -86,9 + (-6,362); \quad 6) -2,785 + (-13,865).$$

$$416. \quad 1) -\frac{25}{28} + \left(-\frac{18}{35} \right); \quad 2) -\frac{40}{63} + \left(-\frac{35}{72} \right); \quad 3) -\frac{29}{54} + \left(-\frac{13}{42} \right);$$

$$4) -\frac{19}{60} + \left(-\frac{11}{24} \right); \quad 5) -\frac{35}{81} + \left(-\frac{25}{72} \right); \quad 6) -\frac{23}{36} + \left(-\frac{31}{48} \right).$$

$$417. \quad 1) -0,4 + \left(-\frac{1}{6} \right); \quad 2) -0,25 + \left(-\frac{3}{8} \right); \quad 3) -4,125 + \left(-\frac{5}{12} \right);$$

$$4) -6,75 + \left(-8\frac{7}{12} \right); \quad 5) -11\frac{1}{3} + (-9,5); \quad 6) -7\frac{1}{6} + (-9,375);$$

$$7) -0,75 + \left(-5\frac{5}{6} \right); \quad 8) -0,8 + \left(-4\frac{3}{7} \right); \quad 9) -6\frac{1}{6} + (-17,375).$$



Упражнения

418. Найдите значение выражения $a + (-38,6)$, если:
- 1) $a = -12,3$; 2) $a = -61,4$; 3) $a = -902,4$; 4) $a = -32 \frac{2}{5}$.
419. Найдите значение выражения $a + b + (-0,5)$, если:
- 1) $a = -\frac{4}{15}$; $b = -0,4$; 2) $a = -0,4375$; $b = -\frac{5}{12}$;
- 3) $a = -3 \frac{11}{18}$; $b = -6 \frac{5}{6}$; 4) $a = -18 \frac{3}{14}$; $b = -6 \frac{17}{21}$.

П

(420—422) :

420. В Казахстане насаждения лиственных пород занимают 61,8% площади лесного фонда, хвойные — 15,5%, кустарники — 22,7%. Постройте круговую диаграмму, используя эти данные.
421. Между населенными пунктами 18 км. За какое время можно добраться из одного пункта в другой, двигаясь со скоростью 6 км/ч, увеличив данную скорость в: 1) 2 раза; 2) 3 раза; 3) 6 раз; 4) 12 раз?
422. Найдите неизвестное слагаемое из уравнения:
- 1) $x + (|-15| + 15,4) = 31$; 2) $\left|7\frac{2}{3}\right| + \left|-2\frac{1}{3}\right| + x = 100$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



423. Используя свойства сложения, найдите значение суммы:
- 1) $-|-700| + |500| + |-200| + \frac{3}{4} + 0,25$;
- 2) $|199,25| + |-55,3| + 44,7 + 0,75 - |-300|$.
424. На координатной прямой постройте точки :
- 1) $A(-4)$, $B(-6)$, $C(-1)$, $K(3)$, $M(5)$, $P(8)$;
- 2) $A(-0,4)$, $B(-0,7)$, $C(-0,9)$, $K(0,4)$, $M(1,1)$, $P(1,3)$;
- 3) $A\left(-\frac{1}{3}\right)$, $B\left(-2\frac{1}{3}\right)$, $C\left(-1\frac{2}{3}\right)$, $K\left(\frac{2}{3}\right)$, $M(3)$, $P(2)$.

§ 13. Сложение рациональных чисел с разными знаками

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Сложение. Сумма. Значение суммы. Рациональные числа.



Как выполняется сложение рациональных чисел с разными знаками?

Найдем значение суммы отрицательного и положительного рациональных чисел с помощью координатной прямой.

Работа с рисунком!

- С помощью рисунка 47 объясните выполнение равенств:
 $(-8) + 5 = -3$; $5 + (-8) = -3$.
- С помощью координатной прямой найдите значения сумм:
 $(-3) + 7$ и $7 + (-3)$ (рис. 48).

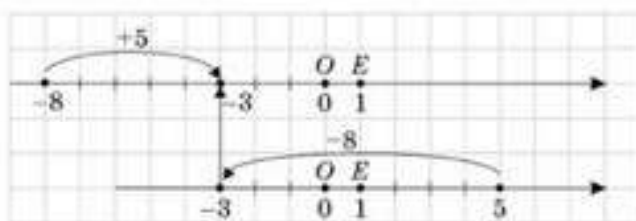


Рис. 47

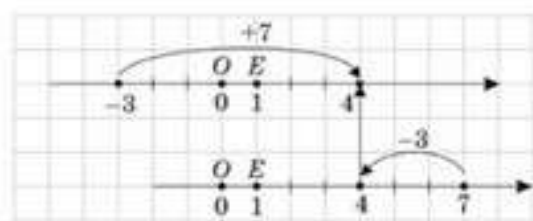


Рис. 48

Как видим, значение суммы отрицательного и положительного рациональных чисел или положительного и отрицательного может оказаться как отрицательным, так и положительным рациональным числом.

В первых двух примерах оно оказалось отрицательным, таким, как число с большим модулем: $|-8| > |5|$.

В третьем и четвертом примерах оно оказалось положительным, таким, как число с большим модулем: $|7| > |-3|$.

Если сравнить модуль полученного значения суммы положительного и отрицательного или отрицательного и положительного рациональных чисел, то увидим, что он получается, если из большего модуля слагаемого вычтем меньший модуль слагаемого.



Убедитесь с помощью координатной прямой, что верны равенства:
 $-1,5 + 2,5 = 2,5 - 1,5 = 1$; $1 + 0 = 1$.

Чтобы сложить два рациональных числа с разными знаками, модули которых не равны, нужно:

- 1) из большего модуля вычесть меньший модуль;
- 2) перед полученным числом поставить знак того слагаемого, модуль которого больше.

Например, $-70 + 50 = -(70 - 50) = -20$;

$70 + (-40) = +(70 - 40) = 30$; $-15,9 + 3,8 = -(15,9 - 3,8) = -12,1$.



1. Почему значения сумм $m + (-n)$ и $(-n) + m$ равны между собой?
2. Какой знак будет у значения суммы $m + (-n)$, если m и n — натуральные числа и $m < n$?

A

Упражнения

425. Найдите значение суммы :

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $(-5) + 13$; | 2) $(-8) + 15$; | 3) $6 + (-13)$; |
| 4) $7 + (-12)$; | 5) $(-53) + 53$; | 6) $17 + (-17)$. |

426. Сложите числа :

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1) (-18) и 33 ; | 2) 65 и (-37) ; | 3) (-49) и 25 ; |
| 4) 31 и (-12) ; | 5) (-58) и 39 ; | 6) 46 и (-74) . |

427. Вычислите :

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $\frac{2}{3} + \left(-10\frac{1}{3}\right)$; | 2) $-\frac{3}{8} + \frac{4}{7}$; | 3) $\frac{3}{5} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$; |
| 4) $\frac{2}{9} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$; | 5) $\frac{4}{5} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; | 6) $-9 + \frac{2}{9}$. |

428. Выполните действие :

- | | | | |
|---|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| 1) $\frac{11}{20} + \left(-2\frac{11}{15}\right)$; | 2) $-\frac{2}{5} + 6\frac{3}{4}$; | 3) $-\frac{7}{12} + 5\frac{1}{16}$; | 4) $\frac{5}{12} + \left(-\frac{4}{15}\right)$. |
|---|------------------------------------|--------------------------------------|--|

429. Найдите значение выражения :

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 1) $-12,64 + 53,24$; | 2) $-3,21 + 10,91$; |
| 3) $-33,04 + 43,54$; | 4) $21,19 + (-11,29)$. |

430. Найдите значение суммы :

- | | | |
|--|-----------------------------|--|
| 1) $\frac{4}{5} + (-0,81)$; | 2) $-19,8 + 5\frac{4}{5}$; | 3) $-\frac{4}{5} + 1,8$; |
| 4) $12,75 + \left(-12\frac{3}{4}\right)$; | 5) $-5,7 + 4\frac{3}{10}$; | 6) $8,57 + \left(-1\frac{1}{2}\right)$. |

431. Выполните сложение :

1) $474 + (-326)$; 2) $-22 + 188$; 3) $-295 + 105$;
4) $175 + (-135)$; 5) $942 + (-158)$; 6) $-345 + 155$.

432. Вычислите значение суммы :

1) $-89 + (-11) + 273$; 2) $(-73) + 873 + 88$;
3) $-126 + 26 + (-72)$; 4) $105 + (-65) + (-75)$.

433. Выполните действие :

1) $-0,75 + 0,55$; 2) $-3,19 + 5,49$; 3) $7,68 + (-0,98)$;
4) $10,89 + (-0,9)$; 5) $-8,6 + 7,62$; 6) $3,64 + (-1,46)$.

434. Вычислите:

1) $168,25 + (-32,25) + (736,4)$; 2) $-234,11 + 52,11 + 82$;
3) $-74,5 + (-3,54) + 842,04$; 4) $-12,76 + 0,66 + (-8,9)$.

435. Найдите значение выражения:

1) $\frac{7}{12} + (-0,35)$; 2) $-0,375 + \frac{3}{8}$; 3) $-\frac{4}{21} + \frac{3}{14}$;
4) $1,3 + \left(-1\frac{7}{15}\right)$; 5) $4\frac{5}{9} + \left(-4\frac{4}{15}\right)$; 6) $-2\frac{4}{75} + 3,07$.

436. Заполните таблицу.

a	$-2\frac{2}{5}$	$3\frac{12}{50}$	$-2\frac{1}{4}$	$3\frac{4}{9}$	$-3,4$
b	$1,4$	$-5,24$	$3,25$	$-3\frac{2}{7}$	$13\frac{2}{5}$
$a + b$					

В

Упражнения

437. Вычислите:

1) $-0,12 + \frac{3}{4}$; 2) $1,15 + \left(-1\frac{1}{4}\right)$; 3) $-8,2 + 9\frac{3}{7}$;
4) $-8\frac{3}{8} + 7,75$; 5) $5,2 + \left(-4\frac{1}{3}\right)$; 6) $3\frac{2}{7} + (-1,25)$.

438. Найдите значение выражения:

1) $(-2,6 + 4,5) + (2,8 + (-0,9))$;

$$2) \left(-5\frac{3}{7} + 5\frac{1}{14} \right) + \left(\frac{5}{7} + \left(-\frac{5}{14} \right) \right).$$

439. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения: 1) к сумме чисел $-0,0625$ и $6\frac{1}{16}$ прибавьте $-\frac{9}{16}$; 2) к сумме чисел $3\frac{2}{9}$ и $-\frac{5}{9}$ прибавьте $-2\frac{2}{3}$.
440. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения:
 1) к сумме чисел $-2\frac{3}{4}$ и $0,7$ прибавьте $1,35$;
 2) к сумме чисел $8,6$ и $-5,9$ прибавьте $-2\frac{7}{10}$.
441. Какое из чисел -9 ; 9 ; $3,4$ является корнем уравнения $-6,2 + x = -2,8$?
442. Подберите корень уравнения:
 1) $x + (-2) = 7$; 2) $-6 + y = 3$; 3) $x + 2 = -3$;
 4) $4 + m = 2$; 5) $x + (-4) = 8$; 6) $-2 + m = 1$;
 7) $m + 1 = -2$; 8) $9 + y = 4$; 9) $y + (-7) = 10$.
443. Найдите значение суммы $m + n$, если: 1) $m = -5,4$ и $n = 2$;
 2) $m = 2,3$ и $n = -4$; 3) $m = -4$ и $n = 9,25$.
444. Найдите значение выражения $a + b$, если:
 1) $a = 4,8$ и $b = -7\frac{5}{9}$; 2) $a = 5\frac{2}{7}$ и $b = -6,4$; 3) $a = -1,4$ и $b = \frac{1}{5}$.
445. Найдите неизвестное уменьшаемое из уравнения:
 1) $x - 2,76 = -4$; 2) $x - 8\frac{1}{4} = -3,2$; 3) $y - 2\frac{7}{9} = -8$.
446. Найдите корень уравнения:
 1) $x - 7,21 = -8\frac{1}{20}$; 2) $m - 1\frac{3}{4} = -3,7$; 3) $y - 2 = -4\frac{1}{3}$.
447. Выполните сложение:
 1) $-2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{15}$; 2) $-4\frac{7}{9} + \frac{5}{6}$; 3) $5\frac{2}{7} + \left(-3\frac{7}{8} \right)$.
448. Найдите корень уравнения:
 1) $x - 4\frac{1}{2} = -2\frac{1}{4}$; 2) $-x - 6\frac{4}{5} = -3\frac{1}{2}$; 3) $-x - 11\frac{1}{2} = -4\frac{7}{8}$.
449. Найдите значение выражения $x + y$, если:
 1) $x = 8,75$; $y = -13,25$; 2) $x = -3,49$; $y = 4,48$;
 3) $x = -39,57$; $y = 31,8$; 4) $x = 79,35$; $y = -82,65$.

450. С утра термометр показывал -13°C . За день температура изменилась на x° . Какой стала температура воздуха? Составьте выражение и найдите его значение, если: 1) $x = 2^{\circ}$; 2) $x = 4^{\circ}$; 3) $x = 5^{\circ}$; 4) $x = 8^{\circ}$.
451. Площадь канадских ледников 18000 лет назад была 11,89 млн. км². Через 3000 лет она изменилась на $-0,1$ млн. км². Еще через 3000 лет она изменилась на $-3,2$ млн. км². Еще через 3000 лет она изменилась на $-1,05$ млн. км². В настоящее время площадь канадских ледников составляет 0,15 млн. км². Какова была площадь канадских ледников: 1) 15 000 лет назад; 2) 12000 лет назад; 3) 9000 лет назад? На сколько миллионов квадратных километров изменилась площадь канадских ледников за 18 000 лет, включая настоящее время?



Упражнения

452. Посевная площадь сахарной свеклы в нашей республике в 2003 г. составляла 22,2 тыс. га. В последующие годы, по сравнению с 2003 г., она составила $(22,2 + x)$ тыс. га. Сколько тысяч гектаров составила посевная площадь сахарной свеклы в последующие годы, если x равен: 1) 0,1; 2) $-0,1$; 3) $-0,1$; 4) $-0,1$; 5) -16 ?
453. Посевная площадь хлопчатника в нашей республике в 2004 г. составляла 223,7 тыс. га. В последующие годы, по сравнению с 2004 г., она составила $(223,7 + x)$ тыс. га. Сколько тысяч гектаров составила посевная площадь хлопчатника в последующие годы, если x равен: 1) $-19,5$; 2) $-23,6$; 3) $-23,8$; 4) $-49,1$?
454. Посевная площадь овощей в нашей республике в 2004 г. составляла 111,3 тыс. га. В последующие годы, по сравнению с 2004 г., она составила $(111,3 + x)$ тыс. га. Сколько тысяч гектаров составила посевная площадь овощей в последующие годы, если x равен: 1) $-0,7$; 2) $-9,1$; 3) $-7,1$; 4) 1,6?
455. Найдите температуру воздуха на различных высотах, если на высоте 0 м она равна 15°C и изменяется на высоте:
- | | |
|--|--|
| 1) 1000 м — на $-6,5^{\circ}\text{C}$; | 2) 2000 м — на -13°C ; |
| 3) 3000 м — на $-19,5^{\circ}\text{C}$; | 4) 4000 м — на -26°C ; |
| 5) 5000 м — на $-32,5^{\circ}\text{C}$; | 6) 6000 м — на -39°C . |

П (456—460) :

456. Выясните, как двигался теплоход по течению реки или против ее течения, если собственная скорость теплохода $v_1 = 32,5$ км/ч, скорость его движения по реке v равна: 1) 35 км/ч; 2) 30 км/ч.
457. Найдите скорость движения катера v против течения реки, если его собственная скорость равна $v_2 = 15,2$ км/ч, скорость течения реки равна:
1) 2,7 км/ч; 2) 2,9 км/ч; 3) 3,1 км/ч; 4) $3\frac{1}{5}$ км/ч.
458. Найдите скорость движения лодки v по течению реки, если ее собственная скорость равна $v_3 = 11,1$ км/ч, скорость течения реки равна:
1) 2,7 км/ч; 2) 2,9 км/ч; 3) 3,1 км/ч; 4) $3\frac{1}{5}$ км/ч.
459. На координатной прямой постройте точки F, L, D , координаты которых являются соответственно противоположными числами для координат точек A, B, C , если:
1) $A(2), B(7), C(10)$; 2) $A\left(-\frac{1}{3}\right), B\left(1\frac{1}{3}\right), C\left(\frac{2}{3}\right)$.
460. Найдите число, 30% которого равно 40; 96% которого равно 12.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



461. Найдите неизвестное уменьшаемое из уравнения :
1) $x - \left(19\frac{7}{9} + \left|-\frac{2}{9}\right|\right) = 30,8$; 2) $x - 12,5 = |241,6 - 242,1|$.
462. Найдите значение выражения:
1) $(27,26 + 67,64) + 191,5 + (32,36 + 8,5)$;
2) $777,07 + (77,13 + 68,53) + (23,93 + 23,87)$.
463. Используя свойства сложения, найдите значение выражения:
1) $148\frac{3}{17} + \left|37\frac{7}{13}\right| + 151\frac{6}{13} + \left|-\frac{14}{17}\right| - |-338|$;
2) $993,8 + 50,96 + \left|-\frac{50}{5}\right| + |5,04| - |-1000|$.

§ 14. Свойства сложения рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Переместительное и сочетательное свойства сложения рациональных чисел.



Какие свойства используются при сложении рациональных чисел?

При сложении рациональных чисел, как и при сложении натуральных чисел, выполняются переместительное и сочетательное свойства.

Действительно, при изучении предыдущих тем установлено, что для любого рационального числа $a + 0 = 0 + a = a$, т. е. при сложении любого рационального числа и нуля выполняется переместительное свойство сложения.

При сложении отрицательных рациональных чисел складывают их модули, т. е. положительные числа, для которых переместительное свойство сложения выполняется, и перед полученным числом ставят знак “-”. Например, $(-4,1) + (-6,3) = -10,4$ и $(-6,3) + (-4,1) = -10,4$.

Значит, и при сложении отрицательных рациональных чисел выполняется переместительное свойство.

При сложении положительного и отрицательного рациональных чисел или отрицательного и положительного рациональных чисел из большего модуля вычитают меньший модуль и ставят знак числа, модуль которого больше. Например, $-10,7 + 4,5 = -6,2$ и $4,5 + (-10,7) = -6,2$.

Значит, при сложении положительного и отрицательного рациональных чисел или отрицательного и положительного рациональных чисел переместительное свойство сложения выполняется.

Для любых рациональных чисел от перестановки мест слагаемых значение суммы не изменяется.

Это свойство с помощью формулы записывают следующим образом:

если a, b — любые рациональные числа, то $a + b = b + a$.

Для рациональных чисел выполняется и сочетательное свойство сложения:

если a, b, c — любые рациональные числа, то $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Например, найдем значения выражений $(-3 + 10) + (-9)$ и $-3 + (10 + (-9))$ и сравним их.

$$(-3 + 10) + (-9) = 7 + (-9) = -2 \text{ и } -3 + (10 + (-9)) = -3 + 1 = -2.$$

Значит, $(-3 + 10) + (-9) = -3 + (10 + (-9))$.

Чтобы упростить вычисления, используют переместительное и сочетательное свойства сложения рациональных чисел. Эти свойства позволяют складывать рациональные числа в любом порядке.

При сложении нескольких рациональных чисел слагаемые можно менять местами и заключать их в скобки любым образом.

Например, найдем значение суммы $(-1,9) + (-3,2) + 10,7 + (-3) + (-7) + 3,2 + 1,2$. Заметим, что в сумме имеются противоположные друг другу числа $3,2$ и $-3,2$, значение суммы которых равно 0. Получим $(-1,9) + 10,7 + (-3) + (-7) + 1,2$. Далее складываем числа с одинаковыми знаками: $(-1,9) + (-3) + (-7) = -11,9$ и $10,7 + 1,2 = 11,9$. И, наконец, находим значение суммы $-11,9 + 11,9$. Получим 0. Записываем:

$$(-1,9) + (-3,2) + 10,7 + (-3) + (-7) + 3,2 + 1,2 = (-3,2 + 3,2) + ((-1,9) + (-3) + (-7)) + (10,7 + 1,2) = 0 + (-11,9) + 11,9 = 0.$$



1. В каком случае значение суммы двух слагаемых равно нулю?
2. Как можно сложить три рациональных числа a, n, k ?

A

Упражнения

464. Найдите значение суммы:

- 1) $-0,37 + (0,37 + (-5,5))$; 2) $-17,8 + (9,9 + 17,8)$;
- 3) $(-45,6 + 7,7) + 45,6$; 4) $(4,4 + (-85,9)) + 85,9$.

465. Найдите значение выражения:

- 1) $-0,49 + (-13,2 + 0,49)$; 2) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-6\frac{3}{8}\right)\right) + 6,375$;
- 3) $0,52 + (-0,25 + 1,1)$; 4) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-5\frac{3}{7}\right) + (-0,0625)$.

466. Найдите значение выражения: $(a + b) + c$, если:

- 1) $a = 3,8$; $b = -5,5$; $c = -4,5$; 2) $a = -25,6$; $b = 18,2$; $c = -14,4$;

$$3) a = \frac{1}{6}; b = \frac{2}{3}; c = -\frac{5}{8}; \quad 4) a = 2\frac{3}{8}; b = 5\frac{1}{4}; c = -3\frac{5}{12}.$$

467. Упростите выражение:

$$1) -15 + x + 7;$$

$$2) a + (-27) + 48;$$

$$3) y + 43 + (-36);$$

$$4) 5,6 + (-4,7) - c.$$

468. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения: 1) к сумме чисел $-1,4$ и $3,7$ прибавьте сумму чисел $5,3$ и $-7,6$; 2) к сумме чисел $7,24$ и $5,16$ прибавьте сумму чисел $-15,3$ и $-6,2$; 3) к сумме чисел $40,2$ и $-8,4$ прибавьте разность чисел $5,2$ и $2,4$; 4) к разности чисел $11,1$ и $3,9$ прибавьте сумму чисел $-25,6$ и $-61,6$.

469. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения:

$$1) \text{ к сумме чисел } -19 \text{ и } 62 \text{ прибавьте число } 88;$$

$$2) \text{ к разности чисел } 1256 \text{ и } 874 \text{ прибавьте число } -346;$$

$$3) \text{ к сумме чисел } -405 \text{ и } -607 \text{ прибавьте число } 358;$$

$$4) \text{ к числу } 411 \text{ прибавьте сумму чисел } 318 \text{ и } -404;$$

$$5) \text{ к числу } -649 \text{ прибавьте сумму чисел } 273 \text{ и } -528;$$

$$6) \text{ к числу } -921 \text{ прибавьте разность чисел } 405 \text{ и } 217.$$

470. Найдите значение выражения:

$$1) -\frac{5}{8} + \frac{1}{4} + \frac{7}{12}; \quad 2) \frac{1}{5} + \left(-\frac{1}{7}\right) + \frac{2}{9}; \quad 3) -\frac{1}{8} + \frac{3}{9} + \left(-\frac{5}{36}\right);$$

$$4) \frac{7}{8} + \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-1\frac{1}{20}\right); \quad 5) -\frac{11}{18} + \frac{5}{12} + 7\frac{1}{9}; \quad 6) 2\frac{4}{15} + \frac{2}{5} + \left(-5\frac{1}{6}\right).$$

В

Упражнения

471. Вычислите:

$$1) -6,6 + \frac{4}{5} + \left(-1\frac{2}{3}\right) + 3,4;$$

$$2) -3\frac{8}{31} + 4,1 + (-6) + 2,9;$$

$$3) 28 + \left(-3\frac{5}{12}\right) + 7,95 + 4,05;$$

$$4) 4,6 + 1\frac{11}{15} + (-2,3).$$

472. Найдите значение выражения:

$$1) -3,1 + (2,8 + (-0,9));$$

$$2) \left(-2\frac{3}{7} + 5\frac{1}{14}\right) + (-3,2).$$

473. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения: 1) к сумме чисел $-4,2$ и $6\frac{1}{3}$ прибавьте $-2,8$; 2) к сумме чисел $-3\frac{2}{9}$ и $4,5$ прибавьте $-2\frac{7}{9}$.

474. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения: 1) к сумме чисел $-2\frac{3}{4}$ и $0,7$ прибавьте $1,3$; 2) к сумме чисел $-5\frac{5}{6}$ и $8,9$ прибавьте $-3\frac{1}{6}$.



Упражнения

475. Наиболее удобным способом найдите значение выражения:

$$1) \left(-1\frac{3}{4} - 3\frac{5}{14} + 5,4\right) + \left(1,75 + 2\frac{6}{7} - 5,4\right);$$

$$2) \left(-\frac{5}{6} + 0,375 - 123,4\right) + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{6} + 123,4\right).$$

476. Используя свойства сложения, найдите значение суммы:

$$1) -\frac{5}{8} + 8,34 + (-9,84) + 0,625 + 1,5 + (-2,2);$$

$$2) -0,17 + 34,2 + (-9,83) + 6,2 + 5,8 + (-2,2).$$

П

(477—478) :

477. Одна типография может выполнить заказ за два дня, другая — за восемь дней. За сколько дней могут выполнить этот заказ две типографии, работая совместно?

478. Найдите x из пропорции: 1) $\frac{x}{17} = \frac{102}{3,4}$, x т — столько тонн кислорода в год выделяют зеленые насаждения ;

2) $\frac{266}{38} = \frac{105}{x}$, x т — столько тонн кислорода за год выделяет 1 га кукурузы, необходимого для жизни 30 человек.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



479. Найдите значение выражения:

$$1) 100 - 87\frac{1}{7} - 6,5 - 0,01; \quad 2) 13,79 - 2\frac{1}{3} - 1,29 - \frac{5}{6}.$$

480. Проверьте, является ли значение выражения натуральным числом:

$$1) 202,5 - \left(79\frac{1}{7} - 8\frac{1}{2}\right) - 3\frac{6}{7}; \quad 2) 38\frac{2}{19} - 17,2 - \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{5}\right).$$

§ 15. Вычитание рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

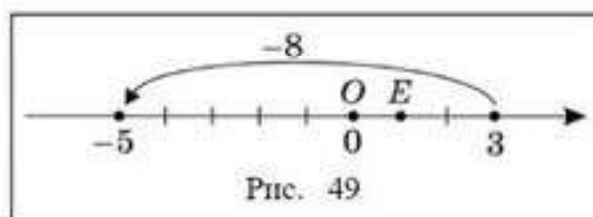
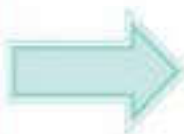
Вычитание. Уменьшаемое. Вычитаемое. Значение разности. Противоположное число. Координатная прямая.



Как выполнить вычитание рациональных чисел?

Работа с рисунком

Объясните с помощью рисунка, как получили равенства: $3 - 8 = -5$ и $3 + (-8) = -5$ (рис. 49).



Вычитая число a ($a > 0$) из числа b и прибавляя к b число $(-a)$, надо переместиться из точки с координатой b влево на a единиц, поэтому $b - a = b + (-a)$.

Например,

$$-8 - 6 = -8 + (-6), \quad -a - 4 = -a + (-4), \quad 9 - b = 9 + (-b).$$

Видим, что вычитание рациональных чисел можно заменить сложением. Поэтому,

чтобы из одного рационального числа вычесть другое рациональное число, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

С помощью формулы это правило для любых рациональных чисел a и b можно записать так: $a - b = a + (-b)$.

Так как любое рациональное число имеет противоположное ему число, то вычитание рациональных чисел выполнимо всегда.

Подумайте!

Уменьшаемое $-2,5$ меньше вычитаемого $-1,5$. Положительным или отрицательным числом является значение разности $-2,5 - (-1,5)$?

Уменьшаемое $-1,5$ больше вычитаемого $-2,5$. Положительным или отрицательным числом является значение разности $-1,5 - (-2,5)$?

Составьте и выполните аналогичные задания для случаев, когда уменьшаемое и вычитаемое с разными знаками: одно — положительное, другое — отрицательное рациональное число.

Если уменьшаемое больше вычитаемого, то значение разности — положительное число.

Если же уменьшаемое меньше вычитаемого, то значение разности — отрицательное число.

Значение разности будет равно нулю, если уменьшаемое и вычитаемое равны.



Говорите правильно

Чтение разности отрицательных рациональных чисел $\left(-2\frac{3}{4}\right) - (-1,4)$:

— разность минус двух целых трех четвертых и минус одной целой четырех десятых;

— из минус двух целых трех четвертых вычесть минус одну целую четыре десятых;

— от минус двух целых трех четвертых отнять минус одну целую четыре десятых.



1. Почему, вычитая число a из числа b и прибавляя к b число $(-a)$ с помощью координатной прямой, в результате получаем одно и то же число?
2. Почему вычитание рациональных чисел можно заменить сложением?
3. В каких случаях значение разности двух рациональных чисел положительное число, отрицательное число?

A

Упражнения

481. Вычислите значение суммы, представив в виде суммы разность:

$$\begin{array}{llll} 1) 8 - 18; & 8 - (-18); & -8 - 18; & -8 - (-18); \\ 2) 13 - 9; & 13 - (-9); & -13 - 9; & -13 - (-9). \end{array}$$

482. Найдите значение разности:

$$\begin{array}{lll} 1) -60 - 24; & 2) 12 - 35; & 3) 37 - 43; \\ 4) -45 - 55; & 5) -302 - (-200); & 6) 134 - (-400). \end{array}$$

483. Найдите значение выражения:

1) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; 2) $-\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$; 3) $-\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$; 4) $\frac{16}{27} - \left(-\frac{1}{9}\right)$.

484. Найдите значение разности:

1) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}$; 3) $5\frac{7}{8} - \left(-2\frac{5}{12}\right)$;
4) $-2\frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{7}\right)$; 5) $3\frac{9}{6} - 4\frac{11}{24}$; 6) $-4\frac{11}{12} - \left(-\frac{11}{18}\right)$.

485. Найдите значение разности:

1) $7,8 - (-6,9)$; 2) $-6,7 - (-7,6)$; 3) $-5,4 - 6,8$;
4) $-15\frac{4}{5} - \left(-20\frac{3}{5}\right)$; 5) $-1\frac{7}{9} - 3\frac{5}{6}$; 6) $\frac{16}{21} - 5\frac{1}{3}$.

486. Найдите значение выражения:

1) $a - 3487$, если $a = 689$; -6578 ;
2) $-23\ 654 - y$, если $y = 5478$; $-16\ 234$;
3) $(a - b) - 369$, если $a = 832$; $b = 1812$.

487. Найдите значение выражения $x - y$, если:

1) $x = 18,5$; $y = -22, 5$; 2) $x = -3,4$; $y = 2,46$;
3) $x = -9,87$; $y = -4,89$; 4) $x = -61,75$; $y = 42,45$.

488. Найдите значение выражения $(a + b) - c$, если:

1) $a = 5,8$; $b = 3,6$; $c = -2,5$; 2) $a = -23,3$; $b = -8,9$; $c = -47,6$;
3) $a = \frac{1}{5}$; $b = 1\frac{7}{10}$; $c = 2\frac{14}{15}$; 4) $a = -3\frac{5}{8}$; $b = 2\frac{5}{12}$; $c = -2\frac{3}{4}$.

489. Найдите значение разности наибольшего трехзначного натурального числа и наименьшего пятизначного натурального числа.

490. Какое число пропущено в верном равенстве:

1) $-20 - \dots = -40$; 2) $\dots - 58 = 60$;
3) $60 - \dots = 33$; 4) $\dots - (-33) = 10?$

491. Выполните сложение и результат проверьте вычитанием:

1) $92,43 + (-17,24)$; 2) $-18,64 + 19,48$;
3) $86,1 + (-12,87)$; 4) $-91,98 + (-36,66)$.

492. Найдите значение выражения $3,5 - (-x + y)$, если:

1) $x = 11,5$; $y = -2, 2$; 2) $x = 3,5$; $y = -2,25$;
3) $x = 2,8$; $y = -3,19$; 4) $x = 0,45$; $y = -4,5$.

493. Найдите значение выражения $a - (b - c)$, если:

1) $a = 5,6$; $b = 7,6$; $c = -4,8$; 2) $a = 52,3$; $b = -18,9$; $c = 24,5$;

$$3) a = -\frac{5}{6}; b = -\frac{7}{9}; c = -\frac{5}{8}; \quad 4) a = -7\frac{3}{16}; b = 2\frac{1}{8}; c = -7\frac{7}{12}.$$

494. Запишите выражение и найдите его значение с помощью предложения:

1) уменьшите -389 на 37 ;

2) уменьшите 426 на 820 ;

3) из числа $99\,999$ вычтите значение разности чисел -919 и 10 ;

4) значение разности чисел 9999 и 999 уменьшите на 99 ;

5) вычтите значение разности чисел 1026 и -572 из числа 10000 ;

6) вычтите из числа 357 значение разности чисел 152 и -348 .

495. Найдите неизвестное слагаемое из уравнения:

1) $x + 24 = -126$;

2) $42,4 + y = 23,2$;

3) $x + 327 = -820$;

4) $y + (-19,6) = 11,5$.

496. Найдите неизвестное вычитаемое из уравнения:

1) $321 - x = 450$;

2) $122 - y = -200$;

3) $20,4 - x = -13,6$;

4) $50,3 - y = 72,4$.

497. Найдите корень уравнения:

1) $\frac{2}{5} - y = -\frac{3}{7}$;

2) $a + 4\frac{5}{12} = -3\frac{1}{9}$;

3) $b + 2\frac{4}{11} = \frac{2}{3}$;

4) $1\frac{4}{15} - x = 2\frac{5}{8}$.

498. Найдите решение уравнения:

1) $x + 0,25 = -0,02$;

2) $-x + (-10,05) = -0,996$;

3) $x + 0,3 = -0,15$;

4) $-x + 1,452 = 1,06$.

Сравните (499—500) :

499. 1) $26,4 - 97,83$ и $-71,78$;

2) $-47,3 - 17,72$ и $-65,32$.

500. 1) $-18,85 - (-24,36)$ и $6,2$;

2) $-14,2 - 56,81$ и $71,02$.

В

Упражнения

501. Найдите неизвестное слагаемое в верном равенстве:

1) $x + (-13,85 - 4,2) = -12,3$;

2) $c + (-12,76 - 26,69) = -40,8$;

3) $(-27,31 - 15,9) + y = -62,7$;

4) $(-1,3 - 4,75) + n = -7,4$.

502. Найдите корень уравнения:

$$1) x + 4\frac{1}{8} = -7\frac{3}{5}; \quad 2) -x + \left(-31\frac{1}{3}\right) = 40\frac{5}{12};$$

$$3) -5\frac{3}{20} - x = 3\frac{1}{8}; \quad 4) -29\frac{3}{7} - x = -11\frac{4}{21}.$$

503. Какое число пропущено в верном равенстве:

$$1) -30 - (-(-\dots)) = -40; \quad 2) -(-(-\dots)) - (-18) = -57;$$

$$3) -52 - (-(-\dots)) = -34; \quad 4) -(-(-(-\dots))) - 33 = -25?$$

504. Сравните значение выражения:

$$1) -13,24 - 4,7 \text{ и } -8,84; \quad 2) -82,09 - 2,7 \text{ и } 84,79;$$

$$3) -67,45 - 23,7 \text{ и } -91,15; \quad 4) -83,03 - 24,8 \text{ и } -108.$$

505. Сравните :

$$1) 725,3 - 978,6 \text{ и } -253,3; \quad 2) -46,8 - 77,5 \text{ и } -124,2;$$

$$3) -179,25 - (-200) \text{ и } 20,08; \quad 4) -(-63,78) + 7,53 \text{ и } 770,31.$$

506. Запишите числовое выражение и найдите его значение с помощью предложения:

$$1) \text{ из числа } 3874 \text{ вычтите значение разности чисел } -593 \text{ и } 77;$$

$$2) \text{ значение разности чисел } 8118 \text{ и } 292 \text{ уменьшите на } 68;$$

$$3) \text{ вычтите значение разности чисел } -914 \text{ и } -815 \text{ из числа } 654;$$

$$4) \text{ вычтите из числа } 598 \text{ значение разности чисел } 712 \text{ и } -137.$$

Найдите корни уравнений (507—509) :

$$507. 1) -x + 3,9 = 2,1; \quad 2) -x + (-5,16) = 6,01;$$

$$3) -x + 2,9 = -8,7; \quad 4) -x + (-5,88) = -7,17.$$

$$508. 1) -x + 19\frac{1}{3} = 10\frac{3}{7}; \quad 2) -x + \left(-22\frac{1}{4}\right) = -30,2;$$

$$3) -x + 27\frac{1}{3} = -20\frac{5}{9}; \quad 4) -x + (-5,5) = -17\frac{1}{7}.$$

$$509. 1) 3\frac{2}{20} - x = 18\frac{1}{8}; \quad 2) -10\frac{3}{7} - x = -9\frac{2}{3};$$

$$3) 3\frac{1}{2} - x = 7\frac{1}{5}; \quad 4) 40\frac{5}{9} - x = 63\frac{4}{5}.$$

510. Вычислите:

$$1) -21,1 - (9,9 - 10,2) - 67,8;$$

$$2) (43,8 - 50,05) - (24,1 - 22,6).$$

511. Найдите значение выражения:

$$1) \left(8\frac{1}{42} - 12\frac{4}{21}\right) - \left(5\frac{1}{42} - 3\frac{3}{7}\right); \quad 2) -19\frac{7}{16} - \left(25\frac{5}{8} - 28\frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4}.$$

512. Найдите значение выражения $a - (b - c)$, если:

1) $a = 123$, $b = 91$, $c = 26,1$; 2) $a = -7,3$, $b = -1,5$, $c = 6,6$;

3) $a = -\frac{1}{12}$, $b = -\frac{3}{8}$, $c = -\frac{1}{6}$; 4) $a = -9\frac{3}{20}$, $b = -8\frac{3}{4}$, $c = -5,4$.

513. Найдите значение выражения $(a + b) - c$, если:

1) $a = -10,1$, $b = 9,9$, $c = -20,2$;

2) $a = -\frac{1}{4}$, $b = \frac{5}{7}$, $c = -\frac{3}{7}$;

3) $a = 55,23$, $b = -60,1$, $c = -5,13$;

4) $a = -7\frac{4}{9}$, $b = -13\frac{1}{6}$, $c = -10\frac{5}{18}$.

Найдите корни уравнений (514—515) :

514. 1) $(-40,5 - 39,5) + x = 18,3$; 2) $x + (21,8 - 30) = 1,2$;

3) $(79,7 - 100) - x = 29$; 4) $(-0,28 - 9,82) - x = -6,11$.

515. 1) $\left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) - x = \frac{1}{15}$;

2) $\left(\frac{7}{9} - \frac{8}{27}\right) - x = \frac{2}{3}$;

3) $\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{11}\right) - x = \frac{43}{44}$;

4) $\left(\frac{7}{30} - \frac{1}{6}\right) - x = -\frac{3}{10}$.

516. Найдите значение разности:

1) наименьшего двузначного натурального числа и наибольшего трехзначного натурального числа;

2) наименьшего трехзначного натурального числа и наибольшего четырехзначного натурального числа;

3) наибольшего двузначного натурального числа и наименьшего четырехзначного натурального числа;

4) наибольшего пятизначного натурального числа и наименьшего шестизначного натурального числа.



Упражнения

517. Вместо звездочек поставьте такие числа, чтобы получилось верное равенство:

1) $-7 - 20 = 7 - *$;

2) $-9 - * = * - 8$;

3) $* - 30 = 29 - *$;

4) $* - 51 = * - 49$.

518. Представьте в виде разности сумму:
 1) $a + (-b) + (-c) + (-d)$; 2) $(-m) + n + (-t) + (-k)$.
519. Найдите корень уравнения:
 1) $-x - \left(41\frac{3}{5} - 45\frac{1}{3}\right) = -9\frac{7}{15}$; 2) $\left(20,2 - 27\frac{3}{7}\right) - y = 19\frac{32}{35}$.
520. Даны два натуральных числа a и b . Среди выражений $-a + b$; $a - b$; $-b - a$; $a + b$ выберите выражение, значение которого:
 1) равно значению выражения $b - a$;
 2) противоположно значению выражения $b - a$.
521. Известно, что a, b, c — натуральные числа, причем $a < b < c$. Выясните, верно ли неравенство: 1) $b - a < c$; 2) $c - a < b - c$.

П (522—523) :

522. Собственная скорость лодки 3,5 км/ч. Скорость лодки против течения реки равна 0,9 км/ч. Найдите скорость лодки по течению.
523. Расстояние между пунктами, изображенными на карте, равно 4,2 см. Каково расстояние между этими пунктами на местности, если масштаб карты равен 1:100 000?
524. Найдите значение выражения $\frac{33}{41} \cdot \left|\frac{5}{21}\right| \cdot |-1,4| \cdot 3\frac{8}{11}$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



525. Проверьте, равно ли нулю значение выражения:

$$17\frac{1}{6} + 3\frac{1}{3} - 9,4 - 8\frac{2}{9} + \frac{11}{90}$$

526. Верно ли, что значение выражения

$$100,19 - \left(23,5 - 20\frac{1}{3}\right) + \frac{14}{15} - \frac{281}{300}$$

является положительным целым числом?

§ 16. Сложение и вычитание рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Сложение. Вычитание. Равенства. Свойства сложения рациональных чисел.



С помощью каких равенств можно заменить вычитание сложением?

Рассмотрим примеры на выполнение действий сложения и вычитания с рациональными числами.

Пример 1. Найдем значение выражения $16,25 + (-14) - (-13,75) + (-30) - 26$.

Решение. Данное выражение содержит действия сложения и вычитания рациональных чисел.

Выражение $16,25 + (-14) - (-13,75) + (-30) - 26$ можно рассматривать как сумму $16,25 + (-14) + 13,75 + (-30) + (-26)$, так как $a - b = a + (-b)$ и $-(-a) = a$.

Поскольку слагаемые можно менять местами и заключать их в скобки любым образом, то для выполнения вычислений слагаемые, которые являются отрицательными числами, удобно заключить в одни скобки, а слагаемые, которые являются положительными числами, — в другие. Поэтому получим: $16,25 + (-14) + 13,75 + (-30) + (-26) = (-14 + (-30) + (-26)) + (16,25 + 13,75) = (-14 - 30 - 26) + (16,25 + 13,75)$. Выполнив вычисления в скобках, получим выражение $-70 + 30$, значением которого является число -40 .

Ответ: -40 .

Пример 2. Найдем значение выражения $-\frac{1}{8} + \frac{2}{3} - \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{5}{6} + \left(-\frac{1}{8}\right)$.

Решение. Представим данное выражение в виде суммы:

$$-\frac{1}{8} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \left(-\frac{1}{8}\right).$$

Заключим слагаемые, которые являются положительными числами в одни скобки, отрицательными числами — в другие. Получим выражение: $\left(-\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$. Выполнив вычисления в скобках,

получим сумму $-\frac{1}{4} + \frac{9}{4}$, значением которой является число 2 .

Ответ: 2 .



1. С помощью каких равенств можно заменить вычитание сложением?
2. Как группировать слагаемые для вычисления значения суммы положительных и отрицательных чисел?

A

Упражнения

Выполните действия (527—528) :

- 527.** 1) $(-5486 + 3578) + 1422$;
 2) $4523 + (-3788 + 1477)$;
 3) $(357 - 768 - 589) + (332 - 211 - 643)$;
 4) $(-389 + 298 + 428) - (102 - 572 + 643)$.
- 528.** 1) $5,36 + (-3,28) - 1,78$; 2) $29,04 - 121,4 - 43,52$;
 3) $-6,9 + 0,205 - (-4,155)$; 4) $-7 - 1,38 - (-4,96)$;
 5) $4,87 - 8,54 + 3,12$; 6) $45,006 - 52,29 + (-2,306)$.
- 529.** Вычислите:
 1) $4,51 + (-62 - 37,5) + (-0,82)$;
 2) $(46,3 - 52,59) - (-6,75 + 0,05)$;
 3) $-53,12 - (16,9 - 0,07) + 13,7$;
 4) $251,9 - (-78,01 + 3,8) - 2,01$.
- 530.** Найдите значение выражения:
 1) $19\frac{131}{150} + \left(-12\frac{17}{25} - 18\frac{49}{150}\right)$; 2) $-48\frac{17}{35} + \left(11\frac{4}{35} - 18\frac{61}{70}\right)$;
 3) $74\frac{29}{36} - \left(-44\frac{5}{18} + 10\frac{31}{48}\right)$; 4) $\left(2\frac{61}{80} - 9\frac{49}{60}\right) + \left(-12\frac{81}{120}\right)$.
- 531.** Выполните действие:
 1) $\frac{4}{25} + 4,84 + (-6,04)$; 2) $-8\frac{1}{6} - 4,75 + 0,3$;
 3) $2\frac{7}{20} - 2,38 - 1,4$; 4) $-\frac{3}{8} + 0,225 - 1,5$.
- 532.** Вычислите:
 1) $-6\frac{9}{20} + 5\frac{5}{8} - 10,39$; 2) $-20,3 - \left(7\frac{5}{8} - 2,0325\right)$;
 3) $6,08 - \frac{4}{5} - 3\frac{17}{25}$; 4) $20,6 - \left(-12\frac{5}{6} - 9,6\right)$.

Выполните действия (533—535) :

533. 1) $6,6 - \frac{4}{5} + \left(-1\frac{2}{3}\right) + 3,4$; 2) $3\frac{8}{31} - 4,1 - \left(-\frac{23}{31} - 2,9\right)$;

3) $28 - \left(-3\frac{5}{12}\right) + \left(-4,5 + 2\frac{1}{4}\right)$; 4) $4,6 - 1\frac{11}{15} - \left(-2,3 + 5\frac{1}{3}\right)$.

534. 1) $-82 - \left(4\frac{23}{30} - 2,55\right)$; 2) $-7,65 + \left(-5\frac{31}{40} + 4,76\right)$;

3) $20,8 - \left(7\frac{19}{20} - 8\frac{3}{5}\right)$; 4) $25,1 - \left(-9\frac{73}{80} + 0,0875\right)$.

535. 1) $-6,54 - 2\frac{7}{9} + 2,46 - 2\frac{7}{255}$;

2) $3\frac{5}{8} - 4,42 + 5 - 6,33$;

3) $-8,25 - 3,72 + \left(-\frac{1}{30} + \frac{7}{30}\right)$;

4) $3\frac{1}{14} + 2\frac{3}{7} + 2 - (6,1 - (-2,85))$.

536. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:

1) $\left(2\frac{7}{24} - 5\frac{9}{32}\right) + \left(6\frac{11}{24} - 7\frac{23}{32}\right)$; 2) $\left(11\frac{5}{49} - 6\frac{9}{14}\right) + \left(1\frac{3}{14} - 5\frac{16}{49}\right)$.

537. Найдите неизвестное слагаемое в верном равенстве:

1) $-5,007 + x = 15,007 - 18,23$;

2) $x + (-1,4) = -5 + 0,04$;

3) $(-29,35 + 0,471) + x = 30$;

4) $(-5,7 - 12,8) + x = 40,5$.

538. Найдите неизвестное вычитаемое в верном равенстве:

1) $(13,04 - 1,001) - x = 12,039$;

2) $(0,375 - 1,625) - x = 1,04$;

3) $-0,48 - x = -0,01 + 1,2$;

4) $-15,43 - x = -4,2 + 3,73$.

539. Найдите неизвестное уменьшаемое в верном равенстве:

1) $x - 0,18 = (-7,63 - 0,27)$; 2) $x - 1,36 = (-5,8 + 5,43)$;

3) $\left(x - \frac{7}{10}\right) + 1\frac{3}{4} = 1,17$; 4) $\left(-x + 1\frac{2}{3}\right) - \frac{5}{6} = -5\frac{11}{30}$.

Найдите корни уравнений (540—541) :

540. 1) $-4,5 - x = -6 + 18,5$; 2) $x - 1,5 = -1,8 + 11,2$;
 3) $10,54 - x = -7,5 + 1$; 4) $0,03 + x = -0,15 - 0,17$.
541. 1) $x - 1,2 = -1,6 - 1,46$; 2) $-0,16 + x = -0,84 + 1,5$;
 3) $x - (2,3 - 6,7) = 0,99$; 4) $x - 4,3 = 0,45 - 0,54$.

В

Упражнения

542. Найдите значение выражения $a - (b + c)$, если:
 1) $a = 11,06$; $b = 7,08$; $c = -6,19$;
 2) $a = 42,4$; $b = -17,3$; $c = 23,5$.
543. Найдите значение выражения $a - (b - c)$, если:
 1) $a = -\frac{5}{12}$; $b = -\frac{5}{9}$; $c = -\frac{3}{8}$;
 2) $a = -5\frac{7}{16}$; $b = 3\frac{5}{8}$; $c = -8\frac{3}{10}$.
544. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:
 1) $123 + 49$ и -170 ; 2) $-184 + 3$ и 184 ;
 3) $-349 - 76$ и 35 ; 4) $-512 - 120$ и -512 ;
 5) $232 - (-89)$ и $232 + 89$; 6) $24 - 345$ и $-24 + 345$.
545. Если к неизвестному числу прибавить $-7\frac{1}{2}$ и из значения суммы вычесть $2\frac{1}{3}$, то получится $-5\frac{5}{6}$. Найдите неизвестное число.
546. Как изменится значение суммы двух чисел, если:
 1) одно слагаемое изменить на $5\frac{1}{10}$, другое — на $-3\frac{1}{10}$;
 2) одно слагаемое уменьшить на $5\frac{1}{10}$, другое — изменить на $3\frac{1}{10}$?
547. Найдите число, противоположное значению:
 1) суммы чисел $-\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{15}$;
 2) разности чисел -10 и $9\frac{8}{9}$;
 3) разности чисел $-12,5$ и $-11\frac{3}{5}$;

4) суммы чисел $-2\frac{3}{4}$ и $-5\frac{5}{12}$.

548. Первое число равно $12\frac{2}{6}$, второе — на $14\frac{2}{21}$ меньше. Найдите значение суммы и разности этих чисел.

Составьте выражения и найдите их значения с помощью предложений (549—550):

549. 1) Сложите число $4\frac{2}{3}$ и разность чисел $-4\frac{1}{3}$ и $\frac{4}{5}$;

2) вычтите из разности чисел $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{12}$ число $-\frac{5}{8}$.

550. 1) К сумме чисел $-3,5$ и $-1,8$ прибавьте разность чисел $-4,2$ и $2,5$;

2) из разности чисел $-6,7$ и $9,2$ вычтите число, противоположное числу $\frac{1}{4}$.

551. Найдите значение выражения:

1) $196 + a + (-558 - 458)$, если $a = 82$;

2) $-b + 467 - (396 + (-274))$, если $b = 3684$.

552. Найдите значение выражения: 1) $a + b + c$; 2) $-a + b - c$; 3) $a - b - c$, если $a = -32, 19$; $b = -30,91$ и $c = -31,0$.

Составьте выражения и найдите их значения с помощью предложений (553—555):

553. 1) Вычтите из суммы чисел $\frac{5}{6}$ и $\frac{8}{9}$ число $1,5$;

2) сложите разность чисел $6\frac{1}{15}$ и $7\frac{1}{3}$ и число $8,3$.

554. 1) Сумму чисел -96 и -86 уменьшите на $22,2$;

2) из разности чисел $40,3$ и $51,22$ вычтите число $-4,38$;

3) из суммы чисел $-91,49$ и $80,09$ вычтите число $7,4$.

555. 1) К сумме чисел $-2,4$ и $1\frac{2}{15}$ прибавьте разность чисел $-8\frac{2}{3}$ и $5,2$;

2) к разности чисел $-10,38$ и $-9,72$ прибавьте сумму чисел $17\frac{2}{7}$ и -19 .

Найдите корни уравнений (556—557) :

556. 1) $(x - 67,2) + 4,2 = 17,4 - 20,1$;

2) $-100,9 - (47,24 - x) = 5,82 - 90$.

557. 1) $\frac{17}{28} + x = -1\frac{1}{7} + 2\frac{1}{2}$; 2) $\frac{43}{45} + x = -\frac{7}{15} + \frac{28}{45}$;

3) $4,6 + x = -1,8 + 1\frac{1}{15}$; 4) $15,5 - x = -6,8 + 18\frac{29}{30}$.

558. Как изменится значение суммы трех чисел, если первое слагаемое:

1) уменьшить на $6\frac{3}{7}$, второе слагаемое изменить на $11\frac{6}{11}$, третье слагаемое — на $-19\frac{5}{77}$;

2) изменить на $-15,6$, второе — на $-4\frac{2}{5}$; третье — на 20?

559. Найдите значение выражения:

1) $(28,19 - 40,16) - (7,28 - 10,11) + (-29,1 - 40,8)$;

2) $(-8,243 + 6,743) + (-18,1 - 19,1) - (40 - 51,2)$.



Упражнения

560. Убедитесь, что значение выражения равно единице:

1) $3\frac{1}{9} - 6\frac{1}{3} + \frac{4}{27} + 4\frac{2}{27}$; 2) $\frac{5}{6} + 4\frac{4}{9} - 2\frac{17}{18} - 1\frac{1}{3}$.

561. Докажите, что отрицательным числом является значение выражения:

1) $6\frac{5}{6} - 2,875 + 2\frac{11}{12} - 7\frac{8}{3}$; 2) $3\frac{9}{16} - 5,25 - 4\frac{1}{8} + 4,8125$.

562. Проверьте, верно ли равенство:

1) $\frac{(18,14 - 20,49) - (-3,35)}{\frac{2}{7} + \left(-5\frac{2}{3}\right) + 5\frac{5}{7}} = 3$;

2) $\frac{5\frac{6}{11} - 5,5 + 3\frac{1}{22}}{(22,19 - 40,2) - (-20,10)} = 1,5$.

563. Докажите, что значения выражений $-19,8 + 16\frac{19}{30} - 3\frac{2}{3} + 1\frac{1}{6}$

и $-29\frac{1}{4} - 1\frac{13}{14} + 32,75 - 3\frac{4}{7} - 3\frac{2}{3}$ равны.

564. Верно ли, что значение выражения $(-4,717 + 8,687) - \left(18\frac{3}{20} - 26\frac{3}{25}\right)$ в 2,5 раза больше значения выражения $-6\frac{1}{3} + 8\frac{3}{7} - 4\frac{3}{7} + 7,3$?

П (565—569) :

565. 1) Приняв $\pi \approx 3,14$, найдите длины радиуса и диаметра окружности, если ее длина равна 1,57 см. Ответ выразите в миллиметрах.

2) Приняв $\pi \approx 3,14$, найдите длины радиуса и диаметра круга, если его площадь равна 314 см^2 . Ответ выразите в дециметрах.

566. Используя свойства умножения, найдите значение выражения: 1) $\frac{101}{206} \cdot \left|-1\frac{45}{61}\right| \cdot \left|1\frac{2}{101}\right| \cdot 1\frac{8}{53}$; 2) $\left|-\frac{93}{107}\right| \cdot \left|-1\frac{13}{57}\right| \cdot 1\frac{14}{93} \cdot \left|-\frac{57}{70}\right|$.

567. Найдите неизвестное вычитаемое из уравнения:

1) $|123,4 - 220,4| - x = \left|-220\frac{3}{4}\right| - |130,75|$;

2) $|7| - x = -|-90|$.

Найдите неизвестные члены пропорций (568—569) :

568. 1) $\frac{42}{1,4} = \frac{|-5,1|}{x}$; 2) $\frac{|-5,7|}{x} = \frac{39}{13}$.

569. 1) $\frac{x}{|-0,29|} = \frac{|-9,3|}{0,31}$; 2) $\frac{42}{0,7} = \frac{x}{|-1,6|}$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



570. Отметьте на координатной прямой точки: $A(10)$; $B(-8,5)$; $C(-3,5)$; $D(2)$; $E(8,5)$; $F(-5)$.

571. 1. Напишите координату точки, расположенной от точки $A(2)$: 1) правее на 6 клеток; 2) левее на 6,5 клеток; 3) левее на 3 клетки; 4) правее на 2 клетки (за единичный отрезок принять одну клетку).

2. На одной прямой постройте отрезки OA , OB . Найдите длину отрезка AB , если: 1) $OA = 7 \text{ см}$, $OB = 4 \text{ см}$; 2) $OA = 7,5 \text{ см}$, $OB = 4,5 \text{ см}$.

§ 17. Расстояние между точками на координатной прямой

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Координатная прямая. Расстояние. Модуль числа.



Как найти расстояние между точками на координатной прямой?

Расстояние между $M(7)$ и $K(3)$ равно длине отрезка MK (рис. 50). Отрезок $KM = OM - OK$ и так как длина отрезка OM равна семи единицам, длина отрезка OK — трем единицам, то расстояние между точками $M(7)$ и $K(3)$ равно: $7 - 3 = 4$ (единицам).

Расстояние между точками F и E равно трем единицам. Это число получим, если из координаты одной точки вычтем координату другой точки и найдем модуль полученного числа:

$$|-8 - (-5)| = |-8 + 5| = |-3| = 3.$$

Работа с рисунком!

Используя рисунок 50, запишите равенство, с помощью которого можно найти расстояние между точками $E(-5)$ и $K(3)$.

Сформулируйте вывод о том, как, зная координаты точек, можно найти расстояние между ними.

Чему равно расстояние между точками F и M (рис. 50)?

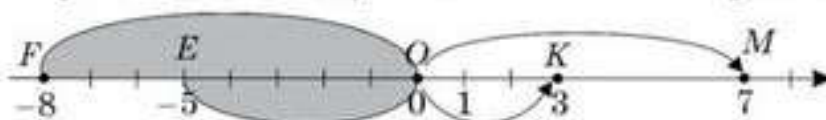


Рис. 50

Значит,

если $A(a)$ и $B(b)$, то расстояние от A до B равно $|a - b|$.

Например, если $A(13)$ и $B(-7)$, то расстояние от A до B равно: $|13 - (-7)| = |13 + 7| = 20$.



1. С помощью какой формулы можно найти расстояние между точками $D(d)$ и $F(f)$ на координатной прямой?
2. Как найти длину отрезка, координаты концов которого равны 4 и -9 ?

579. Запишите координаты точек B и P , если известно, что они находятся на координатной прямой на расстоянии четырех единиц от точки: 1) $A(7)$; 2) $C(2)$; 3) $M(4,5)$; 4) $K(-3,5)$.



Упражнения

580. Запишите координаты точек M и K , если известно, что они находятся на координатной прямой на расстоянии $\frac{1}{6}$ единицы от точки: 1) $A\left(\frac{5}{6}\right)$; 2) $C\left(-\frac{2}{3}\right)$; 3) $B\left(\frac{7}{9}\right)$; 4) $P\left(-\frac{3}{4}\right)$.
581. На координатной прямой изображены точки A, B, C, E, D, F (рис. 51). Найдите пары точек, расстояние между которыми равно двум единицам, и запишите их координаты.

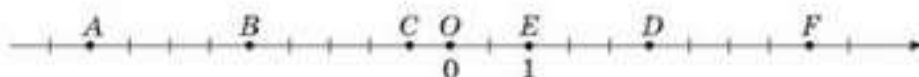


Рис. 51

П (582—583) :

582. Приняв $\pi \approx 3,14$, найдите: 1) площадь круга, если длина окружности, ограничивающей этот круг, равна 157 м; 2) длину окружности, ограничивающей круг, площадь которого равна 28,26 м².
583. Найдите неизвестное слагаемое из уравнения:

$$1) x + |-1754| = 1754; \quad 2) \left|2\frac{1}{3}\right| + \left|-2\frac{1}{3}\right| + x = 100\frac{2}{3}.$$

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



584. Найдите значение выражения:

$$1) |-8| \cdot |0,01| \cdot |125| \cdot 0,1; \quad 2) 0,1 \cdot |-62,5| \cdot |16| \cdot 0,01.$$

585. Найдите значение выражения:

$$1) 93,1a + 16,9a - 1,1, \text{ если } a = 0,01;$$

$$2) (9,72b + 0,28b) : 250, \text{ если } b = 100.$$

§ 18. Умножение рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Умножение. Произведение. Свойства арифметических действий. Отрицательные рациональные числа. Положительные рациональные числа.



Как умножить рациональные числа?

Правила выполнения действий с рациональными числами формулируются таким образом, чтобы для них сохранились известные правила и свойства действий с натуральными числами.

Известно, что $4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12$, поэтому должно быть верным равенство: $(-4) \cdot 3 = -4 + (-4) + (-4) = -12$. Следовательно,

значение произведения отрицательного рационального числа на положительное есть число отрицательное.

Кроме этого, надо чтобы выполнялось переместительное свойство сложения и в том случае, когда один из множителей число отрицательное. Например, $(-4) \cdot 3 = 3 \cdot (-4)$, поэтому,

значение произведения положительного рационального числа и отрицательного есть число отрицательное.

Таким образом,

значение произведения двух рациональных чисел с разными знаками есть число отрицательное, модуль которого равен произведению модулей множителей.

При умножении рациональных чисел с разными знаками руководствуются правилом:

Чтобы умножить два рациональных числа с разными знаками, надо:

- 1) перемножить модули множителей;
- 2) перед полученным числом поставить знак “-”;

Объясните!

Как умножили числа:

$$1) (-1,5) \cdot 20 = -(1,5 \cdot 20) = -30;$$

$$2) 0,3 \cdot (-1,2) = -(0,3 \cdot 1,2) = -0,36;$$

$$3) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{9}{14} = -\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{14}\right) = -\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 14} = -\frac{3}{7}?$$



Найдите значение произведения -1 и положительного рационального числа: $(-1) \cdot 12,4$; $(-1) \cdot 45,21$; $27 \cdot (-1)$. Сравните положительные множители и значения произведений. Какими они являются числами?

Легко увидеть, что

значение произведения положительного рационального числа на -1 равно противоположному ему отрицательному числу и, наоборот, отрицательное число можно рассматривать как значение произведения противоположного ему положительного числа на -1 , т. е. $a \cdot (-1) = -a$; $-a = a \cdot (-1)$.

Если это свойство распространить и на отрицательные рациональные числа, то получим, что

значение произведения отрицательного рационального числа на -1 равно противоположному ему положительному числу и, наоборот, положительное число можно рассматривать как значение произведения противоположного ему отрицательного числа на -1 , т. е. $-a \cdot (-1) = a$; $a = -a \cdot (-1)$.

Рассмотрим умножение отрицательных рациональных чисел. *Например*, найдем значение произведения (-3) и (-4) .

Отрицательный множитель, стоящий на первом месте, записывать в скобках не обязательно.

Например, произведение $(-3) \cdot (-4)$ то же самое, что произведение $-3 \cdot (-4)$. Так как число -3 можно рассматривать как значение произведения противоположного ему положительного числа 3 на -1 , то получим равенство: $-3 \cdot (-4) = (-1 \cdot 3) \cdot (-4)$.

Если учесть, что выполняется сочетательное свойство умножения рациональных чисел, то получим: $(-1 \cdot 3) \cdot (-4) = -1 \cdot (3 \cdot (-4))$.

Как показано выше, $3 \cdot (-4) = -12$, тогда $-3 \cdot (-4) = -1 \cdot (-12)$.

Так как значение произведения отрицательного рационального числа на -1 равно противоположному ему положительному числу, то $-1 \cdot (-12) = 12$.

Таким образом, $-3 \cdot (-4) = 12$. Значит,

значение произведения двух отрицательных рациональных чисел есть число положительное, модуль которого равен произведению модулей множителей.

При умножении отрицательных рациональных чисел руководствуются правилом:

Чтобы умножить два отрицательных рациональных числа, надо перемножить их модули.

Объясните!

Как выполнили умножение:

$$1) -20 \cdot (-30) = 20 \cdot 30 = 600;$$

$$2) -40 \cdot (-0,3) = 40 \cdot 0,3 = 12;$$

$$3) -\frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = \frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9} = \frac{1}{6}?$$

Рассмотрим умножение рациональных чисел в случаях, когда один из множителей равен нулю. Известно, что для любых натуральных чисел a верно равенство: $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$. Это равенство верно и для любых рациональных чисел. Укажем свойство нуля при умножении.

Если хотя бы один из множителей равен нулю, то и значение произведения рациональных чисел равно нулю.

Если значение произведения рациональных чисел равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Например, значения произведений $(-3,4) \cdot 0$ и $0 \cdot (-7)$ равны нулю.

Свойство нуля при умножении можно использовать при решении уравнений, в которых неизвестное число находится в одном из множителей или во всех множителях, а значение произведения равно нулю.

Пример 1. Найдем корень уравнения $(-5) \cdot (x + 42) = 0$.

Решение. Так как множитель $(-5) \neq 0$, то обязательно другой множитель $x + 42$ равен нулю, т. е. $x + 42 = 0$, или $x = -42$.

Ответ: -42 .

Пример 2. Найдем корни уравнения $(-21 + 7x) \cdot (18 - 9x) = 0$.

Решение. Значение произведения будет равно нулю, если первый множитель $-21 + 7x$ или второй множитель $18 - 9x$ будут равны нулю, т. е. $-21 + 7x = 0$, или $18 - 9x = 0$. Значит, уравнение имеет два корня: $x = 3$ или $x = 2$.

Ответ: $2; 3$.



Говорите правильно

Чтение произведения, которое содержит отрицательные числа
 $(-3) \cdot (-5)$:

— произведение минус трех и минус пяти;

— минус три умножить на минус пять;

$-6x$:

— минус шесть икс;

— минус шесть умножить на икс;

— произведение минус шести и икс.



1. В каком случае значение произведения рациональных чисел равно: нулю, положительному числу, отрицательному числу?
2. Почему уравнение $(-x + 2) \cdot (1 - x) \cdot (8 + x) = 0$ имеет три корня?

A

Упражнения

Найдите значения произведений (586—589):

586. 1) $1,6 \cdot 8$, 2) $1,5 \cdot 0,4$, 3) $60 \cdot 0,2$,

$-1,6 \cdot (-8)$; $-1,5 \cdot (-0,4)$; $-60 \cdot (-0,2)$;

4) $0,9 \cdot 9$, 5) $0,4 \cdot 0,6$, 6) $5 \cdot 0,02$,

$-0,9 \cdot (-9)$; $-0,4 \cdot (-0,6)$; $-5 \cdot (-0,02)$.

587. 1) $\frac{5}{11} \cdot \frac{8}{15}$, 2) $\frac{9}{16} \cdot \frac{5}{12}$, 3) $\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{10}$,

$-\frac{5}{11} \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$; $-\frac{9}{16} \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)$; $-\frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)$.

588. 1) $0,625 \cdot (-8)$; 2) $-0,75 \cdot 4$; 3) $-0,375 \cdot 16$; 4) $8 \cdot (-0,875)$.

589. 1) $\frac{3}{8} \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)$; 2) $-1,6 \cdot \frac{5}{8}$; 3) $-\frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$; 4) $4\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{14}\right)$.

590. Найдите значение выражения:

1) $3\frac{8}{9} \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right)$; 2) $8\frac{1}{6} \cdot \left(-7\frac{1}{5}\right)$; 3) $6\frac{3}{8} \cdot \left(-2\frac{6}{11}\right)$;

4) $10\frac{4}{7} \cdot \left(-2\frac{11}{12}\right)$; 5) $5\frac{5}{8} \cdot \left(-7\frac{4}{15}\right)$; 6) $7\frac{5}{9} \cdot \left(-9\frac{3}{4}\right)$.

591. Выполните умножение:

- 1) $-4,7 \cdot (-36)$; 2) $-5,9 \cdot (-6,3)$; 3) $-7,4 \cdot (-90)$;
4) $-31,6 \cdot (-75)$; 5) $-3,2 \cdot (-0,47)$; 6) $-200 \cdot (-0,85)$.

Вычислите (592—595) :

592. 1) -3^2 ; 2) $(-3)^2$; 3) $-0,3^2$; 4) $(-0,3)^2$.

593. 1) -5^2 ; 2) $(-5)^2$; 3) $-0,5^2$; 4) $(-0,5)^2$.

594. 1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; 2) $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$; 3) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2$; 4) $-\left(\frac{7}{9}\right)^2$.

595. 1) -11^2 ; 2) $(-1,3)^2$; 3) $-3,3^2$; 4) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2$.

Выполните умножение (596—598) :

596. 1) $-15,1 \cdot 8,6$; 2) $80,4 \cdot (-3,05)$; 3) $0,72 \cdot (-3,5)$;
4) $57,8 \cdot (-0,35)$; 5) $-258,4 \cdot 0,25$; 6) $0,216 \cdot (-25)$.

597. 1) $-15,1 \cdot 0,1$; 2) $80,4 \cdot (-0,01)$; 3) $0,01 \cdot (-3,5)$;
4) $-57,8 \cdot (-10)$; 5) $-256,7 \cdot (-10)$; 6) $-0,206 \cdot (-100)$.

598. 1) $6\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{2}{11}\right)$; 2) $-1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{4}{5}$; 3) $-2\frac{2}{7} \cdot 3\frac{1}{4}$;
4) $1\frac{3}{5} \cdot \left(-3\frac{3}{4}\right)$; 5) $2\frac{1}{2} \cdot \left(-2\frac{2}{15}\right)$; 6) $-1\frac{9}{11} \cdot 2\frac{19}{40}$.

599. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{2}{9}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{1}{11}\right)^2$; 3) $\left(-\frac{3}{10}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$; 5) $\left(-\frac{7}{10}\right)^3$.

600. Выполните умножение:

1) $-\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{10}$; 2) $-\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{6}{5}$; 3) $-\frac{24}{36} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$;

4) $-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{9}{10}\right)$; 5) $-\frac{1}{3} \cdot (-135) \cdot \frac{1}{5}$; 6) $\frac{2}{7} \cdot (-21) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$.

601. Найдите значение произведения:

1) $-2 \cdot (-2,1) \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot (-1,1)$;
2) $-3 \cdot (-1,2) \cdot (-4) \cdot (-2) \cdot (-0,1)$.

602. Выполните действие:

1) $-4,9 \cdot 100$; 2) $49,2 \cdot (-1000)$; 3) $-16,79 \cdot (-10)$;
4) $-6 \cdot (-0,1)$; 5) $-8 \cdot 0,01$; 6) $377,4 \cdot (-0,001)$.

603. Найдите значение выражения:

1) $-2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right)$; 2) $2\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)$.

604. Вычислите:

$$1) -1\frac{2}{3} \cdot 3,6; \quad 2) 1\frac{9}{31} \cdot (-3,1); \quad 3) -48 \cdot \left(-2\frac{5}{12}\right);$$

$$4) 4,5 \cdot \left(-1\frac{11}{15}\right); \quad 5) -12 \cdot \left(-4\frac{23}{24}\right); \quad 6) -7,5 \cdot \left(-2\frac{1}{125}\right).$$

605. Найдите значение произведения всех нечетных чисел:

$$1) \text{ от } 3 \text{ до } 9; \quad 2) \text{ от } -3 \text{ до } 3; \quad 3) \text{ от } -7 \text{ до } 5;$$

$$4) \text{ от } -11 \text{ до } -7; \quad 5) \text{ от } -18 \text{ до } -14; \quad 6) \text{ от } -24 \text{ до } -19.$$

606. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

$$1) 213 \cdot (-8716) \cdot (-507) \text{ и } -405 \cdot (-378) \cdot (-912);$$

$$2) 14,8 \cdot (-9,236) \cdot 853,2 \text{ и } 205,3 \cdot (-764,6) \cdot (-19,8);$$

$$3) -463 \cdot (-903) \cdot 711,5 \text{ и } 356,8 \cdot (-558) \cdot 0;$$

$$4) -612,7 \cdot 0 \cdot (-425,3) \text{ и } 237 \cdot (-106) \cdot 649.$$

607. Поставьте вместо звездочки знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

$$1) 1,21 \cdot (-3,3) * -0,78 \cdot 4,07; \quad 2) -7,71 \cdot 0,52 * 0,05 \cdot (-81,12);$$

$$3) -32,7 \cdot 0,3 * 3,61 \cdot (-2,72); \quad 4) 29,57 \cdot (-0,43) * -31,2 \cdot 0,39.$$

608. Найдите неизвестное делимое из верного равенства:

$$1) x : 0,71 = -0,46; \quad 2) x : (-0,09) = 1;$$

$$3) x : (-5,9) = -1,1; \quad 4) x : (-13,4) = -2,6;$$

$$5) x : (-0,8) = -0,7; \quad 6) x : (-9,7) = -1,55.$$

609. Найдите корень уравнения:

$$1) x : 0,4 = -1\frac{2}{3}; \quad 2) x : 0,25 = -\frac{4^2}{5}; \quad 3) x : \frac{9}{13} = -2\frac{1}{6}.$$

610. Выполните действие:

$$1) -1,2 \cdot (25,5 \cdot 4); \quad 2) -1,7 \cdot (26,2 \cdot 0,5);$$

$$3) (-16 \cdot 0,25) \cdot 6,6; \quad 4) -0,6 \cdot (-15) \cdot 7,7.$$

Найдите значения выражений (611—612) :

$$611. \quad 1) \left(\frac{2}{7} \cdot 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4; \quad 2) \left(-4\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{18};$$

$$3) \left(-5\frac{6}{7} \cdot 1\frac{1}{41}\right) \cdot \left(-4\frac{1}{3}\right); \quad 4) -\left(-2\frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{29}\right) \cdot \frac{4}{35}.$$

$$612. \quad 1) -\frac{5}{9}x, \text{ если } x = -18; \quad 2) -\frac{1}{15}y, \text{ если } y = -5;$$

$$3) 1,6b, \text{ если } b = -450; \quad 4) -30,7 \cdot a, \text{ если } a = 6,8.$$

В

Упражнения

613. Найдите значение выражения:

- 1) $7,5 a \cdot b$, если $a = -24$, $b = -8$;
- 2) $(-15) \cdot c \cdot (-d)$, если $c = 0,2$, $d = 3,5$;
- 3) $-5 \cdot y \cdot x$, если $x = -5,2$, $y = 0,7$;
- 4) $0,25 \cdot (-m) \cdot (-n)$, если $m = -2,4$, $n = 6,4$.

614. Вычислите:

- 1) $-1\frac{2}{3} \cdot 3,4 \cdot \left(-2\frac{2}{17}\right)$;
- 2) $1\frac{9}{31} \cdot (-3,1) \cdot (-17,75)$;
- 3) $-28 \cdot \left(-3\frac{5}{12}\right) \cdot \left(-2\frac{4}{31}\right)$;
- 4) $4,6 \cdot 1\frac{11}{15} \cdot (-2,3)$.

615. Выполните действие:

- 1) $-1,7 \cdot (25,5 \cdot 4)$;
- 2) $-1,2 \cdot (26,6 \cdot 1,5)$;
- 3) $(-16 \cdot 14,5) \cdot 2,9$;
- 4) $-0,5 \cdot (-14) \cdot 12,5 \cdot 0,6$.

Найдите корни уравнений (616—617) :

616. 1) $x : \left(-5\frac{5}{11}\right) = 10 - 7,8$;
- 2) $x : 0,14 = 3\frac{1}{49} - 5\frac{1}{7}$;
- 3) $x : \left(-\frac{25}{47}\right) = 23 - 13,6$;
- 4) $x : 1\frac{31}{80} = \frac{3}{37} - 12\frac{1}{3}$.

617. 1) $(40,2 + x) : (-2,5) = -11\frac{3}{5}$;
- 2) $(x - 3,1) : \left(-3\frac{4}{7}\right) = 4,2$;
- 3) $(29,3 - x) : \left(-2\frac{2}{9}\right) = -13,5$;
- 4) $(x + 11,7) : (-2,8) = 7\frac{1}{7}$.

С

Упражнения

618. Проверьте, верно ли равенство:

- 1) $\left(-85\frac{5}{7}\right) \cdot (-1,96) \cdot 0,04 \cdot \left(-\frac{5}{21}\right) \cdot (-4,5) = 7,2$;

$$2) 18\frac{3}{20} \cdot \left(-\frac{25}{88}\right) \cdot (-1,6) \cdot \frac{2}{15} \cdot (-12,5) = -13,75.$$

619. Убедитесь, что значение выражения

$$\left(-\frac{13}{14}\right) \cdot 20,5 \cdot \left(-\frac{5}{99}\right) \cdot (-79,2) \cdot \left(-1\frac{8}{13}\right)$$

в 8,2 раза меньше значения выражения $4,75 \cdot \left(-\frac{6}{19}\right) \cdot \left(-1\frac{8}{27}\right) \cdot 15\frac{3}{7}$.

620. Докажите, что является целым числом значение выражения:

$$1) (-25,08) \cdot 4\frac{4}{19} \cdot \left(\frac{35}{66}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{7}\right);$$

$$2) \frac{27}{68} \cdot (-77,35) \cdot \left(-5\frac{20}{21}\right) \cdot 4\frac{12}{13}.$$

621. Из формулы $y + 2x - 4 = 0$ выразите: 1) y через x ; 2) x через y .

622. Найдите неизвестное уменьшаемое из уравнения:

$$1) x - \left(10\frac{7}{9} + \left|-\frac{7}{9}\right| + \left(-11\frac{5}{9}\right)\right) = 0,8;$$

$$2) x - 412,5 = |-507 - 80,5|.$$

623. На координатной прямой постройте точки F, L, D , координаты которых являются противоположными числами для координат точек A, B, C , если: 1) $A(3); B(5); C(11)$; 2) $A(-2); B(-8); C(-10)$. Найдите длины отрезков AF, BL, CD , если длина единичного отрезка равна 0,5 см.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



624. Цена газеты 60 тг/шт. Найдите стоимость газет, если их количество равно: 1) 3; 2) 6; 3) 9; 4) 12; 5) 30; 6) 40 штук.

625. Найдите значение выражения:

$$1) 3,75a + 6,25a + 1,9, \text{ если } a = 0,01;$$

$$2) 13,32x + 16,68x - 3000, \text{ если } x = 100.$$

§ 19. Переместительное и сочетательное свойства умножения рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Отрицательные и положительные рациональные числа. Модуль числа. Значение произведения. Переместительное и сочетательное свойства. Умножение. Произведение.



Как применить свойства умножения рациональных чисел?

Для рациональных чисел выполняются переместительное и сочетательное свойства умножения.

Если a , b и c — любые рациональные числа, то $a \cdot b = b \cdot a$ и $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Переместительное и сочетательное свойства умножения позволяют в произведении нескольких рациональных чисел переставлять множители местами и заключать их в скобки любым образом.

Например, при нахождении значения выражения $\frac{28}{33} \cdot (-13) \times \left(-\frac{33}{28}\right) \cdot \frac{1}{13}$ удобно поменять местами (-13) и $\left(-\frac{33}{28}\right)$ и заключить в скобки первый и второй множители, третий и четвертый множители:

$$\left(-\frac{33}{28} \cdot \frac{28}{33}\right) \cdot \left(-13 \cdot \frac{1}{13}\right).$$

Значения произведений в каждой из скобок можно найти устно. Получим: $-1 \cdot (-1) = 1$.

Подумайте!

Каким, положительным или отрицательным числом является значение произведения, в котором отрицательным числом является:

один множитель: $\frac{8}{11} \cdot (-5) \cdot \frac{1}{5}$;

три множителя: $-8 \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot \frac{1}{5}$;

пять множителей: $-4 \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-8)$;

семь множителей;

нечетное число множителей;

два множителя: $\frac{8}{11} \cdot (-5) \cdot \left(-\frac{8}{11}\right) \cdot \frac{1}{5}$;

четыре множителя: $-3 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-3)$;

шесть множителей;

четное число множителей?

Легко заметить,

если в произведении, множители которого положительные и отрицательные рациональные числа или только отрицательные рациональные числа и:

— число отрицательных множителей *нечетное*, то значение произведения этих множителей — число *отрицательное*;

— число отрицательных множителей *четное*, то значение произведения — число *положительное*.



1. Какое свойство умножения рациональных чисел выражает формула $a \cdot b = b \cdot a$, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$?
2. Почему три рациональных числа можно умножить в любом порядке?

A

Упражнения

626. Вычислите:

- 1) $(-2,5) \cdot (-2,7) \cdot (-0,4)$;
- 2) $(-16) \cdot 7,3 \cdot (-1,5)$;
- 3) $3,75 \cdot (-11) \cdot (-0,8)$;
- 4) $(-5,2) \cdot (-10) \cdot (-2,5)$.

627. Найдите значение выражения:

- 1) $\left(-\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot (-4)$;
- 2) $\left(-4\frac{1}{5} \cdot 1,3\right) \cdot \frac{10}{13}$;
- 3) $\left(-5\frac{6}{7} \cdot \frac{3}{13}\right) \cdot \left(-4\frac{1}{3}\right)$;
- 4) $-\left(7\frac{5}{12} + \frac{7}{36}\right) \cdot 5\frac{1}{7}$.

628. Упростите выражение:

- 1) $-0,3 \cdot a \cdot 3\frac{1}{3}$;
- 2) $2\frac{2}{5} \cdot b \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)$;
- 3) $-\frac{18}{25} \cdot x \cdot (-2,5)$;
- 4) $2,4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot a$.

629. Найдите значение произведения:

- 1) $\frac{3}{16} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-5\frac{1}{3}\right)$;
- 2) $\left(-\frac{2}{19}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-9\frac{1}{2}\right)$;

$$3) \frac{7}{20} \cdot \left(-\frac{3}{17}\right) \cdot \left(-8\frac{2}{21}\right); \quad 4) \left(-\frac{13}{25}\right) \cdot \left(-5\frac{10}{13}\right) \cdot \frac{2}{3}.$$

630. Найдите значение выражения:

- 1) $25x \cdot 16$, если $x = -37$; 2) $0,2y \cdot 2,5$, если $y = -71$;
 3) $35b \cdot 8$, если $b = -450$; 4) $-30,4a \cdot (-8,5)$, если $a = 6,9$.

631. Вычислите:

- 1) $(-15,4) \cdot \left(-\frac{4}{27}\right) \cdot 1\frac{1}{14} \cdot \left(-3\frac{15}{22}\right)$;
 2) $\left(-1\frac{11}{15}\right) \cdot 2\frac{6}{35} \cdot \left(-4\frac{37}{52}\right) \cdot \left(-\frac{15}{38}\right)$.

В

Упражнения

632. Найдите значение выражения:

- 1) $7,5 \cdot (-3,6) \cdot a \cdot b$, если $a = -24$, $b = -8$;
 2) $0,81 \cdot (-m) \cdot 3,5 \cdot (-n)$, если $m = -2,4$, $n = 6,4$;
 3) $\frac{29}{30} \cdot (-0,65) \cdot x \cdot y$, если $x = 2\frac{2}{39}$, $y = -3\frac{3}{29}$;
 4) $\left(-8\frac{13}{19}\right) \cdot \left(\frac{120}{259}\right) \cdot x \cdot y$, если $x = -0,76$, $y = -\frac{37}{40}$.

П (633—634) :

633. Составьте формулу для нахождения третьего числа, если первое число равно a , второе число составляет $\frac{5}{18}$ от первого числа, третье число — 40% от второго числа. Найдите третье число, если первое число равно 900.

634. Найдите координаты точек A , B , C и длины отрезков AB и BC (рис. 52, 53).

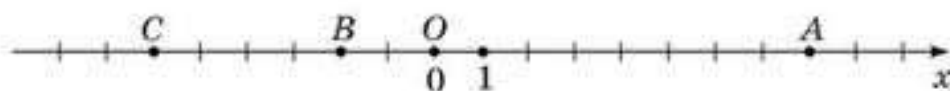


Рис. 52

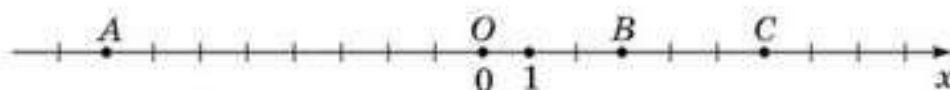


Рис. 53

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



635. Выполните действие:

1) $10,5 : 0,25$;

2) $127,2 : 0,4$;

3) $18 \frac{1}{7} : 0,5$;

4) $9,15 : 3 \frac{1}{3}$;

5) $17 \frac{1}{3} : 8 \frac{5}{6}$;

6) $4 \frac{5}{7} : 2 \frac{1}{35}$.

636. Проверьте, является ли значение выражение $15 \frac{1}{6} : 7 \frac{2}{3} : 0,5 : \frac{1}{23}$ натуральным числом.

637. Длина дороги между пунктами A и B равна 48 км. С какой скоростью должен ехать мотоциклист, чтобы доехать из A в B за: 1) 2 ч; 2) 1,5 ч; 3) 1 ч 40 мин; 4) 1 ч 20 мин; 5) 1 ч 15 мин?

§ 20. Деление рациональных чисел

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Отрицательные и положительные рациональные числа. Модуль числа. Деление. Частное. Период. Бесконечная периодическая десятичная дробь. Конечная десятичная дробь. Чистая периодическая дробь. Смешанная периодическая дробь.



Как выполнить деление рациональных чисел?

Известно, что деление связано с умножением. Если $a : b = c$, то $a = b \cdot c$ и, наоборот, если $a = b \cdot c$, то $a : b = c$.

Используя связь деления с умножением, найдем значение частного двух отрицательных рациональных чисел.

Пример. Найдем значение частного $-18 : (-9)$.

Решение. Так как $-18 = (-9) \cdot 2$, значит, значение частного отрицательных рациональных чисел -18 и (-9) равно положительному рациональному числу 2.

Ответ : 2.

Подумайте!

Почему значение частного $-\frac{1}{5} : \left(-\frac{1}{15}\right)$ является положительным числом?

Значение частного, полученного от деления двух отрицательных рациональных чисел, есть число положительное.

Модуль частного двух отрицательных рациональных чисел -18 и (-9) равен 2, т. е. значению частного модуля делимого -18 и модуля делителя -9 .

При делении отрицательных рациональных чисел руководствуются правилом:

Чтобы найти значение частного отрицательных рациональных чисел, надо модуль делимого разделить на модуль делителя.

Рассмотрим случай когда делимое и делитель — рациональные числа с разными (противоположными) знаками.

Пример. Найдем значение частного: 1) $-18 : 9$.

Решение. Так как $-18 = 9 \cdot (-2)$, то, используя связь умножения с делением, получим: $-18 : 9 = -2$.

Ответ : -2 .

2) $18 : (-9)$.

Решение . Так как $18 = -9 \cdot (-2)$, то, используя связь умножения с делением, получим: $18 : (-9) = -2$.

Ответ : -2 .

Значит, значение частного рациональных чисел с разными знаками $-18 : 9$ или $18 : (-9)$ равно отрицательному числу -2 .

Модуль значения частного рациональных чисел с разными знаками равен значению частного модулей делимого и делителя.

Подумайте!

Почему значения частных $\frac{1}{5} : \left(-\frac{1}{15}\right)$ и $-\frac{1}{5} : \frac{1}{15}$ являются отрицательными числами?

Значение частного двух рациональных чисел с разными знаками есть число отрицательное.

Чтобы найти модуль значения частного, нужно модуль делимого разделить на модуль делителя.

Рассмотрим значения частных $-8 : 9$ и $8 : (-9)$.

Так как $-8 : 9 = \frac{-8}{9} = -\frac{8}{9}$ и $8 : (-9) = \frac{8}{-9} = -\frac{8}{9}$, то $\frac{-8}{9} = \frac{8}{-9} = -\frac{8}{9}$.

Это равенство означает :

знак “-”, стоящий перед обыкновенной дробью, можно перенести либо в числитель дроби, либо в ее знаменатель.

Это свойство можно записать с помощью равенства: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$.

Рассмотрим случай, когда делимое равно нулю, а делитель не равен нулю, так как делить на нуль нельзя.

Пример . Найдем значение частного $0 : (-10,25)$.

Решение . Так как $0 = (-10,25) \cdot 0$, то, используя связь умножения и деления, получим: $0 : (-10,25) = 0$.

Ответ : 0 .

Подумайте!

Почему значение частного $0 : \left(-\frac{1}{15}\right)$ или $0 : \frac{1}{15}$ равно нулю?

Значение частного нуля и любого отличного от нуля рационального числа равно нулю.

Объясните!

$$0 : (-22,9) = 0; 0 : \frac{37}{55} = 0.$$



Как представить рациональное число в виде бесконечной периодической десятичной дроби?

Вы знаете, чтобы перевести любую обыкновенную дробь в десятичную дробь, надо числитель разделить на знаменатель.

Пример 1. Переведем обыкновенную дробь $\frac{28}{9}$ в десятичную дробь.

Решение. Для перевода обыкновенной дроби $\frac{28}{9}$ в десятичную дробь разделим 28 на 9. Получим:

$$\begin{array}{r} 28 \quad | \quad 9 \\ -27 \quad | \quad 3,111 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$$

Процесс деления не окончен — он будет продолжаться бесконечно, так как, получив в остатке 1 и дописывая к нему 0, будем получать число 10, которое при делении на 9 снова даст остаток 1.

В таком случае говорят, что получается *бесконечная десятичная дробь*, в которой, начиная с разряда десятых, повторяется цифра 1. Такую дробь принято записывать, используя многоточие: 3,111... .

Ответ: 3,111... .



Убедитесь, что если перевести число $\frac{117}{11}$ в десятичную дробь, то получим 10,6363... — бесконечную десятичную дробь, в которой после запятой повторяется число 63.

Поскольку при делении остаток всегда меньше делителя, то в процессе деления уголком обязательно с какого-то момента остаток повторится, поэтому группа цифр, образующих число в значении частного, также повторится. Эта группа цифр, как показано в примерах, может состоять из одной цифры, может образовать двузначное число, а может оказаться и трехзначным, и четырехзначным, и т. д. числом.

Например, повторяющаяся группа цифр в значении частного $\frac{71}{17}$ состоит из 16 цифр, так как остаток 3 повторится только при нахождении числа, стоящего в 17 разряде после запятой.



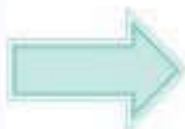
Убедитесь, что если перевести число $\frac{71}{17}$ в десятичную дробь, то получим $4,1\ 764\ 705\ 882\ 352\ 941\ \dots$ — бесконечную десятичную дробь, в которой повторяется группа цифр 1 764 705 882 352 941.

Бесконечная десятичная дробь, в которой, начиная с некоторого разряда, повторяется группа цифр, называется *бесконечной периодической десятичной дробью*, а бесконечно повторяющаяся группа цифр — ее *периодом*.

$3,111\dots$, $10,6363\dots$ — бесконечные десятичные периодические дроби.

Повторяющуюся группу цифр — период бесконечной десятичной дроби — записывают в круглых скобках.

Как записали десятичные периодические дроби?



$3,111\dots = 3,(1)$,
 $10,636\ 363\dots = 10,(63)$,
 $4,1\ 764\ 705\ 882\ 352\ 941\dots =$
 $= 4,(1\ 764\ 705\ 882\ 352\ 941)$.

Период может начинаться сразу после запятой, как в рассмотренных выше примерах, или через один или несколько разрядов.



Убедитесь, что если перевести число $\frac{71}{165}$ в десятичную дробь, то получим $0,4(30)\dots$ — бесконечную десятичную дробь, в которой период начинается не сразу после запятой.



Говорите правильно

Чтение бесконечных десятичных периодических дробей:

- $3,(1)$ — три целых и один в периоде;
- $7,4(30)$ — семь целых, четыре десятых и тридцать в периоде;
- $3,102\dots$ — три целых сто две тысячных и т. д.

Вы знаете, что в десятичной дроби можно справа дописывать нули, поэтому любую конечную десятичную дробь можно записать в виде бесконечной десятичной дроби, дописывая к ней справа нули.

Объясните!

Как конечную десятичную дробь записали в виде бесконечной десятичной дроби: $5,27 = 5,270000\dots = 5,27(0)$?

Значит,

конечная десятичная дробь равна бесконечной периодической десятичной дроби с периодом, равным нулю.



Как выполнить перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь?

Рассмотрим перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь. Для этого введем понятия чистой периодической дроби и смешанной периодической дроби.

Если период в бесконечной периодической десятичной дроби начинается сразу после запятой, то дробь называется *чистой периодической дробью*.

Например, $0,(35)$; $4,(378)$; $31,(7)$ — чистые периодические дроби.

Если между запятой и периодом в бесконечной периодической десятичной дроби есть другие десятичные знаки, то дробь называется *смешанной периодической дробью*.

Например, $0,15(132)$; $4,37(8)$; $34,993(5)$ — смешанные периодические дроби.

Чистая периодическая дробь равна такой обыкновенной дроби, у которой числитель — период, знаменатель — число, записанное цифрой 9, повторенной столько раз, сколько цифр в периоде, целая часть остается без изменений.

Пример. Запишем бесконечную периодическую десятичную дробь $0,(35)$ в виде обыкновенной дроби.

Решение. Бесконечная периодическая десятичная дробь $0,(35)$ является чистой периодической дробью, период которой равен 35.

Значит, в периоде две цифры. Следовательно, $0,(35) = \frac{35}{99}$.

Ответ : $\frac{35}{99}$.

Как перевели чистую периодическую десятичную дробь в смешанное число?



$$4, (378) = 4 \frac{378}{999};$$

$$31, (7) = 31 \frac{7}{9}.$$

Смешанная периодическая дробь равна такой дроби, у которой числитель — разность между числом, стоящим до второго периода, и числом, стоящим до первого периода, знаменатель — число, записанное цифрой 9, повторенной столько раз, сколько цифр в периоде, со столькими нулями на конце, сколько цифр между запятой и периодом, целая часть остается без изменений.

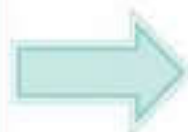
Пример. Запишем бесконечную периодическую десятичную дробь $0,15(132)$ в виде обыкновенной дроби.

Решение. Бесконечная периодическая десятичная дробь $0,15(132)$ является смешанной периодической дробью. В дроби $0,15(132)$ $15(132)$ — число, стоящее до второго периода, 15 — число, стоящее до первого периода. В периоде дроби три цифры, а между запятой и периодом две цифры.

$$\text{Следовательно, } 0,15(132) = \frac{15(132) - 15}{99(100)} = \frac{15(117)}{99(100)} = \frac{5039}{33(100)}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{5039}{33(100)}.$$

Как перевели смешанную периодическую десятичную дробь в смешанное число?



$$4,37(8) = 4 \frac{341}{900};$$

$$31, 2(54) = 31 \frac{14}{55}.$$



1. Что можно сказать про значение частного, если: делимое — положительное число, делитель — отрицательное число; делимое и делитель — отрицательные числа; делимое — отрицательное число, делитель — положительное число?
2. Какие компоненты при делении могут быть нулями?
3. Где можно записать знак “-” в отрицательной обыкновенной дроби?
4. Какие остатки могут получиться при делении натурального числа на: 4; 9; 28; 100; 5873?

A

Упражнения

638. Выполните действие:

1) $-138 : 2$;

2) $156 : (-3)$;

3) $0 : (-16)$;

4) $-834 : 6$;

5) $-396 : (-8)$;

6) $-121 : (-11)$.

639. Выполните действие:

1) $-234 : 6$;

2) $927 : (-9)$;

3) $0 : (-43)$;

4) $-2184 : 21$;

5) $-1484 : (-7)$;

6) $-144 : (-12)$.

640. Вычислите:

1) $-26 : (-130)$;

2) $-45 : 54$;

3) $-63 : (-9)$;

4) $-\frac{2}{9} : \frac{4}{27}$;

5) $-\frac{9}{11} : \left(-\frac{3}{22}\right)$;

6) $-\frac{9}{25} : \left(-\frac{4}{45}\right)$.

641. Найдите значение частного:

1) $-72 : (-90)$;

2) $-2 : 50$;

3) $-96 : (-120)$;

4) $-\frac{3}{7} : \frac{9}{14}$;

5) $-\frac{5}{17} : \left(-\frac{25}{34}\right)$;

6) $-\frac{39}{64} : \frac{13}{32}$.

642. Найдите значение выражения:

1) $-15,6 : 0,65$;

2) $21,06 : (-1,3)$;

3) $-0,69 : 46$;

4) $106,4 : (-140)$;

5) $-351,9 : (-17)$;

6) $25,5 : (-250)$.

643. Найдите значение выражения:

1) $-35,7 : 350$;

2) $-184,2 : (-600)$;

3) $350,7 : (-350)$;

4) $-0,4 : 100$;

5) $41,3 : (-0,01)$;

6) $-17,64 : 480$.

644. Выполните деление:

1) $8\frac{2}{3} : (-0,13)$;

2) $-11,7 : \frac{1}{100}$;

3) $-40,4 : \left(-1\frac{3}{5}\right)$;

4) $6,25 : \left(-2\frac{3}{11}\right)$;

5) $-12\frac{3}{50} : 0,12$;

6) $-1,4 : \left(-1\frac{3}{4}\right)$.

645. Выполните деление:

1) $-10\frac{4}{5} : \left(1\frac{10}{17}\right)$;

2) $4\frac{1}{9} : (-0,74)$;

3) $-0,675 : \left(-1\frac{1}{8}\right)$;

4) $31,5 : \left(-1\frac{2}{5}\right)$;

5) $-4,02 : \left(-1\frac{1}{2}\right)$;

6) $2\frac{2}{5} : (-0,06)$.

646. Найдите неизвестный множитель в верном равенстве:

1) $-6\frac{1}{2}x = 6$;

2) $-3,9x = -13$;

3) $-0,01x = -0,077$;

4) $-\frac{3}{8}x = 0,375$;

5) $x \cdot \left(-3\frac{5}{17}\right) = 28$;

6) $3,2x = -1\frac{1}{15}$;

7) $1\frac{7}{8}x = -1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$; 8) $5,6x = -70$; 9) $-0,1x = -0,23$;

10) $-\frac{3}{5}x = \frac{9}{10}$; 11) $\frac{5}{9}x = -1\frac{13}{27}$; 12) $-0,01x = 4,4$.

647. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{4}{7}$.

648. Найдите значение частного:

1) $(-5,6) : x$, при $x = 8$; -2 ; $0,1$; -10 ;

2) $-3x : (-4,2)$, при $x = 1,4$; $-1\frac{2}{5}$; 2 ;

3) $-14,42 : a$, при $a = -7$; 20 ; $-0,1$; 1000 ;

4) $\frac{5}{6}x : \left(-2\frac{5}{6}\right)$, при $x = -3\frac{2}{5}$; $0,2$; -1 ; -10 .

649. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

1) $0,(41)$; 2) $6,(02)$; 3) $17,(9)$; 4) $8,(203)$.

В**Упражнения**

650. Вычислите:

1) $-1,28 : \left(0,64 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)\right)$; 2) $\left(3\frac{4}{5} \cdot \left(-4\frac{5}{19}\right)\right) : (-3)$;

3) $\frac{-25,6 \cdot \left(-6\frac{1}{6}\right)}{-16 \cdot 7\frac{2}{5}}$; 4) $\frac{-27 \cdot 2\frac{2}{9}}{-5\frac{4}{9} \cdot \frac{27}{49}}$.

651. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

1) $0,9(4)$; 2) $1,23(12)$; 3) $4,01(11)$; 4) $14,14(303)$.

652. Запишите в виде дроби $\frac{m}{n}$ числа:

1) $-4\frac{9}{11}$; 2) -12 ; 3) $-0,7$; 4) -20 ; 5) $-5,3$;

6) $-5\frac{2}{9}$; 7) $-1,1$; 8) $-0,2$; 9) -5 ; 10) $-4,6$.

653. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число :

- 1) $\frac{7}{19}$; 2) $-\frac{3}{17}$; 3) $28\frac{1}{3}$; 4) $-4\frac{5}{9}$; 5) $7\frac{2}{5}$.



Упражнения

654. Сравните числа:

- 1) 42,5 и 42,(5); 2) -4,13 и -4,(13); 3) 7,(53) и 7,53;
4) -8, (3) и -8,3; 5) 24,12 и 24,(12); 6) -3,8 и -3,(8).

П (655—657) :

655. Найдите скорость течения реки, если скорость движения лодки по течению реки на 6,4 км/ч больше скорости ее движения против течения реки.

656. Найдите координаты точек F , L , M и длины отрезков FL и LM (рис. 54).

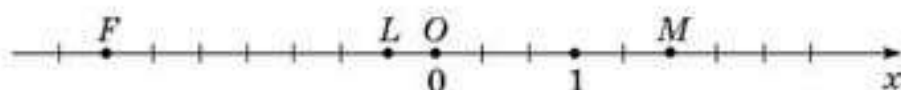


Рис. 54

657. Представьте в виде суммы или разности произведение:

- 1) $(a + c) \cdot 64,3$; 2) $52,1 \cdot (m - y)$; 3) $(x + d) \cdot 125,4$;
4) $173,7 \cdot (x + z)$; 5) $(p - n) \cdot \frac{9}{11}$; 6) $\frac{7}{8} \cdot (b - s)$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



658. Выполните действия:

- 1) $0,5 \cdot 3\frac{2}{3} + 17,2$; 2) $10\frac{7}{9} - 2,5 \cdot 1\frac{1}{6}$;
3) $8\frac{1}{2} : 5\frac{2}{3} + 19,7$; 4) $7\frac{1}{4} \cdot \frac{35}{58} : 5\frac{5}{6}$.

§ 21. Арифметические действия с рациональными числами

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Числовое выражение. Рациональные числа. Свойства арифметических действий.



Как найти значение числового выражения, содержащего рациональные числа?

При нахождении значений выражений с рациональными числами пользуются теми же свойствами и правилами, что и при нахождении значений выражений с натуральными числами.

Пример 1. Выполним действия: $-\frac{15}{81} \cdot 16\frac{1}{5} + 1,65 : 0,33 - 8 - 165 : 33$.

Решение. Сначала упростим выражение. Его можно представить в

виде суммы: $-\frac{15}{81} \cdot 16\frac{1}{5} + 1,65 : 0,33 + (-8) + (-165 : 33)$. Во втором слагаемом в делимом и делителе перенесем запятую на два знака вправо. Получим выражение: $-\frac{15}{81} \cdot 16\frac{1}{5} + 165 : 33 + (-8) + (-165 : 33)$.

Поскольку слагаемые можно складывать в любом порядке и значение суммы противоположных чисел равно нулю, то, сложив второе и четвертое слагаемые, получим нуль. Используя свойство нуля при сложении, после этих преобразований получим выражение:

$$-\frac{15}{81} \cdot 16\frac{1}{5} + (-8).$$

Установим порядок выполнения арифметических действий. Поскольку данное числовое выражение не содержит действий в скобках (в скобках записан не знак арифметического действия, а отрицательное число), то в соответствии с правилом порядка выполнения арифметических действий сначала выполним умножение, затем — сложение.

Нахождение значения последнего выражения запишем по действиям.

$$1) -\frac{15}{81} \cdot 16\frac{1}{5} = -\frac{15}{81} \cdot \frac{81}{5} = -3; \quad 2) -3 + (-8) = -11.$$

Ответ: -11 .

Пример 2. Найдем значение выражения:

$$17,25 - a : (-10,4) + 6,12 : b, \text{ при } a = 7,8 \text{ и } b = -0,34.$$

Решение. В выражение $17,25 - a : (-10,4) + 6,12 : b$ вместо буквы a подставим число $7,8$, вместо b — число $-0,34$.

Получим: $17,25 - 7,8 : (-10,4) + 6,12 : (-0,34)$ — числовое выражение, для нахождения значения которого надо выполнить арифметические действия — вычитание, деление и сложение.

По правилам порядка выполнения арифметических действий сначала выполним деление, потом — вычитание и сложение.

Решение запишем по действиям.

$$\begin{aligned} 1) 7,8 : (-10,4) &= -0,75; & 2) 6,12 : (-0,34) &= -18; \\ 3) 17,25 - (-0,75) &= 18; & 4) 18 + (-18) &= 0. \end{aligned}$$

Ответ : 0.

Пример 3. Найдем значение выражения: $10,4 \cdot 2,2 + 10,4 a + 6,96 \cdot 47 - 6,96 b$, при $a = 7,8$ и $b = -53$.

Решение. Прежде чем подставлять вместо буквы a число $7,8$, вместо b — число -53 , упростим данное выражение, используя переместительное и распределительное свойства умножения. Получим: $10,4 \cdot 2,2 + 10,4 \cdot a + 6,96 \cdot 47 - 6,96 \cdot b = 10,4 \cdot (2,2 + a) + 6,96 \cdot (47 - b)$.

Затем вместо буквы a подставим число $7,8$, вместо b подставим число (-53) . Получим: $10,4 \cdot (2,2 + 7,8) + 6,96 \cdot (47 - (-53))$ числовое выражение, для нахождения значения которого сначала надо выполнить арифметические действия в скобках, затем — умножение и вычитание: $10,4 \cdot (2,2 + 7,8) + 6,96 \cdot (47 - (-53)) = 10,4 \cdot 10 + 6,96 \cdot 100 = 104 + 696 = 800$.

Ответ : 800.



- В каком порядке надо выполнять арифметические действия в числовом выражении, не содержащем скобок, если в нем имеется только:
 - сумма и разность рациональных чисел;
 - произведение и частное рациональных чисел;
 - сумма, разность, произведение и частное рациональных чисел?
- Какие свойства арифметических действий позволяют провести вычисления рационально?

A

Упражнения

659. Выполните действие:

- $-203 \cdot (-13) + 1350 : (-0,45)$;
- $213,6 : (-8,9) - (-340) \cdot 0,25$;

3) $(30,8 + 5,6 \cdot (-8,4)) : (-0,28)$;

4) $(-250) \cdot (-159,8 : 4,7 + 29,5)$.

Вычислите (660—661) :

660. 1) $-\frac{14}{15} \cdot \frac{25}{28} + \left(-\frac{36}{37}\right) : \left(-\frac{6}{37}\right)$; 2) $-\frac{30}{31} \cdot \frac{15}{124} + \left(-\frac{16}{21}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$;
 3) $\frac{26}{27} \cdot \left(-\frac{9}{65}\right) + \left(-\frac{100}{101}\right) : \frac{50}{303}$; 4) $\left(-\frac{51}{58}\right) : \left(-\frac{17}{25}\right) - \frac{25}{27} \cdot \left(-\frac{81}{125}\right)$.

661. 1) $(-2,9 : 25 + 0,26) \cdot (-100)$; 2) $(-12 - 3,7 : (-0,4)) \cdot (-1,6)$;
 3) $(-41 : 0,25 + 162,8) : (-0,06)$; 4) $(-20,5) \cdot (1821 - 73 : 0,04)$.

662. Найдите значение выражения:

1) $\frac{(-25) \cdot (-49,7) \cdot (-100) \cdot (-65)}{(-13) \cdot 71 \cdot 2500 \cdot (-0,7)}$; 2) $\frac{35 \cdot (-0,24) - (-12) : (-0,03)}{1,1 \cdot (-40) \cdot (-11)}$.

663. Найдите корни уравнения:

1) $-0,5x + 13,8 = 12,4$; 2) $x : (-3) - 20,1 = -21,9$;
 3) $2,5 : x + 2,812 = -7,188$; 4) $-91,2 + (-2x) = -100,7$.

664. Задуманное число увеличили в 4 раза, затем к значению произведения прибавили $-21,3$ и полученное число уменьшили в 3 раза, потом от значения частного отняли число $17,19$ и в результате получили число $-200,29$. Найдите задуманное число.

665. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $\frac{x}{-405} = \frac{-3}{0,5}$; 2) $\frac{-78,1}{y} = \frac{1,1}{-2}$; 3) $\frac{100,2}{-15} = \frac{-33,4}{z}$.

666. Найдите a из пропорции:

1) $\frac{a + 18}{-2,73} = \frac{-9}{9,1}$; 2) $\frac{-35,2}{40 - a} = \frac{1,1}{3}$; 3) $\frac{6,7}{-4} = \frac{134}{a + 29}$.

667. Вычислите:

1) 35% от числа x , если $x = \frac{400 + 8,5 \cdot (-46)}{24,5 - (-70) \cdot (-0,25)}$;

2) 12% от числа x , если $x = \frac{47,3 : (-11) - 4,7}{-23,23 : (-0,23) - 110}$.

668. Проверьте, верно ли равенство:

1) $\frac{\frac{49}{50} \cdot \left(-\frac{25}{28}\right) : 1\frac{5}{16} - 6\frac{1}{3}}{-0,24 - (-25) - 34} = 0,25$;

2) $\frac{-102 : (-0,4) \cdot (-0,2) + 73}{-\frac{63}{80} : \frac{9}{40} : (-1,75) - 5,2} = -4,4$.

669. Убедитесь, что значение выражения $\left(\frac{24}{59} \cdot 7\frac{13}{15} - 4,6\right) : \frac{14}{45} + 39,5$ в 10 раз больше значения выражения $\frac{20}{27} \cdot 16,2 - 17 : (-100) \cdot (-50)$.

670. Докажите, что является целым отрицательным числом значение выражения:

1) $0,57 \cdot (-100) : (-8,35 + (-227) \cdot (-0,05))$;

2) $(-53,75) \cdot (-4) : (170 \cdot (-0,11) + 13,7)$.

671. Вычислите:

1) $-6\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3} - 4\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{13}$; 2) $\left(-2\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{11}\right)$;

3) $3\frac{6}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) - \frac{8}{9} \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right)$; 4) $\left(-8\frac{3}{8} + 7\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-2\frac{14}{29}\right)$.

Найдите значения выражений (672—673):

672. 1) $\frac{-\frac{8}{15} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)}{-\frac{16}{25}}$;

2) $\frac{-\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{9}{10}\right)}{-\frac{27}{32}}$.

673. 1) $-\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$;

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1$.

В

Упражнения

674. Выполните действие:

1) $\left(-3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{11}\right) - \left(-\frac{5}{6} + 1\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5} - 1,2\right)$;

2) $\left(-2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{17}{28}\right) + \left(5\frac{2}{3} - 8\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-8\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3}\right)$.

Найдите значения выражений (675—676):

675. 1) $-\frac{4}{5} \cdot 3\frac{7}{9} : \left(-2\frac{3}{7}\right) \cdot 5\frac{7}{8} : \left(-6\frac{5}{7}\right)$; 2) $-42 \cdot 5\frac{1}{4} : 3\frac{3}{8} : \left(-2\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right)$;

3) $\frac{6\frac{3}{5} \cdot (-5,4) \cdot 3\frac{1}{3}}{7,2 \cdot 3\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)}$; 4) $\frac{-28\frac{4}{5} : 13\frac{5}{7} - 6\frac{3}{5} : \frac{2}{3}}{-3\frac{3}{11} : \left(-\frac{9}{11}\right)}$.

676. 1) $\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) \cdot 7,8 - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{13}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{7} - \frac{16}{21}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{7}\right) + \left(\frac{11}{15} + 0,3\right) : \left(-12\frac{2}{5}\right)$.

Найдите корни уравнений (677—678) :

677. 1) $\left(\frac{2}{7}x\right)\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-21) = -5$; 2) $x + \left(\frac{16}{25} - \frac{4}{5}\right) = -3\frac{2}{5} : \frac{5}{6}$;
 3) $-\frac{3}{7}y = -\frac{6}{7} \cdot 2,5$; 4) $x - \left(1\frac{5}{7} - \frac{1}{3}\right) = -1\frac{2}{7} : 0,5$.
678. 1) $- \cdot 2x \cdot (-0,6) = -1,44$; 2) $6,6 - (4,2 + x) = -2,2$;
 3) $0,24x \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 0,08$; 4) $-12y \cdot 0,06 = 1,44$.



Упражнения

679. Вы узнаете о дате открытия высших учебных заведений в нашей республике, если найдете значение выражения:
 1) $(-10 + (-0,05) \cdot (-7,1)) : (0,095 : (-19)) - 1$ — в этом году открыт Казахский национальный педагогический университет им. Абая;
 2) $(-12,5 \cdot (-0,8) - 50) \cdot (29,4 : 6,25 - 80) - 1074$ — в этом году открыт Казахский национальный университет им. аль-Фараби;
 3) $(-70 - 11,25 \cdot 0,8) \cdot (-30 + (-0,8) \cdot (-6,25)) - 37$ — в этом году открыт Карагандинский государственный университет им. Е. Букетова.

П

(680—682) :

680. Одна мастерская может выполнить заказ за 4 ч, другая — за 6 ч. За какое время могут выполнить этот заказ две бригады, работая совместно?
681. Используя распределительное свойство умножения, вычислите:
 1) $(2,5 + 200) \cdot |-4|$; 2) $(100 + 1,6) \cdot |50|$;
 3) $(1,5 + 300) \cdot |-60|$; 4) $(100 + 1,8) \cdot |-50|$.
682. Найдите неизвестное вычитаемое из уравнения:
 1) $|-8765,4| - x = \left| -700\frac{2}{5} \right| + |8050|$; 2) $|783| - x = |-27|$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



683. Укажите два значения a , при которых значение выражения $a + 24$ является: 1) отрицательным; 2) положительным.
684. Найдите значение выражения:
 1) $813,7a + 186,3a - 100$, если $a = 0,01$;
 2) $179,8b + 820,2b - 9010$, если $b = 10$.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

0
8
9
1
5
4
3
2
1

3

глава



3

Алгебраические выражения

§ 22. Переменная

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Переменная. Значения переменной. Алгебраическое выражение. Значение алгебраического выражения. Допустимые значения переменных.



Что такое *переменная*?

На уроках математики вы часто выполняли различные упражнения, в которых встречали выражения, равенства и неравенства с буквами. В эти выражения, равенства и неравенства вместо букв подставляли различные числа. Поскольку эти числа можно менять, то такие буквы в математике называют *переменными*.

Переменной называется буква, вместо которой подставляют числа.

Выражения, равенства и неравенства, содержащие буквы, называются *выражениями, равенствами и неравенствами с переменной (с переменными)*.

Например, выражениями с переменной (с переменными) являются:
 $24a + 13$ — выражение с переменной a ;

$3x + 6y$ — выражение с переменными x и y ;

$2z + 4$ и $10^3 z$ — выражения с переменной z ;

равенствами с переменной (с переменными) являются:

$24a + 13 = 74$ — равенство с переменной a ;

$3x + 6y = 5$ — равенство с переменными x и y ;

$2z + 4 = 91$ и $10^3 z = 80$ — равенства с переменной z ;

неравенствами с переменной (с переменными) являются:

$x < -0,3$ — неравенство с переменной x ; $6 < y < 6\frac{7}{9}$ — неравен-

ство с переменной y ; $x + y > 5$ — неравенство с переменными x и y .

Вместо переменных (букв) в выражениях, равенствах и неравенствах с переменной подставляют числа. Их называют *значениями переменной (переменных)*.

Значением переменной называется число, которое подставляют вместо переменной.



Как найти значение алгебраического выражения?

Выражения, составленные из букв и чисел, соединенных знаками алгебраических действий сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень, называют *алгебраическими выражениями*.

Вы знаете, что всегда можно сложить и умножить числа, выполнить вычитание одного числа из другого, но нельзя выполнить деление числа на нуль. Поэтому нельзя найти значение, *например*, выражения: $125 : (8 : 4 - 2)$.

В таких случаях, когда вычислить значение числового выражения невозможно, говорят, что *числовое выражение не имеет смысла*.

Числовое выражение не имеет смысла тогда и только тогда, когда невозможно вычислить значение этого числового выражения.

Если выражение с переменной (или с переменными) при одних значениях переменной (переменных) не имеет смысла, а при других — можно найти значения этого выражения, то в первом случае говорят, что эти значения переменной *недопустимые*, во втором — *допустимые значения* переменной.

Например, при $a = 1,27$ значение алгебраического выражения $136 : (a - 1,27)$ найти невозможно, поэтому $1,27$ — недопустимое значение переменной для алгебраического выражения $136 : (a - 1,27)$, а при $a = 0,27$ значение алгебраического выражения $136 : (a - 1,27)$ можно найти, оно равно -136 , поэтому $0,27$ — допустимое значение переменной для алгебраического выражения $136 : (a - 1,27)$.

Если при указанных значениях переменной (переменных) можно найти значение алгебраического выражения с переменной (с переменными), то указанные значения переменных называются *допустимыми*.

Если при указанных значениях переменной (переменных) алгебраическое выражение не имеет смысла, то указанные значения переменных называются *недопустимыми*.

Пример 1. Найдем допустимые значения переменной для алгебраического выражения с двумя переменными $-2x + 3y$.

Решение. Если в данное алгебраическое выражение вместо букв x и y подставлять любые числа, то всегда сможем выполнить действия умножения и сложения, т. е. найти значение этого алгебраического выражения при любых значениях переменных x и y .

Ответ: любые числа.

Пример 2. Найдем допустимые значения переменной для алгебраического выражения с двумя переменными $(-3x + 14) : (10y - 6)$.

Решение. При нахождении значения алгебраического выражения $(3x + 14) : (10y - 6)$ не сможем выполнить деление в случае, если $10y - 6 = 0$, т. е. при $y = 0,6$, так как делить на нуль нельзя. Значит, допустимыми значениями переменных для алгебраического выражения с двумя переменными $(3x + 14) : (10y - 6)$ являются все числа, кроме $y = 0,6$. Пишут, $y \neq 0,6$.

Ответ : $y \neq 0,6$.



1. В чем отличие алгебраического выражения с переменной от равенства и неравенств с переменной?
2. Какое выражение называется алгебраическим выражением?
3. Чем являются значения переменной алгебраического выражения?
4. Приведите пример числового выражения, которое не имеет смысла.
5. Найдите допустимые значения переменных для выражения $5 : (x - y)$.

A

Упражнения

685. Является ли выражением с переменной выражение:
- | | | |
|-----------------------|---------------------|---------------------------|
| 1) $5 \cdot 6 + 11$; | 2) $7a + 20$; | 3) $400 : 25 \cdot 213$; |
| 4) $a - 5b + c$; | 5) $-8a \cdot 3a$; | 6) $-21x + y - 7$? |
686. Назовите переменные в выражении:
- | | | |
|-----------------|--------------------------------|----------------------|
| 1) $8a - 9$; | 2) $\frac{2}{3} \cdot b - c$; | 3) $20x + 40y$; |
| 4) $1,4x + y$; | 5) $15a + 28b + d$; | 6) $a - b + 8 - c$. |
687. Найдите значение алгебраического выражения:
- 1) $19 - x$ при $x = 17$; -17 ; $8,5$; $-\frac{4}{9}$; $30,2$;
- 2) $5 + 4y$ при $y = 3$; -7 ; $0,25$; $-\frac{4}{3}$; $-\frac{1}{42}$.
688. При каком значении переменной верно равенство:
- | | |
|------------------------|--------------------------------------|
| 1) $x + 25 = 51$; | 2) $\frac{1}{7} - y = \frac{1}{7}$; |
| 3) $x : 2 + 17 = 43$; | 4) $18x - 102 = 78$? |
689. Укажите какие-нибудь три значения переменной x , при которых верно неравенство:
- | | | |
|---------------|------------------|------------------------------|
| 1) $x > 40$; | 2) $x \geq 56$; | 3) $x \leq 40 \frac{1}{3}$; |
|---------------|------------------|------------------------------|

- 4) $x > -35$; 5) $x < -9,5$; 6) $x > -80$.
690. Запишите какие-нибудь два значения переменных, при которых верно равенство:
- 1) $a - b = 30$; 2) $c + d = 50$; 3) $xy = -55$;
 4) $x - y + 77 = 0$; 5) $a : b - 5 = 0$; 6) $23 - ab = 15$.
691. Найдите недопустимое значение переменной a для выражения:
- 1) $333 : a$; 2) $822 : a + 4$; 3) $-12 : a - 12$;
 4) $20 : (-5,4 + a)$; 5) $-a + 18\frac{1}{9}$; 6) $\frac{13}{25} : (-14,5 - a)$.
692. Какое числовое выражение не имеет смысла?
- 1) $284 : (-30,3 \cdot 0,6 + 18,09 - 36,27)$;
 2) $36,9 : (23,7 \cdot 7,8 - 312,9 + 128,04)$?
693. Имеет ли смысл алгебраическое выражение при $x = -17,5$:
- 1) $74,28 : (x + 17,5) \cdot 93,4$; 2) $(24,13 - 9,34) : (17,5 - x)$?
694. Запишите выражение, для которого значение переменной z не является допустимым, если z равно значению выражения:
- 1) $-397 + 410 \cdot 0,9$; 2) $789 - 1,51 \cdot 500$;
 3) $696,6 : 25,8 + 72,8 : 5,6$; 4) $214,7 \cdot 0,31 + 23,443$.
695. Какое числовое выражение не имеет смысла:
- 1) $47,5 : \left(\left(17\frac{8}{9} - 65\frac{7}{18} \right) - (98,12 - 50,62) \right)$;
 2) $7\frac{12}{13} : \left(\left(45\frac{1}{3} - 58\frac{3}{4} \right) - \left(83 - 96\frac{5}{12} \right) \right)$?

В**Упражнения**

696. Укажите какие-нибудь четыре значения переменной y , при которых верно двойное неравенство :
- 1) $4 < y < 9$; 2) $-1 < y < 8$; 3) $-7 \leq y \leq 17$;
 4) $-3,4 \leq y \leq -1,5$; 5) $-10,7 \leq y \leq 3\frac{1}{3}$; 6) $-2,5 < y < 8,7$.
697. Найдите значение алгебраического выражения:
- 1) $-2\frac{18}{25}x + y : 1\frac{1}{6} - 99z$ при $x = -4\frac{4}{17}$, $y = -25\frac{2}{3}$, $z = -0,02$;

$$2) x : \left(-14\frac{2}{7}\right) + 19 \cdot y + 87,5 : z \text{ при } x = -42\frac{6}{7}; y = -0,3, \\ z = -125.$$

698. Приведите четыре примера неравенств с переменной и укажите значение переменной, при котором оно верно.
699. Какие из следующих значений переменной x являются допустимыми, а какие нет:
- 1) $x = 0$ или $x = -1$ в выражении $17 : x \cdot (x + 1)$;
 - 2) $x = -11$ или $x = 74$ в выражении $15 : (x - 11) : (x - 74)$?
700. Запишите равенство, для которого значения переменных z и x не являются допустимыми, если:
- 1) $x = 3,4; z = -8,1$; 2) $x = \frac{1}{3} + \frac{2}{7}; z = \frac{4}{9} - \frac{11}{12}$;
 - 3) $x = 0,28 + \frac{18}{25}; z = 7,84 : 4 - 1,96$.
701. Найдите значения переменных, при которых имеет смысл алгебраическое выражение :
- 1) $(x + 8) \cdot (x + 14) \cdot (x - 11)$; 2) $(x + 1) \cdot (x + 2) : (x + 3)$;
 - 3) $(4 - x) : (5 - x) \cdot (8 + x)$; 4) $(81 + x) : (19 + x) : (47 - x)$.
702. Запишите неравенство, для которого значение переменной z является допустимым, если :
- 1) $z = 0$; 2) $z = -15$; 3) $z = 4,8$; 4) $z = 26\frac{1}{3}$.
703. Назовите два значения переменной, при которых одновременно верны неравенства :
- 1) $y < 10$ и $y > 1$; 2) $y \leq 6$ и $y \leq -3,7$;
 - 3) $y \leq 81$ и $y > -13$; 4) $y \leq 20$ и $y \leq -2$.



Упражнения

704. Найдите значение переменной, при котором выражение имеет смысл :
- 1) $47 : (x + y) - 128$; 2) $17 : (x - 8) + 19 : (y + 16)$;
 - 3) $(39x + 19) : 4 - 275 \cdot x : y$; 4) $4 : (39x + 19) - x(275 + y)$.

705. Запишите неравенство с переменной, допустимыми значениями которого являются все числа, кроме: 1) 5; 2) $-7,3$; 3) $-4,2$; 0; 4) -3 ; $\frac{1}{3}$.
706. Найдите все натуральные числа, которые одновременно являются решениями неравенств:
 1) $-2 \leq a < 6$ и $2 < a \leq 9$; 2) $0 \leq a \leq 5$ и $1 < a < 4,5$;
 3) $-1 < a \leq 30$ и $28 \leq a < 30$; 4) $7,4 \leq a \leq 20,5$ и $7\frac{2}{50} \leq a \leq 20$.

П (707—708) :

707. Вы узнаете о Каспийском море, выполнив вычисления:
 1) $(-101,1 + 84,85) : (-22,81 + 23,06) \cdot (-0,2)$ — столько процентов составляет соленость Каспийского моря;
 2) $(-2,5 + 8,1) \cdot (1,24 - 7,79) + 126,68$ — такой процент мировых запасов осетровых рыб находится в Каспийском море;
 3) $(12\ 908,6 + 966,9) : (11,813 + 15,938)$ — из столько видов растений состоят природные ресурсы Каспийского моря;
 4) $312 : (24,89 - 26,14) + 1103,6$ — столько видов рыб содержат природные ресурсы Каспийского моря.

Математика и искусство

708. Вы узнаете о дате исторического события, если вычислите:
 1) $10^3 + 30^2 + 0,39 \cdot 10^2$ — в этом году на киностудии “Ленфильм” был снят первый художественный фильм “Амангельды”;
 2) $2 \cdot 30^2 + 10^2 + 0,21 \cdot 20^2$ — в этом году киностудии “Казахфильм” присвоено имя выдающегося деятеля национальной кинематографии Шакена Кенжетаяевича Айманова.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



709. Найдите значение выражения:

- 1) $25 \cdot 0,05 + 75 \cdot 0,05$;
- 2) $6,27 \cdot 87 + 87 \cdot 3,73$;
- 3) $100,9 \cdot 483 - 383 \cdot 100,9$.

710. Решите уравнение:

- 1) $3x + 4x = 70,7$;
- 2) $10x - 4x = 0,006$.

§ 23. Распределительное свойство умножения рациональных чисел. Раскрытие скобок

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Раскрытие скобок. Общий множитель. Распределительное свойство умножения.



Каковы правила раскрытия скобок?

Вспомните!

Для каких чисел выполняется свойство $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$?

Убедимся, что распределительное свойство умножения выполняется и в том случае, когда среди слагаемых и множителей имеются отрицательные рациональные числа.

Проверим, *например*, что равенство $-10 \cdot (-9 + 7) = -10 \cdot (-9) + (-10) \cdot 7$ — верное. Найдем значение выражения, стоящего в левой части равенства. Получим: $-10 \cdot (-9 + 7) = -10 \cdot (-2) = 20$. Найдем значение выражения, стоящего в правой части равенства. Получим: $-10 \cdot (-9) + (-10) \cdot 7 = 90 - 70 = 20$. Значения выражений в левой и правой частях равенства равны 20, поэтому равенство $-10 \cdot (-9 + 7) = -10 \cdot (-9) + (-10) \cdot 7$ — верное.



Убедитесь, что равенство $\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{4}{21} + \frac{20}{21}\right) = \frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{4}{21}\right) + \frac{7}{8} \cdot \frac{20}{21}$ — верное.

Для любых рациональных чисел a, b, c верно равенство

$$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b.$$

Так как значение произведения не изменится, если множители поменять местами, то распределительное свойство умножения можно сформулировать так:

для любых рациональных чисел a, b, c верно равенство

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

При замене выражений, содержащих скобки, $c \cdot (a + b)$ и $(a + b) \cdot c$ равными им выражениями без скобок — соответственно $c \cdot a + c \cdot b$ и $a \cdot c + b \cdot c$ говорят, что *раскрыли скобки*.

Распределительное свойство умножения используют и в тех случаях, когда слагаемых больше двух.

Объясните!

Как раскрыли скобки $3 \cdot (2a + 4b - 8c) = 6a + 12b - 24c$?

Раскроем скобки в выражении $-1 \cdot (52x - 94y + 70)$. Так как $-1 \cdot 52 = -52$, $-1 \cdot (-94) = 94$ и $-1 \cdot 70 = -70$, то $-1 \cdot (52x - 94y + 70) = -52x + 94y - 70$. В результате умножения положительных и отрицательных слагаемых на -1 знак каждого слагаемого изменился: “+” на “-”, а “-” на “+”.

Вместо множителя -1 , стоящего перед скобкой, пишут только знак “-”.

Тогда выражение $-1 \cdot (52x - 94y + 70)$ можно записать: $-(52x - 94y + 70)$.

Поскольку $-1 \cdot (52x - 94y + 70) = -52x + 94y - 70$, то $-(52x - 94y + 70) = -52x + 94y - 70$.

Видим, что при раскрытии скобок, перед которыми стоит знак “-”, знаки всех слагаемых поменялись: “+” на “-”, а “-” на “+”. В таких случаях в дальнейшем будем говорить: знаки поменялись на противоположные.

Рассмотрим случай, когда перед скобками стоит знак “+”.

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $20 + (15x + 6y)$.

Решение. Поскольку числа можно складывать в любом порядке, то получим: $20 + (15x + 6y) = 20 + 15x + 6y$.

Ответ: $20 + 15x + 6y$.

Видим, что были раскрыты скобки и при этом знаки слагаемых остались теми же.

Пример 2. Раскроем скобки в выражении $-30z + (27x - 52c + 60y)$.

Решение. Поскольку выражение в скобках $27x - 52c + 60y$ можно рассматривать как сумму $27x + (-52c) + 60y$ и числа можно складывать в любом порядке, то получим:

$$\begin{aligned} -30z + (27x + (-52c) + 60y) &= -30z + 27x + (-52c) + 60y = \\ &= -30z + 27x - 52c + 60y. \end{aligned}$$

Ответ: $-30z + 27x - 52c + 60y$.

Сравнивая данное выражение $-30z + (27x - 52c + 60y)$ с полученным выражением $-30z + 27x - 52c + 60y$, видим, что здесь, как и в предыдущем примере, были раскрыты скобки, и при этом знаки слагаемых остались теми же.

При раскрытии скобок, если перед скобкой стоит знак: “-”, то нужно знаки, стоящие перед слагаемыми в скобках, заменить на противоположные знаки: “+” на “-”, а “-” на “+”; “+”, то знаки, стоящие перед слагаемыми в скобках, остаются те же.

Объясните!

Как раскрыли скобки:

$$-\left(15,2x - 3\frac{4}{7}y - 7,4z + 29\right) = -15,2x + 3\frac{4}{7}y + 7,4z - 29;$$

$$50,1 + \left(2,8x - 38,9y - 4\frac{9}{11}z + 69\right) = 50,1 + 2,8x - 38,9y - 4\frac{9}{11}z + 69 ?$$

Равенство останется верным, если поменять местами его правую и левую части. Значит, из верного равенства $(a + b)c = ac + bc$ получили верное равенство: $ac + bc = (a + b)c$.

Равенство $ac + bc = (a + b)c$ означает:

если произведения имеют общий множитель, то при сложении этих произведений общий множитель можно записать за скобками. В скобках будет сумма оставшихся множителей.

Если $ac + bc = (a + b)c$ или $ac + bc = c(a + b)$, то говорят: общий множитель вынесен за скобки.

Пример 3. Вынесем общий множитель за скобки в алгебраическом выражении $5x + 50y - 15$.

Решение. В этом выражении в каждом произведении есть множитель 5, так как $5x + 50y - 15 = 5 \cdot x + 5 \cdot 10y - 5 \cdot 3$. Говорят, 5 — *общий множитель*.

Поскольку распределительное свойство умножения используют и в тех случаях, когда число слагаемых больше двух, то число 5 можно вынести за скобки. Получим: $5 \cdot x + 5 \cdot 10y - 5 \cdot 3 = 5 \cdot (x + 10y - 3)$.

Ответ: $5 \cdot (x + 10y - 3)$.

Пример 4. Вынесем общий множитель за скобки в выражении:

$$11 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) + 3 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right).$$

Решение. В этом выражении (сумме) в каждом произведении есть множитель $-\frac{3}{7}$. Значит, $-\frac{3}{7}$ — общий множитель, поэтому его можно вынести за скобки. В скобках останется сумма других

множителей: 11 и 3. Получим: $(11 + 3) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$. Выполним в скобках сложение, получим: $14 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$. Затем найдем его значение. Получим: $14 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = -6$.

Ответ : -6.



1. Какое свойство умножения используют при раскрытии скобок?
2. Вместо какого множителя перед скобками пишут знак “-”?
3. Что происходит со знаками слагаемых при раскрытии скобок, перед которыми стоит знак “-”?
4. Что произойдет со знаками слагаемых, если их заключить в скобки, перед которыми поставлен знак “-”?

A

Упражнения

Раскройте скобки в алгебраических выражениях (711—712) :

711. 1) $5(2 + a)$; 2) $-(5 + b)$; 3) $-(c - 3)$;
 4) $-0,4(6 - x)$; 5) $-1,3(y + z)$; 6) $9,1(10 + t)$.
712. 1) $\frac{2}{3}(6a - 9b + 2,7)$; 2) $-\frac{2}{7}(7x + 28y - 0,7)$;
 3) $-1,5(2 - 4a + 20b)$; 4) $2,3(3x - 4y + 5)$.

Вынесите общие множители за скобки в алгебраических выражениях (713—714) :

713. 1) $6a + 18$; 2) $-7b + 35$; 3) $8 - 24c$;
 4) $\frac{2}{3}x - \frac{4}{9}$; 5) $-1,2 - 2,4y$; 6) $-10 + 80k$.
714. 1) $8x + 8y$; 2) $-3a + 3b$; 3) $15t - 15k$;
 4) $16a - 20b$; 5) $-35x + 42y$; 6) $-\frac{5}{6}c + \frac{5}{6}d$.
715. Используя распределительное свойство умножения, вычислите значение произведения:
- 1) $-5 \cdot (-107)$; 2) $-9 \cdot 101$; 3) $(-8) \cdot 103$;
 4) $13 \cdot (-101)$; 5) $(-98) \cdot (-21)$; 6) $(-17) \cdot 105$.

Раскройте скобки и найдите значения выражений (716—718) :

716. 1) $103 + (-3 + 24)$; 2) $-96 + (-4 + 82)$;
 3) $(-105 + 89) + 5$; 4) $(97 - 111) + 11$.
717. 1) $8,4 + (-67,2 + 1,6)$; 2) $93,18 - (-5,9 - 6,82)$;
 3) $-(24,17 - 25,3) + 74,7$; 4) $-118,12 + (-58,1 + 18,12)$.
718. 1) $\left(\frac{27}{28} - \frac{5}{9}\right) - \left(-\frac{1}{28} + 8\frac{4}{9}\right)$;
 2) $-\left(-\frac{20}{27} + \frac{3}{8}\right) + \left(-5\frac{5}{8} + 4\frac{7}{27}\right)$;
 3) $\left(10,8 - 49\frac{2}{7}\right) - \left(-9,2 + 3\frac{5}{7}\right)$;
 4) $-\left(81,3 - 3\frac{11}{16}\right) - \left(9,9 - 11\frac{5}{16}\right)$.

В

Упражнения

Упростите выражения (719—720) :

719. 1) $-8,9 + (z - 1,9)$; 2) $-(2,4 - a) - 10,4$;
 3) $-(-5,5 - b)$; 4) $-13,8 - (c + 20,2)$.
720. 1) $-8,4 + a + b - 9,6$; 2) $-x - 18 - 19\frac{2}{7} + y$;
 3) $b - 73\frac{6}{7} - 100 + c$; 4) $-61\frac{2}{9} - k + t - 68\frac{1}{6}$.
721. Запишите и упростите разность выражений :
 1) $-17,8 - x$ и $y - 100,4$; 2) $k - 57,4$ и $d - 60\frac{2}{3}$;
 3) $-t + 30,1$ и $-k + 310\frac{2}{9}$; 4) $-90,7 - a$ и $81,4 - b$.
722. Раскройте скобки и найдите значение выражения :
 1) $38,267 - 5\frac{17}{18} - \left(1,074 - 3\frac{1}{6}\right) - \left(37,193 - 2\frac{8}{9}\right)$;
 2) $-\left(19\frac{4}{15} - 21,095\right) + \left(8\frac{1}{5} - 18,975\right) - \left(-11\frac{2}{3} + 2,12\right)$.



Упражнения

723. Раскройте скобки в выражении :

1) $(-x - y) - (z - t) + (a + b)$;

2) $-(x - a) + (-b - y) - (c + d)$.

724. Проверьте, верно ли выполнено раскрытие скобок :

1) $-(-a - (-b + (-c))) = a - b - c$;

2) $-(a - (-b - (-c))) = -a - b + c$.

725. Впишите в квадраты пропущенные знаки сложения и вычитания так, чтобы было верным равенство :

1) $-(a - b) + (-d + t) = -a \square b \square d \square t$;

2) $\square(-x + y) \square (z - k) = -x + y - z + k$.

П (726—727) :

726. Первая бригада выполняет работу за 8 дней, вторая бригада — за 4 дня. За сколько дней выполнят эту работу две бригады, работая вместе?

727. Найдите x из пропорции: $\frac{x - 98,4}{-52} = \frac{-2,5}{1,3}$.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



728. Выполните действия:

1) $17\frac{1}{4} : 3\frac{12}{19} - 7,25$;

2) $\frac{37}{60} : \frac{74}{125} \cdot \frac{12}{25} + 3\frac{1}{3}$.

729. Найдите значение алгебраического выражения $3a - 4b + 1$ при $a = 0,09$ и $b = -0,25$.

§ 24. Коэффициент. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Коэффициент. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых.



Что такое *коэффициент*?

Подумайте!

Чем отличаются алгебраические выражения: $2x$, xy , $3\frac{1}{3} \cdot x \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot y \cdot c$?

Объясните!

Как выполнили задания:

$$3\frac{1}{3} \cdot x \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot y \cdot c = 3\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot x \cdot y \cdot c = -5xyc?$$

Полученное произведение содержит один числовой множитель — число -5 и буквенные множители x , y и c . Числовой множитель -5 называют *коэффициентом*.

Коэффициентом называется числовой множитель произведения числа и одной или нескольких переменных или их степеней.

Например, в выражении $\frac{1}{2}x$ коэффициент является число $\frac{1}{2}$, в выражении $10,27ky$ коэффициент равен $10,27$.

Коэффициент обычно записывают перед буквенными множителями.

В выражении mnk коэффициент равен 1 , так как $mnk = 1 \cdot mnk$. Коэффициент 1 не пишут.

Например, $1 \cdot ad = ad$, $1 \cdot sxy = sxy$ и т. д.

Вместо коэффициента -1 пишут только знак “-”.

Например, вместо $-1 \cdot abc$ запишут: $-abc$.

Пример 1. Найдём коэффициент алгебраического выражения:

1) $7,4mk \cdot 5ay \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)nb$; 2) $-2ax \cdot (-by) \cdot 0,1 \cdot 5$;

$$3) -\frac{4}{7}k \cdot 7mn \cdot \frac{1}{4}ac.$$

Решение. 1) Сначала упростим это алгебраическое выражение. Запишем числовые множители перед буквенными множителями.

$$\text{Получим: } 7,4 mk \cdot 5ay \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)nb = 7,4 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)mkaynb.$$

Затем перемножим числа и получим выражение $-7,4 mkaynb$. Коэффициентом полученного выражения является число $-7,4$.

2) Запишем числовые множители перед буквенными множителями. Так как $-by = -1 \cdot by$, то получим: $-2ax \cdot (-by) \cdot 0,1 \cdot 5 = (-2) \cdot (-1) \cdot 0,1 \cdot 5 \cdot axby$. Перемножив числа, получим число 1. Так как коэффициент 1 не пишут, то получим выражение $axby$. Коэффициентом полученного выражения является число 1.

3) Сначала упростим это выражение. Получим:

$$-\frac{4}{7}k \cdot 7mn \cdot \frac{1}{4}ac = -\frac{4}{7} \cdot 7 \cdot \frac{1}{4} \cdot kmnac = -1 \cdot kmnac = -kmnac.$$

Коэффициент полученного выражения равен -1 .

Ответ: 1) $-7,4$; 2) 1; 3) -1 .



Какие слагаемые называются **подобными слагаемыми**?

Рассмотрим алгебраическое выражение, в котором слагаемые отличаются только коэффициентами, а буквенные множители одинаковые. Например, в выражении $4a - 0,8a + 3a - 1,7a$ все буквенные множители содержат только букву a , они одинаковые, коэффициенты 4 ; $-0,8$; 3 ; $-1,7$ — разные. Такие слагаемые называют **подобными слагаемыми**. Подобными называют также одинаковые слагаемые.

Слагаемые, в которых буквенные множители одинаковые, а коэффициенты могут быть одинаковыми или разными, называются **подобными слагаемыми**.

Пример 2. Найдем подобные слагаемые в алгебраическом выражении $7ax + 2by - 3ax + 2by$.

Решение. В алгебраическом выражении $7ax + 2by - 3ax + 2by$ слагаемые $7ax$ и $-3ax$ подобные, так как буквенные множители у этих слагаемых содержат одинаковые буквенные множители ax , коэффициенты 7 и -3 — разные. Слагаемые $2by$ и $2by$ также подобные, так как у этих слагаемых буквенные множители by одинаковые и коэффициенты 2 и 2 одинаковые.

Ответ: $7ax$ и $-3ax$; $2by$ и $2by$.



Как привести подобные слагаемые в алгебраических выражениях?

Сложение подобных слагаемых называется *приведением подобных слагаемых*.

Пример 3. Приведем подобные слагаемые в алгебраическом выражении $4,6m - 18,3m + 13,3m - 7,6m$.

Решение. Каждое из подобных слагаемых в этом выражении содержит множитель m . Вынесем его за скобки. Получим $(4,6 - 18,3 + 13,3 - 7,6) \cdot m$. Здесь в скобках оказалась сумма коэффициентов слагаемых. Выполнив сложение коэффициентов в скобках, получим число -8 . Значит, $4,6m - 18,3m + 13,3m - 7,6m = -8m$.

Ответ: $-8m$.

Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и полученный результат умножить на общие буквенные множители.

Пример 4. Приведем подобные слагаемые в алгебраическом выражении: 1) $-3n + 8n - 16n - 19n$; 2) $2d - 3cz + 8 + 5cz + 2d - 4$.

Решение. 1) $-3n + 8n - 16n - 19n = -30n$;

2) Сначала подобные слагаемые заключим в скобки: $(2d + 2d) + (-3cz + 5cz) + (8 - 4)$. Затем в каждой скобке приведем подобные слагаемые. Получим: $4d + 2cz + 4$.

Ответ: 1) $-30n$; 2) $4d + 2cz + 4$.



1. Может ли коэффициент выражения быть отрицательным числом, равным 1; x ?
2. Могут ли у подобных слагаемых быть коэффициентами противоположные числа?
3. Вместо какого коэффициента в выражении пишут знак “-”?

A

Упражнения

730. Назовите коэффициент выражения:

1) $5x$;

2) $-7y$;

3) $-18,9a$;

4) $\frac{7}{11}b$;

5) ab ;

6) $-z$;

7) $-0,2k$;

8) $0,19t$.

731. Найдите коэффициент выражения :

- 1) $-20 \cdot 2a$; 2) $2,5 \cdot (-3b)$; 3) $-\frac{2}{3} \cdot (-6c)$;
 4) $1,6 \cdot (-4x)$; 5) $-\frac{3}{7} \cdot (-49y)$; 6) $\frac{5}{6} \cdot (-36z)$.

Упростите выражения (732—734) :

732. 1) $17a + 19a - 18a$; 2) $300b - 209b - 73b$;
 3) $419c - 500c + 67c$; 4) $-681t + 722t - 84t$.
 733. 1) $0,24b + 9,76b - 16b$; 2) $-3,9c - 4,2c + 1,5c$;
 3) $-0,267d + 1,2d - 0,832d$; 4) $30x - 33,81x - 2,79x$.
 734. 1) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x + \frac{8}{9}x$; 2) $-\frac{15}{16}y + \frac{3}{8}y - \frac{1}{4}y$;
 3) $\frac{23}{24}z - \frac{5}{8}z - \frac{7}{12}z$; 4) $8\frac{1}{15}a + 3\frac{2}{3}a - 20\frac{4}{5}a$.

Приведите подобные слагаемые (735—736) :

735. 1) $80a - 90 + 19a$; 2) $-101b + 17b - 42$;
 3) $-4,9c + 3,7c - 18,4$; 4) $20,11d - 40,01d + 13$.
 736. 1) $-11 + 5,3z - 6,1z + 19$; 2) $40,2b - 28 + 26,2 - 43b$;
 3) $90\frac{1}{7}c + 66,1 - 70c - 68$; 4) $-5\frac{4}{9}d - 88 + 4\frac{1}{3}d + 79,8$;
 5) $-66x + 20y - 17x + y$; 6) $8,2a - 9b + 11,8a - 6b$;
 7) $\frac{3}{16}c + 7,3d - \frac{1}{8}c - 9,4d$; 8) $6\frac{1}{5}t - 20,15 + 19,03 - 7\frac{1}{2}t$.

737. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $-20a + 40 + 18a$, при $a = 50$;
 2) $9,4b - 13 - 10b$, при $b = 15$;
 3) $-14\frac{1}{7}c + 18\frac{2}{7}c - 12$, при $c = -1,4$;
 4) $9x - 10y + 16x + 9y$, при $x = -0,8$, $y = 2,5$;
 5) $-1,4a + 31b - 2,6a + 4b$, при $a = 1,4$, $b = -0,2$.

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые (738—740) :

738. 1) $3(x - 15) + 30 - 5x$; 2) $-2(10 + y) + 19 + 3y$;
 3) $-1,4(a + 6) - 8,1 + 2a$; 4) $-\frac{8}{9}(-27a - 9) + 25a - 10$.
 739. 1) $\frac{4}{7}(-14a + 7x) - \frac{8}{11}(-22x + 11)$;
 2) $-2,5(10a - 1) + 3,8(5a - 3)$;

$$3) -\frac{5}{6}(12b + 18) - \frac{4}{9}(9b - 0,9).$$

740. 1) $-11(2x - 3y) + 12(3x + 2y)$;
 2) $9(-8a + 7b) - 13(-3a + 4b)$;
 3) $-0,7(-5x + 4b) + 12(0,2b - 0,5x)$.

741. Проверьте, верно ли равенство:

- 1) $-8,5 \cdot (1,4x + 8) - 1,7 \cdot (-10 - 7x) = 102$;
 2) $\frac{8}{9} \cdot (-2,7b + 2,5) - \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} - 1,2b\right) = -2$.

В

Упражнения

742. Убедитесь, что получится целое число после упрощения выражения: $18\frac{7}{12}\left(-2\frac{2}{5} + 3b\right) - 31\frac{8}{15}\left(-7\frac{1}{2} + 3b\right) + 3(12,95b + 2,7)$.

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые (743—745):

743. 1) $2,4(8a - 9b) - 4,1(5b + 6c) - 1,9(-4a + 7c)$;
 2) $-\frac{15}{16}\left(4c - \frac{2}{3}d\right) - \frac{5}{8}\left(16d + \frac{1}{5}k\right) + \frac{3}{4}\left(-12c + \frac{1}{3}k\right)$.

744. 1) $-3\frac{1}{8}\left(\frac{4}{5}x + \frac{3}{25}y - 8z\right) + 7\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x + \frac{9}{15}y - 10z\right)$;
 2) $8,5 \cdot (-1,8a - 1,6b + 10c) - 13,4(-50b + 7c + 9a)$.

745. 1) $7\frac{3}{4}\left(-2,4a + \frac{16}{31}b - 2\right) - 11\frac{1}{5}\left(-1,5a + \frac{5}{7}b - 0,5\right)$;
 2) $-5,8\left(\frac{10}{29}x - 5y + 9\right) + 7,8\left(-6 + \frac{20}{39}x - 15y\right)$.

Найдите значения выражений (746—747):

746. 1) $27a - 49b + 2,4(6a - 7b) - 42a$ при $a = 10$, $b = -2$;
 2) $19,7x - 32,3y - 3,5(3x - 8y) + 10x$ при $x = -20$, $y = -5$.
747. 1) $-9\frac{2}{3} \cdot \left(15a - \frac{9}{29}b\right) + 11\frac{1}{6}\left(\frac{18}{67}b - 12a\right) - 4a$ при $a = 2,5$ и $b = -1,5$;
 2) $10\frac{1}{6} \cdot \left(-1,2a + \frac{3}{61}b\right) - 21\frac{1}{3}\left(-1,5a + \frac{9}{64}b\right) - 20a$ при $a = -3,8$ и $b = 40$.

**Упражнения**

748. Убедитесь, что получится целое число после упрощения выражения:
- $7,8(-2,4 a - 1,3) - 8,9(-1,9 a + 5,2) - 3,58 + 1,81 a$;
 - $-13,9(-8,4 + 5,2 b) - 10,7(6,8 - 9,5 b) - 29,37 b - 51$.
749. Проверьте, верны ли равенства :
- $18\frac{1}{3}\left(-\frac{6}{11}a - 0,6b + 0,3c\right) - 4,5c = \frac{3}{7}\left(-21a - 23\frac{1}{3}b + 2\frac{1}{3}c\right) - a - b$;
 - $-21\frac{2}{7}(-3,5 a + 1,4 b + 1,75 c) + 31,5 b + 39,75 c = 69,5 a + 3\frac{1}{3}(1,5 a + 0,6 b + 0,75 c)$.

П (750—753) :

750. Найдите: 1) 150% от числа 14; 2) 250% от числа 16.
751. В северной части Северо-Казахстанской области в 1986 г. были организованы три памятника природы. Вы узнаете о них, решив уравнение:
- $(2x - 20,289) - 19,1 = 16,811$, x га — столько гектаров занимает памятник природы Жанажол;
 - $(358,2 - 5y) - 5,029 = -61,829$, y га — столько гектаров занимает памятник природы Серебряный бор;
 - $(49,023 + 4z) + 37,128 = 190,151$, z га — столько гектаров занимает памятник природы Сосновый бор.
752. Найдите x из пропорции:
- $\frac{-62}{58} = \frac{x - 500}{522}$;
 - $\frac{250 + 4x}{333} = \frac{59}{67}$.
753. Моторная лодка проходит 21 км от одного пункта до другого по течению реки за 1,2 ч, а плот — за 7 ч. Какова скорость моторной лодки против течения реки?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



754. Проверьте, равны ли значения выражений :
- $2,5 \cdot 100 - 75$ и $52,5 : 0,03$;
 - $4\frac{1}{3} \cdot 0,15 + 0,37$ и $-17 + 10 + 18$.
755. Укажите верные равенства:
- $-20 + 30 - 40 - 60 = -90$;
 - $-20 - 30 + 40 - 60 = -150$;
 - $-20 - 30 + 40 + 60 = 50$;
 - $20 + 30 - 40 - 60 = 50$.

§ 25. Тождество. Тождественные преобразования выражений

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Тождественно равные выражения. Тождество. Тождественные преобразования. Доказательство тождеств.



Что называется *тождеством*

Рассмотрим два выражения: $x + 8$ и $8 + x$. Вычислим несколько значений этих выражений, *например*, при $x = 0$; $x = -2$; $x = 10$; $x = -5$. Результаты вычислений запишем в таблицу.

Значение переменной x	Значение выражения $x + 8$	Значение выражения $8 + x$
0	8	8
-2	6	6
10	18	18
-5	3	3

Если одновременно вместо x подставлять одни те же числа в выражения $x + 8$ и $8 + x$, то значение выражения $x + 8$ всегда будет равно значению выражения $8 + x$ (говорят, соответствующие значения выражений $x + 8$ и $8 + x$ равны), так как от перестановки мест слагаемых значение суммы не изменится.

Такие выражения с переменной называются *тождественно равными*.

Два выражения с переменной (переменными) называются *тождественно равными*, если их соответствующие значения равны для любых значений переменных.

Объясните!

Почему будут тождественно равными выражения $x + y$ и $y + x$; $a \cdot 0$ и 0 ; $a + (b + c)$ и $(a + b) + c$; $a(b + c)$ и $ab + ac$; $-m(-n)$ и mn ?

Проверьте, что $2x^2 + 3xy$ и $x(2x + 3y)$ — тождественно равные выражения.

Среди равенств с переменной (с переменными) есть такие равенства, которые при подстановке в них вместо переменной (переменных) любых чисел всегда становятся верными числовыми равенствами. *Например*, если в равенство с переменной $x + 8 = 8 + x$ вместо x

подставлять различные числа, то всякий раз будем получать верные числовые равенства. То же самое можно сказать и про равенство с двумя переменными $x + y = y + x$. Такие равенства называют *тождествами*.

Равенство с переменной (переменными), которое становится верным числовым равенством, при подстановке любых чисел вместо переменной (переменных) называется *тождеством*.

В тождествах выражения, стоящие в его левой и правой частях, тождественно равные выражения, поэтому можно сказать, что

равенство с переменной (переменными), левая и правая части которого тождественно равные выражения, называется *тождеством*.

Тождествами являются все равенства с переменными, с помощью которых записаны свойства арифметических действий: переместительное, сочетательное свойства сложения и умножения, распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания и др.

Объясните!

Почему являются тождествами равенства:

$$x + y = y + x; \quad xy = yx; \quad (x + y) + z = x + (y + z); \quad (xy)z = x(yz); \\ (x + y)z = xz + yz; \quad a + 0 = a; \quad a \cdot 1 = a; \quad a \cdot 0 = 0?$$

При нахождении значений числовых выражений вы часто использовали свойства арифметических действий. Например, чтобы вычислить значение числового выражения $6 \cdot (100 + 70)$ устно, надо применить распределительное свойство умножения: $6 \cdot 100 + 6 \cdot 70$. Другими словами, надо заменить числовое выражение со скобками $6 \cdot (100 + 70)$ тождественно равным ему выражением без скобок $6 \cdot 100 + 6 \cdot 70$. В таких случаях также говорят, что *выполнили тождественное преобразование* выражения $6 \cdot (100 + 70)$, или *преобразовали выражение* $6 \cdot (100 + 70)$.

Тождественным преобразованием (или преобразованием) выражения называется его замена другим, тождественно равным ему.

Примером тождественного преобразования выражения может служить приведение подобных слагаемых в выражениях с переменной (переменными); раскрытие скобок.

Тождественные преобразования выражений используют для доказательства тождеств.

Доказать, что равенство является тождеством (говорят: *доказать тождество*) означает показать, что его левая и правая части являются тождественно равными выражениями.

Для доказательства тождеств выполняют тождественные преобразования:

- 1) левой части равенства до тех пор, пока не получат его правую часть;
- 2) правой части равенства до тех пор, пока не получат его левую часть;
- 3) левой и правой частей равенства до тех пор, пока не получат одно и то же выражение.

Объясните!

Как доказали тождество:

$$49a + (13a - 7) - 28a + 12 = 33 - 6(6 - 5a) + 4a + 8?$$

Доказательство : $49a + (13a - 7) - 28a + 12 = 34a + 5$.
 $33 - 6(6 - 5a) + 4a + 8 = 34a + 5$.



1. Какие из равенств $5 + x = 5$; $5 + x = 5 + x$; $x = 5$; $5 = 5$; $x = x$ являются тождествами?
2. Назовите выражение, которое тождественно равно выражению: $m \cdot (-n)$; $-(a - b)$.
3. Выражение $-(a + b)$ заменили выражением $-a + b$. Почему эта замена не является тождественным преобразованием?

A

Упражнения

756. Какие свойства арифметических действий позволяют утверждать, что тождественно равны выражения:

- 1) $a + 20$ и $20 + a$;
- 2) $bc + 7,1$ и $7,1 + bc$;
- 3) $19 + (a + b)$ и $(a + b) + 19$;
- 4) $9(c + d)$ и $9c + 9d$?

757. Являются ли тождественно равными выражения:

- 1) $15 + 2a - 3$ и $12 + 2a$;
- 2) $4,7 - a$ и $a - 4,7$;
- 3) $(1,5a) \cdot (2b)$ и $30ab$;
- 4) $(40x) \cdot y$ и $(5x) \cdot (8y)$?

Преобразуйте в тождественно равные выражения (758—759) :

758. 1) $31a \cdot (-6)$; 2) $\frac{5}{9} \cdot (-45c)$; 3) $0,36x \cdot (-y)$;
- 4) $-20 \cdot (0,7b)$; 5) $\frac{7}{11} \cdot \left(\frac{3}{7}d\right)$; 6) $-1,2 \cdot (-5z)$.

759. 1) $6x \cdot (-10y)$; 2) $-3,4 a \cdot (80b)$; 3) $7\frac{1}{12}c \cdot 1\frac{5}{7}d$;
 4) $2,7mn \cdot \left(2\frac{1}{9}t\right)$; 5) $-1,1(50a - c)$; 6) $\left(23,5x - \frac{1}{6}y\right) \cdot (-6)$.

Приведите подобные слагаемые (760—761) :

760. 1) $245x - 100,1 + 265x + 99,9$; 2) $\frac{2}{3}y + 48 + 2\frac{1}{7}y - 51$;
 3) $-0,09a - 1,01b + 0,9a + 0,9b$; 4) $41\frac{3}{11}n + m - 8\frac{4}{11}n - 22,2m$.

761. 1) $9\frac{1}{9}a - 20c + \frac{1}{3}a + 18,1c$; 2) $6,5x - 7,1x - 19 + 8\frac{1}{4}x$;
 3) $-1,6y + 2\frac{3}{7}y - 3y + 2,6$; 4) $-4\frac{1}{6}z + 2\frac{1}{3}c - 3c + 5,5z$.

762. Замените тождественно равным выражением без скобок выражение:

- 1) $3 + (x + y) + t$; 2) $4 + a - (b + c)$;
 3) $n - (4 - m + d)$; 4) $-(8 + z) + (s - k)$.

763. Замените тождественно равным выражением без скобок и упростите выражение:

- 1) $10 - (x - 20) + 8x$; 2) $-(15 + 4y) + (2y - 17)$;
 3) $9a - (21 - 8a) + 18$; 4) $-(6b - 40) - (38 + 7b)$.

764. Упростите выражение:

- 1) $79 - (20 + 9a) + (11a - 122)$;
 2) $-(b + 40) + (28 - 19b) + 11b$.

765. Докажите тождество:

- 1) $-\left(8\frac{1}{3}a - 9b\right) + 7,5a - 10\frac{1}{7}b = \left(\frac{5}{6}a + 1\frac{1}{7}b\right)$;
 2) $2009,1x + 38,2y - (210,09x + 40,1y) = (179\ 901x - 190y) \cdot 0,01$.

766. Преобразуйте в тождественно равное выражение:

- 1) $1,3(x + 20y) - 40(0,9y - x) + 63y$;
 2) $77(1,1a - 3b) - 3,2(4,5b - 50a) + 99a$.

767. Докажите, что при любых значениях x и y является натуральным числом значение выражения:

- 1) $25(x + 2) - 4(y - 3) - (25x - 4y + 61)$;
 2) $7,8(3x - 5) + (80 - 39y) - 0,3(10 + 78x - 130y)$.

768. При некотором значении a значение выражения $-1,5a$ равно 5. Какое значение при том же a принимает выражение:

- 1) $-4,5a$; 2) $7,5a$; 3) $-3a$; 4) $-15a$; 5) $60a$; 6) $-0,15a$?

769. Докажите, что не зависит от значения переменной значение выражения:

1) $50a - (70 - 100a) + (90 - 75a) \cdot 2$;

2) $-\frac{5}{18} \cdot (9c+4) + 4c - 0,5\left(3c - \frac{7}{9}\right)$.

В

Упражнения

770. Являются ли тождественно равными выражения:

1) $(5a - 6a)c$ и $-ac$;

2) $(11x - 11x)y$ и xy ;

3) $\left(7\frac{2}{3}n - 8n\right)m$ и $\frac{1}{3}nm$;

4) $\frac{5}{6}x^3\left(x + \frac{1}{5}x\right)$ и x^4 ?

771. Какие из выражений: $3(0,5a - 9b)$; $27b - 1,5a$; $5(0,5a - 5,4b)$; $-(27b - 1,5a)$; $10(0,15a - 2,7b)$; $-3(9b - 0,5a)$; $\frac{1}{3}(4,5a - 81b)$ тождественно равны выражению $1,5a - 27b$?

772. При некоторых значениях c и d значение выражения $20(5c - 0,7d)$ равно 11. Какое значение при тех же c и d принимает выражение:

1) $100c - 14d$;

2) $14d - 100c$;

3) $10(10c - d) - 4d$;

4) $60(0,7d - 5c)$?

773. Значение произведения чисел a и b равно 24,4, а значение разности равно $-2,5$. Чему равно значение выражения:

1) $a \cdot b + (a - b)$;

2) $b - a + ab$;

3) $(a - b)ab$;

4) $(b - a + 1,5)ab$?

Упростите выражения (774—777):

774. 1) $10a - (5a - 3(4x + 7(8a - x)) - 19x) - 9x$;

2) $33b - (-80b + 5(5b - 6(11a - 3b)) + 300a) - 30a$.

775. 1) $\frac{1}{24}x - \left(\frac{1}{3}x + \left(-\frac{2}{9}x - \left(-\frac{4}{9}x + \left(-\frac{5}{12}x\right)\right)\right)\right)$;

2) $-16\frac{11}{36}y + \left(-5\frac{4}{9}y - \left(-7\frac{3}{8}y + \left(-10\frac{5}{18}y\right)\right)\right)$.

776. 1) $8,4 - 2,7(7b - 1,3(10 - 11b)) - 15,7b$;

2) $15,1c + 0,9(4c - 2,8(1,4 + 0,2)) - 20c$.

777. 1) $-\frac{3}{40}\left(-2a - \left(\frac{1}{3} + 12y\right)\right) - \frac{1}{7}\left(-14a - \left(7 + \frac{2}{3}a\right)\right)$;

2) $\frac{2}{15}\left(\frac{3}{4}b + \frac{2}{3}\left(21b - 0,5\left(\frac{3}{5} - 4b\right)\right)\right)$.

778. Докажите, что не зависит от значения переменной значение выражения:

$$1) 0,9 \left(-2,5 + 5\frac{2}{3} : 8,5a \right) - \frac{2}{3} \cdot 4,5(2,5 + 0,2a);$$

$$2) 6,75 \cdot 4\frac{8}{9}(1 - 5b) + 68(1+2b) + 12\frac{3}{7} : \frac{3}{14} \cdot 0,5b.$$

779. Докажите, что при любом значении переменной натуральным числом является значение выражения:

$$1) 1\frac{23}{27} \left(0,36a + \frac{3}{5} \right) - \frac{1}{3} \left(2a - \frac{5}{18} \right) + \frac{43}{54};$$

$$2) 1\frac{1}{3}(1 - 15b) + 4\frac{2}{3} + 2\frac{36}{37} \left(6\frac{8}{11}b + 1,85 \right) - 5,5.$$



Упражнения

780. Докажите, что при любом значении переменной значение выражения равно нулю:

$$1) a - (b - (c - (a - b))) + (-c - (a - (a + c))) - c;$$

$$2) x + (y - (x - (z - y))) - (z - (-x - (x - y))) - y.$$

Докажите тождества (781—782) :

781. 1) $2,5 \cdot 0,016 \cdot 12,5 \cdot 0,04 \cdot 700 : 0,35 = 40;$

2) $3,2 \cdot 0,25 \cdot 0,075 \cdot 1100 : 0,132 = 500;$

3) $4,9 \cdot 0,02 \cdot 45 : 0,5 = 4\frac{8}{23} \cdot 1,84 + 0,82;$

4) $139,25 - 16\frac{8}{21} : \frac{8}{21} = 2,3 \cdot 0,55 \cdot 60 : 0,88.$

782. 1) $4,8(5x - 7y) - \frac{2}{21} \cdot 4,9x + \frac{5}{18} \cdot 4,5y - 23\frac{8}{15}x = -32,35y;$

2) $\frac{8}{15} \cdot 2,5a - 1\frac{1}{4} \cdot 4,4b - 5,6(5a+b) + 26\frac{2}{3}a = -11,1b.$

П (783—784) :

783. Используя данные, представленные на карте (рис. 55) на 6 февраля 2010 г.:

1) найдите среднюю дневную и ночную температуры в городах Астане, Алматы и областных центрах республики;

2) сравните дневную температуру Петропавловска и Шымкента, Атырау и Усть-Каменогорска;

3) найдите, на сколько градусов температура днем в Астане ниже, чем в Алматы, и на сколько градусов температура ночью в Алматы выше, чем в Астане.

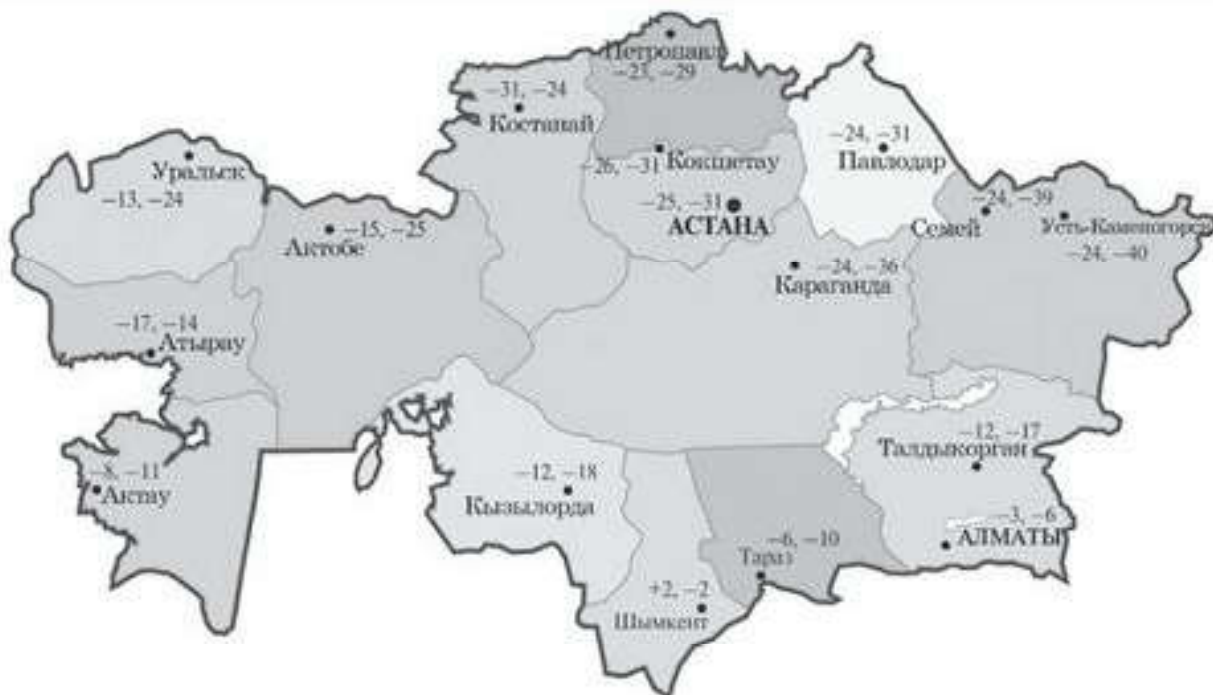


Рис. 55

784. Вы узнаете о Баянаульском государственном национальном природном парке, который расположен на юго-востоке Павлодарской области, если решите уравнение: 1) $10x = 2^3 \cdot 5^3$, x — столько километров от Екибастуза до этого парка; 2) $15 + x = 2 \cdot 10^3$, x — в этом году был основан парк; 3) $7 \cdot 10^4 - x = 1547$, x — столько гектаров составляет общая площадь парка; 4) $x - 10^3 = 3^3$, x — столько метров составляет самая высокая точка Баянаула — гора Акбет; 5) $30^2 - x = 21^2 - 1$, x — примерно столько видов флоры насчитывается в парке; в том числе: 6) $20 \cdot x = 10^3$, x — столько видов реликтовых растений; 7) $5000 : x = 10^2$, x — столько видов птиц обитает в Баянауле; 8) $x : 10 = 2^2$, x — столько видов зверей обитает в Баянауле. Особой гордостью парка является архар — редкий и исчезающий вид животных, нуждающийся в охране, занесенный в Красную книгу.

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



785. Марат купил 5 общих тетрадей и акварельные краски. Какова стоимость акварельных красок, если цена общей тетради 78 тг/шт. и за всю покупку Марат заплатил 510 тг?
786. Лодка проплыла по озеру 13,8 км за 2,3 ч. Такой же путь, но по реке, плот проплывает за 6 ч. Сколько времени затратит лодка на прохождение пути длиной 14,8 км, двигаясь против течения реки?

§ 26. Решение текстовых задач

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Задача. Решение задач.



Как решать текстовые задачи, в которых данные выражены через переменные?

Задача 1. Напишите сумму, разность, произведение и частное чисел a и b .

Решение. 1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $a \cdot b$; 4) $a : b$; 5) $b - a$; 6) $b : a$.

Задача 2. Измерения куба 5 см, a см, c см. Найдите его объем.

Решение. $V = 5ac$.

Ответ: $5ac$ см³.

Задача 3. Длина прямоугольника 10 см, ширина b см. Найдите периметр второго прямоугольника, у которого длина в 2 раза меньше, чем длина первого, ширина в 3 раза больше ширины первого прямоугольника.

Решение. Найдем длину и ширину второго прямоугольника:
 $10 : 2 = 5$ (см) и $b \cdot 3 = 3b$ (см). Тогда $P = 2 \cdot (5 + 3b) = (10 + 6b)$ см.

Ответ: $(10 + 6b)$ см.

A

Упражнения

787. Составьте вопросы и решите задачу: В первый день бригада собрала a кг, во второй день b кг овощей. ...

788. Первое число 16, второе число -5 , третье число c . Найдите значение суммы и произведения этих чисел.

789. Длина стороны квадрата x см. Найдите периметр и площадь квадрата.

790. В двух ящиках a кг овощей. В первом ящике 5 кг. Сколько килограммов овощей во втором ящике?

Составьте вопросы и решите задачи (791—792):

791. Длина окружности x см. ...

792. Скорость первого автомобиля a км/ч, скорость второго — b км/ч. Время движения 3 ч. ...

793. Составьте задачу, используя выражение:

1) $a + 2b$;

2) $a \cdot b + c$;

3) $3a - b : c$.

В

Упражнения

794. Площадь круга $4\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь второго круга, диаметр которого в 2 раза меньше диаметра первого круга.

795. Составьте вопросы и решите задачу: За один час первый рабочий изготавливает a деталей, второй рабочий b деталей. ...

С

Упражнения

796. 1) В первый день продали a кг овощей, во второй день — b кг овощей, за последующие два дня в 2 раза больше, чем в первый и во второй день вместе. Сколько килограммов овощей продали за четыре дня?

2) Из двух поселков, расстояние между которыми равно 40 км, одновременно выехал велосипедист со скоростью a км/ч и пешеход, скорость движения которого составила 50% от скорости велосипедиста. Какое расстояние будет между ними через полчаса?

П (797):

797. 1) Найдите значение выражения:

$$|-5| \cdot \left(10,8 - \frac{2}{7} \cdot \left| -\frac{21}{30} \right| \right) + 7,25 \cdot |-8| .$$

2) Что больше — 20% от числа a или 40% от числа b , если $a = \frac{9,812 + 4,188}{-27,5 + 28,2}$ и $b = \frac{-18,347 - 8,653}{-31,1 + 30,2}$?

Подготовьтесь к овладению новыми знаниями



798. 1) Укажите верное равенство:

1) $5 \cdot 0,05 = 0,25$;

2) $5 \cdot 0,02 = 10$;

3) $5 \cdot 0,4 = 2$.

2) Установите соответствие:

1) $7,4 : 0,2$;

А. -5 ;

2) $-80 + 20 : 2$;

В. 37 ;

3) $90 : 2 - 50$.

С. -70 .

Глоссарий

Абсолютное значение числа	Число, показывающее расстояние от начала отсчета до точки с координатой a , называется <i>модулем</i> или <i>абсолютным значением</i> числа a .
Алгебраические выражения	Выражения, составленные из букв и чисел, соединенных знаками алгебраических действий сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень, называют <i>алгебраическими выражениями</i> .
Бесконечная периодическая десятичная дробь	Бесконечная десятичная дробь, в которой, начиная с некоторого разряда, повторяется группа цифр, называется <i>бесконечной периодической десятичной дробью</i> , а бесконечно повторяющаяся группа цифр — ее <i>периодом</i> .
Допустимые значения переменных	Если при указанных значениях переменной (переменных) можно найти значение выражения с переменной (с переменными), то указанные значения переменных называются <i>допустимыми</i> .
Значение буквы	Число, которое подставляют вместо буквы, называется <i>значением этой буквы</i> .
Координатная прямая (ось)	Прямая, на которой указаны начало отсчета, единичный отрезок и направление, называется <i>координатной (числовой) прямой (осью)</i> . Начало отсчета называется <i>началом координат</i> .
Коэффициент	<i>Коэффициентом</i> называется числовой множитель произведения числа и одной или нескольких переменных или их степеней.
Масштаб	Отношение расстояния на карте (плане, схеме и т.п.) к соответствующему расстоянию в действительности называют <i>масштабом</i> .
Модуль	Число, показывающее расстояние от начала отсчета до точки с координатой a , называется <i>модулем</i> или <i>абсолютным значением</i> числа a .
Недопустимые значения переменных	Если при указанных значениях переменной (переменных) выражение не имеет смысла, то указанные значения переменных называются <i>недопустимыми</i> .
Отношение	<i>Отношением двух чисел</i> называется частное двух чисел.
Отрицательные рациональные числа	Рациональные числа, которые меньше нуля, называются <i>отрицательными рациональными числами</i> .
Переменная	<i>Переменной</i> называется буква, вместо которой подставляют числа.
Период	Бесконечная десятичная дробь, в которой, начиная с некоторого разряда, повторяется группа цифр, называется <i>бесконечной периодической десятичной дробью</i> , а бесконечно повторяющаяся группа цифр — ее <i>периодом</i> .
Подобные слагаемые	Слагаемые, в которых буквенные множители одинаковые, а коэффициенты могут быть одинаковыми или разными, называются <i>подобными слагаемыми</i> .

Положительные рациональные числа	Рациональные числа, которые больше нуля, называются <i>положительными рациональными числами</i> .
Приведение подобных слагаемых	Сложение подобных слагаемых называется <i>приведением подобных слагаемых</i> .
Пропорция	<i>Пропорцией</i> называется верное равенство двух или нескольких отношений (частных).
Противоположные числа	Числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называются <i>противоположными числами</i> .
Прямо пропорциональные величины	Переменные величины y и x , связь между которыми можно выразить формулой $y = kx$, где k — некоторое число, не равное нулю, или величина, которая не изменяется (говорят: постоянная величина), называются <i>прямо пропорциональными величинами</i> , k называется <i>коэффициентом прямой пропорциональности</i> .
Рациональные числа	Целые числа, отрицательные и положительные дробные числа называются <i>рациональными числами</i> .
Смешанная периодическая дробь	Если между запятой и периодом в бесконечной периодической десятичной дроби есть другие десятичные знаки, то дробь называется <i>смешанной периодической дробью</i> .
Сфера	Форму сферы имеют мячи, глобусы Земли и Луны, внутренняя часть которых пуста.
Тождественное преобразование	<i>Тождественным преобразованием</i> (или <i>преобразованием</i>) выражения называется его замена другим, тождественно равным ему.
Тождественно равные выражения	Два выражения с переменной (переменными) называются <i>тождественно равными</i> , если их соответствующие значения равны для любых значений переменных.
Тождество	Равенство с переменной (переменными), которое становится верным числовым равенством, при подстановке любых чисел вместо переменной (переменных) называется <i>тождеством</i> .
Число π	Число π — <i>бесконечная десятичная дробь</i> . Как правило, используют приближенное значение числа: $\pi \approx 3,14$.
Числовая прямая (ось)	Прямая, на которой указаны начало отсчета, единичный отрезок и направление, называется <i>числовой координатной прямой (осью)</i> . Начало отсчета называется <i>началом координат</i> .
Чистая периодическая дробь	Если период в бесконечной периодической десятичной дроби начинается сразу после запятой, то дробь называется <i>чистой периодической дробью</i> .
Шар	Форму шара имеют мандарины, арбузы, Земля, на которой мы живем и другие планеты. Внутренняя часть шара не пустая.

Ответы

Упражнения для повторения курса для 5 класса

4. 1) 9; 2) 2,72; 3) 3000. 5. 1) 3 июля 2009 г.; 2) за 20 мин; 3) 105 м; 68 м; 40 мм; 10 градусов; 4) 30 января 2011 г.; 7 — х. 12. 1) Примерно 40 м; 2) примерно 18 м; 3) из 30 различных комнат и залов; 4) более 37 м; 5) 60 ведер; 6) 2 т. 16. 1) $\frac{3}{14}$; 4) $\frac{5}{14}$. 17. 1) 18 га; 2) в 1975 г.; 3) к 30-летию Победы. 21. 1) 1991 г.; 2) 1992 г.; 3) 1993 г.; 4) 1995 г. 22. 1) 376; 2) 376,4; 3) 376,39; 4) 376,394. 28. 1) 22 см. 34. 1) 837; 2) 178. 35. 6) $20\frac{17}{20}$. 37. 1000 м. 38. 76,53 млн. км². 41. 1) 17; 2) 1189; 3) 1237; 4) 30%. 42. 1) 59 см. 43. 1) 162,5 км; 2) 72 км/ч; 3) 1 ч 40 мин. 44. 1) 800 г; 2) 20; 3) 705 г/шт. 47. 1) Очищенной тыквы 500 г, творога 500 г, 100 г сахара, 100 г сливочного масла, 100 г темного шоколада, 50 г сахарной пудры. 48. 6 см; 4 см. 49. 2,38 см. 51. 12,3 км/ч. 53. 125 км. 54. 2 м 7 дм 6 мм, 4370,6 см². 57. 30 км. 61. 66,21. 63. 44,52. 69. 1) 1997 г.; 2) 2002 г.; 3) 2002 г.; 4) 2004 г.; 5) 2004 г. 76. 1970 г.; 10 тыс. м²; 3 тыс. мест. 77. 1) 49; 2) 12. 78. 1) 10 000 лет; 2) до 350 кг. 79. 1) 1993 г.; 2) 18. 82. 456 га. 89. 1) 30 кв. ед.; 2) 40 кв. ед.; 3) 60 кв. ед.; в 2 раза. На 20 кв. ед.

Глава 1. Отношения и пропорции

90. В 5 раз; 2) в 4 раза; 3) в 6 раз; 4) в 50 раз. 91. 1) В 8 раз; 2) в 12 раз; 3) в 6 раз; 92. 0,9. 93. 0,75. 94. $\frac{8}{9}$. 95. 0,16. 96. $\frac{2}{3}$. 97. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$. 98. 1) 25%; 2) 50%. 99. 1) $\frac{1}{2}$; 2) 50%. 100. 1) 25%; 2) 20%; 3) 600%; 4) 300%. 101. $83\frac{1}{3}\%$. 102. 1) 80%; 2) 20%. 103. 1) до 72%; 2) 60%. 113. 1) $5 : 10 = 3 : 6$ или $\frac{5}{10} = \frac{3}{6}$; 2) $7 : 2 = 28 : 8$ или $\frac{7}{2} = \frac{28}{8}$; 3) $45 : 20 = 9 : 4$ или $\frac{45}{20} = \frac{9}{4}$; 4) $7 : 11 = 14 : 22$ или $\frac{7}{11} = \frac{14}{22}$. 117. 1) 5; 2) 290; 3) 95; 4) 52. 118. 1) 0,7; 2) 7; 3) 2,2; 4) 0,321. 123. 1) 30; 2) 90. 135. 3) 27. 136. 4) 4. 137. 1) $\frac{4}{11}$; 2) 0,5. 140. 1) 4; 2) 15. 141. 1) 8; 2) 0,5. 142. 1) $8\frac{9}{14}$; 2) 55; 3) 35. 177. 2) 40 см; 96 см². 180. 45 000 г. 181. 1080 учащихся. 183. 1024 км. 194. 1) 10%; 2) 50%. 198. 1) 9,2%; 2) 13,6%; 3) 4,8%. 213. 49 см². 228. 1) 10,5 мм; 2) 126 мм. 229. 9 см. 232. 3 см. 258. 7000 км. 259. 6371 км. 261. В $2\frac{7}{9}$ раза.

Глава 2. Рациональные числа и действия над ними

274. 1) -4; -1; 2) -7; -4; -1; 4; 5; 3) -1; 4; 5; 8; 4) -9; -7; -4; -1; 4; 5; 8; 11. 275. 1) -1,9; -0,5; 2) -2,3; -1,9; -0,5; 4; 3) -3; -2,3; -1,9; -0,5; 4; 5,5; 4) все числа. 277. 1) A(7); B(5); M(11); K(-4); S(-6); T(-8); 2) M(-4,5); N(-3,5); C(-1,5); R(2,5); Q(4,5); S(5,5). 282. 1) C $\left(-1\frac{3}{4}\right)$; B $\left(-\frac{3}{4}\right)$; A $\left(\frac{1}{2}\right)$; N(1); M(1,25); K(2,5);

- 2) например, -3 и -1 ; бесконечно много. **284.** $1 \frac{11}{15}$. **285.** 13. **286.** 1) $11,5$ км/ч;
 2) 12 Псм. **299.** 1) $41,6$; 2) -30 ; 1; 3) $12 \frac{1}{3}$; 4) $\frac{4}{21}$. **304.** 1) $-\frac{1}{6}$; 2) $-\frac{1}{6}$; 3) $-\frac{19}{24}$; 4) -10 .
306. 1) -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 — четные числа; -5 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 — нечетные
 числа. **308.** 1) $-11 \frac{1}{6}$; 2) $-1,5$. **310.** 2) $7,29$ П см². **311.** $36,4$ см/день. **319.** 1) 299 ;
 2) 132 ; 3) 805 ; 4) 484 . **320.** 1) $59,54$; 2) 81 ; 3) 0 . **321.** 1) 5 ; 2) $3,333$; 3) $\frac{8}{33}$.
322. 1) 58 ; 2) 54 ; 3) 9010 ; 4) 757 . **325.** 1) -11 и 11 ; 2) $-6,2$ и $6,2$; 3) $-0,07$ и $0,07$;
 4) $-29 \frac{14}{15}$ и $29 \frac{14}{15}$. **327.** 1) 20 ; 2) 300 . **334.** 1) $10 \frac{3}{26}$; 2) 3 . **335.** 1) $6,5$; $-6,5$; 2) $-4,5$;
 $4,5$; 3) $-10,5$; $10,5$; 4) $-7,2$; $7,2$. **339.** $2 \frac{7}{18}$. **341.** $2 \frac{7}{15}$. **353.** 1) -21 ; -13 ; -10 ; -8 ;
 -4 ; 2) $-4,3$; $-4,8$; $-5,26$; $-5,3$; $-6,1$. **354.** 1) $-5,3$; $6,1$; $-0,8$; $0,7$; 2) $-3,01$; -3 ; $-2,5$;
 $3,8$; $14,9$. **355.** 1) $-\frac{5}{6} < -\frac{3}{8}$. **359.** 1) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 2) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 3) 1 ; 2 ; 4) 1 . **360.** 1) -8 ;
 -7 ; -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 2) -2 ; -1 ; 3) -7 ; -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 4) -4 ; -3 ; -2 ; -1 .
361. 1) -9 и -8 ; 2) -16 и -15 ; 3) -1 и 0 ; 4) -1002 и -1000 . **365.** 1) -3 ; -2 ; -1 ;
 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 2) -1 ; 0 ; 1 ; 3) -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 4) 0 . **367.** 1) а) $3,6$;
 б) $3 \frac{13}{14}$; 2) $\frac{19}{22}$. **371.** 1) 3 ; 2) 5 ; 3) 7 ; 4) 9 ; 5) -11 ; 6) -11 ; 7) -11 ; 8) -11 .
372. 1) -1 ; 2) -1 ; 3) -1 ; 4) -1 ; 5) -5 ; 6) -5 ; 7) 5 ; 8) 5 . **373.** 1) -3 ; 2) $-1,5$;
 3) $-2 \frac{1}{2}$; 4) $-3 \frac{1}{2}$. **374.** 1) 0 ; 2) 0 ; 3) 0 ; 4) 0 ; 5) 0 ; 6) 0 ; 7) 0 ; 8) 0 . **375.** 1) $6,5$; 2) $-6,5$;
 3) 0 ; 4) 0 . **376.** 1) 13°C ; 2) 15°C ; 3) 7°C ; 4) 5°C . **377.** 1) 2°C ; 2) 4°C ; 3) -4°C ; 4) -6°C .
378. 1) 8°C ; 2) 0°C ; 3) 6°C . **379.** 1) -5°C ; 2) -9°C ; 3) -7°C . **380.** 1) -11 ; 2) -2 ; 3) $-9,5$; 4) -9 .
381. 1) -5 ; 2) $-5,5$; 3) $-1,5$; 4) $-6,5$. **382.** 1) -1 ; 2) $-1,5$; 3) -9 ; 4) -1 . **383.** Повысилась
 на 10°C . **384.** 1) 8 ; 2) -3 ; 3) -4 ; 4) 3 ; 5) 0 ; 6) 0 . **385.** 1) Правее на 4 деления; 2) ле-
 вее на 4 деления; 3) правее на 7 делений; 4) левее на 7 делений. **387.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$;
 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $-\frac{1}{4}$; 6) $-\frac{1}{4}$. **388.** 1) 5 ; 2) 35 ; 3) 5 ; 4) -35 ; 5) 20 ; 6) 20 . **389.** 1) $\frac{11}{12}$.
390. 1) 100 тг; 2) 150 тг; 3) 200 тг; 5) 300 тг; 6) 500 тг. **391.** Примерно 200
 деревьев. **392.** 5 см. **395.** 1) 200 ; 2) 120 . **396.** 1) -63 ; 2) -112 ; 3) -112 ; 4) -143 ;
 5) -344 ; 6) -235 . **397.** 1) -16 665 ; 2) -12 221 ; 3) -16 665 ; 4) -9134 ; 5) -7777 ;
 6) -16 665 . **398.** 1) $-11,66$; 2) $-123,4$; 3) $-99,55$; 4) $-30,222$; 5) $-59,999$; 6) $-688,88$.
399. 1) -6 ; 2) $-17,5$; 3) $-1 \frac{1}{8}$; 4) $-5 \frac{1}{11}$; 5) $-0,5$; 6) $-8 \frac{3}{4}$. **400.** 1) -20 ; 2) -100 ; 3) 0 ;
 4) -50 . **402.** $-276,5$. **403.** 1) -100 ; 2) -10 ; 3) -10 ; 4) -100 . **404.** 1) -70 ; 2) -70 ;
 3) -90 ; 4) -60 . **405.** 1) -40 ; 2) -100 ; 3) -50 . **406.** 1) -10 ; 2) -30 ; 3) -10 ; 4) -110 .
407. $-11,7^{\circ}$. **408.** -42 см. **410.** 1) -10 ; 2) -1000 ; 3) -991 ; 4) -2 .
411. 1) $7 \frac{7}{12}$; 2) $30,77$; 3) $44 \frac{17}{35}$; 4) $44,3$. **413.** 1) -682 ; 2) -500 ; 3) -3032 ; 4) -8804 ;
 5) -1 ; 6) $-1,005$. **414.** 1) -1156 ; 2) -1132 ; 3) -644 ; 4) -422 ; 5) $-11,47$; 6) $-107,67$.
415. 1) $-9,63$; 2) $-3,4$; 3) $-24,44$; 4) $-13,2$; 5) $-93,262$; 6) $-16,65$. **416.** 1) $-1 \frac{57}{140}$;

- 2) $-1 \frac{61}{504}$; 3) $-\frac{160}{189}$; 5) $-\frac{505}{648}$; 6) $-1 \frac{41}{144}$. 417. 1) $-\frac{17}{30}$; 2) $-\frac{5}{8}$; 3) $4 \frac{13}{24}$; 4) $-15 \frac{1}{3}$;
 5) $-20 \frac{5}{6}$; 6) $-16 \frac{13}{24}$; 7) $-6 \frac{7}{12}$; 8) $5 \frac{8}{35}$; 9) $-23 \frac{13}{24}$. 418. 1) $-50,9$; 2) -100 ; 3) -941 ;
 4) -71 . 419. 1) $-1 \frac{1}{6}$; 2) $-1 \frac{17}{48}$; 3) $-10 \frac{17}{18}$; 4) $-25 \frac{11}{21}$. 421. 3 ч; 1) 1,5 ч; 2) 1 ч; 3) 0,5 ч;
 4) 0,25 ч. 422. 1) 0,6; 2) 90. 423. 1) 1; 2) 0. 425. 1) 8; 2) 7; 3) -7 ; 4) -5 ; 5) 0;
 6) 0. 426. 1) 15; 2) 28; 3) -24 ; 4) 19; 5) -19 ; 6) -28 . 427. 1) $-9 \frac{2}{3}$; 2) $\frac{11}{56}$; 3) $-1 \frac{7}{30}$;
 4) $-1 \frac{11}{18}$; 5) $\frac{18}{35}$; 6) $-8 \frac{7}{9}$. 428. 1) $-2 \frac{11}{60}$; 2) 6,35; 3) $4 \frac{23}{48}$; 4) $\frac{3}{20}$. 429. 1) 40,6; 2) 7,7;
 3) 10,5; 4) 9,9. 430. 1) $-0,01$; 2) -14 ; 3) 1; 4) 0; 5) $-1,4$; 6) 7,07. 431. 1) 148; 2) 166;
 3) -190 ; 4) 40; 5) 784; 6) -190 . 433. 1) $-0,2$; 2) 2,3; 3) 6,7; 4) 9,99; 5) $-0,98$; 6) 2,18.
 435. 1) $\frac{7}{30}$; 2) 0; 4) $-\frac{1}{6}$; 5) $\frac{13}{45}$; 6) $1 \frac{1}{60}$. 437. 1) 0,63; 2) $-0,1$; 3) $1 \frac{8}{35}$; 4) $-\frac{5}{8}$;
 5) $\frac{13}{15}$; 6) $2 \frac{1}{28}$. 438. 1) 3,8; 2) 0. 439. 1) $5 \frac{7}{16}$; 2) 0. 440. 1) $-0,7$; 2) 0. 441. 3, 4.
 442. 1) 9; 2) 9; 3) -5 ; 4) -2 ; 5) 12; 6) 3; 7) -3 ; 8) -5 . 444. *Указание* : при сложении смешанных чисел сначала представить их в виде суммы целой и дробной части, а затем выполнять действия. 1) $-2 \frac{34}{45}$; 2) $-1 \frac{4}{35}$; 3) $-1,2$. 445. 1) $-1,24$; 2) 5,05;
 3) $-5 \frac{2}{9}$. 446. 1) $-0,84$; 2) $-1,95$; 3) $-2 \frac{1}{3}$. 447. 1) 0,9; 2) $-3 \frac{17}{18}$; 3) $1 \frac{23}{56}$.
 448. 1) 2,25; 2) $-3,3$; 3) $-6,625$. 449. 1) $-4,5$; 2) 0,99; 3) $-7,77$; 4) $-3,3$. 461. 1) 50,8;
 2) 13. 463. 1) 0; 2) 100. 465. 1) $-13,2$. 477. 1,6 день. 478. 1) 510 т; 2) 15 т.
 481. 1) -10 ; 2) 26; 3) -26 ; 4) 10. 486. 1) -2798 ; 2) $-10\ 065$; 3) $-29\ 132$; 4) -7420 ; 5) -1349 .
 487. 1) 41; 2) $-5,86$. 488. 1) 11,9; 2) 15,4; 3) $-1 \frac{1}{30}$. 489. -9001 . 491. 1) 75,19;
 2) 0,84; 3) 73,23; 4) $-128,64$. 492. 1) 17,2; 2) 9,25; 3) 9,49. 493. 1) $-6,8$; 2) 95,7.
 494. 1) -426 ; 2) -394 ; 3) 100 928; 4) 8901. 495. 1) -150 ; 2) $-19,2$. 496. 1) -129 ;
 2) 322; 3) 34; 4) $-22,1$. 498. 1) $-0,27$; 2) $-9,054$. 501. 1) 5,75; 2) $-1,35$. 503. 1) 10;
 2) 75; 3) -18 ; 4) 8. 507. 1) 1,8. 517. 1) 34. 520. 1) $-a + b$; 2) $a - b$. 521. 1) Верное;
 2) неверное. 527. 1) -486 ; 2) 2212; 3) -1522 ; 4) 164. 528. 1) 0,3; 2) $-135,88$;
 3) $-2,54$. 529. 1) $-95,81$. 537. 1) 1,784. 539. 3) 0,12. 556. 1) 60,3; 2) 63,96. 557. 1) $\frac{3}{4}$;
 2) $-\frac{4}{5}$; 3) $-5 \frac{1}{3}$; 4) $3 \frac{1}{3}$. 558. 1) $-13 \frac{73}{77}$. 565. 1) 2,5 мм и 5 мм. 2) 1 дм и 2 дм.
 566. 1) 1; 2) 1. 567. 1) 7; 2) 97. 568. 1) 0,17; 2) 1,9. 572. 1) 5 ед.; 2) 5 ед.; 3) 11 ед.;
 4) 11 ед. 573. 1) 24; 2) 93; 3) 104; 4) 59. 574. 1) 122,34; 2) 838,78; 3) 999,4; 4) 0,135.
 575. 1) $3 \frac{1}{9}$; 2) $1 \frac{1}{24}$; 3) 0,2; 4) 1. 579. 1) $B(3); P(11)$; 2) $B(-2); P(6)$; 3) $B(0,5); P(8,5)$;
 4) $B(-7,5); P(0,5)$. 583. 1) 0; 2) 96. 585. 1) 0; 2) 4. 586. 1) 12,8; 2) 0,6;
 0,6; 3) 12; 4) 8,1; 8,1; 5) 0,24; 0,24; 6) 0,1; 0,1. 587. 1) $\frac{8}{33}$; 2) $\frac{8}{33}$; 3) $\frac{15}{64}$;
 0,15; 0,15. 588. 1) -5 ; 2) -3 ; 3) -6 ; 4) -7 . 589. 1) -1 ; 2) -1 ; 3) -1 ; 4) -1 .
 590. 1) $-8 \frac{1}{3}$; 2) $-58,8$; 3) $-16 \frac{5}{22}$; 4) $-30 \frac{5}{6}$; 5) $-40 \frac{7}{8}$; 6) $-73 \frac{2}{3}$. 591. 1) 169,2; 2) 37,17;
 3) 666; 4) 2370; 5) 1,504; 6) 170. 592. 1) -9 ; 2) 9; 3) $-0,09$; 4) 0,09. 593. 1) -25 ;

- 2) 25; 3) $-0,25$; 4) $0,25$. **594.** 1) $\frac{4}{9}$; 2) $-\frac{9}{16}$; 3) $\frac{25}{36}$; 4) $-\frac{49}{81}$. **595.** 1) -121 ; 2) $1,69$; 3) $-10,89$; 4) $-\frac{25}{36}$. **596.** 1) $-129,86$; 2) $-245,22$; 3) $-2,52$; 4) $-20,23$; 5) $-64,6$; 6) $-5,4$. **597.** 1) $-1,51$; 2) $-0,804$; 3) $-0,035$; 4) 578 ; 5) 2567 ; 6) $20,6$. **598.** 1) $-7\frac{16}{33}$; 2) -4 ; 3) $-7\frac{3}{7}$; 4) -6 ; 5) $-5\frac{1}{3}$; 6) $-4,5$. **600.** 1) $-\frac{2}{35}$; 2) $\frac{108}{175}$; 3) $-\frac{1}{9}$; 4) $0,5$; 5) 9 ; 6) 2 . **601.** 1) $-69,3$; 2) $-2,88$. **602.** 1) -490 ; 2) -49200 ; 3) $167,9$; 4) $0,6$; 5) $-0,08$; 6) $-0,3774$. **603.** 1) $3\frac{1}{3}$; 2) $1,4$. **604.** 1) -6 ; 2) -4 ; 3) 116 ; 4) $-7,8$; 5) $59,5$; 6) $15,06$. **605.** 1) 945 ; 2) 9 ; 3) 1575 ; 4) -693 ; 5) 255 ; 6) -9177 . **606.** 1) $>$; 2) $<$; 3) $>$; 4) $>$. **607.** 1) $<$; 2) $>$; 3) $>$; 4) $<$. **609.** 1) $-\frac{2}{3}$. **610.** 1) $-122,4$; 2) $-22,27$; 3) $-26,4$; 4) $69,3$. **611.** 1) 4 ; 2) $-0,5$; 3) 26 ; 4) $\frac{2}{7}$. **612.** 1) 10 ; 2) $\frac{1}{3}$; 3) -720 ; 4) $-208,76$. **613.** 1) 1440 ; 2) $10,5$; 3) $18,2$; 4) $-3,84$. **617.** 1) $-11,2$. **618.** 1) Верно; 2) верно. **621.** 1) $y = -2x + 4$; 2) $x = 2 - 0,5y$. **622.** 1) $0,8$; 2) 1000 . **623.** 1) $AF = 3$ см, $BL = 5$ см, $CD = 11$ см; 2) $AF = 2$ см, $BL = 8$ см, $CD = 10$ см. **624.** 1) 180 тг; 2) 360 тг; 3) 540 тг; 4) 720 тг; 5) 1800 тг; 6) 2400 тг. **625.** 1) 2 ; 2) 0 . **629.** 1) $-\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 2 . **631.** 1) -9 ; 2) -7 . **633.** $b = \frac{1}{9}a$; 100 . **634.** 2) $A(-8)$, $B(3)$, $C(6)$; $AB = 14$ ед., $BC = 3$ ед. **637.** 1) 24 км/ч; 2) 32 км/ч; 3) — 5) указание : выразите время в часах; 3) $28,8$ км/ч; 4) 36 км/ч; 5) $38,4$ км/ч. **638.** 1) -69 ; 2) -52 ; 3) 0 ; 4) -139 ; 5) $49,5$; 6) 11 . **639.** 1) -39 ; 2) -103 ; 3) 0 ; 4) -104 ; 5) 212 ; 6) 12 . **640.** 1) $0,2$; 2) $-\frac{5}{6}$; 3) 7 ; 4) $-1,5$; 5) 6 ; 6) $4,05$. **641.** 1) $0,8$; 2) $-0,04$; 3) $0,8$; 4) $-\frac{2}{3}$; 5) $0,4$; 6) $-1,5$. **642.** 1) -24 ; 2) $-16,2$; 3) $-0,015$; 4) $-0,76$; 5) $20,7$; 6) $-0,102$. **643.** 1) $-0,102$; 2) $0,307$; 3) $-1,002$; 4) $-0,004$; 5) -4130 ; 6) $-0,03675$. **644.** 1) $-66\frac{2}{3}$; 2) -1170 ; 3) $25,25$; 4) $-2,75$. **645.** 1) $-6,8$; 2) $-5\frac{5}{9}$; 3) $0,6$; 4) $-22,5$; 5) $2,68$; 6) -40 . **648.** 1) $-0,7$; $2,8$; -56 ; $0,56$; 2) 1 ; -1 ; $1\frac{3}{7}$; 3) $2,06$; $-0,721$; $144,2$; $-0,01442$; 4) 1 ; $-\frac{1}{17}$; $\frac{5}{17}$; $2\frac{16}{17}$. **650.** 1) 16 ; 2) $5,4$. **655.** $3,2$ км/ч. **656.** $F(-2\frac{1}{3})$, $L(-\frac{1}{3})$, $M(1\frac{2}{3})$; $FL = LM = 2$ ед. **657.** Указание : воспользуйтесь распределительным свойством умножения. **670.** 1) -19 ; 2) -43 . **679.** 1) 1928 г.; 2) 1934 г.; 3) 1938 г. **680.** $2,4$ ч. **681.** 1) 810 ; 2) 5080 ; 3) $18\ 090$; 4) $5\ 090$. **682.** 1) 15 ; 2) 756 .

Глава 3. Алгебраические выражения

- 691.** 1) 0 ; 2) 0 ; 3) 0 ; 4) $5,4$; 5) нет; 6) $-14,5$. **692.** 1) Имеет; 2) не имеет. **706.** 1) 3 ; 4) 5 ; 4) все натуральные числа от 8 до 20 , включая 8 и 20 . **707.** 1) 13% ; 2) 90% ; 3) 500 ; 4) 854 . **708.** 1) 1939 г.; 2) 1984 г. **715.** 2) -909 ; 3) -824 ; 4) -1313 ; 5) 2058 ; 6) -1785 . **751.** 1) 9 га; 2) 83 га; 3) 26 га. **752.** 1) -58 . **768.** 1) 15 ; 2) -25 ; 3) 10 ; 4) 50 ; 5) -200 ; 6) $0,5$. **772.** 1) 11 ; 2) -11 . **773.** 1) $-0,6$; 2) $49,4$. **784.** 1) 100 км; 2) 1985 г.; 3) $68\ 453$ га; 4) 1027 м; 5) около 460 видов; 6) 50 видов; 7) около 50 видов птиц; 8) 40 видов зверей. **796.** 1) $3(a + b)$ кг. **797.1.** 111 . **797.2.** $20\% a > 40\% b$.

Содержание

Введение	3
Упражнения для повторения курса математики 5 класса	4
Глава 1. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ	
§ 1. Отношение двух чисел. Процентное отношение двух чисел	18
§ 2. Пропорция. Основное свойство пропорции	24
§ 3. Прямо пропорциональная зависимость. Обратно пропорциональная зависимость	32
§ 4. Решение задач с помощью пропорций	39
§ 5. Масштаб	49
§ 6. Длина окружности. Площадь круга. Шар. Сфера	54
Глава 2. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ	
§ 7. Положительные числа. Отрицательные числа. Координатная прямая	60
§ 8. Противоположные числа. Целые числа. Рациональные числа	67
§ 9. Модуль числа	74
§ 10. Сравнение рациональных чисел	79
§ 11. Сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой	85
§ 12. Сложение отрицательных рациональных чисел	91
§ 13. Сложение рациональных чисел с разными знаками	96
§ 14. Свойства сложения рациональных чисел	102
§ 15. Вычитание рациональных чисел	106
§ 16. Сложение и вычитание рациональных чисел	113
§ 17. Расстояние между точками на координатной прямой	120
§ 18. Умножение рациональных чисел	123
§ 19. Переместительное и сочетательное свойства умножения рациональных чисел	131
§ 20. Деление рациональных чисел	135
§ 21. Арифметические действия с рациональными числами	144
Глава 3. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ	
§ 22. Переменная	150
§ 23. Распределительное свойство умножения рациональных чисел. Раскрытие скобок	156
§ 24. Коэффициент. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых	162
§ 25. Тождество. Тождественные преобразования выражений	168
§ 26. Решение текстовых задач	175
Глоссарий	177
Ответы	179



Учебное издание

**Абылкасымова Алма Есимбековна
Кучер Татьяна Павловна
Жумагулова Зауре Абдыкеновна**

МАТЕМАТИКА

Часть 1

Учебник для 6 класса общеобразовательных школ

Редактор *С. Родионова*
Худож. редактор *А. Сланова*
Техн. редактор *И. Тарапунец*
Компьютерная верстка *Д. Шариповой*

Государственная лицензия № 0000001 выдана издательству
Министерством образования и науки Республики Казахстан 7 июля 2003 года

ИБ № 5705

Подписано в печать 08.06.18. Формат 70 × 100^{1/16}. Бумага офсетная.
Гарнитура "SchoolBook Kza". Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,84+0,32 форзац.
Усл. кр.-отт. 30,97. Уч.-изд. л. 8,45+0,54 форзац. Тираж 50 000 экз. Заказ №

Издательство "Мектеп", 050009, г. Алматы, пр. Абая, 143

Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30,

Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34.

E-mail: mektep@mail.ru

Web-site: www.mektep.kz

