Ә.Н. ШЫНЫБЕКОВ, Д.Ә. ШЫНЫБЕКОВ

АЛГЕБРА

Жалпы білім беретін мектептің
7-сыныбына арналған оқулық

7

Қазақстан Республикасының Білім және
ғылым министрлігі ұсынған

А. Байтұрсынұлы атындағы Тіл білімі институтының
сарапшыларымен келісілді

Алматы «Атамұра» 2017

1–2557

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22.1 я 72
Ш 97

Оқулық Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі бекіткен негізгі орта білім беру деңгейінің 7–9-сыныптарына арналған «Алгебра» пәнінің жаңартылған мазмұндағы Типтік оқу бағдарламасына сәйкес дайындалды.

Жалпы редакциясын басқарған физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі **М. Өтелбаев**

Пайдаланылған шартты белгілер:

$\boxed{?}$ – тақырыптың негізгі материалдары бойынша сұрақтар;

$\boxed{Т}$ – тарихи мәліметтер;

$\boxed{ПТ}$ – практикалық тапсырмалар;

А – I деңгейлі есептер;
В – II деңгейлі есептер;
С – III деңгейлі есептер;
* – шығармашылық немесе күрделілігі жоғары есептер.

Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә.
Ш 97 **Алгебра:** Жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық/Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбеков. – Алматы: Атамұра, 2017. – 200 бет.

ISBN 978-601-306-748-3

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22.1 я 72

ISBN 978-601-306-748-3

АЛҒЫ СӨЗ

Жалпы білім беретін мектептердің 7-сыныбына арналған «Алгебра-7» оқулығының өзге оқулықтармен салыстырғанда бірқатар өзіндік ерекшеліктері бар. Әрбір тақырыпқа берілген есептер арнайы үш топқа бөлінген: ***A***, ***B*** және ***C***. ***A*** және ***B*** тобындағы есептер жеңіл және орташа қиындықты деңгейде, ал ***C*** тобына қиындық деңгейі жоғары есептер жинақталған. Бұл оқулықтың әрі жалпы білім беретін мектептерде, әрі математиканы тереңдетіп оқытатын сыныптарда қолданылуына жол ашады. Мұнда ***C*** тобы есептері негізінен математиканы тереңдетіп оқытатын сынып оқушылары мен математикаға қабілеті жоғары оқушыларға арналған. Сонымен бірге оқушыларға ыңғайлы болуы үшін әрбір бөлім есептері мен қажетті сызбалары қос сандарымен нөмірленген. Оның біріншісі тарау нөмірін, ал екіншісі осы тараудағы есептің (сызбаның) реттік нөмірін көрсетеді.

Жалпы оқулықпен дәріс алу барысында оқу бағдарламасы ерекшеліктеріне тәуелсіз мынадай қағиданы ұстанған дұрыс: жаңа өтілген тақырыпты пысықтау барысында, ең алдымен ***A*** тобы материалдарын толық меңгеріп алу қажет. Онсыз келесі ***B***, ***C*** топтары есептерін шығару және келесі тақырыпты меңгеру мүмкін емес.

Оқулыққа қосымша Sabaqtar.kz.Республикалық әдістемелік сайтты пайдалануға болады.

V–VI СЫНЫПТАРДА ӨТІЛГЕНДЕРДІ ҚАЙТАЛАУ

Балалар, қайталауға берілген есептер мен жаттығуларды орындау алдында келесі сұрақтардың жауаптарын естеріңе түсіріп алғандарың абзал:

1) Бүтін сандарды қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдары қалай орындалады?

2) Жай бөлшек деген не?

3) Жай бөлшектерді қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдары қалай орындалады?

4) Дұрыс және бұрыс бөлшек деген не? Аралас сан деп нені түсінесіңдер?

5) Аралас сандарды қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдары қалай орындалады?

6) Қандай бөлшекті ондық бөлшек деп атайды? Шексіз периодты ондық бөлшек деген не?

7) Жай бөлшекті ондық бөлшекке және керісінше ондық бөлшекті жай бөлшекке қалай айналдырады?

8) Ондық бөлшектермен қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдары қалай орындалады?

9) Жай бөлшекке ондық бөлшекті қосу, азайту, көбейту және бөлу амалы қалай орындалады?

10) Рационал сан деген не?

11) Санның процентін қалай табады?

12) Санның модулі деген не? Оны қалай анықтайды?

13) Таңбалары әртүрлі сандарды қалай қосады?

14) Пропорция деген не? Оның негізгі қасиеттерін атаңдар.

15) Тура пропорционал шамалар деп нені түсінесіңдер?

16) Кері пропорционал шамалар деп нені түсінесіңдер?

17) Координаталық түзу (ось) деген не? Рационал санды координаталық түзуде қалай кескіндейді?

18) Қандай сандарды қарама-қарсы сандар деп атайды?

19) Алгебралық өрнектер деген не?

20) Алгебралық өрнектерді ықшамдау: жақшаны ашу, жақша сыртына шығару, ұқсас қосылғыштарды біріктіру тәсілдері.

21) Сызықтық теңдеу деген не? Оны қалай шешеді?

22) Сан аралықтарының қандай түрлерін білесіңдер?

23) Бір айнымалылы сызықтық теңсіздіктерді қалай шешеді?

24) Жазықтықтағы координаталық жүйе деп нені түсінесіңдер? Нүктенің координаталары қалай анықталады?

25) Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигі қалай салынады?

26) Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі қалай шешіледі?

27) Бір айнымалылы сызықтық теңсіздіктер жүйесі қалай шешіледі?

ЕСЕПТЕР

А

0.1. Амалдарды орындаңдар:

1) $2,8\cdot(-3,9)-76,15:15,23$;

2) $34,68:(7,11+1,56)+46:(2,45-1,65)$;

3) $(0,62+0,56-2,29)\cdot(8,44-5,34)$;

4) $62,93+(12,5-7,6+3,21):0,1$.

0.2. Амалдарды орындаңдар:

1) $2\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{15}-3\frac{5}{6}\right)+\frac{1}{4}$;

2) $-1\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{4}{5}+\frac{19}{20}\right)\cdot\left(6\frac{5}{6}+4\frac{2}{3}\right)$;

3) $\left(6\frac{3}{8}-2\frac{3}{4}\right)\cdot(-4)+\frac{7}{18}\cdot 9$;

4) $9\frac{1}{6}:\left(4\frac{1}{3}-8\right)+24\cdot\frac{3}{8}$.

0.3. Теңдеуді шешіңдер:

1) $4x+5(3-2x)=5-11x$;

2) $\frac{2-7x}{6}+\frac{4x+7}{3}=-\frac{x}{2}$;

3) $14(2y-3)-5(y+4)=2(3y+5)+5y$;

4) $5+\frac{7y-12}{3}=y+13$.

0.4. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{3y+9}{5}+\frac{5y-5}{4}=6+\frac{3y+1}{2}$;

2) $\frac{3}{4}x+2x+5=2\frac{3}{4}x+4,1+0,9$;

3) $\frac{7(y-6)}{4}=\frac{5(y+1)}{3}-3(y+2)$;

4) $4\cdot|x|-7=-2|x|+5$.

0.5. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\frac{5}{8}x-\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{12}y\right)+\frac{1}{3}y$;

2) $9,4y+\left(2x-11\frac{1}{4}y\right)-3\frac{5}{9}x$;

3) $2\frac{1}{6}y-\left(7x-1\frac{3}{4}y\right)+2\frac{1}{5}x$;

4) $3,5x+\left(6\frac{1}{4}y-7x\right)-7y$.

0.6. Теңсіздікті шешіңдер:

1) $11x-8,8>4x+5,2$;
2) $2\frac{5}{9}x-15>x-1$;
3) $18,9x-13,4\leqslant 10,1x+13$;
4) $4,6\cdot(x-3)\geqslant 4,2+x$;
5) $x+3<5,7(x+10)+2\frac{2}{5}$;
6) $4\frac{1}{6}y+(2-y)\leqslant 4y-3$.

0.7. Сызықтық функцияның графигін салыңдар:

1) $y=2x+1$;
2) $y=3-x$;
3) $y=-\frac{3}{2}x+3$;
4) $y=0,5x-2$;
5) $y=-0,6x-1,2$;
6) $y=\frac{2}{7}x-2$;
7) $y=2x$;
8) $y=-3$.

0.8. Көрсетілген теңдеулермен берілген түзулердің қиылысу нүктелерінің координаталарын табыңдар:

1) $y=5x-3$ және $y=3x+1$;
2) $y=4x-5$ және $y=x+4$;
3) $y=-4x+3$ және $y=\frac{1}{2}x+3$;
4) $y=-2x-10$ және $y=-x-7$.

0.9. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

1) $\begin{cases} x-y=2, \\ 2x-3y=-1; \end{cases}$
2) $\begin{cases} 4x=-6y, \\ 7y-2x=20; \end{cases}$
3) $\begin{cases} 8x-3y=7, \\ 3x+y=9; \end{cases}$
4) $\begin{cases} 2(x+y)-x=-6, \\ 3x-(x-y)=0; \end{cases}$
5) $\begin{cases} x+5y=-2, \\ 0,5x-y=6; \end{cases}$
6) $\begin{cases} 2x+3(x+y)=11, \\ 7(x+3y)-4y=-23. \end{cases}$

0.10. Екі санның қосындысы 58-ге, ал айырмасы 8-ге тең. Осы сандарды табыңдар.

B

0.11. Есептеңдер:

1) $\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{5}{8}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{8}+\frac{7}{12}-\frac{1}{2}}$;
2) $5+\dfrac{4}{2-\frac{1}{3}}$;
3) $\dfrac{3+\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}{3}}{7-\frac{4}{5}}$;
4) $2+\dfrac{3}{2-1\frac{1}{2}}$.

0.12. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{x+9}{7}=1+\frac{x+1}{3}$;

2) $1-\frac{5x-2}{6}=\frac{x-5}{9}$;

3) $\frac{3x+4}{5}+\frac{x-7}{2}=\frac{2(2x+3)}{5}$;

4) $\frac{7x-3}{2}-\frac{9-4x}{3}=\frac{7-x}{2}$.

0.13. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{3x-11}{4}-\frac{3-5x}{8}=\frac{x+6}{2}$;

2) $6-\frac{3-y}{2}=\frac{y-1}{2}+\frac{y-2}{3}$;

3) $\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}+\frac{4}{3}x=0$;

4) $\frac{y-3}{6}+y=\frac{2y-1}{3}-\frac{4-y}{2}$.

0.14. Теңсіздіктің ең үлкен бүтін шешімін табыңдар:

1) $x+2\geqslant 2,5x-1$;

2) $\frac{3x+2}{4}-\frac{x-3}{2}<3$;

3) $\frac{x-2}{5}-\frac{2x+3}{3}>1$;

4) $\frac{2x-8}{3}-\frac{3x-5}{2}\geqslant 4$.

0.15. Теңсіздіктің ең кіші бүтін шешімін табыңдар:

1) $\frac{2x+2}{5}-\frac{x-1}{2}<2$;

2) $\frac{x}{6}-\frac{x}{7}\geqslant 1$;

3) $\frac{5x}{11}-\frac{x+2}{4}\geqslant 3$;

4) $\frac{2x-5}{3}-1>3-x$.

0.16. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

1) $\begin{cases}\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=1,\\ 3x-5y=-3;\end{cases}$

2) $\begin{cases}\frac{1}{4}x-y=-5,\\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{7}y=3;\end{cases}$

3) $\begin{cases}3x-2y=\frac{1}{2},\\ 4y-x=\frac{2}{3};\end{cases}$

4) $\begin{cases}2x-3y=-1,\\ \frac{y}{x}=0,75.\end{cases}$

0.17. Есептеңдер:

1) $\left(\frac{1}{2}+0,125-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(6,4:\frac{80}{3}\right)+\frac{1}{8}$;

2) $\left(\frac{3\frac{1}{3}+2,5}{2,5-1\frac{1}{3}}\cdot\frac{4,6-2\frac{1}{3}}{4,6+2\frac{1}{3}}\right)\cdot 5,2:\left(\frac{0,05}{\frac{1}{7}-0,125}+5,7\right)$;

3) $\dfrac{\left(13\frac{1}{4}-2\frac{5}{27}-10\frac{5}{6}\right)\cdot 230,04+46,75}{0,01}$.

0.18. Екі санның қосындысы 45-ке тең, ал олардың қатынастары 7:8 қатынасындай. Осы сандарды табыңдар.

0.19. Үш кесіндінің ұзындығы 35 см. Оның біреуі екіншісінен 4 есе қысқа, ал үшіншісінен 1 см ұзын. Кесінділердің әрқайсысының ұзындығын табыңдар.

0.20. Құны 525 тг болатын заттар үшін 5 теңгелік және 10 теңгелік монеталармен төленді. Төленген 5 теңгелік және 10 теңгелік монеталар саны өзара тең екені белгілі болса, онда барлығы неше монета берілді?

C

0.21. Координаталық жазықтықта теңсіздіктер жүйесін қанағаттандыратын нүктелер жиынын бейнелеңдер:

1) $\begin{cases}5x-y\leqslant 4,\\ 0,5x+y\leqslant 0;\end{cases}$

2) $\begin{cases}2x-y<3,\\ 2x+y<6;\end{cases}$

3) $\begin{cases}3x-5y<-10,\\ x+y>9;\end{cases}$

4) $\begin{cases}4x+3y+12\geqslant 0,\\ 3y-x-6\geqslant 0.\end{cases}$

0.22. Теңдеуді x айнымалысына қатысты шешіңдер:

1) $(5x-3a)-(2x+5a)=4a;$

2) $(x+a)+(x+2a)-(x-3a)=8a;$

3) $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}x+0,6\right)-\left(\frac{7}{12}x-0,3\right)=5,8;$

4) $(x-a-b)+(2x+3a+b)=(2a-b)-(2a-5b).$

0.23. Теңдеулер жүйесін x және y айнымалыларына қатысты шешіңдер:

1) $\begin{cases}px-qy=a,\\ lx+my=b;\end{cases}$

2) $\begin{cases}bx+ay=ab,\\ bx+1=a+y;\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{2x+3}{3y-2}=1,\\ x(2y-5)-2y(x+3)=2x+1;\end{cases}$

4) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{y+2}=5,\\ 3(2x-5)-4(3y+4)=5.\end{cases}$

0.24. Шешімі болмайтын екі белгісізі бар бірнеше теңдеулер жүйесін құрыңдар.

0.25. $\begin{cases} x + y = 7, \\ ax + 2y = c \end{cases}$

жүйесінің: 1) бір шешімі; 2) шексіз көп шешімі болатындай етіп, a мен c-ның мәндерін табыңдар.

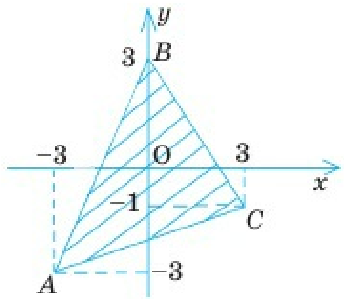
0.26. 0.25-есептегі теңдеулер жүйесінің шешімі болмайтындай етіп, a мен c-ның мәнін табыңдар.

0.27. Үйді жөндеуден өткізу үшін бірнеше жұмысшылар жалданды және олар бұл жұмысты белгіленген уақытта орындай алады. Егер жұмысшылар саны 3 адамға қысқартылса, онда жұмыстың аяқталу мерзімі 6 күнге ұзарады, ал егер жұмысшылар саны 2 адамға көбейсе, онда жұмыс мерзімі 2 күнге қысқарады. Неше жұмысшы жалданды және олар жұмысты неше күнде аяқтайды?

0.28. Әкесі мен қызының жасын бірге алғанда 62 жас болды. 4 жыл бұрын әкесінің жасы қызының жасынан 8 есе үлкен еді. Олардың әрқайсысының жасы нешеге толды?

0.29. x-тің қандай мәндерінде $\frac{3x-4}{2}$ бөлшегі: 1) 1-ден үлкен; 2) 1-ден кіші; 3) 1-ге тең болады?

0.30. Шешімдерінің жиыны ABC үшбұрышының қабырғаларында және ішінде жататындай етіп, теңсіздіктер жүйесін құрыңдар (0.1-сурет). Мұнда A (−3; −3), B (0; 3) және C (3; −1).



0.1-сурет

Алгебра ұғымының пайда болуы және қалыптасуы

Т Алгебра дегеніміз – математиканың түрлі өрнектерге амалдар қолданудың ортақ қасиеттерін және осы амалдарға байланысты теңдеулерді шешу жолдарын оқытатын саласы.

Алгебраның алғашқы элементтерін ежелгі Грекия, Египет, Вавилон, Үнді және Қытай елдері ғалымдары қолдана білген. Біздің заманымыздан бұрынғы VI ғасырдан бастап грек ғалымдарының қолжазбаларында теңбе-тең түрлендірулер жөніндегі алғашқы жалпы тұжырымдар (ережелер) кездеседі. Бұл кезеңдегі математиктер барлық тұжырымдарды геометриялық формада өрнектеген. Мысалы, сандарды қосу ретінде кесінділерді қосуды, екі санның көбейтіндісі ретінде тік төртбұрыш ауданын (мұнда көбейткіштердің кішісі тік төртбұрыштың ені, ал екіншісі – ұзындығы ретінде алынған), ал үш санның көбейтіндісін тік параллелепипедтің көлемі ретінде қабылдаған. Әрине, алгебралық түсініктерге геометриялық көзқарас оның дамуына едәуір кедергі болып келді. Өйткені, мысалы, үштен артық сандарды көбейту туралы әңгіме қозғау мүмкін емес еді.

VI ғасырдан бастап математикалық зерттеу жұмыстары Үнді, Қытай, Таяу Шығыс және Орта Азия елдеріне қарай ауысты. Орта Азия және Таяу Шығыс ғалымдарының еңбектерінде алгебра математиканың дербес саласы ретінде қалыптаса бастады. IX ғасырда Орта Азия математигі және астрономы Мұхаммед әл-Хорезми өзінің «Китаб аль-джебр валь-мукабала» атты еңбегінде бір дәрежелі теңдеулерді шешудің жалпы ережелерін келтірген. «Аль-джебр» (қайта қалпына келтіру деген мағынада) сөзінен алгебра атауы туындаған.

Алгебраның қалыптасуына Италия математиктері Н. Тарталья (1499–1557), Дж. Кордано (1501–1576) және француз ғалымдары Ф. Виет (1540–1603), Р. Декарт (1596–1650) үлкен үлес қосты.

I. НАТУРАЛ ЖӘНЕ БҮТІН КӨРСЕТКІШТІ ДӘРЕЖЕ

1.1. Натурал көрсеткішті дәреже

1.1.1. Натурал көрсеткішті дәреже ұғымы. Алгебрада өзара тең бірнеше санды көбейтуді дәрежеге шығару амалы ретінде қарастырады. Мысалы, егер 4 саны өз-өзіне көбейтілсе, онда $4 \cdot 4=16$ көбейтіндісін 4-тің екінші дәрежесі, $4 \cdot 4 \cdot 4=64$ көбейтіндісін 4-тің үшінші дәрежесі, $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4=256$ көбейтіндісін 4-тің төртінші дәрежесі, т.с.с. деп атайды. Сонымен, егер n натурал сан болса, онда кез келген a санының n-ші дәрежесін көрсетілген тәсіл бойынша анықтауға болады.

Егер a – кез келген сан, ал n 1-ден үлкен натурал сан болса, онда

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ рет}}$$

көбейтіндісі a санының n-ші дәрежесі деп аталады да, ол a^n түрінде жазылады. Мұнда a саны дәреженің ***негізі*** деп, ал n натурал саны ***дәреже көрсеткіші*** деп аталады, яғни басқаша айтқанда:

– *бірнеше тең көбейткіштердің көбейтіндісін анықтау амалын дәрежеге шығару деп атайды*;

– *a-ға тең n көбейткіштің көбейтіндісін a санының n-ші дәрежесі деп атайды*;

– *дәрежеге шығарылатын a санын дәреженің негізі деп атайды*;

– *негізді қандай дәрежеге шығарғанымызды көрсететін n натурал санын дәреже көрсеткіші деп атайды.*

Егер дәреже көрсеткіші 1-ге тең, яғни $n=1$ болса, онда анықтама бойынша $a^1=a$ деп есептейміз, яғни

– *a санының көрсеткіші 1-ге тең дәрежесі осы a санының өзіне тең.*

Осыдан, егер сан дәреже көрсеткішінсіз жазылса, онда бұл санның дәрежесі 1-ге тең деп есептейміз.

Сонымен, анықтама бойынша:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ рет}} = a^n, \quad n>1 \text{ және } a^1=a.$$

a^n өрнегі былай оқылады: **“*a-ның n дәрежесі*”** немесе **“*a санының n-ші дәрежесі*”**. Мәселен, жоғарыда қарастырылған мысалдарда дәреженің негізі ретінде 4 саны алынды, оның мынадай дәрежелерін қарастырдық:

$$4^2=16,\ 4^3=64,\ 4^4=256 \text{ және т.с.с.}$$

Дәрежеге шығаруға мысалдар келтірейік:

$5^4=5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5=625$; $0^3=0 \cdot 0 \cdot 0=0$; $1^5=1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1=1$;

$(-3)^3=(-3)(-3)(-3)=-27$; $(-2)^4=(-2)(-2)(-2)(-2)=16$;

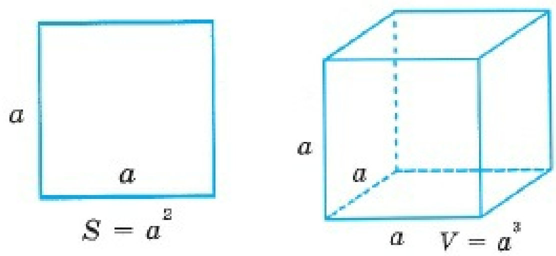
$10^1=10$.

Бұдан оң санды дәрежеге шығарғанда оң сандар алынатынын көру қиын емес. Нөл мен 1-ді нөлден өзге дәрежеге шығарғанда сәйкесінше 0 және 1 алынады.

Ал теріс санды дәрежеге шығарғанда оң да, теріс те сандар алынуы мүмкін. Теріс санның жұп дәрежесі оң сан болады, өйткені теріс сандарды бір-біріне жұп рет көбейткенде оң сан аламыз. Теріс санның тақ дәрежесі теріс сан болады, себебі теріс санды өзіне-өзін тақ рет көбейткенде теріс сан шығады. Есеп шығару барысында мына формуланы қолданған тиімді:

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{егер } n \text{ − жұп болса,} \\ -a^n, & \text{егер } n \text{ − жұп болса.} \end{cases}$$

Санның екінші дәрежесін сол санның ***квадраты*** деп, ал үшінші дәрежесін ***кубы*** деп атайды. Бұл атаулар мынадан шыққан. Қабырғасы a-ға тең квадраттың (шаршының) ауданы a санының екінші дәрежесімен өрнектеледі: $S=a^2$ (квадрат бірлік), ал қыры a-ға тең кубтың (текшенің) көлемі a санының үшінші дәрежесімен өрнектеледі: $V=a^3$ (куб бірлік) (1.1-сурет).



1.1-сурет

Мысалдар қарастырайық.

1-мысал. 1) $2\cdot3^3$; 2) $(2\cdot3)^3$ өрнектерінің мәндерін табайық.

Шешуі: 1) $2\cdot3^3=2\cdot3\cdot3\cdot3=2\cdot27=54$;

2) $(2\cdot3)^3=2\cdot3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot3=6^3=6\cdot6\cdot6=216$.

2-мысал. $-3^4+(-2)^6$ өрнегінің мәнін табу керек.

Шешуі. 1) $3^4=81$; 2) $-3^4=-81$; 3) $(-2)^6=2^6=64$; 4) $-81+64=-17$.

Сонымен, $-3^4+(-2)^6=-17$.

?

1. Санның натурал көрсеткішті дәрежесі деп нені айтады?
2. Дәреженің негізі деп нені айтады?
3. Дәреже көрсеткіші деп нені айтады?
4. Сандар дәрежесіне мысалдар келтіріп, оларды оқыңдар. Дәреже көрсеткіші мен негіздерін көрсетіңдер.

5. Дәреже көрсеткіші 1-ге тең санды қалай жазады?
6. Теріс санның жұп дәрежесінің таңбасы қандай?
7. Теріс санның тақ дәрежесінің таңбасы қандай?

ПТ Қыры 1 дм болатын куб пішінді ыдыстағы сұйық мөлшері 1 литрге тең деп алынады. Қыры 1,5 м болатын куб пішінді бассейнге неше литр су сыятынын анықтаңдар.

ЕСЕПТЕР

А

1.1. Көбейтіндіні дәреже түрінде жазыңдар:

1) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$;
2) $0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3$;
3) $(-2)(-2)(-2)$;
4) $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$;
5) $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$;
6) $(ax) \cdot (ax) \cdot (ax) \cdot (ax) \cdot (ax)$.

1.2. Есептеңдер:

1) $(-3)^3$; 2) $(-2)^4$; 3) $(-4)^3$; 4) $(-5)^2$; 5) 4^4;
6) 2^5; 7) 7^3; 8) 8^2; 9) $2,5^2$; 10) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

1.3. Дәрежеге шығаруды орындаңдар:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$; 3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; 4) $0,3^3$;
5) $0,1^3$; 6) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$; 7) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$; 8) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$.

1.4. Көбейтіндіні дәреже түрінде жазыңдар:

1) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; 2) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$; 3) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a$;
4) $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$; 5) $x \cdot x + y \cdot y$; 6) $m \cdot m \cdot m + m \cdot m$;
7) $u \cdot u \cdot b \cdot b$; 8) $m \cdot x \cdot x + n \cdot n \cdot y \cdot y \cdot y$; 9) $2 \cdot x \cdot x \cdot z \cdot z + y \cdot y \cdot y$.

1.5. Дәрежені көбейтінді түрінде жазыңдар:

1) a^3; 2) b^5; 3) x^3; 4) $(cx)^3$; 5) $2 \cdot y^5$; 6) $(-m)^5$.

1.6. Есептеңдер:

1) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; 3) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; 4) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2$;

5) $(2,1)^2$; 6) $(-6)^3$; 7) 9^3; 8) $(-1)^3$;

9) $\left(1\frac{3}{4}\right)^3$; 10) $(-1,2)^3$.

1.7. Кестені толтырыңдар:

x	1	2	3	4	−1	−2	−3	−4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-1\frac{2}{3}$	−0,3
x^2								16						

1.8. Санның квадраты түрінде жазыңдар: 0,01; 0,49, 121; $\frac{36}{169}$; $1\frac{56}{169}$; 0,0009.

1.9. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$, мұндағы $x=5$; -4;

2) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$, мұндағы $x=3$; -2.

B

1.10. Есептеңдер:

1) $2\cdot(-3)^2$; 3) $-\frac{1}{2}\cdot(-4)^2$; 5) $-(-0,2)^2$; 7) $(-5)^3\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$;

2) $-5\cdot(-2)^3$; 4) $-4\cdot(-4)^3$; 6) $-\frac{2}{3}\cdot(-3)^2$; 8) $-(-3)^2\cdot(-2)^3$.

1.11. Салыстырыңдар:

1) $(-0,5)^2$ және 0; 2) $-0,5^3$ және 0;

3) $(-0,5)^3$ және 0; 4) $(-1,1)^2$ және $0,3^2$;

5) $-1,1^4$ және $(-0,3)^4$; 6) $(-2,7)^{10}$ және $(-9,2)^{13}$.

1.12. Өрнекті ықшамдап жазыңдар:

1) $\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{20\text{ рет}}$; 2) $(-a)(-a)(-a)(-a)(-a)$;

3) $(x-y)(x-y)(x-y)$; 4) $\underbrace{(a+b)(a+b)\ldots(a+b)}_{n\text{ рет}}$.

1.13. Берілген сандарды 5-тің дәрежесі түрінде жазыңдар: 25; 125; 625; 15625.

1.14. Санның квадраты немесе кубы түрінде жазыңдар:

1) 27; 2) 25; 3) −125; 4) 64; 5) 0,001; 6) $1\frac{11}{25}$.

1.15. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) a^2+a^2; 2) $x^2+x^2+x^2$; 3) $m^5+m^5+m^5$; 4) $bb+bb+bb$;

5) $xxx+xxx$; 6) $aa+aa+bbb+bbb$; 7) $\dfrac{xx+xx+xx}{yyy+yyy}$.

1.16. Дәрежені көбейтінді түрінде жазыңдар:

1) a^2; 2) $(-b)^3$; 3) ax^2; 4) $(ax)^2$; 5) $(-my)^4$; 6) $-my^4$.

1.17. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $3a^2-2b^3$, мұндағы $a=-17$, $b=-2$;

2) $5x^2y^3+4(x-y)$, мұндағы $x=-\dfrac{1}{2}$, $y=-1$;

3) $m^2+2mn+n^2$, мұндағы $m=-5$, $n=4$;

4) $3pq^2-2p^2q$, мұндағы $p=-4$, $q=3$.

1.18. $x=-2$, $y=3$, $n=4$ деп алып, x^n+y^n өрнегінің мәнін есептеңдер.

1.19. Есептеңдер:

1) $-5^2+(-2)^4$; 2) $3^4-\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\cdot 6\dfrac{1}{4}$;

3) $0{,}2\cdot 5^3-0{,}4\cdot 2^4$; 4) $8\cdot 0{,}5^3+125\cdot 0{,}2^2$.

1.20. Санның кубы түрінде жазыңдар: 27; -64; 343; $-0{,}008$; $-\dfrac{1}{125}$; $4\dfrac{17}{27}$.

1.21. Кестені толтырыңдар:

x	1	2	3	4	5
2^x					
$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$					
3^x					
$(-1)^x$					
$(-2)^x$					

1.22. Өрнек түрінде жазыңдар:

1) x пен y-тің қосындысының квадраты; 2) x пен y-тің квадраттарының қосындысы; 3) x-тің квадраты мен y-тің кубының үш еселенген көбейтіндісі; 4) x пен y-тің айырмасының екі еселенген кубы.

1.23. a-ның кейбір мәндерінде $2a^2$ және $(a-5)^4$ өрнектері теріс мәндер қабылдауы мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер.

C

1.24. Көбейтіндіні негізі x болатын дәреже түрінде жазыңдар:
1) $x^2 \cdot x$; 2) $x^2 \cdot x^2$; 3) $x^3 \cdot x^7$; 4) $x^{14} \cdot x^{20}$.

1.25. $a=-1$; 0; 2 болғанда $2a^5-5a^4+a^3-3a^2$ өрнегінің мәнін есептеңдер.

1.26. Өрнектің сан мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{2a^4-3b^3}{1-a^2}$, мұндағы $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=-\dfrac{1}{3}$;

2) $\dfrac{2m^2-4m-1}{m^2+m+1}$, мұндағы $m=-\dfrac{3}{4}$;

3) $\dfrac{3x^2+5y}{2x-1}+\dfrac{x^2-2y^3}{3-4y}$, мұндағы $x=-\dfrac{1}{3}$, $y=\dfrac{1}{2}$;

4) $\dfrac{1-2ab}{3a^2b}-\dfrac{2+3ab^2}{4ab^3}$, мұндағы $a=\dfrac{1}{2}$, $b=-\dfrac{2}{3}$.

1.27. x^4+1 және $3+(4-x)^2$ өрнектері тек оң мәндер қабылдайтынын дәлелдеңдер.

1.28. $x^4+5x^3+2x^2+x+4=0$ теңдеуінің оң түбірі болмайтынын көрсетіңдер.

1.29. Теңдік кез келген a үшін орындала ма:

1) $|a|^2=a^2$; 2) $|a|^3=a^3$?

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.30. Теңдеуді шешіңдер:

1) $0{,}12-2{,}5x=-0{,}8$;

2) $4{,}8x-0{,}3=4{,}2\cdot 0{,}5$;

3) $1\dfrac{3}{4}-5x=2\dfrac{3}{4}:\left(-3\dfrac{2}{3}\right)$;

4) $20x+0{,}4\cdot\left(-6\dfrac{1}{4}\right)=4\dfrac{2}{3}:\left(-\dfrac{1}{4}\right)$.

1.31*. a мен b-ның қандай мәндерінде $\begin{cases}x-2y=3,\\2x+ay=b\end{cases}$ жүйесінің: 1) бір шешімі бар; 2) шексіз көп шешімі бар; 3) шешімі болмайды?

1.32. a мен b сандарының екі еселенген қосындысының квадратынан осы сандардың үш еселенген айырмасын азайтып, нәтижесін:

1) $a=6$, $b=-4$; 2) $a=3$, $b=-5$ болғанда есептеңдер.

1.33. Қандай шарттар орындалғанда $\dfrac{a-1}{2}$ өрнегінің мәні:

1) оң сан; 2) теріс сан; 3) бүтін сан; 4) нөлге тең болады?

1.1.2. Дәрежелерді көбейту және бөлу. Санның көрсеткіші нөлге тең дәрежесі. a^3a^5 өрнегі негіздері бірдей екі дәреженің көбейтіндісі түрінде жазылған және оны бір негіздің дәрежесі түрінде жазуға болады:

$$a^3 \cdot a^5=(a \cdot a \cdot a)(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a)= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a=a^8.$$

Олай болса,

$$a^3 \cdot a^5=a^{3+5}=a^8,$$

яғни $a^3 \cdot a^5$ көбейтіндісі негізі a-ға тең, ал дәреже көрсеткіші көбейткіштердің дәреже көрсеткіштерінің қосындысына тең дәреже болады. Осы сияқты қасиет кез келген негіздері бірдей дәрежелер үшін орындалады. Кез келген a саны мен кез келген n және m натурал сандары үшін

$$a^n \cdot a^m=a^{n+m} \tag{1}$$

теңдігі орындалады. Сонда:

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ рет}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ рет}} = \underbrace{a \cdot a \ \ldots \cdot a}_{(n+m) \text{ рет}} = a^{n+m}.$$

Сонымен, *негіздері бірдей дәрежелерді көбейткенде, олардың дәреже көрсеткіштерін қосып, негізін өзгеріссіз қалдырады.*

Дәлелденген (1) формула дәреженің негізгі қасиеті болып табылады. Бұл формула үш және одан да көп дәрежелердің көбейтіндісі үшін де орындалады.

Мысалы, $a^n \cdot a^m \cdot a^k=a^{n+m+k}$.

Мысалдар келтірейік:

$$b^2 \cdot b^7=b^{2+7}=b^9; \qquad y^3 \cdot y^4=y^{3+4}=y^7; \qquad x \cdot x^2 \cdot x^3=x^{1+2+3}=x^6.$$

$a^9 : a^5$ өрнегі негіздері бірдей екі дәреженің бөліндісі және $a \neq 0$ болғанда, оны негізі a болатын дәреже түрінде жазуға болады. Шынында да, $a^5 \cdot a^4=a^9$ болғандықтан, бөліндінің анықтамасы бойынша $a^9 : a^5=a^4$, яғни $a^9 : a^5=a^{9-5}$. Осыдан $a^9 : a^5$ бөліндісін осы негізбен дәреже көрсеткіші бөлінгіш пен бөлгіш дәреже көрсеткіштерінің айырмасына тең болатындай, дәреже түрінде жазуға болатыны шығады.

Осы сияқты, $n>m$ болатын n және m натурал сандары мен кез келген $a \neq 0$ саны үшін

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \qquad (2)$$

теңдігі орындалады. Шынында да, бұл

$$a^n = a^{m+(n-m)} = a^m \cdot a^{n-m}$$

теңдігінен шығады. Бөліндінің анықтамасы бойынша

$$a^n : a^m = a^{n-m}.$$

Дәлелденген қасиеттен мынадай ереже шығады:

– негіздері бірдей дәрежелерді бөлгенде бөлінгіштің дәреже көрсеткішінен бөлгіштің дәреже көрсеткішін азайтып, негізін өзгеріссіз қалдырады.

Мысалы,

$$x^{10}:x^3=x^{10-3}=x^7; \quad m^8:m^5=m^{8-5}=m^3; \quad q^5 : q=q^{5-1}=q^4.$$

a^n-ді a^m-ге бөлудің бұл ережесі $n>m$ болғанда ғана орындалады. Егер $n=m$ болса, онда бір жағынан, бөліндінің анықтамасы бойынша

$$a^n : a^n = 1$$

теңдігі орындалады. Екінші жағынан, дәрежелерді бөлу ережесі бойынша

$$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$$

теңдігі орындалады. Сондықтан $a \neq 0$ болғанда анықтама бойынша

$$a^0 = 1$$

деп есептелінеді.

Нөлден өзге а санының нөл дәрежесі 1-ге тең.

Мысалы, $3^0=1$, $(-5,2)^0=1$. 0^0 *өрнегінің мағынасы жоқ.*

Енді (1) формуланы $a \neq 0$ болғанда кез келген теріс емес бүтін n және m сандары үшін қолдануға болады, ал (2) формуланы $a \neq 0$ болғанда $n \geqslant m$ теңсіздігін қанағаттандыратын барлық n, m теріс емес бүтін сандары үшін қолдануға болады.

?

1. Негіздері бірдей дәрежелерді көбейту формуласын жазып, сәйкес ережені айтып беріңдер.
2. Негіздері бірдей дәрежелерді бөлу формуласын жазып, сәйкес ережесін айтып беріңдер.
3. (1) формуланы дәлелдеңдер.
4. (2) формуланы дәлелдеңдер.

5. Нөлге тең емес санның көрсеткіші нөл болатын дәрежесі неге тең?
6. 0^0 өрнегінің мағынасы бар ма?

ПТ 1) 3-ке; 2) 4-ке; 3) 7-ге; 4) 8-ге аяқталатын сандардың натурал көрсеткішті дәрежелері қандай цифрлармен аяқталады? Оны анықтау алгоритмін көрсетіңдер.

ЕСЕПТЕР

А

1.34. Көбейтіндіні дәреже түріне келтіріңдер:

1) $a^3 \cdot a^4$; 2) $a \cdot a^5$; 3) $x^5 \cdot x^3$; 4) $0,5^3 \cdot 0,5^7$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$; 6) $p^2 \cdot p^3$; 7) $q^4 \cdot q^5$; 8) $y^3 \cdot y^5$.

1.35. Көбейтіндіні дәреже түрінде жазыңдар:

1) $n^{12} \cdot n^5$; 2) $m^5 \cdot m^{17}$; 3) $c^3 \cdot c^4$;

4) $a^6 \cdot a^7$; 5) $a^{16} \cdot a^7$; 6) $p^{10} \cdot p^{11}$;

7) $b \cdot b \cdot b^2$; 8) $x^2 \cdot x \cdot x^3$; 9) $r^2 \cdot r^2 \cdot r^2$.

1.36. Дәреже түріне келтіріңдер:

1) $2^5 \cdot 64$; 2) $0,2^6 \cdot 0,04$; 3) $3^4 \cdot 81$;

4) $6^{12} \cdot 36$; 5) $0,25^7 \cdot \frac{1}{64}$; 6) $0,0001 \cdot 0,1^5$.

1.37. Бөліндіні дәреже түріне келтіріңдер:

1) $a^5 : a^2$; 3) $-c^{15} : c^5$; 5) $x^{11} : x^7$; 7) $q^{12} : q^3$;

2) $b^{20} : b^{12}$; 4) $0,5^{17} : 0,5^{10}$; 6) $p^{19} : p^9$; 8) $7^{20} : 7^{12}$.

1.38. Бөлуді орындаңдар:

1) $p^{12} : p^2$; 2) $a^{16} : a^7$; 3) $10^{21} : 10^{12}$;

4) $y^9 : y$; 5) $2,3^{17} : 2,3^8$; 6) $q^{12} : q^8$.

1.39. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $5^8 : 5^6$; 2) $0,2^7 : 0,2^5$;

3) $1{,}99^{13}:1{,}99^{12}$; 4) $\left(1\frac{2}{3}\right)^4:\left(1\frac{2}{3}\right)^2$;

5) $\left(-\frac{3}{7}\right)^5:\left(-\frac{3}{7}\right)^4$; 6) $\left(2\frac{3}{5}\right)^6:\left(2\frac{3}{5}\right)^4$.

1.40. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $a^5\cdot a^0$; 2) $b^6:b^0$; 3) $p^4\cdot p^0$; 4) $x^8:x^0$.

1.41. Есептеңдер:

1) $4^2\cdot 4$; 2) $1{,}1\cdot 1{,}1^2$; 3) $5^5:5^3$; 4) $\left(2\frac{3}{5}\right)^6:\left(2\frac{3}{5}\right)^4$.

1.42. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $a\cdot a^3\cdot a^5$; 2) $a^7:a^5$; 3) $x^2\cdot x^4\cdot x^5$;
4) $m^{10}:m^7$; 5) $y^{12}:y^{11}$; 6) $c^5\cdot c^{10}\cdot c$.

B

1.43. Өрнекті дәреже түріне келтіріңдер:

1) $a^3\cdot a^4\cdot a^6$; 2) $n\cdot n^2\cdot n^3\cdot n^4$; 3) $10\cdot 10^5\cdot 10^2$;
4) $x^2\cdot x^3\cdot x$; 5) $q^5\cdot q^3\cdot q\cdot q^2$; 6) $2\cdot 2^6\cdot 2\cdot 2^2$.

1.44. Дәреже түрінде жазыңдар:

1) $x^2\cdot x^2\cdot x^7$; 2) $a\cdot a^4\cdot a^4\cdot a$; 3) $4\cdot 4^2\cdot 4^3\cdot 4^2$;
4) $y^4\cdot y^3\cdot y^2$; 5) $m^5\cdot m\cdot m^3\cdot m^6$; 6) $7^3\cdot 7\cdot 7^7$.

1.45. x^{12} өрнегін негіздері бірдей екі көбейткіштің бірі: 1) x^5; 2) x^2; 3) x^7; 4) x^{12} өрнегіне тең болатындай етіп, екі көбейткішке жіктеңдер.

1.46. Дәреже түріне келтіріңдер:

1) $a^2\cdot a^5\cdot a^8$; 2) $b\cdot b^4\cdot b^4\cdot b$; 3) $x^3\cdot x^2\cdot x$;
4) $10^2\cdot 10^3\cdot 10^7$; 5) $m\cdot m^2\cdot m^3\cdot m^4$; 6) $0{,}4^5\cdot 0{,}16$;
7) $0{,}125\cdot 0{,}25\cdot 0{,}5$; 8) $3^{12}\cdot 27\cdot 81$.

1.47. Бөліндіні дәреже түріне келтіріңдер:

1) $x^5:x^2$; 2) $b^{12}:b^{10}$;

3) $2{,}5^{16}:2{,}5^7$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7:\left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

1.48. Бөлшектің мәні натурал n-ге тәуелсіз болатынын көрсетіңдер:

1) $\frac{6^{n+1}\cdot 6^{n+2}}{6^{2n}}$; 2) $\frac{5^{2n+4}\cdot 5^{2n-1}}{5^{4n+2}}$.

1.49. Қандай да бір тәсілмен: 1) a^{10}; 2) b^{12}; 3) x^{11}; 4) 3^{12} өрнегін осы негіздегі екі дәреженің көбейтіндісіне жіктеңдер.

1.50. Бөлшектің мәнін табыңдар:

1) $\frac{5^6}{5^4}$; 2) $\frac{9^{12}}{9^{11}}$; 3) $\frac{0{,}8^5}{0{,}8^3}$;

4) $\frac{\left(-1\frac{1}{2}\right)^4}{-1\frac{1}{2}}$; 5) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^7}{\left(\frac{2}{3}\right)^4}$; 6) $(1{,}3)^9 : \left(\frac{13}{10}\right)^7$.

1.51. Есептеңдер:

1) $\frac{17^9\cdot 17^5}{17^{13}}$; 2) $\frac{4^{15}}{4^5\cdot 4^8}$;

3) $\frac{5^{16}\cdot 5^4}{5^{18}}$; 4) $\frac{0{,}3^{12}}{0{,}3^4\cdot 0{,}3^5}$.

1.52. Дәреже түріне келтіріңдер:

1) $\left(a^{12} : a^7\right)\cdot a^2$; 2) $\left(x^5\cdot x^7\right) : x^8$; 3) $b^{12} : \left(b^4\cdot b^3\right)$.

1.53. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\left(a^5\cdot a^3 + a^8\cdot a^0\right) : a^7$; 2) $x^{12} : \left(2x^3\cdot x^4 - x^2\cdot x^5\right)$.

1.54. Өрнекті дәреже түріне келтіріңдер:

1) $2^5\cdot 8\cdot 16$; 2) $16\cdot 64\cdot 128$; 3) $7^n\cdot 343$; 4) $243\cdot 3^k$.

C

1.55. Өрнекті бір көбейткіші b^4-не тең болатындай етіп, көбейткіштерге жіктеңдер:

1) b^{11}; 2) b^7; 3) $b^3\cdot b^2\cdot b$; 4) $\frac{b^{10}\cdot b^2}{b^4}$.

1.56. Көрсетілген теңдік теңбе-теңдік болатындай етіп, x-ті a-ның дәрежесімен алмастырыңдар:

1) $a^3 \cdot x = a^5$; 2) $x \cdot a^4 = a^8$; 3) $a^7 \cdot x = a^{11}$; 4) $a^5 \cdot x = a^{16}$.

1.57. n-нің кез келген натурал мәнінде $\frac{10^n - 1}{9}$ бөлшегінің мәні натурал сан болатынын дәлелдеңдер.

1.58. n-нің кез келген натурал мәндерінде $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ теңдігі орындалатынын дәлелдеңдер.

1.59. Өрнектің таңбасын анықтаңдар: 1) a^{2n}; 2) a^{2n+1}.
Мұнда $a < 0$, ал $n \geqslant 0$ – бүтін сан.

1.60. Ықшамдаңдар:

1) $7^{n+2} : 7^n$; 2) $10^{n+1} : 10^{n-1}$; 3) $(-1)^n \cdot (-1)^n$.

1.61. $x^4 + 4 = 0$ теңдеуінің түбірі болмайтынын дәлелдеңдер.

1.62. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $125m^4p^5 : \left(-0,25m^3p^2\right) : 25mp$;

2) $0,125a^{n+13} \cdot b^{n+12} : \left(-\frac{1}{8}a^4b^3 : 5a^9b^5\right)$, $n \in N$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.63. Санды квадрат немесе куб түрінде жазыңдар:

1) -27; 2) $1,69$; 3) $6,25$;

4) -64; 5) $-3\frac{3}{8}$; 6) $5\frac{4}{9}$.

1.64. $y = 2x - 6$ функциясының координаталар осьтерімен қиылысу нүктелерін табыңдар.

1.65. $y = 2x - 6$ және $y = -\frac{1}{2}x + 1$ теңдеулерімен берілген түзулердің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңдар.

1.66. Үш студент стипендия алды. Біріншісі екінші студент алған соманың 0,9 бөлігіндей және оған қоса 4200 тг, ал үшіншісі екінші студент алған соманың 0,9 бөлігіндей және оған қоса 1200 тг алды. Егер екінші және үшінші студенттердің тең мөлшерде стипендиялар алғаны белгілі болса, онда әрбір студент қанша стипендия алған?

1.1.3 Көбейтіндіні, бөлшекті және дәрежені дәрежеге шығару.

$(a\cdot b)^3$ өрнегі – a және b көбейткіштерінің дәрежесі. Бұл өрнекті a мен b дәрежелерінің көбейтіндісі түрінде жазуға болады:

$$(ab)^3=ab\cdot ab\cdot ab=(a\cdot a\cdot a)\cdot(b\cdot b\cdot b)=a^3\cdot b^3,$$

яғни $$(ab)^3=a^3\cdot b^3.$$

Жалпы жағдайда, ***кез келген a, b сандары мен кез келген натурал n саны үшін***

$$(ab)^n=a^n\cdot b^n \qquad (3)$$

теңдігі орындалады.

Дәлелдеуі. Дәреженің анықтамасы бойынша:

$$(ab)^n=\underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\ldots\cdot(ab)}_{n}=\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{n}\cdot\underbrace{(b\cdot b\cdot\ldots\cdot b)}_{n}=a^nb^n\ . \qquad (4)$$

Дәлелденген қасиет үш және одан да көп көбейткіштер үшін де орындалады. Мысалы,

$$(abc)^n=a^nb^nc^n \quad \text{және т. с. с.,}$$

яғни ***көбейтіндіні дәрежеге шығару үшін көбейткіштердің әрқайсысын осы дәрежеге шығарып, нәтижелерін көбейтеді.***

1-мысал. $3ax$ көбейтіндісін куб дәрежеге шығарайық.

Шешуі. $(3ax)^3=3^3a^3\cdot x^3=27a^3x^3$.

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ өрнегі – бөлшектің дәрежесі. Бұл өрнекті дәрежелердің бөліндісі түрінде жазуға болады.

Кез келген a және b **($b\neq 0$)** ***сандары мен кез келген натурал n саны үшін***

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \qquad (5)$$

теңдігі орындалады.

Дәлелдеуі. $\dfrac{a}{b}=c$ деп алайық. Онда $a=b\cdot c$. Бұл теңдіктің екі жақ бөлігін де n дәрежеге шығарып, (3) формуланы қолданамыз:

$$a^n=(b\cdot c)^n=b^n\cdot c^n.$$

Осыдан бөлшектің анықтамасы бойынша $\dfrac{a^n}{b^n}=c^n$ теңдігін аламыз.

Екінші жағынан, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=c^n$. Онда $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$.

Бөлшектің бұл қасиетін былай жалпылауға болады:

$$\left(\frac{ab}{cxy}\right)^n = \frac{a^n b^n}{c^n x^n y^n} \text{ және т.с.с.,}$$

яғни ***бөлшекті дәрежеге шығарғанда, оның алымының да, бөлімінің де әрбір көбейткішін осы дәрежеге шығарады.***

2-мысал. $\frac{2xy}{3ab}$ бөлшегін 5-ші дәрежеге шығару керек.

Шешуі. $\left(\frac{2xy}{3ab}\right)^5 = \frac{(2xy)^5}{(3ab)^5} = \frac{2^5 x^5 y^5}{3^5 a^5 b^5} = \frac{32 \cdot x^5 \cdot y^5}{243 \cdot a^5 \cdot b^5}.$

$(a^3)^4$ өрнегі – негізі a-ның дәрежесі болатын өрнектің дәрежесі және оны негізі a болатын дәреже түрінде жазуға болады:

$$(a^3)^4 = a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 = a^{3+3+3+3} = a^{3 \cdot 4}.$$

Кез келген а саны мен кез келген n және m натурал сандары үшін

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \qquad (6)$$

теңдігі орындалады.

Дәлелдеуі. Дәреженің анықтамасы бойынша:

$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \ldots \cdot a^n}_{m} = a^{\overbrace{n+n+\ldots+n}^{m}} = a^{n \cdot m},$$

яғни ***дәрежені дәрежеге шығарғанда, негізін өзгертпей, көрсеткіштерін көбейтеді.*** Мысалы,

$$(x^4)^5 = x^{4 \cdot 5} = x^{20}; \ (a^2 \cdot b^3)^4 = a^{2 \cdot 4} b^{3 \cdot 4} = a^8 \cdot b^{12}.$$

Т Ежелгі Вавилонда сандардың квадраттары мен кубтарының кестесі қолданылған. Үнді ғалымдары дәреже көрсеткіші 9-ға дейінгі сандарға амалдар қолдана білген. Самарқан ғалымы әл-Кәши (XIV–XV) еңбектерінде $a^0=1$, $a \neq 0$ ұғымы қолданылса, Рене Декарт (1596–1650) өзінің «Геометрия» атты еңбегінде a^2, a^3, ... сияқты белгілеулер қолданған.

?

1. Көбейтіндіні дәрежеге шығару ережесін айтыңдар.
2. Бөлшекті дәрежеге шығару ережесін айтыңдар.
3. Дәрежені дәрежеге шығару ережесін айтыңдар.
4. (3), (5), (6) формулаларды дәлелдеңдер.

ПТ

1. Үш тік төртбұрыш салыңдар. Біріншісінің өлшемдері 4 см және 6 см; екіншісінің өлшемдері 2 см және 3 см; үшіншісінің өлшемдері 8 см және 12 см.

Үшеуінің де аудандарын анықтап, оларды салыстырыңдар. Қорытынды жасап, жауаптарыңды негіздеңдер.

2. Екі тік параллелепипед берілген. Біріншісінің өлшемдері: 2 см, 3 см, 4 см; Екіншісінің өлшемдері: 4 см, 6 см, 8 см. 1) Параллелепипедтің толық беті аудандары мен көлемдерін анықтаңдар. 2) Толық беті аудандарын салыстырыңдар. 3) Көлемдерін салыстырыңдар. 4) Қорытынды жасап, жауаптарыңды негіздеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

1.67. Көбейтіндіні дәрежеге шығарыңдар:

1) $(ab)^5$; 2) $(3x)^4$; 3) $(-5y)^3$; 4) $(-0,5pq)^4$;

5) $(xyz)^4$; 6) $(-2m)^6$; 7) $(4nk)^3$; 8) $(-0,2cd)^3$.

1.68. Дәрежеге шығаруды орындаңдар:

1) $(xy)^4$; 2) $(-na)^3$; 3) $(10ab)^2$; 4) $(-5x)^4$;

5) $(mnk)^3$; 6) $(-3pq)^3$; 7) $(-2abxy)^4$; 8) $(-3px)^3$.

1.69. Есептеңдер:

1) $(2\cdot5)^4$; 2) $(2\cdot3)^3$; 3) $(2\cdot100)^2$; 4) $(7\cdot20)^2$.

1.70. Дәрежеге шығарыңдар:

1) $(a^3)^3$; 2) $(x^5)^2$; 3) $(y^2)^5$; 4) $(c^3)^4$;

5) $(b^3)^2$; 6) $(b^4)^4$; 7) $(m^7)^2$; 8) $(p^5)^6$.

1.71. Дәрежеге шығарыңдар:

1) $\left(\frac{xy}{a}\right)^5$; 2) $\left(-\frac{c}{ab}\right)^3$; 3) $\left(\frac{x^2y}{ab}\right)^4$; 4) $\left(\frac{an}{m}\right)^7$;

5) $\left(\frac{p^2}{q^3}\right)^3$; 6) $\left(\frac{-y}{x}\right)^5$; 7) $\left(\frac{xy}{bc}\right)^3$; 8) $\left(-\frac{2ab}{3x}\right)^5$.

1.72. Көбейтіндіні дәреже түріне келтіріңдер:

1) a^4y^4; 2) $a^3x^3y^3$; 3) $81c^4$;

4) b^6x^6; 5) $(-m)^4\cdot n^4$; 6) $0,0016\cdot p^4$.

1.73. Негізі a болатындай дәреже түріне келтіріңдер:

1) $(a^5)^2 \cdot a$; 2) $a^3 \cdot a^3$; 3) $a \cdot a^2 \cdot a^3$;

4) $\left((a^2)^3\right)^4$; 5) $(a^2 \cdot a^3)^2$; 6) $a^2 \cdot (a^3)^4 \cdot a$.

1.74. Негізі b болатындай дәреже түріне келтіріңдер:

1) $(b^2)^3$; 2) $b \cdot b^7$; 3) $(b^3)^4$;

4) $(-b^3)^2$; 5) $b^3 \cdot b^3$; 6) $(b^3)^3$.

1.75. x-тің дәрежесі түрінде жазыңдар:

1) $(x^2)^5 : (x^3)^2$; 2) $(x^3)^4 : (x^2)^5$;

3) $(x^3 : x^2)^5$; 4) $\left(\dfrac{x^4}{x}\right)^3$.

B

1.76. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $a^3 \cdot (a^2)^4$; 2) $(a^2)^4 \cdot (a^4)^3$; 3) $(p^2 \cdot p^3)^2$;

4) $(m^2 \cdot m^3)^3$; 5) $(x^2)^5 \cdot x^5$; 6) $(y^2 \cdot y^3)^4$.

1.77. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{(x^2 \cdot x)^4}{(x^3)^2}$; 2) $\dfrac{(ab)^2 \cdot a^3 \cdot b^4}{a \cdot (ab)^3}$; 3) $\dfrac{(a^2 \cdot x^3)^5}{(a^2)^2 \cdot x^5}$.

1.78. 1) Қарама-қарсы сандардың квадраттары тең; 2) қарама-қарсы сандардың кубтары қарама-қарсы сандар болатынын дәлелдеңдер.

1.79. Егер қабырғасының ұзындығын 3 есе ұзартса, квадраттың ауданы қалай өзгереді?

1.80. Егер қырын екі есе ұзартса, кубтың көлемі өзгере ме?

1.81. Негізі x болатын дәреже түріне келтіріңдер:

1) x^2x^m; 2) $x^m \cdot x$; 3) $(x^2)^n$; 4) $(x^n)^3$; 5) $(x^3)^n$.

1.82. Негізі 3-ке тең дәреже түрінде жазыңдар:

1) 9^5; 2) 27^3; 3) 81^4; 4) 243^2.

1.83. 5^{20} санын негізі: 1) 5^2; 2) 25^2; 3) 5^{10}; 4) 625; 5) 5^5 болатындай дәреже түріне келтіріңдер.

1.84. Есептеңдер:

1) $\dfrac{2^5\cdot\left(2^3\right)^3}{2^{13}}$; 2) $\dfrac{\left(5^8\right)^2\cdot 5^7}{5^{20}}$; 3) $\dfrac{\left(5^5\right)^2}{25\cdot 5^6}$; 4) $\dfrac{81\cdot 3^6}{\left(3^4\right)^3}$.

C

1.85. x^{20} өрнегін бірнеше тәсілмен дәреженің дәрежесі түрінде жазыңдар.

1.86. Егер $a^3=k$ болса, a^{12}-ін табыңдар.

1.87. Егер $a^3=p$ және $b^3=q$ болса, $\left(\dfrac{a^3}{b^2}\right)^6$ өрнегі неге тең болады?

1.88. 1) 2^{15}; 2) 5^6 санын неше тәсілмен көрсеткіші 1-ден өзгеше дәреже түрінде жазуға болады?

1.89. Қандай шарт орындалғанда екі санның квадраттарының қосындысы нөлге тең?

1.90. $x^4-x^3+2x^2-4x+1=0$ теңдеуінің теріс түбірлері болуы мүмкін бе?

1.91. 3^{4k} саны қандай цифрмен аяқталады? Мұнда k – натурал сан.

1.92. Кез келген натурал n үшін 10^n-1 саны 9-ға еселік екенін дәлелдеңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.93. $A(a;\ -5)$ нүктесі $B(3;\ b)$ нүктесіне: 1) абсциссалар осіне; 2) ординаталар осіне; 3) координаталар бас нүктесіне қатысты симметриялы. Әрбір жағдай үшін a мен b-ны табыңдар.

1.94. $y=kx+b$ теңдеуімен берілген түзу $A(0;\ 2)$ және $B(-2;\ 0)$ нүктелері арқылы өтетіні белгілі. k мен b-ны табыңдар.

1.95. Элеваторға екі күн ішінде 1440 т бидай әкелінді. Егер екінші күні бірінші күні түскен бидайдың 80%-і әкелінсе, онда бірінші күні элеваторға неше тонна бидай жеткізілді?

1.96*. $7(x^2+2x+5)=13$ теңдеуінің бүтін шешімі болуы мүмкін бе?

1.2. Бүтін көрсеткішті дәреже

1.2.1. Бүтін теріс көрсеткішті дәреже ұғымы. Іс жүзінде өте үлкен сандарды жазу ықшамды болуы үшін 10 санының дәрежелерін қолданады. Мысалы, Жерден Күнге дейінгі орташа қашықтық 150 000 000 км немесе қысқаша $150 \cdot 10^6$ км. Жер шарының орташа радиусы 6 370 000 м немесе қысқаша $6{,}37 \cdot 10^6$ м. Өте кіші сандардың да жазылуы ықшамды болу үшін 10-ның теріс дәрежелерін қолданады. Жуық шамамен су молекуласының диаметрі $\dfrac{3}{100\,000\,000}$ см немесе $3 \cdot 10^{-8}$ см, ал сутегі атомының массасы $1{,}674 \cdot 10^{-24}$ г және т.с.с. $150 \cdot 10^6$ км өрнегіндегі 10^6 өрнегін 10 санын өзіне-өзін 6 рет көбейту деп түсінеміз. Ал $3 \cdot 10^{-8}$ өрнегіндегі 10^{-8} өрнегінің мағынасы қандай? Бұның мағынасын ашу үшін 10 санының теріс емес көрсеткішті дәрежелерін тізіп жазайық:

$$10^0;\ 10^1;\ 10^2;\ 10^3;\dots \qquad (1)$$

Мұны былай да жазуға болады:

$$1,\ 10,\ 100,\ 1000,\ \dots$$

Мұнда әрбір сан келесі саннан 10 есе кіші. Енді соңғы тізбекті сол жағына қарай жалғастырып, жазып көрелік. Онда 1-дің алдында одан 10 есе кіші $\dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{10^1}$ саны, ал $\dfrac{1}{10}$-дің алдында одан 10 есе кіші $\dfrac{1}{100} = \dfrac{1}{10^2}$, ал $\dfrac{1}{10^2}$-дің алдында одан 10 есе кіші $\dfrac{1}{1000} = \dfrac{1}{10^3}$ саны т.с.с. сандар орналасуы қажет:

$$\dots,\frac{1}{1000},\ \frac{1}{100},\ \frac{1}{10},\ 1,\ 10,\ 100,\ 1000,\ \dots \text{ немесе}$$

$$\dots,\frac{1}{10^3},\ \frac{1}{10^2},\ \frac{1}{10},\ 10^0,\ 10^1,\ 10^2,\ 10^3,\ \dots\ . \qquad (2)$$

(1)-дегі әрбір дәреженің көрсеткіші келесі дәреженің көрсеткішінен 1-ге кем.

(2)-дегі 10^0-нің оң жағындағы дәреженің көрсеткіші келесі дәреженің көрсеткішінен 1-еуі кем. Осы заңдылықты 10^0 дәрежесінің сол жағындағыларға қолдансақ, олар 10-ның теріс көрсеткіштері түрінде жазылады:

$$\frac{1}{10} = 10^{-1};\quad \frac{1}{10^2} = 10^{-2};\quad \frac{1}{10^3} = 10^{-3}, \text{ т.с.с.}$$

Сонда:

$$\dots,\ 10^{-3},\ 10^{-2},\ 10^{-1},\ 10^0,\ 10^1,\ 10^2,\ 10^3,\ \dots \qquad (3)$$

болуы керек. (2) және (3) жазуларды салыстыра отырып, 10^{-1} саны $\frac{1}{10}$-ге, 10^{-2} саны $\frac{1}{100}$-ге және т.с.с. тең деп қабылдауымызға тура келеді. Математикада мұндай келісімдер кез келген нөлге тең емес сандардың бүтін дәрежелері үшін қабылданған.

Анықтама. *Нөлге тең емес кез келген a* ***санының (−n)-ші*** *(n − натурал сан)* ***дәрежесі*** *деп a санының n-ші дәрежесіне кері санды айтады:*

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}. \tag{4}$$

Сонымен, жоғарыда келтірілген 10^{-8} өрнегі мағынасын $\frac{1}{10^8}$ деп, яғни $10^{-8} = \frac{1}{10^8}$ деп түсіну қажет. Осы сияқты, мысалы, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$; $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^1} = \frac{2}{1} = 2.$

Нөлдің теріс көрсеткішті дәрежесінің мағынасы болмайды.

1.2.2. Бүтін көрсеткішті дәреженің қасиеттері. Натурал көрсеткішті дәрежелер үшін дәлелденген қасиеттер бүтін көрсеткішті дәрежелер үшін де орындалады.

Кез келген a және b сандары мен кез келген бүтін n және m сандары үшін мынадай теңдіктер орындалады:

1°. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; 2°. $a^n : a^m = a^{n-m}$; 3°. $(a^m)^n = a^{mn}$;

4°. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; 5°. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Үлгі ретінде 1°-қасиетті дәлелдейік: а) егер m және n − теріс емес бүтін сандар болса, онда бұл қасиеттің орындалуы дәлелденген. ә) $n \geqslant 0$, $m<0$ болсын. Онда $m=-k$ болатындай k натурал саны табылады. Енді біз $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ теңдігі орындалатынын көрсетуіміз қажет. Шынында да,

$$a^n \cdot a^m = a^n \cdot a^{-k} = a^n \cdot \frac{1}{a^k} = \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} = a^{n+(-k)} = a^{n+m}.$$

б) Енді $n<0$, $m<0$ болсын. Онда k және l натурал сандары табылып, $n=-k$, $m=-l$ теңдіктері орындалады. Сонда

$$a^n \cdot a^m = a^{-k} \cdot a^{-l} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^l} = \frac{1}{a^k \cdot a^l} = \frac{1}{a^{k+l}} = a^{-(k+l)} = a^{-k-l} = a^{(-k)+(-l)} = a^{n+m}.$$

Қалған қасиеттер де осы сияқты дәлелденеді.

1-мысал. $5^8 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2}$ өрнегінің мәнін табайық.

Шешуі. $5^8 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2} = 5^{8-3-2} = 5^3 = 125$. Сонымен, $5^8 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2} = 125$.

2-мысал. $243^m : 3^{5m-3}$ санын 3 негізінің дәрежесі түрінде жазайық.

Шешуі. $243 = 3^5$ болғандықтан, $243^m = (3^5)^m = 3^{5m}$.

Сондықтан $243^m : 3^{5m-3} = 3^{5m} : 3^{5m-3} = 3^{5m-(5m-3)} = 3^{5m-5m+3} = 3^3 = 27$.

?

1. Теріс көрсеткішті дәреже ұғымына анықтама беріңдер.
2. 1 – 5 қасиеттерді тұжырымдап, олардың орындалатынын көрсететіндей мысал келтіріңдер.
3. Бөлшек бөліміндегі санды (өрнекті) оның алымына қалай шығаруға болады? Мысал келтір.
4. Бөлшек алымындағы санды (өрнекті) оның бөліміне қалай түсіруге болады? Мысал келтір.
5. Нөл көрсеткішті дәреженің негізі нөлге тең болуы мүмкін бе?
6. 1) $(a^{-2})^{-3}$; 2) $(a^{-5})(a^{-3})^2$ өрнегін негізі a-ға тең дәреже түрінде жазғанда, дәреже көрсеткіші қандай болады?

Т

Теріс көрсеткішті дәреже ұғымын XII ғасырда Николай Шюке енгізген. Ағылшын математигі Джон Валлис алғаш рет теріс көрсеткішті дәреже ұғымын қарастыру орынды болатынын атап өткен. Ал жүйелі түрде бұл ұғымды И. Ньютон қолдана бастаған. Ол 1676 жылы жазған бір хатында: «Алгебраистер A · A, AAA және т.с.с. түрінде жазылған өрнектерді A^2, A^3 және т.с.с. арқылы жазып жүр. Ал $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}$ және т.с.с. өрнектерін a^{-1}, a^{-2}, a^{-3}, және т.с.с. түрінде жазып жүрмін» – деп көрсеткен.

ЕСЕПТЕР

А

1.97. Теріс көрсеткішті дәрежені бөлшекпен алмастырыңдар:

1) 3^{-3}; 2) 2^{-3}; 3) 5^{-2};

4) a^{-2}; 5) b^{-10}; 6) x^{-7}.

1.98. Бөлшекті теріс көрсеткішті дәрежемен алмастырыңдар:

1) $\frac{1}{2^6}$; 2) $\frac{1}{3^5}$; 3) $\frac{1}{10^3}$;

4) $\frac{1}{x^4}$; 5) $\frac{1}{a^9}$; 6) $\frac{1}{625}$;

1.99. Өрнекті бөлшек түріне келтіріңдер:

1) $3x^{-5}$; 2) $5xy^{-2}$; 3) $a^{-1}b$; 4) $m^{-2} \cdot n^{-3}$;

5) $a^{-3}b^{2}$; 6) $5(xy)^{-2}$; 7) $-8mn^{-6}$; 8) $7x(x+y)^{-2}$.

1.100. Бөлшекті көбейтінді түрінде жазыңдар:

1) $\frac{5}{x^3}$; 2) $\frac{2m^3}{n^5}$; 3) $\frac{1}{a^3b^2}$; 4) $\frac{2x}{a-b}$;

5) $\frac{a}{b}$; 6) $\frac{p^5}{q^4}$; 7) $\frac{c}{a^3b^4}$; 8) $\frac{(x-y)^2}{25(x+y)^4}$.

1.101. Есептеңдер:

1) $7^3\cdot7^{-2}$; 2) $2:2^{-2}$; 3) $(3^{-1})^2$; 4) $(5^{-2})^{-1}$;

5) $8^{-2}\cdot4^3$; 6) $10^0:10^{-3}$; 7) $10^8\cdot10^{-5}\cdot10^{-4}$; 8) $3^{-6}\cdot(3^{-2})^{-4}$.

1.102. Дәрежені көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) $(x^{-1}\cdot y^{-2})^{-2}$; 2) $\left(\frac{1}{2}a^{-3}b^3\right)^{-2}$; 3) $(0,25m^{-2}n^2)^{-3}$;

4) $(a^3\cdot b^{-1})^2$; 5) $(-3p^3\cdot q^{-1})^2$; 6) $\left(\frac{1}{3}x^{-3}y^2\right)^3$.

1.103. Өрнекті негізі 2 болатын дәреже түрінде жазыңдар:

1) $8\cdot2^{-4}$; 2) $(2^{-1})^5:16^2$;

3) $4^{-2}:2^{-6}$; 4) $16^3:(4^{-2})^{-3}$.

1.104. Сандарды негізі 2 болатын дәрежемен алмастырыңдар:

$16;\ 8;\ 4;\ 2;\ 1;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{8}$.

B

1.105. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $18\cdot(-9)^{-1}$; 2) $0,5^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$; 3) $10^2\cdot\left(\frac{1}{50}\right)^{-1}$;

4) $(0,97)^0+(0,1)^{-3}$; 5) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; 6) $2^{-3}-3^{-2}$.

1.106. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$ $(a\neq0,\ b\neq0)$ теңдігін дәлелдеңдер.

1.107. Нөлмен салыстырыңдар:

1) $(-0,001)^6$; 2) $\left(-\dfrac{1}{25}\right)^{-3}$; 3) $(-5)^4$; 4) $(-2)^{-3}$.

1.108. Салыстырыңдар:

1) 2^{-5} және 2^{-4}; 2) 7^{-5} және 7^{-3};

3) $(-3)^{-3}$ және 3^{-3}; 4) $(0,2)^{-3}$ және $(0,5)^{-3}$;

5) $(0,3)^{-3}$ және $(0,3)^{-4}$; 6) 6^{-2} және $(-6)^{-2}$.

1.109. Негізі 3 болатын дәреже түріне келтіріңдер:

1) $3^n \cdot 3^{n+1} \cdot 3^{1-n}$, $n \in Z$; 2) $\left(3^m\right)^2 \cdot \left(3^{-3}\right)^m$, $m \in Z$;

3) $81^m : 3^{4m-2}$, $m \in Z$; 4) $(\square 3)^{4n} : 27^n$, $n \in Z$.

1.110. n-нің қандай бүтін мәндерінде теңдік кез келген $x \neq 0$ үшін орындалады:

1) $x^n \cdot x^6 = x^4$; 2) $x^3 : x^n = x^{-2}$;

3) $\left(x^{-3}\right)^n \cdot x^3 = x^6$; 4) $\left(x^{-n}\right)^{-4} = x^{-4}$?

1.111. a^{20} $(a \neq 0)$ өрнегін негізі мынадай болатын дәреже түрінде жазыңдар:

1) a^4; 2) a^{-5}; 3) $\dfrac{1}{a^2}$; 4) $\dfrac{1}{a^{-4}}$.

1.112. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\left(0,25a^{-4}y^{-3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{a^{-3}}{4y^2}\right)^{-3}$; 2) $\left(\dfrac{x^{-3}y^4}{9}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{3}{x^{-2}y^3}\right)^{-3}$;

3) $\left(\dfrac{m^{-4}}{10n^5k^2}\right)^{-2} : \left(5m^2n^3k\right)^3$; 4) $\left(\dfrac{9c^5}{a^3b^{-2}}\right)^{-2} : \left(\dfrac{a^2b^{-3}}{6c^4}\right)^3$.

C

1.113. Өрнекті 10-ның дәрежесі түріне келтіріңдер:

1) 100^n; 2) $0,01 \cdot 100^{n+3}$; 3) $0,01^n : 10^{2-2n}$.

1.114. Теңдеуді шешіңдер:

1) $5x^{-1} - 6 = 0$; 2) $3 + 10x^{-1} = 0$; 3) $\left(5 - x^{-1}\right)^{-1} = 2^{-2}$.

1.115. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-n}}{5^{2n-1}}$; 2) $\dfrac{12^n}{2^{2n-1}\cdot 3^{n+1}}$; 3) $\dfrac{45^{n+1}}{3^{2n+1}\cdot 5^n}$; 4) $\dfrac{60^n}{2^{2n}\cdot 3^{n-1}\cdot 5^{n+1}}$.

1.116. Теңдікті дәлелдеңдер (мұнда n – бүтін сан):

1) $3\cdot 2^n+2^n=2^{n+2}$; 2) $2\cdot 3^n+3^n=3^{n+1}$;

3) $2^{1-n}-2^{-n}=2^{-n}$; 4) $2^{-n}+2^{-n+1}=3\cdot 2^{-n}$.

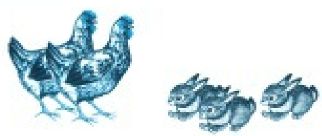
1.117. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{\left(3^n+3^{n-1}\right)^2}{9^{n-1}}$; 2) $\dfrac{\left(5^n-5^{n-1}\right)^3}{125^{n-1}}$; 3) $\dfrac{4^{n-2}}{\left(2^{n-1}-2^{n-2}\right)^2}$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.118. Ұзындығы 9 км болатын тау жолымен жоғары көтеріліп және қайта төмен түсу үшін туристерге 5 сағат қажет болды. Егер төмен түсуге кеткен уақыт жоғары шығуға жұмсалған уақыттан 1,5 есе кем болса, онда туристер тауға қандай жылдамдықпен көтерілген?

1.119. Аулада 20 тауық пен өзге үй жануарлары жүр, олардың барлығы 52 аяғы бар. Аулада неше тауық және неше үй жануары бар?



1.120. Сызықтық функцияның графигі абсциссалар осіне параллель және $M(2;-3)$ нүктесі арқылы өтеді. Осы функцияны формула арқылы жазыңдар.

1.3. Бүтін көрсеткішті дәреженің қолданулары

1.3.1. Құрамында дәрежесі бар сандар тізбегі.

Келесі сандар жиынын қарастырайық:

$$2;\ 4;\ 8;\ 16;\ \dots\ . \qquad (1)$$

Осылай, қайсыбір заңдылықпен шексіз жалғасып жазылатын сандар жиынын **сан тізбегі** деп атайды.

(1)-ші сан тізбегінің жазылу заңдылығын анықтайық. Оны келесі кестеден оңай көруге болады.

Мүшелер реті	1-ші мүше	2-ші мүше	3-ші мүше	4-ші мүше	т.с.с.	n-ші мүшесі немесе жалпы мүшесі
Берілген тізбек	$a_1=2$	$a_2=4$	$a_3=8$	$a_4=16$	...	a^n арқылы белгілейді
2-нің дәрежесі түрінде жазылуы	2^1	2^2	2^3	2^4	...	2^n

Сонымен, (1) сан тізбегінің әрбір мүшесі негізі 2-ге тең дәреже түрінде жазылады. Оның әрбір мүшесінің дәреже көрсеткіші келесі мүшесінің дәреже көрсеткішінен 1-ге кем және дәреже көрсеткіші осы мүшенің реттік нөмірімен бірдей. Мұнда $a_n=2^n$ – тізбектің (n-ші мүшесі) жалпы мүшесінің формуласы деп аталады.

Кейде тізбектер a_n жалпы мүшесінің формуласымен беріледі. Мұнда n-нің орнына 1, 2, 3, және т.с.с. мәндерін қойып тізбектің сәйкес 1-ші, 2-ші, 3-ші және т.с.с. мүшелерін анықтаймыз.

1-мысал. 1) $a_n=\frac{n}{5^n}$; 2) $a_n=(-1)^{n-1}$ жалпы мүшесі формуласымен берілген тізбектің алғашқы 4 мүшесін жазу керек.

Шешуі. 1) $a_1=\frac{1}{5^1}=\frac{1}{5}$; $a_2=\frac{2}{5^2}=\frac{2}{25}$; $a_3=\frac{3}{5^3}=\frac{3}{125}$; $a_4=\frac{4}{5^4}=\frac{4}{625}$; ...

2) $a_1=(-1)^{1-1}=(-1)^0=1$; $a_2=(-1)^{2-1}=(-1)^1=-1$; $a_3=(-1)^{3-1}=(-1)^2=1$; $a_4=(-1)^{4-1}=-1$ ...

Жауабы: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{625}$; 2) 1; –1; 1; –1.

2-мысал. 1) 1; 3; 9; 27; ... ; 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{16}$; ... тізбегінің заңдылықтарын анықтаңық.

Шешуі. 1) $1=3^0$; $3=3^1$; $9=3^2$; $27=3^3$ болғандықтан, тізбек негізі 3-ке тең дәреже түрінде жазылады және дәреже көрсеткіші тізбек мүшесі нөмірінен 1-ге кем.

2) $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=1\cdot2^{-1}$; $\frac{3}{4}=\frac{3}{2^2}=3\cdot2^{-2}$; $\frac{5}{8}=\frac{5}{2^3}=5\cdot2^{-3}$; $\frac{7}{16}=\frac{7}{2^4}=7\cdot2^{-4}$,

мұнда бөлшектің бөлімінде негізі 2-ге тең дәреже орналасқан, ал алымында өсу тәртібімен тақ сандар жазылған.

Сонымен қатар дәрежені натурал сандарды разрядтық қосылғыштарға жіктеп жазуда қолданады.

Мысалы, $6385=6\cdot1000+3\cdot100+8\cdot10+5=6\cdot10^3+3\cdot10^2+8\cdot10+5$.

1.3.2. Санның стандарт түрі. Ғылым мен техника өте үлкен және өте кіші сандарды жиі қолданады. Мысалы, Күннің диаметрі шамамен 1 392 000 000 м, ал су молекуласының диаметрі – 0,00000003 см. Осындай сандарды ықшамды түрде жазу үшін санның стандарт түрі қолданылады.

Санның стандарт түрі былай жазылады:

$$a \cdot 10^n, \ (1 \leqslant a < 10), \qquad (1)$$

n – бүтін сан – санның реті, ал a – оның мәнді бөлігі.

Мысалы, Күннің диаметрі $1,392 \cdot 10^9$ м және оның реті 9-ға тең. Ал су молекуласының диаметрі $3 \cdot 10^{-8}$, реті (– 8)-ге тең.

Стандарт түрде жазылған санда үтірге дейін тек бір цифр жазылады, ал өзге цифрлар үтірдің оң жағында жазылуы қажет.

1-мысал. Жер мен Күннің арақашықтығы $150 \cdot 10^6$ км. Бұл санның стандарт түрі емес. Оның стандарт түрі былай жазылады: $1,5 \cdot 10^8$ км.

Есептер шығару барысында санды үтірден соң 1-ші, 2-ші, 3-ші және т.с.с. мәнді цифрға дейін дөңгелектеп алады. Мысалы, Күннің диаметрін 1-ші, 2-ші, 3-ші мәнді цифрына дейін дөңгелектеп жазайық:

1) $1,392 \cdot 10^9$ м $\approx 1 \cdot 10^9$ м; 2) $1,392 \cdot 10^9$ м $\approx 1,4 \cdot 10^9$ м;

3) $1,392 \cdot 10^9$ м $\approx 1,39 \cdot 10^9$ м және т.с.с.

Стандарт түрде берілген сандарға көбейту және бөлу амалдары былай орындалады:

2 мысал.

1) $(3,2 \cdot 10^3) \cdot (2,7 \cdot 10^5) = (3,2 \cdot 2,7) \cdot 10^{3+5} = 8,64 \cdot 10^8$;

2) $(9 \cdot 10^2) \cdot (1,5 \cdot 10^{-5}) = (9 \cdot 1,5) \cdot 10^{2-5} = 13,5 \cdot 10^{-3} = 1,35 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1,35 \cdot 10^{-2}$;

3) $(2,7 \cdot 10^4) : (1,5 \cdot 10^6) = (2,7 : 1,5) \cdot 10^{4-6} = 1,8 \cdot 10^{-2}$;

4) $(1,3 \cdot 10^5) : (6,5 \cdot 10^{-3}) = (1,3 : 6,5) \cdot 10^{5+3} = 0,2 \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^7$.

?

1. Сан тізбегі ұғымын қалай түсінесіңдер? Мысал келтіріңдер.
2. Құрамында дәрежесі бар сан тізбектерінің дәреже көрсеткіштері қалай орналасуы мүмкін? Барлық мүмкін жағдайларға мысал келтіріңдер.
3. Санның стандарт түрі қалай жазылады? Мысал келтіріңдер.
4. Стандарт түрде жазылған санның мәнді бөлігі деп нені айтады? Мәнді бөлік қандай шартты қанағаттандыруы қажет?
5. Мәнді бөлік 1-ден кіші не 10-нан үлкен болуы мүмкін бе?
6. Санның реті деп нені айтады? Өте үлкен және өте кіші сандардың ретінің таңбасы қандай болады? Мысал келтіріңдер.

Т

Шахмат ойынын ойлап тапқан Сета есімді өнертапқыш болған. Ежелгі үнді патшасы Сетаны марапаттау мақсатында оның нені қалайтынын сұрайды. Сонда Сета шахмат тақтасындағы 64 шаршының біріншісіне – 1 дән, екіншісіне – 2 дән, үшіншісіне – 4 дән, төртіншісіне – 8 дән және т.с.с., яғни әрбір шаршыға алдыңғысынан екі есе көп дән беруді өтінеді. Алғашында патша Сетаның бұл «тым болмашы» тілегіне таңғалып, оны орындауға бұйрық бергенімен, артынша бұл тілекті орындауға өз қазынасының қауқарсыз екеніне көзі жетеді. Шынында да, шахмат тақтасының әрбір шаршысына, сәйкесінше, $1; 2; 2^2; 2^3; ... ; 2^{63}$ – дана дән сұраған. Ал бұл дәндерді компьютер көмегімен қосқанда 18 446 744 073 709 551 615 дана дән алынған.

ПТ

1) Сета сұраған дәндер санын стандарт түрде жазыңдар. Мұнда үтірден соң екі мәнді цифрға дейін дөңгелектеп алыңдар.
2) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{63}$ – қосындысындағы алғашқы 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 қосылғыштарының қосындысын тауып, нәтижесін бір жолға өсу ретімен жазыңдар.
3) Бір пұт астықта шамамен $4000 = 4 \cdot 10^3$ дана дән бар, ал Қазақстанда жыл сайын шамамен $1\ 000\ 000\ 000 = 1 \cdot 10^9$ пұт астық жиналады деп алып, Сета сұраған дәнді Қазақстан ішпей-жемей неше жыл жинайтынын бағалаңдар.

ЕСЕПТЕР

А

1.121. Сан тізбегінің келесі екі мүшесін жазыңдар.

1) 3; 9; 27; ... ; 2) 4; 16; 64; ... ;

3) 1; 2; 4; ... ; 4) 1; 5; 25; ... .

1.122. 0,25; 0,5; 1; 2; 4 сандарын негізі 2 болатындай дәреже түрінде жазыңдар.

1.123. $\frac{1}{27}; \frac{1}{9}; \frac{1}{3}; 1$ сандарын негізі 3-ке тең болатындай дәреже түрінде жазыңдар.

1.124. 0,2; 1; 5; 25 сандарын негізі 5-ке тең болатындай дәреже түрінде жазыңдар.

1.125. Санды стандарт түрде жазып, оның ретін көрсетіңдер:

1) 5 000 000; 2) 0,05; 3) 0, 00064; 4) $\frac{1}{7} \cdot 10^{-5}$;

5) 27 760 000 000; 6) 0, 0019; 7) $\frac{22}{210000}$; 8) $\frac{1}{800000}$.

1.126. Санды стандарт түрде жазыңдар:

1) Жерден Күнге дейінгі қашықтық 149 500 000 км;

2) Жер бетінің ауданы 510 083 000 $км^2$;

3) Сутегі атомының массасы 0,000 000 000 000 000 000 000 00172 г;

4) Адам денесіндегі жасушалар саны шамамен 100 000 000 000 000 дана.

1.127. Сандарды салыстырыңдар:

1) $3,4 \cdot 10^{11}$ және $7,5 \cdot 10^{9}$;
2) $3,4 \cdot 10^{-11}$ және $7,5 \cdot 10^{-9}$;
3) $7,27 \cdot 10^{-5}$ және $5,1 \cdot 10^{-4}$;
4) $9,2 \cdot 10^{-7}$ және $3,2 \cdot 10^{4}$.

1.128. Санды стандарт түрде жазып, оның ретін көрсетіңдер:

1) Қазақстан территориясы ауданы 2724,9 мың кв.км;
2) 2012 жылғы 1 қаңтарда Қазақстан халқы саны 16 675,4 мың болған;
3) 2005 жылғы дерек бойынша Жер шарын мекендейтін халық саны 6,5 млрд. болған;
4) Оптикалық микроскоп диаметрі 0,0025 см болатын объектіні ажырата алады.

1.129. 1) 1.122-ші есепте; 2) 1.123-ші есепте; 3) 1.124-ші есепте берілген сандарды тізбектің қатар орналасқан мүшелері деп алып, оның келесі мүшесін жазыңдар.

1.130. Амалды орындаңдар:

1) $(1 \cdot 10^{5}) \cdot (2,7 \cdot 10^{4})$;
2) $(8,2 \cdot 10^{12}) : (2,5 \cdot 10^{7})$;
3) $(5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3.4 \cdot 10^{-3})$;
4) $(4,5 \cdot 10^{-5}) : (7 \cdot 10^{-8})$.

B

1.131. Массаны грамм арқылы өрнектеп, оны стандарт түрде жазыңдар:
1) 969,5 кг; 2) 43,2 т; 3) 760 т.

1.132. 1) 64 м^2-ді мм^2 арқылы; 2) 16 мм^2-ді м^2 арқылы өрнектеп, жауабын стандарт түрде жазыңдар.

1.133. Сан тізбегінің келесі екі мүшесін жазыңдар:

1) $\frac{1}{3}; \frac{4}{9}; \frac{9}{27}; \dots;$
2) $1; 0,1; 0,01; \dots;$
3) $6; 12; 24; 48; \dots;$
4) $1; -2; 4; -8 \dots.$

1.134. Тізбектің жалпы мүшесінің формуласы бойынша оның алғашқы үш мүшесін тізіп жазыңдар:

1) $a_n = 5^n$; 2) $b_n = n^2$; 3) $c_n = \frac{1}{2^n}$; 4) $d_n = 4^{-n}$.

1.135. Тізбектің алғашқы 4 мүшесін жазыңдар:

1) $a_n = \frac{n}{3^n}$; 2) $a_n = n^2 \cdot 2^{-n}$; 3) $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$; 4) $a_n = (-1)^{n-1}$.

1.136. 1.121-ші есепте берілген тізбектің жалпы мүшесі формуласын жазыңдар.

1.137. Кестені толтырыңдар:

№	Сан	Стандарт түрі	Мәнді бөлігі	Реті
1	1 200 000			
2		$3{,}21 \cdot 10^4$		
3			2,08	7
4		$6{,}77 \cdot 10^{-5}$		–5
5	0,0001783			
6	0,00002956			

Мұнда үтірден соң екі мәнді цифр қалдырыңдар.

1.138. Көрсетілген амалды орындаңдар:
1) $4{,}27 \cdot 10^7 \cdot 40 \cdot 10^4$; 2) $4{,}27 \cdot 10^7 : 4 \cdot 10^4$;
3) $2{,}8 \cdot 10^{-7} \cdot 4{,}6 \cdot 10^{-8}$; 4) $560 \cdot 10^7 : 752 \cdot 10^6$.

1.139. Есептеңдер.
1) $1{,}3 \cdot 10^5 : 2{,}5 \cdot 10^{-3}$; 2) $7{,}1 \cdot 10^{-4} : 2{,}7 \cdot 10^{-8}$;
3) $2{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 7{,}1 \cdot 10^5$; 4) $1{,}7 \cdot 10^5 \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-2}$.

1.140. Санды стандарт түрде жазыңдар:
1) 25 800 млн тг; 2) 450 мың км;
3) 125 700 мың кг; 4) 57 млн тұрғын.

1.141. Санды разрядтық қосылғыштардың қосындысы түрінде жазыңдар:
1) 5618; 3) 123000;
2) 27809; 4) 78099.

1.142. Өрнектеңдер:
1) $4{,}7 \cdot 10^{-3}$ км-ді метр арқылы;
2) $8{,}8 \cdot 10^5$ т-ны кг арқылы:
3) $6{,}82 \cdot 10^{-2}$ кг-ды тонна арқылы;
4) $7{,}19 \cdot 10^7$ см-ді метр арқылы.

C

1.143. $a = 272000000000$ және $b = 0{,}000000000371$ сандары берілген: 1) $a \cdot b$; 2) $a : b$; 3) $b : a$ амалдарын калькулятор көмегімен қалай орындауға болатынын түсіндіріңдер.

1.144. 1.133-ші есепте берілген тізбектердің жалпы мүшесінің формулаларын жазыңдар.

1.145. Кестеде 2012 жылғы қаңтардағы Мемлекеттік Статистика комитетінің мәліметтері бойынша Қазақстанның 14 облысы жерлерінің ауданы мен тұрғындарының саны келтірілген:

№	Облыс	Жерінің ауданы	Тұрғындары саны
1.	Ақмола облысы	146,2 мың км^2	735,6 мың
2.	Ақтөбе облысы	300,6 мың км^2	703,4 мың
3.	Алматы облысы	223,9 мың км^2	1,6 млн
4.	Атырау облысы	118,6 мың км^2	490,2 мың
5.	Шығыс Қазақстан	283,3 мың км^2	1,451 млн
6.	Жамбыл облысы	144,2 мың км^2	1,072 млн
7.	Батыс Қазақстан	151,2 мың км^2	615,3 мың
8.	Қарағанды облысы	428 мың км^2	1,364 млн
9.	Қостанай облысы	196 мың км^2	880,2 мың
10.	Қызылорда облысы	226 мың км^2	728 мың
11.	Маңғыстау облысы	165,6 мың км^2	596,7 мың
12.	Павлодар облысы	124,8 мың км^2	749,5 мың
13.	Солтүстік Қазақстан	98 мың км^2	579,4 мың
14.	Оңтүстік Қазақстан	117,3 мың км^2	2,685 млн

Келтірілген мәліметтерді: 1) Стандарт түрде жазыңдар; 2) Жерінің ауданы бойынша ең үлкен және ең кіші облысты анықтаңдар; 3) Жерінің ауданын м^2 есебімен стандарт түрде жазыңдар; 4) Тұрғындары ең тығыз және ең сирек орналасқан облыстарды анықтаңдар (адам/км^2 есебімен).

1.146. Тізбектің жалпы мүшесін жазып, оның келесі екі мүшесін анықтаңдар:

1) $1;\ -2;\ 4;\ -8;\ \ldots;$

2) $1;\ 1;\ \frac{9}{5};\ \frac{7}{27};\ \ldots;$

3) $0;\ \frac{2}{5};\ \frac{4}{25};\ \frac{6}{125};\ \ldots;$

4) $2;\ 0;\ 2;\ 0;\ \ldots\ .$

1.147. Бір ұяда (семьяда) 60–80 мыңдай ара болады. Олардың шамамен 50000-ы шырын таситын жұмысшы аралар. Бір жұмысшы ара бір ұшқанда 200-дей гүлге қонақтап, 40 мг шырын жинайды және ол күніне орта есеппен 4 рет ұшып шығады. Сонымен қатар әрбір жұмысшы ара 1 секундта орта есеппен қанатын 400 рет қағады және олар шамамен небәрі 1 ай ғана өмір сүреді:

1) Бір жұмысшы ара орта есеппен өз ғұмырында неше кг шырын жинайды;

2) Бір ұя аралары тәулігіне неше грамм (кг) шырын жинайды;

3) Бір жұмысшы ара тәулігіне (күндізгі 10 сағат ішінде) қанатын неше рет қағады;

4) 1 кг шырын жинау үшін жұмысшы аралар шамамен неше гүлге қонақтауы қажет?

Анықтаған нәтижелеріңді стандарт түрде жазыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.148. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\dfrac{y-5}{9}+\dfrac{5y-2}{6}=1;$ 2) $3+\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{5x}{11}.$

1.149. Қандай шарт орындалғанда $y = 2x + b$ түзуі: 1) A (0; 2); 2) B (−2; 0) нүктелері арқылы өтеді?

1.150. n мен m-нің үш еселенген көбейтіндісінен олардың төрт еселенген қосындысын азайтып, нәтижесін $m = 2{,}3$, $n = -10$ деп алып, есептеңдер.

1.3.3. Стандарт түрде берілген сандарды қосу және азайту.

Жер мен Күннің арақашықтығы 149500000 км, оның стандарт түрі $1{,}5 \cdot 10^8$ км. Ал Алматы мен Тараз қалаларының арақашықтығы 500 км ($5 \cdot 10^2$ км). Бұл екі қашықтықты бір-біріне қосқаннан немесе азайтқаннан тәжірибелік маңызы бар дерек алынбайды. Өйткені $1{,}5 \cdot 10^8 + 5 \cdot 10^2 \approx 1{,}5 \cdot 10^8$ және $1{,}5 \cdot 10^8 - 5 \cdot 10^2 \approx 1{,}5 \cdot 10^8$. Мұнда $5 \cdot 10^2$ саны $1{,}5 \cdot 10^8$ санының мәнді бөлігіне әсер ете алмайды.

Қосу немесе азайту амалдарын бір-бірінің мәнді бөліктеріне әсері болатын жағдайда ғана қолданады.

1-мысал. 1) $3{,}21 \cdot 10^7 + 8{,}7 \cdot 10^7 = (3{,}21 + 8{,}7) \cdot 10^7 = 11{,}91 \cdot 10^7 = 1{,}191 \cdot 10^8$;

2) $3{,}21 \cdot 10^8 - 8{,}7 \cdot 10^7 = 32{,}1 \cdot 10^7 - 8{,}7 \cdot 10^7 = (32{,}1 - 8{,}7) \cdot 10^7 = 23{,}4 \cdot 10^7 = 2{,}34 \cdot 10^8$;

3) $2{,}3 \cdot 10^{-5} + 9{,}25 \cdot 10^{-5} = (2{,}3 + 9{,}25) \cdot 10^{-5} = 11{,}55 \cdot 10^{-5} = 1{,}155 \cdot 10^{-4}$.

1.3.4. Абсолюттік және салыстырмалы қателіктер.

Өте үлкен және өте аз сандарды стандарт түрде жазғанда біз үтірден соң бірнеше мәнді цифрды ғана қалдырып, қалғанын дөңгелектеп алдық.

Мысалы, 14.09.2014 жылғы дерек бойынша Ақмола облысы ауданы 146219 км² болған. Оны стандарт түрде жазғанда $1{,}46 \cdot 10^5$ км² деп алдық. Сонымен, бұл мәліметтің дәл мәні a = 146219 км², ал стандарт түрде жазылған жуық мәні $\tilde{a} = 1{,}46 \cdot 10^5$ км^2. Сонда біз жіберген қателіктің абсолют шамасы мынаған тең:

$$|a - \tilde{a}| = |146219 - 1{,}46 \cdot 10^5| = 219 \text{ км}^2.$$

Бұл санды жуық мәннің *абсолюттік қателігі* деп атайды.

Анықтама. Жуық мәннің **абсолюттік қателігі** деп дәл мән мен жуық мән айырмасының абсолют шамасын айтады.

Қарастырған мысалда 219 км^2 – өте үлкен сан болып көрінеді. Бірақ оның жуық мәнмен салыстырғандағы үлесі аз сан болады. Шынында да, оны тексеру үшін абсолюттік қателікті жуық мән модуліне бөлеміз:

$$\frac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|} = \frac{219}{1{,}46 \cdot 10^5} = (219 : 1{,}46) \cdot 10^{-5} = 150 \cdot 10^{-5} = 0{,}0015.$$

Егер шыққан нәтижені 100-ге көбейтсек, онда абсолюттік қателіктің жуық мәнге шаққандағы пайыздық үлесін аламыз: $0{,}0015 \cdot 100 = 0{,}15\%$, яғни біздің қателігіміз жуық мәннің небәрі $0{,}15\%$-ын құрайды. Бұл санды жуық мәннің **салыстырмалы қателігі** деп атайды.

Анықтама: Абсолюттік қателіктің жуық мән модуліне қатынасы жуық мәннің **салыстырмалы қателігі** деп аталады. Оның пайыздық үлесін анықтау үшін нәтижені 100%-ке көбейту қажет:

a – дәл мәні; $\tilde{a}$ – жуық мән;

$|a - \tilde{a}|$ – абсолюттік қателік;

$\dfrac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|}$ – салыстырмалы қателік;

$\dfrac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|} \cdot 100\%$ – салыстырмалы қателіктің проценттік көрсеткіші.

2-мысал. Жер шарының диаметрі 12 756 000 м. Бұл санды үтірден соң 1; 2 және 3 мәнді цифр қалдырып, жуық мәннің абсолюттік және салыстырмалы қателіктерін анықтайық.

Шешуі. 1) $a = 12\ 756\ 000$ м; $\tilde{a} = 1{,}3 \cdot 10^7$ м. Сонда $|a - \tilde{a}| = 244\ 000$ м $= 2{,}44 \cdot 10^5$ – абсолюттік қателік.

$$\frac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|} = \frac{2{,}44 \cdot 10^5}{1{,}3 \cdot 10^7} \approx 1{,}88 \cdot 10^{-2} = 0{,}0188$$ – салыстырмалы қателік, яғни абсолюттік қателік жуық мәннің $0{,}0188 \cdot 100\% = 1{,}88\%$-ын құрайды.

2) $a = 12\ 756\ 000$ м; $\tilde{a} = 1{,}28 \cdot 10^7$ м.

$|a - \tilde{a}| = 44\ 000$ м $= 4{,}4 \cdot 10^4$ м – абсолюттік қателік.

$\frac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|} = \frac{4,4 \cdot 10^4}{1,28 \cdot 10^7} = 3,4375 \cdot 10^{-3} \approx 0,0034$ немесе 0,34% – салыстырмалы қателік.

3) a = 12 756 000 м; $\tilde{a}$ = 1,276 · 10^7 м.

$|a - \tilde{a}|$ = 4000 м = 4 · 10^3 м – абсолюттік қателік;

$\frac{|a-\tilde{a}|}{|\tilde{a}|} = \frac{4 \cdot 10^3}{1,276 \cdot 10^7} \approx 3,13 \cdot 10^{-4}$ немесе 0,0313% – салыстырмалы қателік.

Берілген санды стандарт түрде жазып, дөңгелектеу барысында үтірден соң қалатын мәнді цифрлар санын есептеу жұмыстарына қажетті дәлдікке сәйкес түсіріп алады. Салыстырмалы қателік неғұрлым аз болған сайын дәлдік шамасы да арта түседі.

?

1. Стандарт түрде жазылған кез келген сандарды қосуға (азайтуға) бола ма (практикалық маңызы бола ма)? Мысал келтіріңдер.
2. Стандарт түрде жазылған сандарды қосу (азайту) үшін олар қандай шартты қанағаттандырулары қажет?
3. Абсолюттік қателік деп нені айтады?
4. Салыстырмалы қателік деп нені айтады?
5. Өлшеу нәтижесі сапасын қалай арттыруға болады?
6. Санды стандарт түрде жазғанда оның мәнді бөлігін қандай принципке сүйеніп алған орынды? Мысал келтіріңдер.

ПТ

Өзің отырған парта бетінің ені мен ұзындығын 1 мм-ге дейінгі дәлдікпен өлшеп, оның ауданын мм² есебімен анықтаңдар. Алынған нәтижені үтірден соң 1; 2 және 3 мәнді цифр қалатындай етіп стандарт түрде жазыңдар. Әрбір жағдайда стандарт түрде жазылған санның абсолюттік және салыстырмалы қателіктерін анықтаңдар.

ЕСЕПТЕР

А

1.151. Амалды орындаңдар:

1) 1,22 · 10^6 + 3,79 · 10^6; 2) 4,2 · 10^{-3} −2,5 · 10^{-3};

3) 9,5 · 10^7 – 3,9 · 10^7; 4) 6,7 · 10^{-6} – 4,22 · 10^{-6}.

1.152. 4,27; 17,032; 9,753 сандарын 0,1-ге дейін дөңгелектеп, оның абсолюттік қателігін анықтаңдар.

1.153. Санды бірлікке дейін дөңгелектеп, оның абсолюттік және салыстырмалы қателігін табыңдар:

1) 5,4; 2) 7,9; 3) 1,89; 4) 8,5; 5) 3,71; 6) 11,27.

1.154. 1) 8,79-ды бірлікке дейінгі; 2) 132-ні ондыққа дейінгі; 3) 0,777-ні оннан бірге дейінгі; 4) 1,2839-ды жүзден бірге дейінгі дәлдікпен дөңгелектеп, оның абсолюттік қателігін табыңдар.

1.155. Сүйір бұрыш салып, оны транспортирді пайдаланып өлшеңдер. Өлшеу нәтижесінің дәлдігі қандай?

1.156. 3,275 санын 0,1-ге дейін дөңгелектеңдер. Салыстырмалы қателігін табыңдар.

1.157. Алгебраға арналған дәптерлеріңнің қалыңдығын сызғышпен өлшеп, салыстырмалы қателігін бағалаңдар.

1.158. $\frac{1}{3}$ санын ондық бөлшекке айналдырып, оны 0,1-ге, 0,01-ге және 0,001-ге дейінгі дәлдікпен жуықтаңдар. Әрбір жуықтаудың абсолюттік қателігін табыңдар.

1.159. 1°C-қа дейінгі дәлдікпен өлшейтін термометр 21°C-ты көрсетіп тұр. Ауа температурасы қандай салыстырмалы қателік бойынша анықталған?

1.160. Жер бетінің ауданы 510,2 млн км^2 (0,1 млн км^2-ге дейінгі дәлдікпен алғанда). Салыстырмалы қателікті бағалаңдар.

1.161. Амалды орындаңдар:

1) $4{,}125 \cdot 10^7 + 9{,}29 \cdot 10^7$; 2) $8{,}927 \cdot 10^{-5} + 5{,}32 \cdot 10^{-5}$.

Қосындыны үтірден соң 1 және 2 мәнді цифр қалатындай етіп, стандарт түрде жазыңдар. Жуық мәннің абсолюттік және салыстырмалы қателігін табыңдар.

B

1.162. Бөлшектерді периодты ондық бөлшектерге айналдырыңдар және оны 0,01-дейінгі дәлдікпен жуықтаңдар. Жуық мәннің абсолюттік қателігін табыңдар:

1) $3\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{5}{6}$; 3) $4\frac{10}{11}$; 4) $3\frac{1}{12}$.

1.163. Санды 0,01-ге дейінгі дәлдікпен жуықтап, оның салыстырмалы қателігін анықтаңдар:

1) 3,(6); 2) 2,7(2); 3) 2,(72); 4) 2,89(3).

1.164. Амалды орындаңдар:

1) $1{,}27 \cdot 10^5 + 8{,}23 \cdot 10^4$; 2) $1{,}27 \cdot 10^{-5} - 8{,}23 \cdot 10^{-6}$;

3) $8,5 \cdot 10^{12} + 3,91 \cdot 10^{13} + 2,5 \cdot 10^{12}$; 4) $1,28 \cdot 10^{-7} + 4,5 \cdot 10^{-7} - 9,7 \cdot 10^{-8}$.

1.165. 1.164-ші есеп нәтижелерін үтірден соң 1, 2 және 3 мәнді цифр қалатындай етіп, стандарт түрде жазыңдар. Оның салыстырмалы қателігін табыңдар.

1.166. 2,66 және 2,67 сандарының әрқайсысы $2\frac{2}{3}$ санының 0,01-ге дейінгі дәлдікпен алынған жуықтаулары болатынын дәлелдеңдер. Бұл жуықтаулардың қайсысы $2\frac{2}{3}$ санының 0,005-ке дейінгі дәлдікпен алынған жуықтауы болады?

1.167. $\frac{2}{11}$ санының қай жуықтауы дәлірек: 0,18 не 0,19?

1.168. $\pi = 3,14159$ санының қай жуықтауы дәлірек: 3,141; 3,142; $3\frac{1}{7}$; $3\frac{10}{71}$?

1.169. 2,5 саны 2,4673-тің 0,1-ге дейінгі дәлдікпен алынған жуықтауы болатынын көрсетіңдер.

1.170. d – адам шашының диаметрі, l – Жерден Айға дейінгі қашықтық: $d \approx 0,15$ мм 0,01 мм-ге дейінгі дәлдікпен, ал $l \approx 384400$ км 500 км-ге дейінгі дәлдікпен есептелген. Осы өлшеу нәтижелерінің сапасын % есебімен анықтаңдар.

1.171. 5 грамға дейінгі дәлдікпен өлшейтін таразыда 2 кг қант пен 5 кг ұн өлшенді. Салыстырмалы қателік бойынша өлшеу сапасын анықтаңдар.

1.172. 1) 48,8; 2) 2738 сандарын ондыққа дейін дөңгелектеп, оның салыстырмалы қателігін % есебімен табыңдар.

1.173. $\frac{2}{3} + \frac{7}{9}$ қосындысының әрбір қосылғышын 0,1-ге дейінгі жуықтауларымен алмастырып, қосу амалын орындаңдар. Қосылғыштар мен қосындының жуық мәндерінің абсолюттік қателіктерін табыңдар.

C

1.174. a және b сандарының жарым қосындысы осы сандардың әрқайсысын олардың жарым айырмасының модуліне дейінгі дәлдікпен алынған жуықтаулары болатынын көрсетіңдер.

1.175. Жер шары Күнді 365,24 тәулікте толық бір айналып өтеді. Бұл мәліметті сағатқа аударыңдар. Алынған санды, салыстырмалы қателігі 0,1%-дан артық болмайтындай етіп, стандарт түрде жазыңдар.

1.176. Күн жүйесіндегі ең үлкен ғаламшар – Юпитердің орташа диаметрі 142 800 км. Бұл санды метрмен өрнектеңдер және алынған мәліметті, салыстырмалы қателігі: 1) 1%-тен; 2) 0,1%-тен кем болатындай етіп, стандарт түрде жазыңдар.

1.177. Өлшеу құралында салыстырмалы қателік шегарасы 0,1%-ке тең деп жазылған. Осы құралмен бір шаманы өлшеу барысында 487 саны алынды. Өлшеу жұмысы қандай дәлдікпен жүргізілді?

1.178. Егер $0 < \alpha < 1$ болса, онда $(1+\alpha)^2 \approx 1 + 2\alpha$ жуықтау формуласы өте жиі қолданылады. Осы формуламен анықталатын жуық мәндердің абсолюттік қателігі қандай? Осы формула бойынша: 1) $(1+0{,}001)^2$; 2) $1{,}05^2$; 3) $1{,}002^2$; 4) $0{,}999^2$ сандарының жуық мәндерін табыңдар. Калькуляторды пайдаланып, жуық мәннің абсолюттік және салыстырмалы қателігін табыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

1.179. Координаталар бас нүктесіне қатысты: 1) $A(-3;\ 4)$; 2) $B(5;\ -2)$, нүктесіне симметриялы нүкте координаталарын табыңдар.

1.180. Есептеңдер:

$$\frac{\left(9\frac{1}{4}-2\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{2}{3}}{\left(5\frac{3}{8}-\frac{2}{3}\right):11{,}3}+\frac{\frac{3}{5}\cdot 1{,}35:0{,}9}{0{,}72-\frac{3}{25}}+0{,}1.$$

1.181. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $1{,}2x + 4(1{,}7x - 2y)$, мұндағы $x - y = 2$;

2) $1{,}6\,(5m + 3k) - 5{,}2m$, мұндағы $0{,}7m + 1{,}2k = 3$.

1.182. Екі таңбалы санның цифрларының қосындысы 10-ға тең. Егер осы санның цифрларының орындарын ауыстырып, шыққан санның бірлік цифрын 1-ге арттырсақ, онда берілген саннан екі есе үлкен сан шығады. Осы екі таңбалы санды табыңдар.

II. БІРМҮШЕЛЕР МЕН КӨПМҮШЕЛЕР

2.1. Бірмүшелер

2.1.1. Бірмүше және оның стандарт түрі. Сандардан, айнымалылардан және олардың дәрежелерінен көбейту амалы арқылы құрастырылған өрнекті ***бірмүше*** деп атайды. Мысалы, $5a$; $ab \cdot ba$; $2x^3(-3)a^2cx$; -7; 3^4; x; y^5 – бірмүшелер. Көбейту амалының ауыстырымдылық және терімділік қасиеттерін қолдана отырып, $2x^3(-3)a^2cx$ өрнегін ықшамдайық:

$$2x^3(-3)a^2cx = 2(-3)x^3a^2cx = -6a^2cx^3 \cdot x = -6a^2cx^4.$$

Бірмүшенің осындай түрін, яғни бірінші орында сан көбейткіш, ал оған жалғастыра айнымалылар мен олардың дәрежелері жазылған түрін бірмүшенің ***стандарт түрі*** деп атайды. -3; a; $-x$; y^3 түріндегі бірмүшелер де бірмүшенің стандарт түріне жатады. Кез келген бірмүшені стандарт түрге келтіруге болады.

Бірмүшенің сан көбейткіші оның ***коэффициенті*** деп аталады. Мысалы, $-6a^2cx^4$ бірмүшесінің коэффициенті -6-ға тең. x және $-ay^3$ бірмүшелерінің коэффициенттері сәйкесінше 1-ге және -1-ге тең, себебі $x=1 \cdot x$, $-ay^3=(-1) \cdot ay^3$.

Бірмүше құрамындағы айнымалылардың дәреже көрсеткіштерінің қосындысы бірмүшенің ***дәрежесі*** деп аталады. Мысалы, $-6a^2cx^4$ бірмүшесінің дәрежесі 7-ге, ал $7abcxy$-тің дәрежесі 5-ке тең. Егер бірмүшенің құрамында айнымалы болмаса, онда оның дәрежесі 0-ге тең деп есептелінеді.

2.1.2. Бірмүшелерді көбейту. Бірмүшелерді дәрежеге шығару. Бірмүшелерді көбейткенде және дәрежеге шығарғанда бірдей негізді дәрежелерді көбейту және дәрежені дәрежеге шығару ережелері қолданылады. Әдетте осыдан шығатын бірмүшені стандарт түрге келтіреді.

1-мысал. $-3a^2b^3c$ және $5a^3bc^2d$ бірмүшелерін көбейтейік.
$-3a^2b^3c \cdot 5a^3bc^2d = (-3 \cdot 5) \cdot (a^2a^3) \cdot (b^3b) \cdot (c \cdot c^2) \cdot d = -15a^5b^4c^3d.$

Сонымен, ***бірмүшелерді көбейткенде, олардың коэффициенттері көбейтіледі. Бірдей айнымалылардың дәреже көрсеткіштері қосылады, ал бір көбейткіш құрамына ғана енетін айнымалылар сол қалпында қалдырылады, сөйтіп шыққан нәтижелер бір-біріне көбейтіледі.***

Бірмүшені дәрежеге шығару үшін әрбір көбейткішті осы дәрежеге шығарып, нәтижелерін көбейтсе, жеткілікті.

2-мысал. $2a^2y^3z$ бірмүшесін 4-ші дәрежеге шығару керек.
Шешуі. $(2a^2y^3z)^4=2^4(a^2)^4(y^3)^4z^4=16a^8y^{12}z^4$.

?

1. Қандай өрнектерді бірмүше деп атайды?
2. Бірмүшенің стандарт түрі қалай жазылады?
3. Стандарт түрдегі бірмүшенің коэффициенті деп нені айтады?
4. Бірмүшенің дәрежесі қалай анықталады?
5. Бірмүшелер қалай көбейтіледі?
6. Бірмүшелерді дәрежеге қалай шығарады?

ЕСЕПТЕР

А

2.1. Қолайлы тәсілмен есептеңдер:

1) $4\cdot37\cdot(-25)$; 2) $8\cdot(-21)\cdot125$; 3) $2\cdot4\cdot(-87)\cdot125$;

4) $\left(-\frac{3}{19}\right)\cdot(-90)\cdot19$; 5) $25\cdot(-0,43)\cdot(-4)$; 6) $1,25\cdot(-1,47)\cdot(-8)$.

2.2. Амалды орындаңдар:

1) $2b\cdot(-3c)$; 2) $(-4a)\cdot(-5b)$; 3) $8x\cdot\left(-\frac{1}{2}y\right)$;

4) $\frac{3}{4}a\cdot\left(-\frac{2}{3}x\right)$; 5) $(-0,3m)\cdot(-5n)$; 6) $(-3a)2b(-c)$.

2.3. Дәрежеге шығарыңдар:

1) $\left(a^3\right)^2$; 2) $\left(-3x^2\right)^2$; 3) $\left(4m^3\right)^2$; 4) $\left(-3y^2\right)^4$;

5) $\left(-1\frac{1}{2}b^3\right)^2$; 6) $\left(2\frac{1}{2}xy^2\right)^2$; 7) $\left(-1,2c^4b^3\right)^2$; 8) $\left(3a^2x\right)^3$.

2.4. Бірмүшені стандарт түрде жазып, оның коэффициентін көрсетіңдер:

1) $0,5m\cdot2x$; 2) $-2aba$; 3) $8b^2b$; 4) $3ab(-2)b$;

5) $\frac{4}{3}x^2y\cdot4,5x^3$; 6) $1,2xyz\cdot5x$; 7) $6p^2(-0,8)q$; 8) $-5m^2n^32m$.

2.5. Көбейтуді орындаңдар:

1) $-11a^2b\cdot0,3a^2b^2$; 2) $\frac{4}{9}xy^3\cdot\frac{2}{3}xy$; 3) $-0,6m^2n\cdot\left(-10mn^2\right)$;

4) $x^5y\cdot xy^3z$; 5) $-4ab\cdot\left(-a^2\right)\cdot\left(-b^3\right)$; 6) $-\frac{1}{5}p^3q^4\cdot5p^2q^3$.

2.6. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $xy\cdot\left(-7xy^2\right)\cdot4x^2y$; 2) $10a^2b\cdot\left(-ab^2\right)\cdot0,6a^3$;

3) $0,3m^2\left(-\dfrac{1}{3}n^4m^6\right)$; 4) $a^2b\cdot(-ab)\cdot(-ab^2)$.

2.7. Дәрежеге шығарыңдар:

1) $(3a^2)^3$; 2) $(-2x^4y^2)^3$; 3) $(-m^2nk^3)^5$;

4) $(2ab^2)^2$; 5) $(-3a^2b)^4$; 6) $(-a^3b^3c)^2$.

2.8. Бірмүшенің квадраты түріне келтіріңдер:

1) $16a^4$; 2) $169x^6$; 3) $0,04b^{12}$; 4) $\dfrac{9}{4}m^6$.

2.9. Стандарт түрге келтіріңдер:

1) $(-2a^4b^2)^3$; 2) $(-a^2bd^3)^5$;

3) $(-2xy^3)^4$; 4) $(-3x^2y)^3$.

B

2.10. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $10ab^3\cdot(-a^2b)\cdot0,5b^3$; 2) $0,3y^2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}x^4y^6\right)$;

3) $xy\cdot(-x^5y^3)\cdot(-x^3y^8)$; 4) $1\dfrac{1}{6}pq\cdot\left(-\dfrac{6}{7}p^9q^7\right)$.

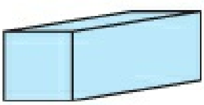
2.11. Бірмүшенің квадраты түріне келтіріңдер:

1) $0,01a^6b^4$; 2) $9b^4c^8$; 3) $100p^2q^6$.

2.12. Бірмүшенің кубы түріне келтіріңдер:

1) $64a^9$; 2) $0,001x^{12}$; 3) $-\dfrac{27}{8}c^{15}$;

4) $-27a^6y^9$; 5) $1000a^3b^6$; 6) $-0,008b^6y^9$.



2.13. Ені $2m$ см, ұзындығы енінен 3 есе ұзын, ал биіктігі ұзындығынан 2 есе қысқа тік параллелепипедтің көлемі неге тең?

2.14. $-12a^4y^3$ бірмүшесін 2 түрлі тәсілмен: 1) стандарт түрдегі екі бірмүшенің; 2) стандарт түрдегі үш бірмүшенің көбейтіндісіне жіктеңдер.

2.15. 1) a^6b^{12}; 2) $100p^8q^6$ өрнегін бірмүшенің квадраты түрінде жазыңдар.

2.16. 1) x^9y^6; 2) $0{,}008a^{12}\cdot b^3$ өрнегін бірмүшенің кубы түрінде жазыңдар.

2.17. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(0{,}2x^2\cdot y)^3\cdot 1000x^4y^7$; 2) $\left(\frac{1}{4}a^2b\right)^3\cdot(-32a^2b)$;

3) $\left(-\frac{2}{3}mn^4\right)^2\cdot(-27m^5n)$; 4) $-0{,}6c^7d^7\cdot(0{,}5cd^2)^2$.

2.18. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(-8a^m\cdot x^{n+1}y^n)\cdot\left(-\frac{1}{2}a^{2-m}x^{n-1}y^2\right)$;

2) $(3x^ny^m)^2\cdot(-2x^ny^m)^3$;

3) $0{,}64a^2b^3c\cdot 1\frac{9}{16}a^2b^7c^3\cdot(-0{,}25a^2bc^4)$;

4) $\dfrac{(2ab)^3\cdot(a^4b^2c)^2}{4a^2b^3c}$.

C

2.19. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{3^5+3^9}{3^{-5}+3^{-9}}$; 2) $\dfrac{2^5+2^6+2^7}{2^{-5}+2^{-6}+2^{-7}}$.

2.20. Дәреже көрсеткіші: 1) 2-ге; 2) 3-ке; 3) 4-ке, ал коэффициенті 2-ге тең болатын x және y айнымалыларына қатысты барлық мүмкін стандарт бірмүшелерді жазыңдар.

2.21. Стандарт бірмүше түрінде жазыңдар:

1) $\dfrac{(x^2y^3z^2)^4\cdot(x^3y)^3}{(xy^2z^4)^2}$; 2) $\dfrac{(3^na^2b^{n+1})^2\cdot(ab)^n}{(3a^2b^n)^2}$, $n\in N$.

2.22. 4-тің тізбектес үш натурал көрсеткішті дәрежелерінің қосындысы 84-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

2.23*. Тізбектес үш натурал санның көбейтіндісіне ондағы ортаңғы көбейткішті қосқанда, осы ортаңғы санның кубы шығатынын көрсетіңдер.

2.24. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{5^{2n+3}\cdot 5^{2n-1}}{25^{2n+1}}$; 2) $\dfrac{2^m\cdot 3^{n-1}-2^{m-1}\cdot 3^n}{2^m\cdot 3^n}$, $n, m \in N$.

2.25. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{3^n+3^{-n}}{9^n+1}$; 2) $\dfrac{5^{n+1}-5^n}{4}$; 3) $\dfrac{\left(4^n+4^{n-1}\right)^2}{4^{2n-2}}$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

2.26. $y=-3x+5$ және $y=7x-8$ функцияларының графиктерінің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңдар.

2.27. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{4^3\cdot 3^{10}}{6^{10}}$; 2) $\dfrac{2^6\cdot 6^{18}}{2^{25}\cdot 9^9}$.

2.28. 1) Натурал санның квадраты; 2) Натурал санның 4-ші дәрежесі қандай цифрмен аяқталуы мүмкін?

2.2. Көпмүшелер

2.2.1. Көпмүше және оның стандарт түрі. $2ax^2+by^2--x+7y-9$ өрнегі $2ax^2$; by^2; $-x$; $7y$; -9 бірмүшелерінің қосындысы болып табылады. Мұндай өрнектер ***көпмүшелер*** деп аталады.

Анықтама 1. *Бірмүшелердің қосындысы **көпмүше** деп аталады.*

Көпмүшені құрайтын бірмүшелердің әрқайсысын көпмүшенің ***мүшелері*** деп атайды. Мысалы, $2ax^2+by^2-x+7y-9$ көпмүшесінің мүшелері: $2ax^2$, by^2, $-x$, $7y$ және -9.

Егер көпмүше екі мүшеден құралған болса, онда оны ***екімүше*** деп, ал егер үш мүшеден құралса, онда оны ***үшмүше*** деп атайды. Бірмүшенің өзін бір ғана мүшеден құралған көпмүше деп есептейді.

Анықтама 2. *Бірдей немесе коэффициенттері ғана өзгеше бірмүшелерді ұқсас **мүшелер** деп атайды.*

Мысалы, $6ax^2y^3$ және $-2ax^2y^3$ – ұқсас мүшелер, ал $3ax^2y$ және $3axy^2$ мүшелері ұқсас емес.

$2x^2y+5x^2y-3x^2y=4x^2y$ теңдігіне ұқсас мүшелердің алгебралық қосындысы осы қосындыға теңбе-тең бірмүшемен алмастырылған.

Анықтама 3. *Ұқсас мүшелердің алгебралық қосындысын оған теңбе-тең бірмүшемен алмастыруды **ұқсас мүшелерді біріктіру** деп атайды.*

Сонымен, ұқсас мүшелерді біріктіру ***теңбе-тең түрлендіру*** болады.

$3a^2x+4+5ax^2-a^2x-9$ көпмүшесінде $3a^2x$ және $-a^2x$ мүшелері, 4 және -9 мүшелері ұқсас мүшелер болады. Ұқсас мүшелерін біріктіргеннен кейін бұл көпмүшені былай жазуға болады: $2a^2x+5ax^2-5$. Шынында да,

$$3a^2x+4+5ax^2-a^2x-9=$$
$$=\left(3a^2x-a^2x\right)+5ax^2+\left(4-9\right)=2a^2x+5ax^2-5.$$

Анықтама 4. ***Көпмүшенің дәрежесі*** *деп оның құрамындағы бірмүше дәрежелерінің ең үлкенін айтады.*

Мысалы, $2a^2x+5ax^2-5$ көпмүшесі – үшінші дәрежелі көпмүше, ал $5x^4-3y^4+2x^2y^3-3x^3-4yx^2+5xy+7y-9$ көпмүшесінің дәрежесі 5-ке тең, себебі оның құрамындағы $2x^2y^3$ бірмүшесінің дәрежесі ең үлкені $2+3=5$. Осы көпмүшені дәрежесінің кему ретімен жазайық:

$$2x^2y^3+5x^4-3y^4-3x^3-4x^2y+5xy+7y-9.$$

Бұл көпмүшенің ұқсас мүшелері жоқ. Мұндай көпмүшелерді ***стандарт түрдегі*** көпмүше деп атайды. Кез келген көпмүшені стандарт түрде жазуға болады. Ол үшін оның әрбір мүшесін стандарт түрге келтіріп, ұқсас мүшелерін біріктіреді және мүшелерін дәрежесінің кему ретімен орналастырады. Егер көпмүше құрамында дәрежелері бірдей ұқсас емес бірнеше мүше бар болса, онда бұл мүшелерді бірінен соң бірін қалауымызша орналастырамыз. Мысалы, $5x^4+2x^2y+y^3-3xy^2-5$ көпмүшесінің $2x^2y$, y^3, $-3xy^2$ мүшелерінің дәрежелері бірдей, ол 3-ке тең. Сонда $5x^4+2x^2y+y^3-3xy^2-5$, $5x^4-3xy^2+2x^2y+y^3-5$, $5x^4+y^3+2x^2y-3xy^2-5$ және т.с.с. стандарт түрде жазылған.

2.2.2. Көпмүшелерді қосу және азайту.

$3a^3-5a^2b+7ab^2+b^3$ және $-5a^3-6ab^2+4b^3$ көпмүшелерін қосайық. Ол үшін көпмүшелерді жақшаға алып, қосамыз да, жақшаларды ашамыз. Сонан соң ұқсас мүшелерін біріктіреміз:

$$\left(3a^3-5a^2b+7ab^2+b^3\right)+\left(-5a^3-6ab^2+4b^3\right)=$$
$$=3a^3-5a^2b+7ab^2+b^3-5a^3-6ab^2+4b^3=$$
$$=-2a^3-5a^2b+ab^2+5b^3.$$

$6x^2-2x+5$ көпмүшесінен $3x^2-2x+1$ көпмүшесін азайтайық. Ол үшін көпмүшелердің айырмасын жазып, жақшаны ашқаннан соң ұқсас мүшелерін біріктіреміз:

$$(6x^2-2x+5)-(3x^2-2x+1)=$$
$$=6x^2-2x+5-3x^2+2x-1=3x^2+4.$$

Сонымен, көпмүшелерді қосқанда және азайтқанда нәтижеде көпмүше шығады. Бұл амалдар мынадай ережелер бойынша орындалады:

– егер жақшаның алдында «плюс» таңбасы болса, онда көпмүше мүшелерін өз таңбаларымен жазады;

– егер жақшаның алдында «минус» таңбасы болса, онда жақша ішіндегі мүшелерді қарама-қарсы таңбалармен жазады.

?

1. Көпмүше деп нені атаймыз?
2. Көпмүшенің ұқсас мүшелері деп нені атаймыз?
3. «Ұқсас мүшелерді біріктіру» дегенді қалай түсінесіңдер?
4. Көпмүшенің дәрежесі деп нені атаймыз?
5. Көпмүшені стандарт түрге қалай келтіреді?
6. Көпмүшелерді қосу және азайту ережелерін айтыңдар.

ЕСЕПТЕР

А

2.29. Ұқсас мүшелерін біріктіріңдер:

1) $5x-7xy+4xy$; 2) $2xy-7xy+6y^2$;

3) $2x^4-3x+4x^2-x^4+4x$; 4) $2ax-x^2+3ax-y^2+2x^2$;

5) $4mn-n^2+m^2-2mn$; 6) $8px+p^2-x^2+4p^2$.

2.30. Ұқсас мүшелерін біріктіріңдер:

1) $-x^4+3x^3-4x^4-2x^2-3x^2$;

2) $2m^4-3m^5+m^6+1-m^4+4m^5-m^6$;

3) $5a^2b-5ab^2-ab-2a^2b+10ab^2$;

4) $3mn^3-n^3m-5mn^3-n^3+m$.

2.31. Өрнектердің қосындысын табыңдар:

1) $5x$ және $3x+7$; 2) $8a$ және $1-3a$;

3) $-y$ және $y-1$; 4) $-5m$ және $-m-n$;

5) $2x-3y$ және $-y-x$; 6) $1,5a^2+2b^2$ және $2a^2-b^2$.

2.32. Қосуды орындаңдар:

1) $8y+(3x+5y)$; 2) $(4a+2)+(-a-1)$; 3) $\left(\frac{1}{2}m+\frac{3}{4}\right)+\left(2\frac{1}{2}-m\right)$;

4) $0,4b+(1,2b-0,1)$; 5) $(15x+2y)+(4x-3y)$; 6) $(4p^2q-3pq^2)+(-p^2q+2pq^2)$.

2.33. Көпмүшелердің айырмасын табыңдар:

1) $3a$ және $7+2a$; 2) $5b^2-9$ және $4b^2-b+5$;

3) $4x+2$ және $x+1$; 4) $3m^2+m$ және $1-m+3m^2$;
5) $2a-3b$ және $-b-a$; 6) a^2+a+1 және a^2-a+1.

2.34. $3x^3-4x+5$ және x^3-4x-3 көпмүшелері берілген. Олардың:
1) қосындысын; 2) біріншісі мен екіншісінің айырмасын;
3) екіншісі мен біріншісінің айырмасын құрастырып, ықшамдаңдар.

2.35. Өрнектердің қосындысы мен айырмасын табыңдар:
1) $x+y$ және $x-y$; 2) x^2-y^2 және x^2+y^2;
3) a^2-a+4 және $-a^2-a-4$ 4) b^3-8 және $-b^3-8$.

2.36. Стандарт түрге келтіріңдер:

1) $21a^2-(12a-5+21a^2)$; 2) $(x^2+x-1)-(x^2-x+1)$;

3) $-7x^2+x+(x+6x^2)$; 4) $(12-5p^2)+(p^3+2p^2-p+15)$.

2.37. Көпмүшенің мәнін табыңдар:
1) $6a^5-3a^2+7-2a^5-4a^5+4a^2$, мұндағы $a=-5$;

2) $5x^2y-xy^2-4x^2y+xy^2-xy+7$, мұндағы $x=-1$, $y=2$.

2.38. Көпмүшені стандарт түрге келтіріңдер:
1) $3aa^4+3aa^3-5a^2a^3-5a^2a$; 3) $3x\cdot4y^2-0,8y\cdot4y^2-2xy\cdot3y+y\cdot3y^2-1$;
2) $5a\cdot2b^2-5a\cdot3ab-a^2b+6ab^2$; 4) $2m^2n^3-mn^3-m^4-m^2n^3+mn^3+2m^4$.

B

2.39. Стандарт түрге келтіріңдер:

1) $(1+3x)+(x^2-2x)-(2x^2-x)$; 3) $(-12a^2+5a)+(a+11a^2)-(a^2-1)$;

2) $(7,3c-c^2+4)+0,5c^2-(8,7c-2,4c^2)$; 4) $(b^2-5b)+(5b-2b^2)-(4-2b^2)$.

2.40. 1) $(a-b)+(b-c)+(c-a)$ өрнегінің мәні 0-ге;

2) $(x^2-7xy)-(5-4xy)+(3xy-x^2)$ өрнегінің мәні -5-ке тең екенін дәлелдеңдер.

2.41. Теңдеуді шешіңдер:

1) $(3,2x-1,8)-(5,2x+3,4)=-5,8$; 2) $1-(0,5y-15,8)=12,8-0,7y$;

3) $3,8-1,5x+(4,5x-0,8)=2,4x+3$; 4) $3,5y+0,8=5,5y-(1,2y+0,8)-2,4$.

2.42. Теңдеуді x айнымалысына қатысты шешіңдер:
1) $(5x-3a)-(2x+5a)=4a$; 2) $(x+5m)-(3m-2x)=17m$;

3) $4x-(3p-x)+(8x-5p)=5p$; 4) $(x+b)+(x+2b)-(x-3b)=8b$;

5) $x^2-(x+c)-(x^2-2x-3c)=0$; 6) $(6x-4n)-(2x^2+x)+(2x^2-n)=0$.

2.43. $\left(\frac{3}{4}x^2-1,4xy-2,5y+4\right)-\left(2y^2-\frac{7}{5}xy+0,75x^2\right)$ көпмүшесінің мәні x-ке тәуелсіз екенін көрсетіңдер.

2.44. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(10a-6b+5c-4d)-(9a-2b-4c+2d)$;

2) $(5a^2-ax+x^2)+(3a^2+2ax-3x^2)-(4ax+2x^2+a^2)$;

3) $(2m^4+5m^3n-3m^2n^2-mn^3)+(3m^4-8m^3n^2-6mn^3)$.

2.45. Көпмүшелердің қосындысын тауып, ұқсас мүшелерін біріктіріңдер:

1) $5x^4+3x^3y-2x^2y^2-4xy^3$, $3x^4-8x^3y+9x^2y^2+xy^3$

және $-6x^4+x^3y+5x^2y^2-9xy^3$;

2) $-\frac{5}{6}a^2+4\frac{2}{3}ab+\frac{3}{4}b^2$, $\frac{5}{12}a^2-\frac{4}{3}ab-\frac{7}{4}b^2$ және $2\frac{1}{2}a^2+\frac{5}{4}ab-b^2$;

3) $5\frac{1}{4}m^3+2\frac{1}{6}m^2n+3\frac{1}{2}mn^2-8\frac{2}{3}n^3$ және $13m^2n-1\frac{1}{4}mn^2-3\frac{5}{6}m^3+n^3$.

2.46. Үшбұрыштың бір қабырғасы $a+b$-ға тең, екіншісі біріншісінен $a-6$-ға ұзын, ал үшіншісі $2b+6$-ға тең. Үшбұрыштың периметрін табыңдар.

2.47. $4,6x^2y-2,2xy+7y^2-(7,8xy-3,4x^2y+7y^2)$ көпмүшесінің мәнін:
1) $x=2$, $y=5$; 2) $x=-2$, $y=3$ болғанда анықтаңдар.

2.48. Бір қосылғышы: 1) x^3+4; 2) $2x^3-x^2-x$-ке тең болатындай етіп, $3x^3-2x^2-x+4$ көпмүшесін екі қосылғышқа жіктеңдер.

C

2.49. $x=2a^2-3ab-b^2$, $y=-a^2+2ab+b^2$, $z=4a^2+2ab$ болса, онда: 1) $x+y+z$; 2) $x-y-z$; 3) $-x-y+z$ өрнектерінде x, y, z айнымалыларын алмастырып, шыққан көпмүшелерді ықшамдаңдар.

2.50. 1) a^3+2a^2-3a-5; 2) $4x^4+2a^3+5a^2-4$ көпмүшесін қандай да бір тәсілмен екімүше мен үшмүшенің айырмасы түріне келтіріңдер.

2.51. A-ның орнына қандай көпмүшені қойғанда теңдік теңбе-теңдікке айналады:

1) $A+(6x^2-3xy)=8x^2+7xy-y^2$; 2) $A-(8a^n-2b^m+c)=4a^n+5b^m+c$;

3) $3x^{n+1}+10x^n-7x-A=5$?

2.52. Қандай көпмүшені $5x^n-x^3-x+7$ көпмүшесіне қосқанда қосынды: 1) 0-ге; 2) 5-ке; 3) $2x-6$-ға; 4) x^3-3x+2-ге; 5) x^n+1-ге теңбе-тең болады?

2.53. Бір айнымалыға ғана тәуелді және барлық мүшелерінің дәрежелері жұп болып келген көпмүшенің мәні айнымалының таңбасын қарама-қарсы таңбаға ауыстырғанда өзгермейтінін дәлелдеңдер.

2.54. Көпмүшенің ең кіші мәнін табыңдар:

1) $1+2x^2+(x^4-x^2+1)$; 2) $4a^2-4-(5+3a^2)+(a^4-a^2)$.

2.55. Теңдеуді x айнымалысына қатысты шешіңдер:

1) $x^2-(x+m)-(x^2-2x-3m)=0$;

2) $(6x-4a)-(2x^2+x)+(2x^2-a)=0$;

3) $(5x^2+2x-p)-(3p-2x+5x^2)=0$;

4) $(x-a-b)+(2x+3a+b)=(2a-b)-(2a-5b)$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

2.56. Бірмүшені стандарт түрге келтіріңдер:

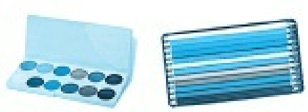
1) $(2a^2)\cdot\dfrac{1}{4}a^2$; 2) $(-3b^4)^5\cdot\dfrac{1}{27}b^3$;

3) $(-5a^3b^2)^2\cdot(-0,2a^2b^3)^{-1}$.

2.57. Тізбектес екі жұп санның көбейтіндісі 4-ке еселік болатынын көрсетіңдер.

2.58. Есептеңдер:

$$\left(\frac{3\frac{1}{3}+2,5}{2,5-1\frac{1}{3}}\cdot\frac{4,6-2\frac{1}{3}}{4,6+2\frac{1}{3}}\right)\cdot 5,2:\left(\frac{0,5}{\frac{1}{7}-0,125}-19,5\right).$$



2.59. Мектепке төменгі сыныптың 12 оқушысын марапаттау мақсатында түрлі түсті бояулар мен қарындаштар жиынтықтарын сатып алу көзделді. Дүкенде бояулар жиынтығының біреуі 210 теңге, ал қарындаштар жиынтығы 120 теңге тұрады. Сатып алынатын заттардың жалпы құны 1960 теңгеден аспауы үшін бояулар жиынтығының нешеуін сатып алу керек?

2.60. $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x + 2 = 0$ теңдеуінің теріс түбірі болуы мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер.

2.3. Бірмүше мен көпмүшенің көбейтіндісі

2.3.1. Бірмүшені көпмүшеге көбейту. $4ab^2$ бірмүшесін $3a^2-5a^2b+6a^2c$ көпмүшесіне көбейту қажет болсын.

Көпмүше – бірмүшелердің алгебралық қосындысы. Сондықтан көбейтудің үлестірімділік заңын қолдана отырып, теңбе-тең түрлендіру арқылы

$$4ab^2\cdot(3a^2-5a^2b+6a^2c)=4ab^2\cdot 3a^2-4ab^2\cdot 5a^2b+4ab^2\cdot 6a^2c=$$
$$=12a^3b^2-20a^3b^3+24a^3b^2c=24a^3b^2c-20a^3b^3+12a^3b^2$$

көпмүшесін аламыз. Осыдан мынадай ереже шығады:

– ***Бірмүшені көпмүшеге көбейту үшін бірмүшені көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейтіп, шыққан көбейтінділерді қосады.***

1-мысал. $-2a^2xy$ бірмүшесін $4a^2xy-5ax^2y^2+a^2xy^2$ көпмүшесіне көбейту керек.

Шешуі.

$$-2a^2xy\left(4a^2xy-5ax^2y^2+a^2xy^2\right)=$$
$$=-2a^2xy\cdot 4a^2xy-2a^2xy\left(-5ax^2y^2\right)-2a^2xy\cdot a^2xy^2=$$
$$=-8a^4x^2y^2+10a^3x^3y^3-2a^4x^2y^3.$$

2-мысал. $2x^3-2x\left(x^2-4x+3\right)+6x-4$ өрнегін ықшамдайық.

Шешуі.

$$2x^3-2x\left(x^2-4x+3\right)+6x-4=$$
$$=2x^3-2x^3+8x^2-6x+6x-4=8x^2-4.$$

3-мысал. $x^2+\dfrac{6x+7}{4}+\dfrac{8-5x}{3}=5-x(1-x)$ теңдеуін шешу қажет.

Шешуі. Ол үшін теңдеуді бөлшектердің ортақ бөлімі 12-ге көбейтіп, теңдеуді мына түрде жазамыз:

$$\left(x^2+\frac{6x+7}{4}+\frac{8-5x}{3}\right)\cdot 12=(5-x(1-x))\cdot 12,$$

$$12x^2+\frac{6x+7}{4}\cdot 12+\frac{8-5x}{3}\cdot 12=60-12x(1-x),$$

$$12x^2+18x+21+32-20x=60-12x+12x^2,$$

$$12x^2+18x-20x+12x-12x^2=60-21-32,$$

$$10x=7,$$

$$x=0,7.$$

Жауабы: 0,7.

2.3.2. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару. Теңдеулерді шешуде, алгебралық бөлшектерді қысқартуда және бірқатар есептерді шығару барысында көпмүшені бірнеше көпмүшенің көбейтіндісімен алмастырған тиімді болады. Көпмүшені екі немесе бірнеше көпмүшенің көбейтіндісі түріне келтіруді ***көпмүшені көбейткіштерге жіктеу*** деп атайды.

$9x^2y-21y^2$ көпмүшесін қарастырайық. Бұл көпмүшенің әрбір мүшесінің құрамында $3y$-ке тең көбейткіштері бар:

$$9x^2y-21y^2=3y\cdot 3x^2-3y\cdot 7y.$$

Онда

$$9x^2y-21y^2=3y\left(3x^2-7y\right)$$

теңдігі орындалады, яғни біз $9x^2y-21y^2$ көпмүшесін $3y$ бірмүшесі мен $3x^2-7y$ көпмүшесінің көбейтіндісіне жіктедік. Көбейткіштерге жіктеудің бұл тәсілін ***ортақ көбейткішті жақша сыртына*** шығару деп атайды.

Мысал қарастырайық.

4-мысал. $12a^2b-18ab^2-30ab^3$ көпмүшесін көбейткіштерге жіктейік.

Шешуі.

$$12a^2b-18ab^2-30ab^3=6ab\cdot 2a-6ab\cdot 3b-6ab\cdot 5b^2=$$

$$=6ab\left(2a-3b-5b^2\right).$$

Ескерту. Қарастырылған мысалда қосылғыштардың ортақ көбейткіштері бірнешеу: 2; 3; $2a$; $3b$; 6; a; ab және т.с.с.

Сондықтан жақша сыртына шығарылатын ортақ көбейткішті жақша ішінде қалатын қосылғыштардың өзге ортақ көбейткіштері болмайтындай етіп таңдайды. Ол үшін ортақ көбейткіштің коэффициенті ретінде қосылғыштар коэффициенттерінің ең үлкен ортақ бөлгішін алады, яғни

12, 18 және 30 (модуль таңбасымен алынған) сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші 6-ға тең. Ал ортақ айнымалыларының ішінен дәреже көрсеткіші ең кіші болатынын алады: a^2, a көбейткіштері арасынан a-ны, ал b, b^2 b^3 көбейткіштері арасынан b-ны аламыз. Сонда ортақ көбейткіш $6ab$ түрінде жазылады.

5-мысал. $3x(2b-7)+4b(7-2b)$ өрнегін көбейткіштерге жіктейік.

Шешуі. $7-2b=-(2b-7)$ болғандықтан,

$$3x(2b-7)+4b(7-2b)=3x\cdot(2b-7)-4b(2b-7)=$$

$$=(2b-7)\cdot(3x-4b)$$

теңдігін аламыз.

6-мысал. $3x^2-1{,}2x=0$ теңдеуін шешу қажет.

Шешуі. x ортақ көбейткішін жақша сыртына шығару арқылы берілген теңдеуді

$$x(3x-1{,}2)=0$$

түрінде жазамыз. Көбейтінді 0-ге тең болуы үшін көбейткіштердің кем дегенде біреуі 0-ге тең болуы керек, яғни $x=0$ немесе $3x-1{,}2=0$ болуы қажет, $3x-1{,}2=0$ теңдеуінен $3x=1{,}2$ не $x=0{,}4$ болатыны шығады. Бұдан көбейтінді 0-ге тең болуы үшін $x=0$ не $x=0{,}4$ болуы қажет, яғни теңдеудің екі түбірі бар: 0 және 0,4.

7-мысал. $4^9+4^8-4^7$ қосындысы 19-ға бөлінетінін дәлелдейік.

Шешуі. $4^9+4^8-4^7=4^7\left(4^2+4-1\right)=19\cdot4^7$.

$19\cdot4^7$ көбейтіндісі 19-ға бөлінеді, олай болса, $4^9+4^8-4^7$ қосындысы 19-ға бөлінеді.

?

1. Бірмүшені көпмүшеге көбейту ережесін айтыңдар.
2. Көпмүшені көбейткіштерге жіктеу деп нені айтамыз?
3. Жақша сыртына шығаратын ортақ көбейткішті қалай анықтайды?

ЕСЕПТЕР

А

2.61. Көбейтуді орындаңдар:

1) $4\cdot(x+3)$; 2) $3\cdot(x+8)$; 3) $2\cdot(7-a)$; 4) $5\cdot(p-10)$;

5) $6\cdot(a-2b)$; 6) $(m+3n)\cdot4$; 7) $2\cdot(3x-2y)\cdot3$; 8) $3\cdot(2p-5q)\cdot7$.

2.62. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(x+y)\cdot a$; 2) $b\cdot(x-y)$; 3) $3x\cdot(2a+b)$; 4) $2y\cdot(3x-y)$;

5) $5x\cdot(6x+3y)$; 6) $3a\cdot(-4b-2a)$; 7) $-6a\cdot(5b-2a)$; 8) $8m\cdot(m+n)$.

2.63. Көбейтіндіні көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $-4x\cdot(2x^2-5x+3)$; 2) $(-2x)\cdot(x^2-x+1)$;

3) $\left(-\frac{1}{2}a\right)\cdot\left(-4a^2-8a+6\right)$; 4) $\left(-\frac{1}{3}b\right)\cdot(-9b^2+3b-12)$;

5) $2ab\cdot(2a^2-5ab+b^2)$; 6) $-3ab\cdot(2a^2-7ab-b^2)$;

7) $-\frac{1}{2}xy\cdot(5x^2+10xy-4y^2)$; 8) $\left(-1\frac{1}{2}m^2-\frac{3}{4}mn+n^2\right)\cdot(-2mn)$.

2.64. Көбейткіштерге жіктеп, нәтижесін тексеріңдер:

1) $ax+ay$; 2) $mx+nx$; 3) $-xy+2x$; 4) $-2ab-3a$;

5) $ac+bc$; 6) $-10xz+8yz$; 7) $30a^2+15ab$; 8) $8k^2+8kl$.

2.65. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарыңдар:

1) $4a+3a^2$; 2) $-20m+30n$;

3) $5a^2-15a$; 4) $-6xy+9y^2$;

5) $0,5x^3-2,5x$; 6) $8xy-4y^2$;

7) $-m^2n^2-mn$; 8) $18pq^3-9q^4$.

2.66. Көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) $4a^3b-6a^2b^2$; 2) $5x^2y+10xy^2$;

3) $14m^3n-21m^2n^3$; 4) $5x^3-15x^2y+20xy^2$;

5) $2a^2y-6ay^2+8y$; 6) $6ax-9a^2+15ax^2$.

2.67. Өрнекті ықшамдап, оның мәнін табыңдар:

1) $2(3x+1)-5(x+1)$, мұндағы $x=2$;

2) $20x-4(2x-1)+5(1-2x)$, мұндағы $x=-3$;

3) $5y-2(8y-1)+4(3y+1)$, мұндағы $y=10$;

4) $12(2-3m)+35m-9(m+1)$, мұндағы $m=2$.

2.68. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $10\cdot(m+5)+2\cdot(-2m+3n)$;
2) $7x\cdot(4y-x)+4x(x-7y)$;
3) $4a(7x-1)-7(4ax+1)$;
4) $3a^2-2a(5+2a)+10a$;
5) $a(a+b)+b(a-b)$;
6) $2a^2-a(2a-5b)-b(2a-b)$;
7) $5a(6a+3b)-6a(5b-2a)$;
8) $8m(m+n)-3n(2m-4n)$.

2.69. Теңдеуді шешіңдер:

1) $6\cdot(x-3)-2(x+2)=10$;
2) $5(x-1)-4(x-3)=-20$;
3) $0,6(x-0,6)+0,8(x-0,4)=1$;
4) $0,3(0,4x-1,2)+0,36x=3,4$;
5) $8(x-7)-3(2x+9)=15$;
6) $0,15(y-4)=9,9-0,3(y-1)$;
7) $0,6-0,5(x-1)=x+0,5$;
8) $0,5(2y-1)-(0,5-0,2y)+1=0$.

B

2.70. Көбейтуді орындаңдар:

1) $4a^2b^2\cdot(2a^3-3a^2+3a-1)$;
2) $-2a^2b\cdot(8a^3-4a^2b^2-3ab^2+5b^3)$;
3) $-3x^2y\cdot(-2xy^3+5x^2y^2-5x^3y+3x^4)$;
4) $-5abc\cdot(4ab^2c-7a^2bc^2+3a^2bc)$.

2.71. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $a(a+b)-b(a-b)+2(b-a)$;
2) $2x^2-x(2x-5y)-y(2x-y)$;
3) $2xy(2x^2-5xy)-3xy(7xy-y^2)$;
4) $6m^2-5m(2n-m)-4m(3m+2,5n)$.

2.72. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $6x\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)-12y\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)$;

2) $10a(5a^2-7b)-6a(5b+7a^2)-3ab$;

3) $-2b(a^3-2b)-b(a^3+4b^2)$;

4) $1,4x(0,5x+0,3y)-5(0,4y^2-4xy)+0,2(8y-5x)$;

5) $5x(6x+3y)+3y(2x-4y)-6x(5y-2x)$;

6) $4y-2(y-3)-3(y-3(4-2y)+8)$.

2.73. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарыңдар:

1) $3x^2-9x^2y+6xy^2$; 2) $15a^2-25a^2b^2-10a^3$;

3) $6ab^2-9b^3+12b^4$; 4) $14m^2n-21mn^2-35mn^3$;

5) $30pq^3+18p^2q^2-12p^3q$; 6) $8x^4y^3-12x^2y^2+16x^3y^2$.

2.74. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) a^3+5a^2+a; 2) $8b^2-4b^3+10b^4$;

3) $x^2-3x^3-4x^4$; 4) $15y^3-27y^2+9y$;

5) $6a^5-72a^4-48a^2$; 6) $-5mn^2-15m^2n-20m^2n^2$.

2.75. Көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) $5a^4+10a^3b-25a^2b^2-15ab^3$; 2) $2x^4-6x^3y-6x^2y^2+8xy^3$;

3) $3x^4+6x^3y-15x^2y^2-9x^2y$; 4) $-6bm^2+9m^3-12m^4-3b^2m^2$.

2.76. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $12x^2y-18xy^2-30ay^3$; 2) $20x^2y-25x^2y^2-10x^3y^3$;

3) $8a^4b^3-12a^2b^4+16a^3b^3$; 4) $-4mn^3-8m^2n^2+12m^3n$.

2.77. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x^2-5x=0$. 2) $y^2+6y=0$;

3) $y^2+0,1y=0$; 4) $x^2+2,5x=0$;

5) $2x^2-3x=0$; 6) $6x^2-0,5x=0$;

7) $7x-0,2x^2=0$; 8) $\frac{1}{4}x^2+x=0$.

2.78. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $5,27x-x^2$, мұндағы $x=4,27$;
2) $ay-a^2$, мұндағы $a=1,5$, $y=-8,5$;
3) ab^2+b^3, мұндағы $a=8,7$, $b=1,3$;
4) $-xy-x^2$, мұндағы $x=-1,28$, $y=101,28$.

2.79. 1) 18^6+18^5 қосындысы 19-ға; 2) $122^{10}-122^9$ айырмасы 11^2-на; 3) 7^6-7^4 айырмасы 48-ге; 4) $4^{18}+4^{16}$ қосындысы 34-ке бөлінетінін көрсетіңдер.

2.80. Метрі x теңгеден m метр сәтен және n метр жібек сатылды. Егер жібектің бір метрі сәтеннің бір метрінен y теңге қымбат болса, онда сатылған тауарлардан қандай түсім алынады?

2.81. Екі таңбалы санның a ондықтары және b бірліктері бар. Осы сан цифрларының арасына 0 цифры жазылып, үш таңбалы сан алынды. Алынған үш таңбалы сан мен берілген екі таңбалы сандардың айырмасы 90-ға еселік болатынын көрсетіңдер.

C

2.82. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарыңдар:

1) $4a^3b-10a^2b^2+2ab^3$; 2) $18x^3y+21x^2y^2-3xy^3$;

3) $8x^5y^2-12x^4y^2+12x^3y^2-4x^2y^2$; 4) $-20x^2y^3z^2-35x^3y^2z^3+15x^3y^2z^2$;

5) $16a^5b-8a^4b^3-6a^3b^3+10a^2b^4$; 6) $6a^4x^3-15a^3x^4+15a^2x^5-9ax^6$.

2.83. Егер $A=ax$, $B=cy-b$, $C=x$ және $D=acy-ab$ болса, онда $A\cdot B-C\cdot D$ өрнегі $C\cdot D-A\cdot B$ өрнегіне теңбе-тең болатынын дәлелдеңдер.

2.84. y айнымалысының кез келген мәнінде $y\left(2+y-y^3\right)-\frac{2}{3}\left(6+3y+1,5y^2\right)$ өрнегінің мәні теріс сан болатынын дәлелдеңдер.

2.85. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{x(x+6)}{2}-\frac{x(x+14)}{3}-\frac{x^2+1}{6}=0$; 2) $\frac{y(2y-1)}{12}-\frac{y^2+1}{6}=y$;

3) $\frac{6+7y^2}{3}+\frac{y(5-8y)}{4}=\frac{y(y+2)}{3}$; 4) $\frac{2m^2+1}{4}+3=\frac{m}{6}-\frac{m(1-2m)}{4}$.

2.86. Көпмүшелердің көбейтіндісі түріне келтіріңдер:

1) $2a(m+n)+b(m+n)$; 2) $8(x-1)+(x-1)^2$;

3) $3c(x-y)-2d(x-y)$; 4) $3ab(x+2y)+c^2(x+2y)$;

5) $9a^2(x-2y)-b^2(x-2y)+(x-2y)^2$; 6) $3a(2x-7)+5b(2x-7)-(2x-7)^2$.

2.87. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $5x(2a-3b)+2y(2a-3b)+z(2a-3b)$; 2) $7(c+2)+(c+2)^2-b(c+2)$;

3) $2ab^2(3x+y)+4a(3x+y)$; 4) $5xy^2\left(x^2-x+1\right)-15x^2y\left(x^2-x+1\right)$.

2.88. Бүтін санның квадратына өзін қосқанда жұп сан шығатынын көрсетіңдер.

2.89. Жалпы жағдайда, құрамында a жүздік, b ондық және c бірлігі бар үш таңбалы санды $\overline{abc}$ түрінде жазады. Бұл санды мынадай түрде де жазуға болады: $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$. Мысалы, $845=100 \cdot 8+10 \cdot 4+5$. $\overline{abc} - \overline{cba}$, $a>c$, саны 99-ға бөлінетінін көрсетіңдер.

2.90. $\overline{ab} + \overline{ba}$ саны 11-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

2.91. 2 негізінің тізбектес үш дәрежесінің қосындысы 14-ке бөлінетінін көрсетіңдер.

2.92. 5 негізінің тізбектес екі дәрежесінің қосындысы 30-ға бөлінетінін көрсетіңдер.

2.93. Катер өзен ағысымен 4 сағат ішінде өзінің 2 сағатта өзен ағысына қарсы жүрген жолынан 2,4 есе көп жол жүрді. Егер өзен ағысының жылдамдығы 1,5 км/сағ болса, онда катердің тұнық судағы жылдамдығы қандай?

2.94. Элеваторға сапасы екі түрлі 1400 т бидай түсті. Өңдеу барысында бидайдың бір түрінен 2% қоқыс, ал екінші түрінен 3% қоқыс шықты. Таза бидай салмағы 1364 т болды. Элеваторға әр сорттан неше тонна бидай түскен?

2.95. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарыңдар:

1) $(3x+6)^2$; 2) $(7x-14)^2$; 3) $(5m+30)^2$; 4) $(2a-4b)^3$;

5) $(3m-12n)^3$; 6) $(2ab-4b^2)^2$; 7) $(5x-15x^2)^3$; 8) $(2xy+6x^2)^5$.

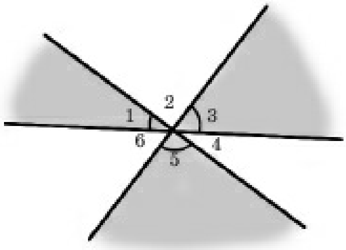
2.96. 1) $3^9+3^7+3^6$ саны 93-ке; 2) $11^9-11^8+11^7$ саны 37-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

2.97. Театрдың көрермендер залында үлкен және кіші 80 электр лампысы бар. Үлкен лампының кеш бойы жанып тұрғаны үшін 13 теңге, ал кіші лампының жанып тұрғаны үшін $9\frac{3}{4}$ теңге төленеді. Егер көрермендер залын кеш бойы жарықтандыру үшін 884 теңге төленсе, онда залда неше үлкен лампы және неше кіші лампы бар?

2.98. Түзулердің қиылысу нүктелерінің координаталарын табыңдар:

1) $y=3x-5$ және $y=4x-9$; 2) $y=6x+3$ және $y=3x-6$.



2.1-сурет

2.99. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\left(\frac{1}{3}a^5 \cdot y^3\right)^2 \cdot (-3ay)^3$;

2) $\left(-30x^2y^2\right)^2 : \left(-10xy^2\right)^3$.

2.100. Үш таңбалы сан 7 цифрымен аяқталады. Егер осы цифрды бірінші орынға қойса, онда берілген сан 324-ке артады. Осы үш таңбалы санды табыңдар.

2.101. 2.1-суретте боялған бұрыштар қосындысын табыңдар.

2.4. Көпмүшелерді көбейту

2.4.1. Көпмүшені көпмүшеге көбейту. $m-n$ және $a+b-c$ көпмүшелерін көбейту керек болсын. Олардың көбейтіндісі $(m-n)(a+b-c)$ болады. $x=m-n$ деп алып, бірмүшені көпмүшеге көбейту ережесін қолданамыз:

$$(m-n)(a+b-c) = x(a+b-c) = xa + xb - xc$$

теңдігін аламыз. $xa+xb-xc$ өрнегіндегі x-тің орнына $m-n$-ді қойып, тағы да бірмүшені көпмүшеге көбейту ережесін қолданамыз:

$$xa + xb - xc = (m-n)a + (m-n)b - (m-n)c =$$

$$= ma - na + mb - nb - mc + nc$$

теңдігін аламыз. Сонымен,

$$(m-n)(a+b-c) = ma - na + mb - nb - mc + nc.$$

Осыдан соңғы өрнек $m-n$ көпмүшесінің әрбір мүшесін $a+b-c$ көпмүшесінің әрбір мүшесіне көбейткеннен шыққанын көреміз. Онда мынадай ереже шығады.

Көпмүшені көпмүшеге көбейту үшін бірінші көпмүшенің әрбір мүшесін екінші көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейтіп, шыққан көбейтінділерді қосу қажет.

n мүшесі бар көпмүшені m мүшесі бар көпмүшеге көбейткенде $n \cdot m$ мүшесі бар көпмүше шығатынын көру қиын емес.

1-мысал. $5x^3 + \left(y^2 + 5x\right)\left(xy - x^2\right)$ өрнегін ықшамдайық.

Шешуі. Алдымен y^2+5x және $xy-x^2$ екімүшелерін бір-біріне көбейтіп, ұқсас мүшелерін біріктіру қажет:

$$5x^3+\left(y^2+5x\right)\left(xy-x^2\right)=5x^3+y^2\cdot xy-y^2\cdot x^2+5x\cdot xy-5x\cdot x^2=$$

$$=5x^3+xy^3-y^2x^2+5x^2y-5x^3=xy^3-y^2x^2+5x^2y.$$

2.4.2. Көпмүшені топтау тәсілімен көбейткіштерге жіктеу. $ac-bc+ad-bd$ көпмүшесін көбейткіштерге жіктейік. Бұл көпмүшенің барлық қосылғыштарының ортақ көбейткіштерін жақша сыртына шығару арқылы (2.3 б. 2.3.2) көбейткіштерге жіктеу мүмкін емес, себебі бұл қосылғыштардың барлығына ортақ көбейткіш жоқ. Мұндай жағдайларда көпмүшенің ортақ көбейткіштері бар мүшелерін топтайды:

$$\left(ac-bc\right)+\left(ad-bd\right)$$

және әрбір топтағы ортақ көбейткіштерді жақша сыртына шығарады:

$$c\left(a-b\right)+d\left(a-b\right)$$

алынған өрнекте $a-b$ екімүшесі ортақ көбейткіш болады. Сонда

$$c\left(a-b\right)+d\left(a-b\right)=\left(a-b\right)\left(c+d\right).$$

Сонымен,

$$ac-bc+ad-bd=\left(a-b\right)\left(c+d\right).$$

Көбейткіштерге жіктеудің бұл тәсілін ***топтау тәсілі*** деп атайды.

$ac-bc+ad-bd$ көпмүшесін топтауды өзге тәсілмен де орындауға болады: $ac-bc+ad-bd=(ac+ad)-(bc+bd)=a(c+d)-b(c+d)=(c+d)(a-b)$.

Қосылғыштарды былай топтағанда да: $(ac-bc)+(ad-bd)$ алдыңғыдай нәтиже шығады, яғни нәтиже қосылғыштарды топтау тәсіліне тәуелді емес. (Өз беттеріңше тексеріп көріңдер).

2-мысал. x^2-6x+5 көпмүшесін көбейткіштерге жіктейік.

Шешуі. $-6x$ мүшесін $-x-5x$ түріне келтіріп, берілген көпмүшені былай топтаймыз:

$$x^2-6x+5=x^2-x-5x+5=\left(x^2-x\right)-\left(5x-5\right)=$$

$$=x\left(x-1\right)-5\left(x-1\right)=\left(x-1\right)\left(x-5\right).$$

3-мысал. $(x-3)(x+7)-13=(x+8)(x-4)-2$ теңбе-теңдігін дәлелдейік.

Шешуі. Ол үшін теңбе-тең түрлендірулерді қолданады. Мұнда теңдіктің бір жақ бөлігін түрлендіру арқылы оны теңдіктің екінші жақ бөлігіне келтіреді немесе теңдіктің екі жақ бөліктерін де түрлендірулер арқылы бірдей өрнектерге келтіреді. Берілген теңбе-теңдікті дәлелдеу үшін екінші тәсілді қолданамыз:

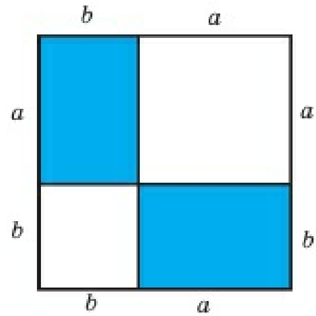
$$\left(x-3\right)\left(x+7\right)-13=x^2+7x-3x-21-13=x^2+4x-34,$$

$$(x+8)(x-4)-2=x^2+8x-4x-32-2=x^2+4x-34.$$

Берілген өрнектің оң жағы да, сол жағы да бір өрнекке тең болғандықтан, бұл өрнектер өзара теңбе-тең.

? 1. Көпмүшелерді көбейту ережесін айтыңдар.
2. Қандай жағдайларда көпмүшелерді көбейткіштерге жіктеу үшін топтау тәсілін қолданады?

ПТ 2.2-сурет бойынша:
1) Боялған шаршылар мен боялмаған тік төртбұрыштар аудандарын анықтап, оларды қосыңдар.
2) Үлкен шаршы ауданын анықтаңдар.
1)-ші және 2)-ші тапсырмаларда анықталған өрнектерді теңестіріңдер және оны жазып көрсетіңдер.



2.2-сурет

ЕСЕПТЕР

А

2.102. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(a+b)(x-y)$; 2) $(a-b)(x+y)$; 3) $(m-n)(p+q)$;
4) $(a+b)(a+2)$; 5) $(y+2)(y-3)$; 6) $(a+1)(a-3)$;
7) $(p+x)(q-y)$; 8) $(a+b)(c-d)$; 9) $(x+1)(x-1)$.

2.103. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(2x+1)(x+4)$; 2) $(2x+3)(5x-4)$;
3) $(3x-2)(2a-1)$; 4) $(5a-3b)(4a-b)$;
5) $(2m+3n)(2m-5n)$; 6) $(3x+2y)(x-y)$;
7) $(5b-4c)(2b-2c)$; 8) $(p-3q)(8p+5q)$.

2.104. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(x+m)(y+m)$; 2) $(x+8)(x-1)$;
3) $(-a+y)(-y-2)$; 4) $(a-4)(2a+1)$;

5) $(2x-1)(2x+y)$; 6) $(m-n)(x+y)$;

7) $(5-a)(4-a)$; 8) $(6m-3)(2-5m)$.

2.105. Көпмүше түрінде жазыңдар:

1) $(6a^2+5b^2)(2a^2-4b^2)$; 2) $(-7m^2-8n^2)(-m^2+3n^2)$;

3) $(4n^2-1)(n^2+5)$; 4) $(8x^2-3xy)(3x^3-xy)$;

5) $(5ab^2-4b^3)(3ab^3-4a^2)$; 6) $(7x^3y^2-xy)(-2x^2y^2+5xy^3)$.

2.106. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $2a(x+y)+x+y$; 2) $3b(x-y)+x-y$;

3) $4a(m-n)+m-n$; 4) $x(p-q)+p-q$;

5) $5a(x+y)-x-y$; 6) $4a(m-n)-m+n$.

2.107. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $ax+ay+bx+by$; 2) $ax-ay+bx-by$;

3) $a^2+ab+ac+bc$; 4) $ax+ay+6x+6y$;

5) $1-bx-x+b$; 6) $ab+2b-2a-4$;

7) $x^2+xy+ax+ay$; 8) $am-an+m-n$;

9) $3x-3y+ax-ay$; 10) $ab-a^2+2a-2b$.

2.108. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^3+3x^2+3x+9; 2) $x^2-xy-2x+2y$;

3) $m^2+mn-5m-5n$; 4) $a^2-ab-3a+3b$;

5) $10ay-5by+2ax-bx$; 6) $6by-15bx-4ay+10ax$;

7) $5x^2-5ax-7a+7x$; 8) $4x^2-4xz-3x+3z$;

9) $5ax-6bx-5ay+6by$; 10) $2m^2-mn+2mx-nx$.

2.109. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $x(y-a)+a(x+y)=y(x+a)$. 2) $x(y-2)+2(x+y)=y(x+2)$;

3) $m(m-n)+2mn=m(m+n)$; 4) $x(1-x)+x(x^2-1)=x^2(x-1)$.

B

2.110. Көбейтуді орындаңдар:

1) $\left(2a^2-3b\right)\left(a^2+2ab+5b^2\right)$; 2) $\left(x^2-2xy\right)\left(x^2-5xy+3y^2\right)$;

3) $(x-y)\left(x^3+x^2y+xy^2+y^3\right)$; 4) $(a+b)\left(a^3-a^2b+ab^2-b^3\right)$;

5) $(5a-4b)\left(a^3+2a^2b-5ab^2-3b^3\right)$; 6) $(2x+3y)\left(x^3+3x^2y-3xy^2+4y^3\right)$.

2.111. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(x-2)(x+3)+(x+2)(x-3)$; 2) $(a-1)(a+2)+(a+1)(a-2)$;

3) $(a+1)(a+2)+(a+3)(a+4)$; 4) $(x-1)(x-2)+(x-3)(x-4)$.

2.112. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $(x-4)(x-2)-(x-1)(x-3)$, мұндағы $x=1\dfrac{3}{4}$;

2) $(a-5)(a-1)-(a+2)(a-3)$, мұндағы $a=-2\dfrac{3}{5}$;

3) $(x-2)(x-3)+(x+6)(x-5)-2\left(x^2-7x+13\right)$, мұндағы $x=5{,}6$;

4) $(3m-1)(m+1)+(2m-1)(m-1)-(5m+5)(m-2)$, мұндағы $m=0{,}375$.

2.113. Көбейтуді орындаңдар:

1) $\left(4b^2+2a^2-4ab\right)\left(3ab+2a^2-3b^3\right)$; 2) $\left(5ab-3a^2-2b^2\right)\left(-4b^2-ab+6a^2\right)$;

3) $\left(7+3a^2-3a\right)\left(5-2a-a^2\right)$; 4) $\left(5xy^2-3x^3+2x^2y\right)\left(2x^2-xy-4y^2\right)$.

2.114. Көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) $ax^2-bx^2-bx+ax-a+b$; 2) $ax^2+bx^2-bx-ax+a+b$;

3) $ax^2+bx^2+ax-cx^2+bx-cx$; 4) $ax^2+bx^2-bx-ax+cx^2-cx$.

2.115. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $ac^2-ad+c^3-cd-bc^2+bd$; 2) $mx^2+my^2-nx^2-ny^2+n-m$;

3) $bm^2+cm^2-bn+bn^2-cn+cn^2$; 4) $xy^2-ny^2-mx+mn+m^2x-m^2n$;

5) $a^2b+a+ab^2+b+2ab+2$; 6) $x^2-xy+x-xy^2+y^3-y^2$.

2.116. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $a^2+ab-5a-5b$, мұндағы $a=6\dfrac{3}{5}$, $b=\dfrac{2}{5}$;

2) $x^2-xy-3x+3y$, мұндағы $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{1}{4}$;

3) $5a^2-5ax-7a+7x$, мұндағы $a=4$, $x=-3$.

2.117. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(x-5)(x+8)-(x+4)(x-1)=-36$; 2) $x^4-(x^2-1)(x^2+1)=1$;

3) $x^4-(x^2-7)(x^2+7)=49$; 4) $(x-3)(x+7)-(x+5)(x-1)=-16$.

2.118. $(n-6)(n+8)-2(n-25)$ өрнегі кез келген n үшін оң мәндер қабылдайтынын көрсетіңдер.

2.119. Теңдеудің түбірлерін табыңдар:

1) $(2x-1)(3x+4)-6x^2=16$; 2) $(1-2y)(1-3y)=(6y-1)y-1$;

3) $7+2x^2=2(x+1)(x+3)$; 4) $(y+4)(y+1)=y-(y-2)(2-y)$.

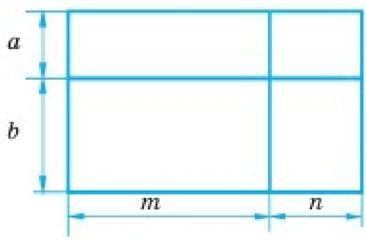
2.120. n-нің барлық бүтін мәндерінде:

1) $n(n-1)-(n+3)(n+2)$;

2) $n(n+5)-(n-3)(n+2)$ өрнегі 6-ға бөлінетінін көрсетіңдер.

C

2.121. 2.3-суреттің көмегімен n, m, a, b айнымалыларының оң мәндерінде $(m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb$ теңдігінің геометриялық мағынасын түсіндіріңдер.



2.3-сурет

2.122. Амалдарды орындаңдар:

1) $(x-a)(x-b)(x-c)$;

2) $(x^2-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$;

3) $(a-b+c)(a+b-c)(-a+b+c)$;

4) $(x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)$.

2.123. Теңбе-теңдіктерді дәлелдеңдер:

1) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$; 2) $(a+b)(a^2-ab-b^2)=a^3+b^3$;

3) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$; 4) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;

5) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

2.124. Тізбектес екі санның көбейтіндісі келесі тізбектес сандардың көбейтіндісінен 38-ге кем. Осы сандарды табыңдар.

2.125. Екі тақ санның: 1) қосындысы жұп; 2) көбейтіндісі тақ болатынын дәлелдеңдер.

2.126. Үшмүшені көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^2+5x+6; 2) x^2-5x+6;

3) $x^2-8x+15$; 4) $x^2-7x+12$;

5) x^2-x-12; 6) x^2-3x-4;

7) x^2-x-6; 8) $x^2+2x-15$.

2.127. Тік төртбұрыштың ұзындығы енінен 3 есе үлкен. Егер оның енін 4 метрге ұзартып, ал ұзындығын 5 м қысқартсақ, онда тік төртбұрыштың ауданы 15 $м^2$-ге артады. Тік төртбұрыштың өлшемдерін табыңдар.

2.128. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x^2-4x-5=0$; 2) $x^2+7x+12=0$;

3) $x^2-11x+10=0$; 4) $2x^2-3x+1=0$.

2.129. Бүтін санның квадратынан осы санның өзін азайтқанда жұп сан шығатынын көрсетіңдер.

2.130. Егер $b+c=10$ болса, онда $(10a+b)\cdot(10a+c)=100a\cdot(a+1)+bc$ теңбе-теңдігі орындалатынын дәлелдеңдер. Осы формуланы пайдаланып есептеңдер:

1) $24\cdot26$; 2) $37\cdot33$; 3) $42\cdot48$; 4) $81\cdot89$.

2.131. Егер $ab+c^2=0$ болса, онда $(a+c)(b+c)+(a-c)(b-c)=0$ болатынын дәлелдеңдер.

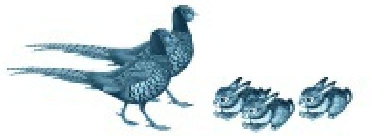
ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

2.132. Тракторшылар бригадасы жоспар бойынша күніне 112 га жер жыртуы тиіс еді. Олар күндік жоспарларын 8 га артығымен орындай отырып, тиісті жер телімін мерзімінен бір күн ерте жыртып бітірді. Бригада неше гектар жер жыртуы тиіс еді?

2.133. Берілген үш таңбалы санның сол жағына 5 цифрын тіркеп жазып, шыққан төрт таңбалы саннан 3032-ні азайтқандағы айырма берілген үш таңбалы саннан 9 есе үлкен болды. Осы үш таңбалы санды табыңдар.

2.134. m-нің қандай мәнінде $\frac{3m+2}{4}$ бөлшегінің мәні $\frac{5m-1}{3}$ бөлшегінің мәнінен 1-ге кем болады?

2.135. (Көне қытай есебі.) Тор ішінде қояндар мен қырғауылдар бар. Олардың барлығын қосқанда 100 аяғы мен 36 басы бар. Тор ішінде неше қоян мен неше қырғауыл бар?



2.136. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $(3a - 2b)(3a^3 + 2b^2)$, мұндағы $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{2}$;

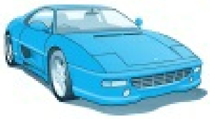
2) $3a^2 + 7ab + 2b^2$, мұндағы $a = 2$, $b = -1$.

2.137. Моторлы қайық ағыс жылдамдығы 3 км/сағ болатын өзенмен жүзіп, бірінші бекеттен екінші бекетке 4 сағатта барып қайтты. Егер моторлы қайық тұнық суда 18 км/сағ жылдамдықпен жүзе алатын болса, онда екі бекеттің арақашықтығы қандай?

III. ФУНКЦИЯ

3.1. Функция және оның берілу тәсілдері

3.1.1. Функция ұғымы.



1-мысал. Автомобиль $v = 60$ км/сағ тұрақты жылдамдықпен жүріп келеді. Оның t уақытта жүріп өтетін s км жолын табу керек.

Шешуі. Жүріп өтетін жол t уақыты мен v жылдамдығы арқылы былай өрнектеледі:

$$s = vt.$$

Мұнда $v = 60$ км/сағ болғандықтан, жүрілген жол мөлшерін

$$s = 60t$$

өрнегі арқылы есептейміз. Осыдан t уақыты өзгерген сайын жүрілетін s жолы да өзгеретінін көреміз. Мысалы, $t = 0{,}5$ сағ болса, онда $s = 60 \cdot 0{,}5 = 30$ км; егер $t = 2$ сағ болса, онда $s = 120$ км, т.с.с.

2-мысал. Әкімшілік тұрғындарға саяжайға арналған әрқайсысының ауданы 6 сотка (600 $м^2$) болатын, тік төртбұрыш пішінді жер телімдерін бөліп бермекші болады. Егер бөлінетін жер телімінің бір өлшемі x м болса, онда оның екінші өлшемі y-ті қалай анықтауға болады?

Шешуі. Тік төртбұрыш ауданын анықтау формуласы бойынша $600 = x \cdot y$ теңдігі орындалуы керек. Осыдан

$$y = \frac{600}{x}$$

өрнегін аламыз. Мұндағы x пен y-ті айнымалылар деп қарастырсақ, онда x-тің әрбір мәніне y-тің тек бір ғана мәні сәйкес келеді. Мысалы,

егер $x = 6$ м болса, онда $y = \frac{600}{6} = 100$ м;

егер $x = 15$ м болса, онда $y = \frac{600}{15} = 40$ м;

егер $x = 20$ м болса, онда $y = \frac{600}{20} = 30$ м.

Қарастырған мысалдарда бір айнымалы (тәуелсіз айнымалы) өзгерсе, онда екінші айнымалы да (тәуелді айнымалы) өзгеріп отыратынын көрдік. Сонымен қатар тәуелсіз айнымалының әрбір мәніне тәуелді айнымалының тек бір мәні сәйкес келетіні анықталды.

Анықтама. Тәуелсіз айнымалының әрбір мүмкін мәніне тәуелді айнымалының жалғыз мәнін сәйкес қоятын тәуелділікті ***функционалды тәуелділік*** немесе ***функция*** деп атайды.

Тәуелсіз x айнымалысын ***аргумент*** деп, ал тәуелді y айнымалысын x аргументіне тәуелді ***функция*** деп те атайды.

Жалпы түрде x аргументіне тәуелді y функциясын былай жазады: $y = f(x)$, оқылуы «игрек тең икстен эф».

Сонымен, функцияны анықтау үшін: 1) Функционалды тәуелділікті орнататын f заңдылығы берілуі керек; 2) Аргументтің мүмкін мәндері жиыны көрсетілуі қажет. Бұл жиынды ***функцияның анықталу облысы*** деп атайды.

Мысалы, $f(x) = 2x - 3$, $x \in [-1; 2]$ және $f(x) = 2x - 3$, $x \in [0; 5]$ әртүрлі функциялар, өйткені олардың анықталу облыстары өзгеше. Көп жағдайда функционалды тәуелділіктердің анықталу облысы көрсетілмей жазыла береді. Мұндай жағдайларда оның анықталу облысы ретінде $f(x)$ өрнегінің мағынасы бар болатындай x-тің барлық мәндері жиыны алынады.

3-мысал. $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$ функциясының анықталу облысы $x \neq 1$, теңсіздігімен анықталады, өйткені бөлшектің бөлімі нөлге тең болмауы керек: $D = (-\infty; 1) \cap (1; +\infty)$ – анықталу облысы.

4-мысал. $y = 3x - 2$, $-3 \leqslant x \leqslant 3$ функциясының мәндері жиынын табу керек.

$y = f(x)$ функциясының барлық қабылдайтын мәндері жиынын, оның ***мәндері облысы*** деп атайды.

Шешуі. $-3 \leqslant x \leqslant 3 \Rightarrow -9 \leqslant 3x \leqslant 9 \Rightarrow -11 \leqslant 3x - 2 \leqslant 7 \Rightarrow -11 \leqslant y \leqslant 7$. Сонымен, берілген функцияның мәндері облысы: $[-11; 7]$.

5-мысал. Аргументтің қандай мәнінде $f(x) = \dfrac{3}{x+3}$ функциясының мәні 6-ға тең?

Шешуі. $f(x)$ мәні 6-ға тең болуы керек:

$$6 = \frac{3}{x+3} \Rightarrow 6(x+3) = 3 \Rightarrow 2x + 6 = 1 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -2{,}5, \text{ яғни } f(-2{,}5) = 6.$$

Мұнда қарастырылған барлық мысалдарда функционалдық тәуелділік формула (өрнек) арқылы берілген. Бұл жағдайда функцияны ***аналитикалық жолмен*** берілді деп есептейді. Сонымен қатар формула ***кестелік*** және ***графиктік*** тәсілдермен де беріледі.

?

1. Қандай тәуелділікті функционалды тәуелділік деп атайды?
2. Тәуелді және тәуелсіз айнымалылар деп нені түсінесіңдер? Олардың қайсысын аргумент деп, ал қайсысын функция деп атайды? Мысал келтіріңдер.
3. Функцияның анықталу облысы деп нені айтады? Ал функцияның мәндері облысы деп нені түсінесіңдер?
4. Қандай шарттар орындалғанда функцияны толық берілді деп есептейміз? Мысал келтіріңдер.

5. Егер арнайы көрсетілмесе, онда функцияның анықталу облысы ретінде қандай жиынды алады? Мысал келтіріңдер.

ПТ

Велосипедші сағат 15.00-де орнынан қозғалды және 15 сек ішінде 100 м жүріп, жылдамдығын 5 м/сек-ке жеткізіп, әрі қарай осы тұрақты жылдамдықпен жүріп отырды.

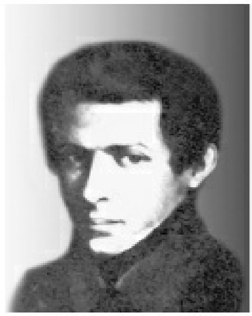
1) Велосипедшінің жүріп өткен жолы s м-ді t сек уақытысына тәуелді функция ретінде жазыңдар және бұл функцияның анықталу облысын көрсетіңдер.

2) Велосипедші: а) уақыт 15 сағ 15 мин. 15 сек болғанда; ә) жол жүргеніне 1 сағ. болғанда қандай жол жүріп өтеді?

3) Велосипедші: а) қанша уақытта 1 км 100 м жолды; ә) сағат қандай уақыт көрсеткенде 5 км жол жүріп өтеді?

Тапсырманы 3 топқа бөлініп орындаңдар, нәтижесін бірге талқылаңдар.

Г. Лейбниц



Н. И. Лобачевский

Т

«Функция» термині латынның *functio* (орындау, атқару) сөзінен алынған. Бұл терминді тұңғыш рет 1694 жылы неміс математигі, дифференциалдық және интегралдық теориясы негізін қалаушы ғалым, Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) енгізген.

Осыдан соң көптеген жылдар бойы математиктер мен философтар функция ұғымына анықтама беруге тырысқан. Біреулері функцияны жазықтығағы еркін сызылған сызық деп түсіндірсе, өзгелері оны еркін жазылған өрнек (формула) деп түсіндіргісі келді. Кейінірек бұл екі ұстанымның да қате екені көрсетілді. Ал осы күнгі біз қолданып жүрген анықтама нұсқасын (баламасын) орыстың ғұлама математигі, евклидтік емес геометрия негізін қалаушы ғалым Н.И. Лобачевский (1792–1856) ұсынған болатын.

ЕСЕПТЕР

А

3.1. $f(x) = 2x - 5$ функциясының мәндерін $x = -2; -1; 0; 1; 2$ болғанда анықтаңдар.

3.2. $f(x) = 2x - 5$ функциясының мәні аргументтің қандай мәнінде: 1) 3; 2) -1; 3) 0; 4) 10-ға тең?

3.3. Функцияның $y = f(x)$ түріндегі жалпы белгілеуін қолданып, келесі тұжырымдарды функционалды тәуелділік түрінде жазыңдар: 1) аргумент 3-ке тең болғанда функцияның мәні 10-ға тең; 2) функцияның мәні

5,5-ке тең болғанда аргумент 1,5-ке тең; 3) $x = -1$ және $x = 2$ болғанда функцияның мәндері өзара тең.

3.4. $x = 1$ болғанда $f(x) = 1{,}2x + 3{,}8$ функциясының мәні: 1) 3-ке; 2) 4-ке; 3) 5-ке; 4) 6-ға тең болуы мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.5. Функцияның анықталу облысын сан жиыны арқылы жазып көрсетіңдер: 1) $f(x) = 0{,}5x + 4$; $0 \leqslant x \leqslant 3$; 2) $f(x) = 0{,}3x - 2$, $-2 \leqslant x \leqslant 1$; 3) $f(x) = 4 - x$, $-2 \leqslant x$; 4) $f(x) = \dfrac{x+1}{4}$, $x \leqslant 3$.

3.6. $y = f(x)$, функциясы үшін $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$ мәнін табыңдар:

1) $f(x) = 4 - 0{,}5x$; 2) $f(x) = 3x - 2$;

3) $f(x) = x^2 + 1$; 4) $f(x) = \dfrac{3}{x+5}$.

3.7. $f(x) = 2x - 3$ функциясы берілген, кестені толтырыңдар:

x	0	−1		−2			5
$f(x)$			2		4,5	7	

3.8. Тік төртбұрыштың бір өлшемі 3 см, ал екінші өлшемі x см. Оның ауданы S-ті x-ке тәуелді функция түрінде жазыңдар: 1) $S = 13{,}5$ см^2 болуы үшін x-тің мәні; 2) $x = 5{,}7$ см болғанда S-тің мәні қандай болуы қажет?

B

3.9. Төмендегі заңдылықпен анықталатын сәйкестік функционалды тәуелділік бола ма? Болса, оны формула арқылы жазып көрсетіңдер:

1) Қабырғасы x см болатын әрбір шаршыға оның ауданы $S(x)$ сәйкес қойылады.

2) Оператор компьютерде 300 беттік шығарманың 7 сағаттық жұмыс уақытында 30 бетін теріп үлгереді. Мұнда өткен x сағатына әлі терілмеген y беті сәйкес қойылды.

3.10. Келесі сәйкестік функционалды тәуелділік бола ма: «Әрбір екі таңбалы санға оның цифрларының қосындысы сәйкес қойылады»? Егер болса, онда $f(12)$, $f(35)$, $f(92)$ мәндерін табыңдар. $f(7)$ және $f(102)$ мәндерін анықтау мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер. Функцияның анықталу облысы мен мәндері облысы қандай?

3.11. Сыйымдылығы 200 л болатын бакқа 2 л/с жылдамдықпен бензин құйылды. t с өткен соң бакта қалатын бос орын мөлшері – V-ны t-ға тәуелді функция түрінде жазыңдар. $V(t)$ функциясының анықталу облысы қандай? $V(10)$, $V(30)$ мәндерін табыңдар. $V(120)$ мәнін анықтау мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.12. 1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$; 2) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+4}$ функциясы үшін $f(-1)$; $f(0{,}1)$; $f(0{,}25)$; $f(1)$ және $f(2)$ мәндерін табыңдар. Функцияның анықталу облысы қандай?

3.13. 1) $f(x) = 2x - 7$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$; 2) $f(x) = 2x - 7$, $0 \leqslant x \leqslant 5$, функциясының мәні 1-ге тең болуы мүмкін бе? Мүмкін болса, сәйкес аргументтің мәні қандай? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.14. Аргументтің қандай мәнінде функцияның мәні 4-ке тең:

1) $f(x) = \dfrac{6}{x-2}$; 2) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$;

3) $f(x) = \dfrac{3}{x} + 3$; 4) $f(x) = \dfrac{x}{x-2} + 5$?

3.15. $f(x) = x^2 - 5$ функциясы берілген. Аргументтің көрсетілген мәндерінде функцияның мәндерін салыстырыңдар:

1) $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ және $f(0{,}5)$; 2) $f(0)$ және $f(-2)$;

3) $f(-2)$ және $f(1)$; 4) $f(-3)$ және $f(4)$.

3.16. Функцияның анықталу облысын жиын арқылы жазып көрсетіңдер:

1) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-5}$; 3) $f(x) = \dfrac{3x+4}{2x-3}$;

2) $f(x) = \dfrac{2x}{x+1} - 3$; 4) $f(x) = \dfrac{1-x}{x^2+1}$.

C

3.17. Функцияның анықталу облысын табыңдар:

1) $f(x) = \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{2}{x+3}$; 2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+4)}$.

3.18. Егер аргумент -2-ден кем емес және 7-ден артық емес мән қабылдайтыны белгілі болса, онда $y = f(x)$ функциясының анықталу облысы қандай:

1) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$; 2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-4}$.

3.19*. $y = \dfrac{2}{x-3} + 4$ функциясы берілген: 1) функцияның анықталу облысын табыңдар; 2) берілген функционалды тәуелділік өрнегінен x айнымалысын y арқылы өрнектеп жазыңдар; 3) алынған нәтиже бойынша y айнымалысының барлық мүмкін мәндері жиынын табыңдар. Бұл табылған жиынды берілген функцияның мәндері облысы деп қарастыруға бола ма? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.20*. $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ функциясы берілген: 1) функцияның анықталу облысын табыңдар; 2) $f(-10)$; $f(-3)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(3)$; $f(10)$ мәндерін анықтап, оларды салыстырыңдар; 3) функцияның ең үлкен мәні қандай? 4) Функция мәні 0-ге тең немесе теріс болуы мүмкін бе? Жауаптарыңды негіздеңдер; 5) функцияның мәндері облысын жиын арқылы жазып көрсетіңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.21. Амалды орындаңдар:

1) $(4x^2)^3$;   3) $0,3v^2 \cdot (-\dfrac{1}{3}u^4 \cdot v^6)$;

2) $(-2a^4b^2)^3$;   4) $\left(\dfrac{1}{4}x^2y\right)^3 \cdot \left(-32x^2 \cdot b\right)$.

3.22. Натурал санның 5-ші дәрежесі қандай цифрмен аяқталады? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.23. Көпмүшені көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2c + b^2c - a^2d - b^2d + d - c$;   2) $x^2 + 7x + 10$.

3.24. Тік төртбұрыштың ені ұзындығынан 2 есе кем. Егер оның енін 2 см ұзартып, ал ұзындығын 2 см-ге қысқартсақ, нәтижесінде алынатын тік төртбұрыштың ауданы берілген тік төртбұрыш ауданынан 2 см^2 артық болады. Берілген тік төртбұрыштың өлшемдерін анықтаңдар.

3.25. A, B және C елді мекендері түзу трасса бойында орналасқан. Егер A мен B-ның арасы 35 км, ал A мен C-нің арасы 15 км болса, онда бұл елді мекендер қалай орналасуы мүмкін? B мен C-нің арақашықтығы қандай? Барлық мүмкін нұсқаларды сызбаға салып көрсетіңдер.

3.1.2. Функция мәндері кестесі және оның графигі

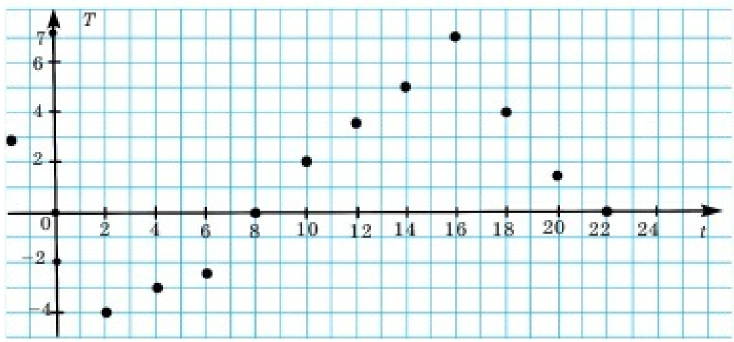
Күнделікті тұрмыс-тіршілікте, ғылым мен техникада түрлі кестелер түрінде берілген мәліметтер жиі қолданылады.

1-мысал. Тәулік бойы, әрбір 2 сағат өткенде ауа температурасы T-ны өлшеп, оның нәтижесін кестеге толтырсақ, онда t уақытына тәуелді келесі мәліметті аламыз:

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
T	−2	−4	−3	−2,5	0	2	3,5	5	7	4	1,5	0	−3

Бұл кестеде уақыттың әрбір мәніне температураның жалғыз мәні сәйкес қойылған. Онда T ауа температурасын t уақытына тәуелді функция ретінде қарастыруға болады: $T = f(t)$. Сонымен, мұнда $T = f(t)$ функциясы кесте арқылы берілген. Мысалы, осы кестеден $2^{\circ}C = f(10)$, $-3^{\circ}C = f(4)$ және $-3^{\circ}C = f(24)$ болатыны шығады. Бұл жағдайда функцияны кестемен берілді деп есептейді.

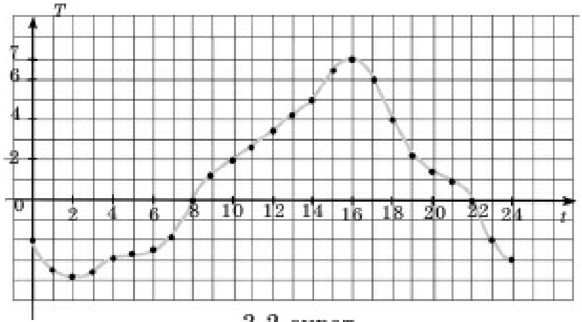
Кестенің әрбір бағанында орналасқан сәйкес сандарды координаталық жазықтықтың нүктелері ретінде қарастыруға болады. Атап айтқанда, жоғарғы сан – нүктенің абсциссасы, ал төменгі сан – нүктенің ординатасы деп алсақ, онда 3.1-суретте көрсетілгендей нүктелер тізбесін аламыз.



3.1-сурет

Егер кестедегі деректер әрбір сағат сайын өлшенген мәліметтер болса, онда көрсетілген нүктелер тізбесі екі есе жиі салынар еді. Нәтижесінде, бұл нүктелерді біркелкі сызықпен қосып, ауа температурасының тәулік бойы өзгерістері ***графигін*** аламыз (3.2-сурет).

Мұндай жағдайда ***функцияны графиктік тәсілмен*** берілді деп есептейді.



3.2-сурет

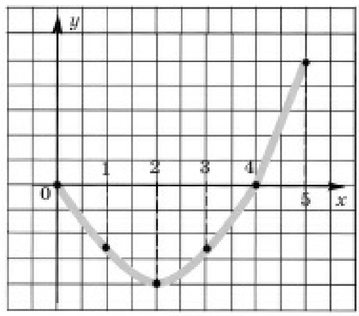
Анықтама: Функцияның ***графигі*** деп координаталық жазықтықта абсциссалары аргументтің мәніне тең, ал ординаталары функцияның сәйкес мәндеріне тең нүктелер жиыны айтады.

Сонымен, $y = f(x)$ функциясының **графигі** деп жазықтықтағы барлық $M(x;\ f(x))$ нүктелері жиынын айтады.

Іс жүзінде берілген $y = f(x)$ функциясы графигін салу үшін аргументтің бірнеше мәндерін алып, оларға сәйкес келетін функция мәндері арқылы кесте құрастырады. Осы кестеде көрсетілген нүктелерді Oxy жазықтығында бейнелеп, оларды біркелкі тұтас сызықпен қосады. Бұл нүктелер неғұрлым жиі орналасса, график соғұрлым дәлірек салынады.

2-мысал. $y = 0{,}5x^2 - 2x,\ \ 0 \leqslant x \leqslant 5$ функциясы графигін салу керек.

Шешуі: Функцияның анықталу облысы $[0; 5]$. Осы аралықта функция мәндерінен кесте құрастырамыз.



3.3-сурет

x	0	1	2	3	4	5
y	0	−1,5	−2	−1,5	0	2,5

Табылған нүктелерді координаталық жазықтыққа салып, оларды біркелкі тұтас сызықпен қосып, берілген функцияның графигін аламыз (3.3-сурет).

?

1. Кестемен берілген функцияға мысал келтіріңдер.
2. Функцияның графигі деп нені айтады?
3. Функция графигін қалай салуға болады?
4. Функция графигі бойынша көрсетілген аргументке сәйкес келетін функцияның мәнін қалай анықтауға болады? Мысал келтіріңдер.

ПТ Дөңес n-бұрыш пен оның барлық диагональдарының саны – m арасындағы тәуелділікті анықтаңдар. Ол үшін:
1) дөңес төртбұрыш, бесбұрыш, алтыбұрыш және жетібұрыш салып, оның барлық диагональдарының санын есептеңдер.
2) Есептеу нәтижесін келесі кестеге толтырыңдар:

n	3	4	5	6	7	8	9
m	0	2					

Мұнда үшбұрыштың диагоналы болмайтыны ескерілген.
3) Осы кестедегі алғашқы толтырылған 5 мән бойынша диагональдар санының оның төбелері санына тәуелді өзгеру заңдылығын анықтап, $n = 8$ және $n = 9$ болғандағы көпбұрыш диагональдарының санын сызбасын салмай-ақ анықтаңдар.
4) Табылған заңдылыққа сүйеніп, $m = f(n)$ функциясын жазыңдар.
5) $m = y$ және $n = x$ деп алып, $y = f(x)$ функциясы графигін координаталық жазықтықта салыңдар. Мұнда $x \geqslant 3$.
(Тапсырманы топтасып орындаған тиімді).

ЕСЕПТЕР

А

3.26. Функцияны кестемен беріңдер:

1) $y = 2x - 3, \ -1 \leqslant x \leqslant 4;$ 2) $y = \dfrac{1}{3}x + 2, \ -3 \leqslant x \leqslant 3.$

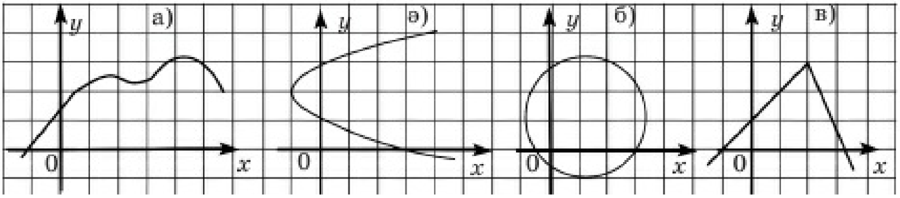
3.27. Кестеде қадамы 1 мин болатын аралықпен электр самаурынның қайнау уақыты көрсетілген:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T°C	25	31	38	44	50	56	62	68	76	84	92	100	100

1) Самаурын неше минутта қайнады?
2) Самаурынға құйылған судың температурасы қандай?
3) Құйылған судың 5 мин өткендегі температурасы қандай?
4) Ординаталар осінің әрбір сантиметрі 10°С-қа тең деп, ал абсциссалар осінде 1 см 1 минутқа тең деп алып, көрсетілген мәліметтерді координаталық жазықтықта бейнелеңдер.

3.28. $f(x) = 2x - 4$ функциясы үшін келесі кестедегі бос орынды толтырыңдар:

x	-2	-1		1	2		4
$f(x)$			-4			2	



3.4-сурет

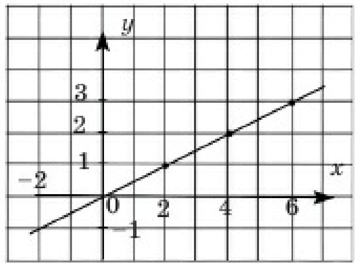
1) x-тің қандай мәнінде функция -4-ке, 0-ге, 4-ке тең?

2) Функция мәні 3-ке тең болуы мүмкін бе? Мүмкін болса, бұл мән x-тің қандай мәнінде орындалады?

3) Кесте бойынша функция графигін салыңдар.

3.29. 3.4-суретте көрсетілген графиктердің қайсысы функцияны анықтайды? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.30. 3.5-суретте графикпен берілген функцияны кесте арқылы беріңдер.



3.5-сурет

3.31. $y = 2x(2 - x)$ функциясы $D = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ жиынында анықталған. Оны кесте арқылы беріңдер. x-тің қандай мәнінде функция ең үлкен мән қабылдайды?

В

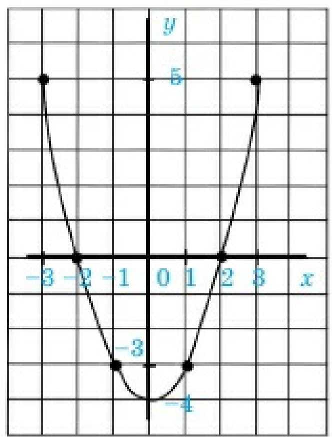
3.32. $y = f(x)$ функциясы кестемен берілген:

x	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	0	$-0{,}75$	-1	$-0{,}75$	0	1,25	3

1) x-тің қандай мәнінде функция ең кіші (үлкен) мәнін қабылдайды?

2) Функционалды тәуелділік заңдылығын анықтап, $f(-2)$ және $f(3)$ мәндерін табыңдар.

3.33. 3.6-суретте функция графикпен берілген. Оны кестемен беріңдер және $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$ мәндерін анықтаңдар. $f(4)$ қандай болуы мүмкін? Жауаптарыңды негіздеңдер.



3.6-сурет

3.34. $y = f(x)$ және $y = g(x)$ функциялары кестемен берілген:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	7	5	3	1	−1	−3

x	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	0	1	4	9	16	25

1) $\varphi(x) = f(x) + g(x)$ болса, онда $\varphi(3)$, $\varphi(1)$-ді табыңдар.
2) $r(x) = f(x) \cdot g(x)$ болса, онда $r(2)$ мен $r(4)$-ті табыңдар.

3.35. Қалааралық автобус тұрақты 80 км/сағ жылдамдықпен жүріп келеді. Автобустың t сағатта жүрген жолы s км деп алып, келесі кестені толтырыңдар.

t	15 мин	30 мин		1 сағ 20 мин		2 сағ
s			80 км		120 км	

3.36. Көрсетілген аралықта берілген қадам бойынша функцияны кестемен беріңдер және анықталған мәліметтер бойынша көрсетілген аралықта оның графигін салыңдар:

1) $y = \frac{2}{x}$, $\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 3$, қадамы $h = \frac{1}{2}$; 2) $y = \frac{x+1}{x-5}$, $0 \leqslant x \leqslant 4$, қадамы $h = \frac{1}{2}$.

3.37. Катердің тұнық судағы жылдамдығы 30 км/сағ. Кестеде катердің өзен ағысымен t сағат жүзгендегі мәліметтері жазылған:

t	0,5	1		2	2,5	3
$s_{км}$	16,5		49,5	66		

1) Кестені толықтырыңдар.
2) Өзен ағысы жылдамдығын табыңдар.
3) Кестемен анықталатын $s = f(t)$ функциясын формуламен беріңдер.
4) Ox осінде 1 см 0,5 сағатқа, ал Oy осінде 1 см 20 км-ге тең деп алып, функцияның графигін салыңдар.

C

3.38. Қиық конус пішінді шелекке V литр су құйғанда, ондағы су деңгейі H мм биіктікке көтеріледі. 3.7-суретте құйылған судың H деңгейі (биіктігі) су көлемі V-ға тәуелді функция ретінде графикпен берілген.

1) Шелекке 1л; 3 л; 5,5 л су құйылғанда су деңгейі неше миллиметр биіктікке көтеріледі?

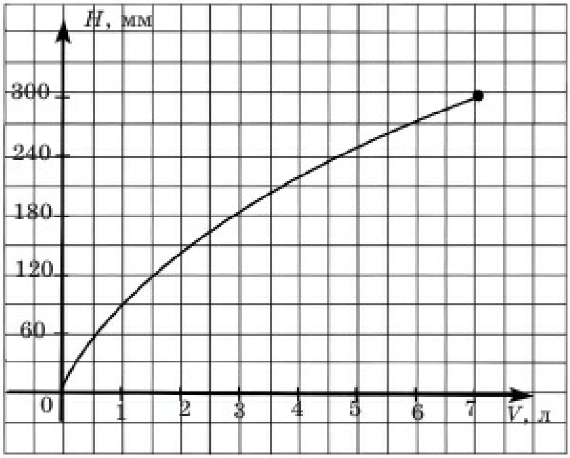


Рис. 3.7

2) Шелектегі су деңгейінің биіктігі 120 мм, 200 мм болса, онда мұндағы су көлемі, шамамен қандай?

3) Егер шелектегі су көлемі 0,5 литрден 3 литрге дейін артса, онда су деңгейінің биіктігі неше миллиметрге көтеріледі?

4) Шелектің сыйымдылығын анықтаңдар.

3.39. Өзен ағысымен меншікті жылдамдығы 20 км/сағ болатын моторлы қайық және оған қарсы бағытта меншікті жылдамдығы 30 км/сағ болатын катер жүзіп келеді. Алғашында олардың арақашықтығы 20000 м болған және өзен ағысының жылдамдығы 3 км/сағ. Олардың арақашықтығы s м-ді t мин уақытқа тәуелді функция деп алып, кестені толтырыңдар.

t мин	10	20	30	40	50	60	70	80	90
s м									

1) Есепте артық берілген мәлімет бар ма?

2) Кесте бойынша $s = f(t)$ функциясы графигін салыңдар. Мұнда Ox осінің 1 см кесіндісі 10 мин, ал Oy осінің 1 см кесіндісі 2000 м-ге тең деп алыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.40. x-тің қандай мәнінде $\dfrac{6}{|x-5|}$ бөлшегінің мәні 3-ке тең?

3.41. 20 км/сағ жылдамдығын метр/сек есебімен өрнектеңдер.

3.42. Бөлшекті ықшамдаңдар:

1) $\left(\frac{1}{36}\right)^{-n} : 6^{2n-1}$; 2) $\frac{40^{n+1}}{2^{3n+1} \cdot 5^{n}}$.

3.2. Сызықтық функция және оның графигі

3.2.1. Тура пропорционалдық функциясы.

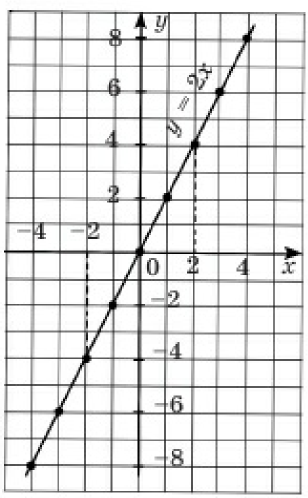
Дүкеннен бағасы 260 тг болатын x кг қант сатып алынды. Оған төленетін y тг мөлшері былай анықталады: $y = 260 \cdot x$ тг.

Сол сияқты, 20 литрлік канистрлермен x литр жанармай алынды. 1 литр жанармай салмағы 0,9 кг. Алынған жанармайдың салмағы y былай анықталады: $y = 0{,}9 \cdot x$ кг.

Бұл мысалдардың нәтижесінде:

$$y = kx$$

түріндегі функция алынды. Оны ***тура пропорционалдық функциясы*** деп атайды. Мұнда k – берілген тұрақты сан, ***пропорционалдық коэффициент*** деп аталады. $k \cdot x$ өрнегі кез келген x үшін анықталады. Сондықтан бұл функцияның анықталу облысы бүкіл сан осі. Енді тура пропорционалдық функциясының графигін салып көрейік.



3.8-сурет

1-мысал. $y = 2x$ функциясының графигін салу керек.

Шешуі. Аргумент пен оған сәйкес функция мәндерінен кесте құрастырып, нәтижесінде алынатын нүктелерді координаталық жазықтықта бейнелейміз (3.8-сурет).

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8

Бұл нүктелер бір түзу бойында жататынын көреміз (3.8-сурет).

2-мысал. $y = -\frac{1}{2}x$ функциясының графигін салайық.

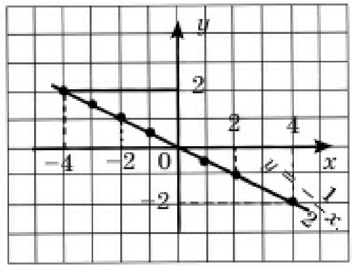
Шешуі. Кесте құрамыз:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2	$1{,}5$	1	$0{,}5$	0	$-0{,}5$	-1	$-1{,}5$	-2

Бұл нүктелер де бір түзу бойында жатады (3.9-сурет).

Осы мысалдардан $y = kx$ тура пропорционалдық функциясы мен оның графигінің мынадай қасиеттерін аламыз:

1) x және y айнымалыларының әртүрлі сәйкес мәндері өзара пропорционал, яғни $y_1 = kx_1$ және $y_2 = kx_2$ болса, онда $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$ теңдігі орындалады. Сондықтан k – ***пропорционалдық коэффициент*** деп аталады. Оны сәйкес түзудің ***бұрыштық коэффициенті*** деп те атайды, өйткені k саны $y = kx$ графигі мен Ox осі арасындағы бұрышқа тәуелді болатыны жоғары сыныптарда көрсетіледі.



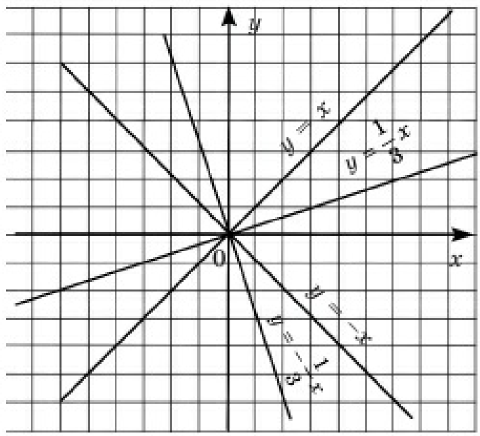
3.9-сурет

2) $y = kx$ функциясының графигі – координаталар бас нүктесі арқылы өтетін түзу сызық.

– егер $k > 0$ болса, онда бұл түзу I және III координаталық бұрыштар арқылы өтеді (3.8-сурет).

– егер $k < 0$ болса, онда түзу II және IV координаталық бұрыштар арқылы өтеді (3.9-сурет).

– егер $k = 0$ болса, онда $y = 0$ түзуі Ox осімен беттеседі, яғни $y = 0$ теңдеуі Ox осі арқылы өтетін түзу теңдеуі 3.10-суретте k-ның әртүрлі мәндеріндегі түзулер бейнеленген.



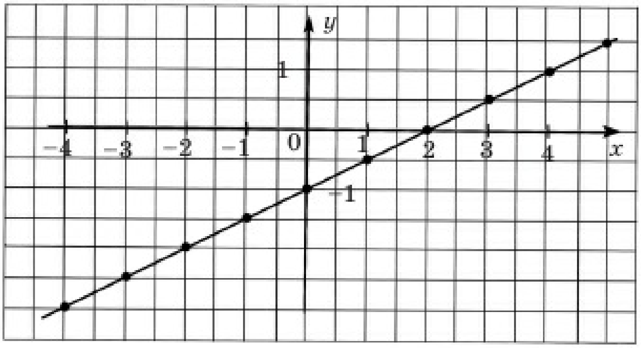
3.10-сурет

3.2.2. Сызықтық функция және оның графигі.

3-мысал. Бензині бар 20 литрлік канистрден x литр бензин алынды. Егер 1 л бензин салмағы 0,9 кг болса, онда канистрде қалған бензиннің салмағы y-ті табу керек.

Шешуі. 20 литр бензин салмағы $20 \cdot 0{,}9 = 18$ кг, ал құйып алынған бензин салмағы $0{,}9x$ кг. Онда қалған бензин салмағы былай анықталады: $y = 18 - 0{,}9x$ кг.

Сонымен, біз $y = kx + b$ түріндегі функцияны алдық. Оны ***сызықтық функция*** деп атайды. Мұнда k және b – берілген сандар. k ***бұрыштық коэффициент*** деп, ал b ***бос мүше*** деп аталады.



3.11-сурет

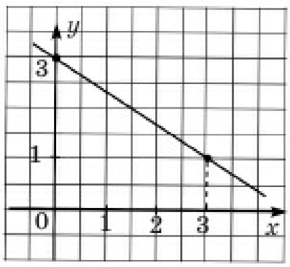
4-мысал. $y = 0{,}5x - 1$ функциясының графигін салу керек.
Шешуі. Ол үшін мәндер кестесін құрамыз.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1

Шыққан нүктелерді қосып, $y = 0{,}5x - 1$ сызықтық функциясының графигін аламыз. Бұл график түзу сызық болады (3.11-сурет).

Сондықтан сызықтық функцияның графигін салу үшін оның бойында жататын екі нүктенің координаталарын анықтап, осы нүктелерді сызғышпен қосса, жеткілікті.

$y = kx + b$ сызықтық функциясында $x = 0$ деп алсақ, онда $y = b$. Олай болса, оның графигі Oy осін $(0;\ b)$ нүктесінде қиып өтетін түзу.



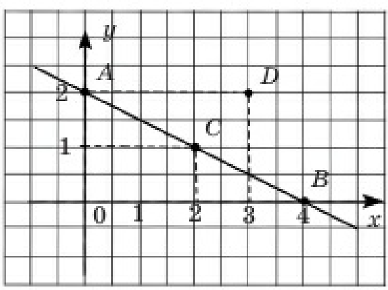
3.12-сурет

5-мысал. $y = 3 - \dfrac{2}{3}x$ функциясының графигін салу керек.

Шешуі. Функцияның графигі $(0;\ 3)$ нүктесі арқылы өтеді. Енді осы түзу бойында жататын тағы бір нүктені анықтаса, жеткілікті. Ол үшін $x = 3$ деп аламыз. Онда

$y = 3 - \dfrac{2}{3} \cdot 3 = 1$, яғни түзу $(3;\ 1)$ нүктесі арқылы өтеді (3.12-сурет).

6-мысал. 3.13-суретте көрсетілген түзу теңдеуін жазу керек.



3.13-сурет

Шешуі. Түзу $A(0;\ 2)$ және $B(4;\ 0)$ нүктелері арқылы өтеді. Сондықтан $2 = k \cdot 0 + b$ және $0 = k \cdot 4 + b$ теңдіктері орындалуы қажет. Осыдан $b = 2$ және $k = -\frac{1}{2}$, яғни бізге қажетті сызықтық функция $y = -\frac{1}{2}x + 2$ түрінде жазылады.

Түзу бойында жататын нүкте координаталары осы түзу теңдеуін қанағаттандырады, ал оның бойында жатпайтын нүкте координаталары түзу теңдеуін қанағаттандырмайды.

Мысалы, 3.13-суретте $C(2;\ 1)$ нүктесі $y = -\frac{1}{2}x + 2$ теңдеуімен берілген түзу бойында жатады, себебі $x = 2$, $y = 1$ деп алсақ, онда $1 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 2 \Rightarrow 1 = 1$, теңбе-теңдігін аламыз. Ал $D\ (3;\ 2)$ нүктесі бұл түзу бойында жатпайды, себебі $x = 3$, $y = 2$ болғанда $2 \neq -\frac{1}{2} \cdot 3 + 2$, яғни D нүктесінің координаталары түзу теңдеуін қанағаттандырмайды.

?

1. Тура пропорционалдық функциясы деген не және ол қандай формуламен беріледі? Мысал келтіріңдер.
2. Бұрыштық коэффициент деген не? Оның таңбасы тура пропорционалдық графигінің орналасуына қалай әсер етеді? Мысал келтіріңдер.
3. Сызықтық функция деген не? Оның графигі қандай сызық?
4. Егер түзу Oy осін $(0;\ 3)$ нүктесінде қиып өтетін болса, онда сәйкес сызықтық функцияның бос мүшесі неге тең? Мысал келтіріңдер.
5. Бұрыштық коэффициент пен бос мүше таңбаларына байланысты сызықтық функция графигі қай координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді? Мысал келтіріңдер.
6. Сызықтық функция мен тура пропорционалдық теңдеулерінің айырмашылығы мен ұқсастығы қандай?

ПТ

Мектеп ғимараты биіктігін табыңдар. Ол үшін келесі сұрақтарға жауап іздестіріңдер.

1) Дененің ұзындығы мен оның көлеңкесінің ұзындықтары пропорционал бола ма? Болса, күндізгі сағат 12^{00}-дегі дене мен көлеңкесі арасындағы пропорционалдық коэффициентін табыңдар. Жауаптарыңды негіздеңдер.

2) Мектеп ғимараты көлеңкесінің ұзындығын табыңдар.

3) Нәтижесін алынған пропорционалдық коэффициентіне көбейтіңдер. Осыдан алынатын сан мектеп ғимараты биіктігінің жуық мәні болады.

4) Осы тәсілмен кез келген биік заттың (бағанның, талдың) биіктігін анықтауға болады. Мұнда пропорционалдық коэффициентті анықтау үшін 1 метрлік немесе 2 метрлік түзу таяқты қолданса, болады. Келтірілген биіктікті анықтау алгоритмін негіздеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

3.43. $y = -\frac{1}{2}x$ тура пропорционалдық графигін салып, осы график бойынша $x = -4;\ 2;\ 6$ мəніне сəйкес y мəнін анықтаңдар.

3.44. 3.43-есеп шартын пайдаланып, x-тің қандай мəнінде $y = 4$ болатынын анықтаңдар.

3.45. Егер 5 кг қантқа 1200 тг төленсе, онда 2 кг қанттың құны қандай?

3.46. 16 метрлік бөлменің (ауданы 16 м^2 болатын бөлмені айтады) еденін сырлау үшін 3,6 кг эмаль жұмсалады. 22 метрлік бөлме еденін сырлау үшін неше килограмм эмаль қажет?

3.47. Тура пропорционалдық функция кестемен берілген.

x	-2		1	3	
$y=kx$	4	0			-10

1) Кестені толтырыңдар; 2) бұрыштық коэффициентті табыңдар.

3.48. Кестені толтырыңдар:

1)

x	-2	0	1	3	7
$y=0,5x$					

2)

x	1		2		3
$y=-2x$		-3		-5	

3.49. Тура пропорционалдықтың графигі қай координаталық ширектер арқылы өтеді:

1) $y = 3x$; 2) $y = -0,3x$; 3) $y = -x$; 4) $y = 0,2x$?

3.50. Графигі:

1) $y = -5x + 7$; 2) $y = \frac{1}{2}x - 3$; 3) $y = 3x + 5$; 4) $y = -0,5x - 4$

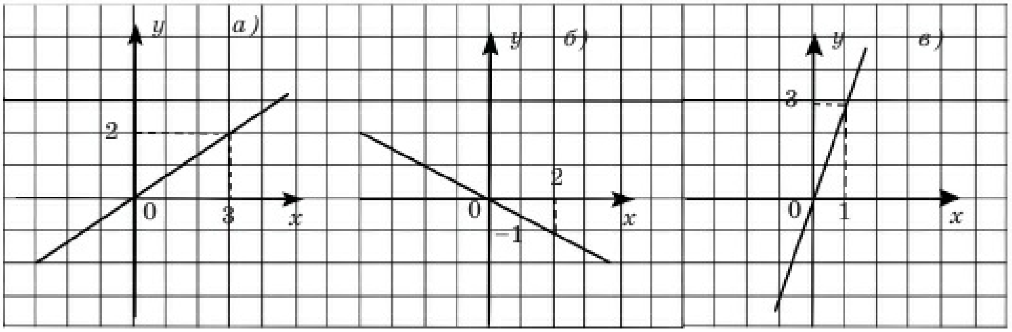
сызықтық функциясының графигіне параллель болатын тура пропорционалдықтың теңдеуін жазыңдар.

3.51. Тұрақты функция графигін салыңдар:

1) $y = 2$; 2) $y = -2$; 3) $y = 0$; 4) $y = -3$.

3.52. 3.50-есепте берілген сызықтық функциялар графигі Oy осін қай нүктеде қиып өтеді? Жауаптарыңды негіздеңдер. Бұл түзулер қай координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді?

3.53. A (8; 0), B (−2; 3), C (−2; 5) жəне D (2; 5) нүктелерінің қайсысы $y = -0,5x + 4$ түзуінің бойында жатады? Осы сызықтық функцияның гафигін салыңдар.



3.14-сурет

B

3.54. 3.14-суреттің әрқайсысында тура пропорционалдық коэффициентін анықтап, оны формуламен жазыңдар.

3.55. Сызықтық функцияның графигін салыңдар:

1) $y = \frac{2}{3}x - 4$; 2) $y = 2x + 6$; 3) $y = -1{,}5x - 3$;

4) $y = -\frac{1}{2}x + 1$; 5) $y = \frac{5}{3}x - 2$; 6) $y = -\frac{4}{3}x + 2$.

3.56. Сызықтық функция графигінің координаталар осьтерімен қиылысу нүктелерін анықтап, оның графигін салыңдар:

1) $y = 2x - 3$; 2) $y = -1{,}5x + 1$; 3) $y = 0{,}3x - 1{,}5$;

4) $y = -x + 6$; 5) $y = 0{,}6x - 3$; 6) $y = -0{,}5x - 2$.

3.57. $f(x) = kx - 3$ сызықтық функциясы үшін төмендегі шарт орындалатындай етіп, k-ның мәнін табыңдар:

1) $f(2) = 1$; 2) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -3{,}3$; 3) $f(2) = -6$.

Нәтижесінде анықталған үш түзу қиылыса ма? Қиылысу нүктесін табыңдар.

3.58. $f(x) = 1{,}5x + b$ сызықтық функциясы үшін төмендегі шарт орындалатындай етіп, b-ның мәнін табыңдар:

1) $f(1) = 4{,}5$; 2) $f(-2) = 1{,}5$; 3) $f(0{,}6) = -2$.

Нәтижесінде анықталған үш түзу қиылыса ма, әлде пареллель бола ма? Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.59. Автобус тұрақты 54 км/сағ жылдамдықпен жүріп келеді. t сағ уақытына тәуелді автобустың s км жүрген жолы бойынша келесі кестені толтырыңдар. s және t пропорционал шамалар бола ма? Болса, олардың пропорционалдық коэффициенті қандай?

t, сағ	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$	1	1,5	$1\frac{2}{3}$	2
s, км		27			72		

3.60. Пропорционалдық коэффициентін тауып, кестедегі бос орындарды толтырыңдар:

1)

x		-1	1		5
y	-2			2	$\frac{10}{3}$

2)

x		-1	1	2		5
y	1,2				$-2,4$	-3

3.61. Керосиннің тығыздығы 0,8 г/см³. 20 литрлік канистрге неше килограмм керосин сыяды?

C

3.62. $y = kx + b$ сызықтық функциясы кестемен берілген:

1)

x	-2	-1	0	1	2
y			4		3

2)

x	$-2,5$	-1	0	1	2
y	$-4,25$			$-2,5$	

Кесте бойынша: 1) k-ның және b-нің мәндерін анықтап, сызықтық функцияны формуламен жазыңдар; 2) кестенің бос орнын толтырыңдар; 3) сызықтық функция графигінің координаталар осьтерімен қиылысу нүктесін анықтап, оның графигін салыңдар; 4) сызықтық функция графигінің координаталық бұрыштан қиып өтетін үшбұрыш ауданын табыңдар.

3.63. $M_1\ (x_1;\ y_1)$ және $M_2\ (x_2;\ y_2)$ екі нүктесі арқылы өтетін сызықтық функцияны формуламен жазыңдар. Осы формуланы пайдаланып, келесі нүктелер арқылы өтетін түзу теңдеуін жазыңдар:

1) $A\ (2;\ 0)$ және $B\ (0;\ 3)$; 2) $P\ (-1;\ -4)$ және $Q\ (2;\ 2)$.

3.64. Мотоциклші 40 км қашықтықта орналасқан малшы ауылына тұрақты жылдамдықпен соқпақ жолмен 1 сағ 15 мин-та жетуді жоспарлайды. Ол 20 мин ішінде 10 км жол жүргенін байқайды. Егер мотоциклші осы тұрақты жылдамдықпен жүре берсе, малшы ауылына өзі жоспарлаған уақытында жете ала ма? Ол ауылға дер кезінде жету үшін мотоциклші қалған 30 км жолды қандай жылдамдықпен жүріп өтуі қажет?

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.65. 1) $\frac{2(x-9)}{3}+\frac{x+10}{6}=\frac{3(x-6)}{4}$; 2) $\frac{12}{1+|x|}=3$ теңдеуін шешіңдер.

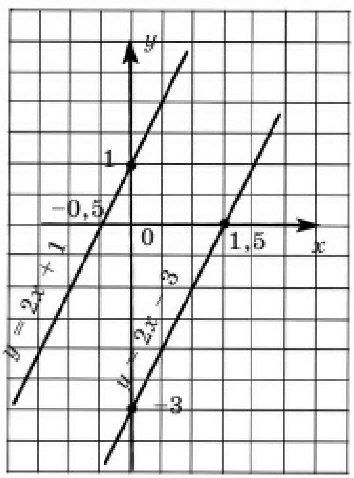
3.66. Үш таңбалы санды разряд бірліктеріне жіктегенде 5 жүздік, 6 ондық және n бірліктің қосындысы түрінде жазылды. Бұл сан 6-ға еселік болуы үшін n қандай цифрға тең болуы қажет?

3.67. $a=-\frac{1}{3}$, $b=\frac{1}{2}$ деп алып, $\frac{3a^2+5b}{2a-1}+\frac{a^2-2b^2}{3-4b}$ өрнегінің мәнін табыңдар.

3.2.3. Жазықтықта түзулердің өзара орналасуы

1-мысал. $y = 2x - 3$ және $y = 2x + 1$ сызықтық функцияларымен берілген түзулердің қиылыспайтынын көрсетейік.

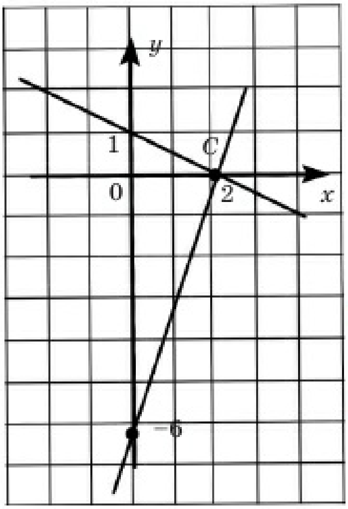
Шешуі. Қарсы жорып, бұл екі түзу C $(a; b)$ нүктесінде қиылысады деп алса, онда C нүктесінің координаталары осы екі теңдеуді де қанағаттандыруы қажет, яғни $b = 2a - 3$ және $b = 2a + 1$ теңдіктері екеуі де орындалуы тиіс. Бұл теңдіктердің сол жақтары тең болғандықтан, олардың оң жақтары да тең болуы керек: $2a - 3 = 2a + 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow 2a - 2a = =1 + 3 \Rightarrow 0 = 4$ теңдігін аламыз. Бұл мүмкін емес. Сондықтан берілген екі түзуге де ортақ C $(a; b)$ нүктесі бар деп жоруымыз дұрыс емес, яғни бұл екі түзу қиылыспайды. Берілген сызықтық функциялардың графиктерін салып та бұл қорытындыға келуге болады (3.15-сурет). Жазықтықта қиылыспайтын екі түзу өзара параллель болады.



3.15-сурет

Бұрыштық коэффициенттері тең сызықтық функциялармен берілген түзулер параллель болады.

2-мысал. $y = 3x - 6$ және $y=-\frac{1}{2}x+1$ түзулері қиылыспайтынын көрсетейік.



3.16-сурет

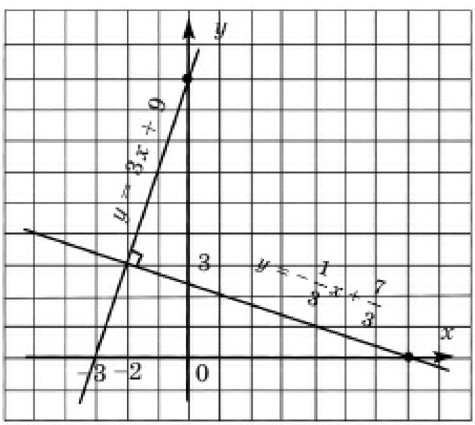
Шешуі: Шынында да, бұл екі түзудің ортақ нүктелері бар болса, оны осы нүктеде $3x-6=-\frac{1}{2}x+1$ теңдігі орындалуы керек. Осыдан $6x-12=-x+2 \Rightarrow 7x=14 \Rightarrow x=2$. Онда $y=3\cdot2-6=0$, яғни түзулер C (2; 0) нүктесінде қиылысады (3.16-сурет). Оны берілген сызықтық функциялардың графиктерін салу арқылы да анықтауға болады.

Бұрыштық коэффиценттері әртүрлі сызықтық функциялармен берілген түзулер қиылысады.

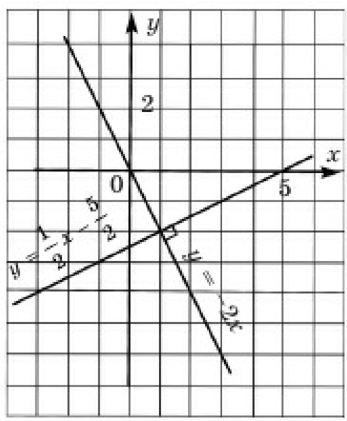
3-мысал. $y = 3x + 9$ және $y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ функциялары графиктерін салып, олардың арасындағы бұрышты транспортирдің көмегімен өлшейік (3.17-сурет). Бұл түзулер арасындағы бұрыш шамасы 90° болатынын көреміз.

Осы сияқты, $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$ және $y=-2x$ функциялары графиктерін салсақ (3.18-сурет), онда бұл түзулердің арасындағы бұрыш 90°-қа тең болады.

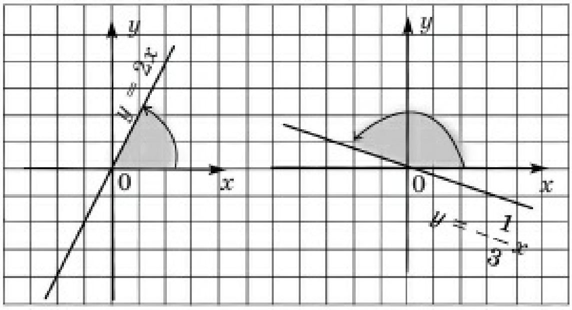
$y = k_1x + b_1$ және $y = k_2x + b_2$ түзулері перпендикуляр болса, онда $k_1=-\frac{1}{k_2}$ теңдігі орындалады. Бұл теңдікті түзулердің ***перпендикулярлық шарты*** деп атайды.



3.17-сурет



3.18-сурет

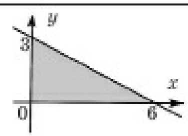
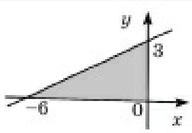
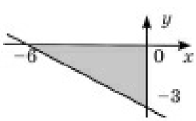


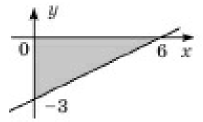
3.19-сурет

3.2.4. Жазықтықта түзулердің координаталар осьтеріне қатысты орналасуы.

3.2.1 бабында біз тура пропорционалдық графиктері ерекшеліктерін атап өттік. Атап айтсақ, $y = kx$ функциясының бұрыштық коэффициенті $k > 0$ оң болса, онда сәйкес түзу Ox осінің оң бағытымен сүйір бұрыш жасайтынын, ал $k < 0$ теріс болғанда бұл бұрыш доғал болатынын көрдік.

Мысалы, 3.19-суретте $y = 2x$ және $y = -\dfrac{1}{3}x$ функциялары графиктері бейнеленген. Ал $y = kx$ тура пропорционалдығы $y = kx + b$ сызықтық функциясының дербес жағдайы ($b = 0$ жағдайы) және бұл екі түзу өзара параллель болғандықтан, олардың Ox осінің оң бағытымен жасайтын бұрыштары да бірдей. Сондықтан сызықтық функция графигінің координаталар осьтеріне байланысты орналасуын келесі кестеден көруге болады.

$y = kx + b$ функциясы	Графигі	k-ның таңбасы	b-нің таңбасы	Қорытынды
$y = -\dfrac{1}{2}x + 3$		$k = -\dfrac{1}{2}$ теріс	$b = 3$ оң	Түзу I координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді.
$y = \dfrac{1}{2}x + 3$		$k = \dfrac{1}{2}$ оң	$b = 3$ оң	Түзу II координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді.
$y = -\dfrac{1}{2}x - 3$		$k = -\dfrac{1}{2}$ теріс	$b = -3$ теріс	Түзу III координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді.

$y = \frac{1}{2}x - 3$		$k = \frac{1}{2}$ оң	$b = -3$ теріс	Түзу IV координаталық бұрыштан үшбұрыш қиып өтеді.

? 1. Қандай шарт орындалғанда екі сызықтық функцияның графиктері: а) қиылысады; ә) параллель болады; б) перпендикуляр болады? Мысал келтіріңдер.
2. Екі сызықтық функцияның бос мүшелері тең болса, бұл функциялар қалай орналасуы мүмкін? Егер өзара тең бос мүшелері b-ға тең болса, онда қиылысу нүктесінің координаталары қандай?

ПТ Тараздан Алматыға қарай жүретін автобуспен хат жолданды. Хаттың мазмұны шұғыл қажет болғандықтан, автобустың жүргеніне 1 сағат өткенде Алматыдан қарсы бағытта жеңіл автокөлік шығып, автобуспен 3 сағаттан кейін кездесті. Тараз бен Алматы арасы 500 км. Автобустың орташа жылдамдығы x км/сағ, ал жеңіл көліктің орташа жылдамдығы y км/сағ деп алып:
1) x пен y-тің бір-біріне тәуелділігін теңдеу арқылы жазыңдар;
2) егер x = 70 км/сағ болса, онда y-тің мәні қандай болуы қажет?
3) егер автобан бойындағы жылдамдыққа қойылған шектеу 90 км/сағ болса, онда автобус пен жеңіл көлік ең жылдам дегенде неше сағаттан соң кездесе алады?
4) егер автобустың орташа жылдамдығы 60 км/сағ болса, онда ол жеңіл көлікпен 3 сағаттан соң кездесе алар ма еді?
Естеріңде болсын! Жол жүру ережесі бойынша көрсетілген шектеуден артық жылдамдықпен жүруге тыйым салынған!

ЕСЕПТЕР

A

3.68. График: берілген сызықтық функция графигіне параллель болатын тура пропорционал функцияны жазыңдар:
1) $y = 3x + 2$; 2) $y = -0,3x - 2$; 3) $y = \frac{1}{2}x + 4$;
4) $y = 1,5x - 5$; 5) $y = -\frac{2}{3}x + 4$; 6) $y = -6x + 1$.

3.69. Сызықтық функция графигі тек: 1) I және III координаталық ширекте; 2) II және IV координаталық ширектерде; 3) I және II координаталық ширектерде; 4) III және IV координаталық ширектерде; 5) I және IV координаталық ширектерде; 6) II және III координаталық ширектерде орналасуы мүмкін бе?

Егер мүмкін болса, оның формуласының түрі қандай? Мысал келтіріңдер. Жауаптарыңды негіздеңдер.

3.70. $\square$ белгісінің орнына қандай санды қойғанда берілген екі сызықтық функция графиктері параллель болады:

1) $y = 3x - 4$ және $y = \square\, x + 4$; 2) $y = -\frac{1}{2}x$ және $y = \square\, x + 3$;

3) $y = \square \cdot x - 1$ және $y = -0{,}3x - 3$; 4) $y = \square\, x + 7$ және $y = -2x - 3$?

3.71. 3.70-есепте $\square$ белгісінің орнына қандай сан қойғанда берілген екі түзу перпендикуляр болады?

3.72. Екі сызықтық функция графиктерінің қиылысу нүктесін олардың графиктерін салып, анықтаңдар:

1) $y = 2x - 3$ және $y = \frac{1}{2}x$; 2) $y = 1{,}5x + 2$ және $y = -2x - 5$;

3) $y = 0{,}5x$ және $y = -0{,}3x + 3{,}2$; 4) $y = -\frac{4}{3}x + 2$ және $y = 3x - 11$.

3.73. 3.72-есептегі сызықтық функция графиктерінің қиылысу нүктесін аналитикалық жолмен анықтап, тексеріңдер.

3.74. k мен b-ның қандай мәнінде: 1) $y = kx + 3$; 2) $y = -2x + b$ функциясының графигі A (1; −2) нүктесі арқылы өтеді? Екі сызықтық функция графиктерін бір координаталар жүйесінде салып тексеріңдер.

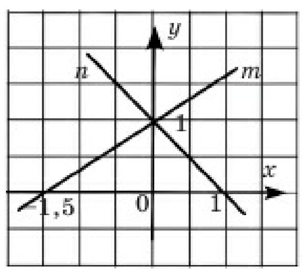
B

3.75. 3.20-суретте графиктері берілген сызықтық функцияларды формуламен жазып, олардың қиылысу нүктесінің координаталарын аналитикалық (жазбаша) жолмен анықтап, тексеріңдер.

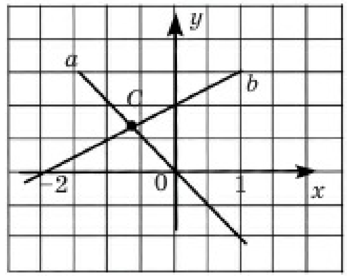
3.76. Графигі $y = -0{,}5x + 4$ функциясы графигіне параллель болатын және бос мүшесі: 1) −4-ке; 2) 3-ке; 3) −1-ге; 4) 5-ке тең болатын сызықтық функцияны жазыңдар. Осы түзулердің барлығын бір координаталар жүйесінде салып көрсетіңдер.

3.77. Графигі $y = 2x - 3$ функциясы графигіне параллель болатын және: 1) A (1; 2); 2) B (2; −1); 3) C (0; 2); 4) D (3; 0) нүктесі арқылы өтетін сызықтық функцияны формуламен жазыңдар. Осы түзулердің барлығын бір координаталар жүйесінде салып көрсетіңдер.

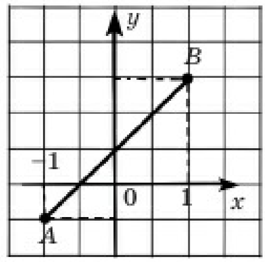
3.78. Графигі $y = -0{,}5x + 4$ функциясы графигіне перпендикуляр болатын және бос мүшесі: 1) −4-ке; 2) 3-ке; 3) −1-ге; 4) 5-ке тең болатын сызықтық функцияны жазыңдар.



3.20-сурет



3.21-сурет



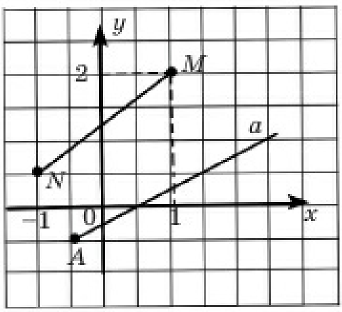
3.22-сурет

3.79. Графигі $y = 2x - 3$ функциясы графигіне перпендикуляр болатын және: 1) $A(1;\ 2)$; 2) $B(2;\ -1)$; 3) $C(0;\ 2)$; 4) $D(\ 3;\ 0)$ нүктесі арқылы өтетін сызықтық функцияны жазыңдар.

C

3.80. $y = \dfrac{4}{3}x - 1$ функциясы графигін салыңдар. График бойынша осы түзу бойында жататын және координаталары натурал сандар болатын нүктені анықтаңдар. Осы нүкте арқылы берілген түзуге перпендикуляр түзу жүргізіңдер және перпендикуляр түзудің бұрыштық коэффициенті мен бос мүшесін табыңдар.

3.81. 3.21-суретте берілген a және b түзулерінің теңдеулерін жазыңдар. График бойынша C нүктесінің координаталарын жуық шамамен анықтап, оның дұрыстығын аналитикалық жолмен тексеріңдер.



3.23-сурет

3.82. 3.22-суретте AB кесіндісінің графигі бейнеленген. Осы кесінді теңдеуін формуламен анықтаңдар. Ол үшін алдымен AB кесіндісі бойымен өтетін түзу теңдеуін жазыңдар (сызықтық функцияны), сонан соң кесінді сәйкес түзудің шектеулі бөлігі болатынын ескеріңдер.

3.83. 3.23-суретте көрсетілген MN кесіндісі мен a сәулесінің теңдеуін жазыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.84. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{(5,7+1,9)\cdot 1,44}{(-1,9)\cdot 0,48}$; 2) $\dfrac{(9,5-6)\cdot 0,9}{(-0,1)\cdot 0,7}$.

3.85. m^{10}, $(m \neq 0)$ санын негізі: 1) m^2; 2) m^{-5}; 3) $\dfrac{1}{m^2}$ болатындай етіп, дәреже түрінде жазыңдар.

3.86. Көпмүшені стандарт түрде жазыңдар:

1) $(1 + 3a) + (a^2 - 2a) - (2a^2 - a)$;

2) $(5x - 12x^2) + (x + 11x^2) - (x^2 - 1)$.

3.3. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешу.

3.3.1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу графигі.

1-мысал. Дүкеннен алынған тауар құны 4680 тг болды. Сатып алушы дүкеншіге 5000 тг берді. Төлемақыдан қалған ақшаны дүкенші 20 және 50 теңгелік монеталармен қайтарды. Қайтарылған әрбір монетаның саны қандай?

Шешуі. Айталық, дүкенші m дана 20 теңгелік және n дана 50 теңгелік монеталар қайтарған болсын. Онда $20m + 50n = 320$ тг теңдігі орындалуы қажет. Бұл теңдеуді 10-ға қысқартып,

$$2m + 5n = 32$$

түріндегі екі белгісізі (айнымалысы) бар теңдеу аламыз. Осы теңдеудің әрбір натурал шешімі дүкеншінің қанша 20 теңгелік және қанша 50 теңгелік монеталар қайтарғанын көрсетеді. Осындай теңдеулерді ***екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу*** деп атайды.

> **Анықтама: $ax + by = c$ түріндегі теңдеуді *екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу* деп атайды. Мұнда x және y – айнымалылар, ал a, b және c – берілген тұрақты сандар. a мен b айнымалылардың *коэффициенттері* деп, ал c *бос мүше* деп аталады.**

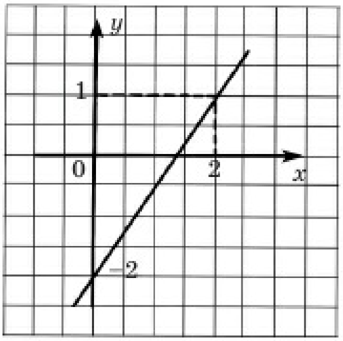
Егер p және q сандары үшін $ap + bq = c$ санды теңбе-теңдігі орындалса, онда p және q сандарын $ax + by = c$ теңдеуінің ***шешімі*** деп атайды немесе осы сызықтық теңдеу графигі $P(p;\ q)$ нүктесі арқылы өтеді деп атайды. Мұнда, $ax + by = c$ теңдеуінің ***графигі*** деп оның шешімі болатын жазықтықтағы барлық $(x,\ y)$ нүктелері жиынын айтады. Мысалы, $m = 6$ және $n = 4$ сандары $2m + 5n = 32$ теңдеуінің шешімдері.

2-мысал. $3x - 2y = 4$ сызықтық теңдеуінің графигін салып көрейік.

Шешуі. Теңдеуді былай түрлендіріп жазамыз:

$3x - 2y = 4 \Rightarrow 2y = 3x - 4 \Rightarrow y = 1{,}5x - 2$,

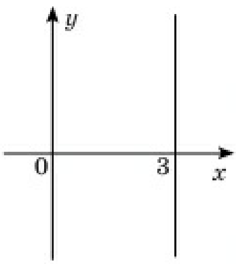
7–2557



3.24-сурет

яғни сызықтық функция алынды. Оның графигі түзу болады (3.24-сурет).

Сонымен, егер $b \neq 0$ болса, онда $ax + by = c$ сызықтық теңдеуінің графигі түзу болады, оның бұрыштық коэффициенті $k = -\frac{a}{b}$-ға тең.

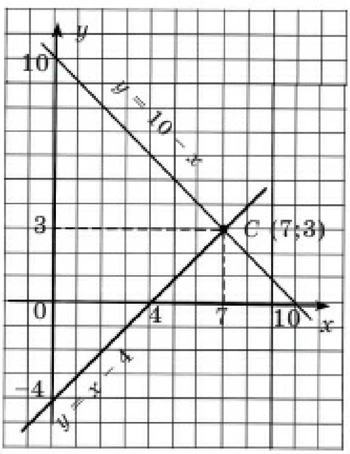


3.25-сурет

Енді $b = 0$ болатын жағдайды қарастырайық. Мысалы, $2x + 0 \cdot y = 6$ теңдеуінің графигі қандай болмақ? Осыдан $x = 3$ теңдігін аламыз. Бұл теңдеу графигіне тиісті нүктелердің абсциссасы 3-ке тең, ал ординаталары кез келген сан. Мұндай нүктелер Ox осін (3; 0) нүктесінде қиып өтетін және Oy осіне параллель түзу бойында жатады (3.25-сурет). **Сонымен, $b = 0$ болған жағдайдағы сызықтық теңдеу графигі Oy осіне параллель түзу болады.** Мұндай сызықтық теңдеулер сызықтық функцияны анықтамайды, өйткені бұл жерде функцияның бірмәнділік қағидасы орындалмайды, яғни x-тің жалғыз мәніне y-тің шексіз көп мәні сәйкес келеді.

3.3.2. Сызықтық теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешу

3-мысал. Екі таңбалы санның бірлігі оның ондық цифрынан 4-ке артық, ал оның цифрларының қосындысы 10-ға тең. Осы екі таңбалы санды табу керек.



3.26-сурет

Шешуі. Айталық, x – бізге қажетті екі таңбалы санның бірлігі, ол y – оның ондық цифры болсын. Онда есеп шарты бойынша $y = x - 4$ және $x + y = 10$ болуы керек. Осы теңдеулерден x пен y-ті анықтау үшін оларды бір жүйеге алып жазады:

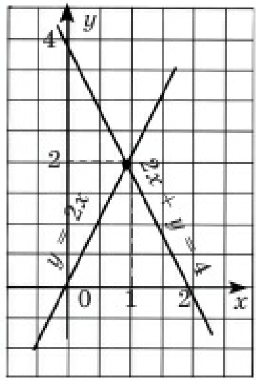
$$\begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

Алынған жүйенің әрбір теңдеуі сызықтық теңдеу және олардың графиктері түзу сызық болады.

Координаталар жүйесінде бұл екі түзу C (7; 3) нүктесінде қиылысады (3.26-сурет). Олай болса, $x = 7$, $y = 3$ сандары – көрсетілген жүйенің жалғыз шешімі. Онда есептің жауабы: 37.

Жүйелерді шешудің көрсетілген тәсілі ***графиктік тәсіл*** деп аталады.

Енді жүйелерді графиктік тәсілмен шешуге бірнеше мысалдар қарастырайық.



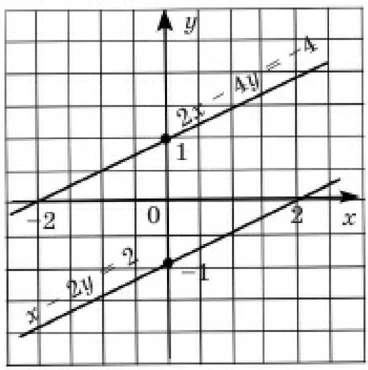
3.27-сурет

4-мысал. $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ y = 2x \end{cases}$ сызықтық теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешу керек.

Шешуі. Жүйеде берілген екі сызықтық теңдеулердің графиктерін саламыз (3.27-сурет). Бұл түзулер (1; 2) нүктесінде қиылысады. Жауабы: $x = 1$, $y = 2$.

5-мысал. $\begin{cases} 2x - 2y = 2, \\ 2x - 4y = -4 \end{cases}$ жүйесін шешейік.

Шешуі. Бұл жүйенің айнымалылары алдындағы сәйкес коэффициенттері өзара пропорционал және бұл пропорционалдық коэффициент сәйкес бос мүшелердің қатынасына тең емес: $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{2}{-4}$. Мұндай түзулердің бұрыштық коэффициенттері тең ($k_1 = \frac{1}{2}$ және $k_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$). Сондықтан олар параллель орналасады (3.28-сурет). Екі түзудің ортақ нүктесі жоқ, олай болса, жүйенің шешімі болмайды. Оны ∅ – бос жиын белгісімен көрсетеді.



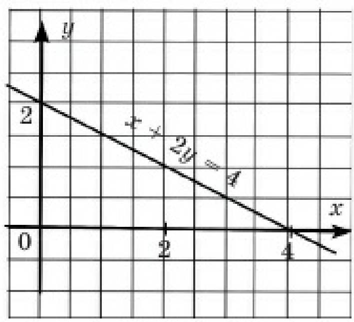
3.28-сурет

Жауабы: ∅.

6-мысал. $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 3x + 6y = 12 \end{cases}$ жүйесін шешейік.

Шешуі. Бұл жүйенің сәйкес коэффициенттері мен бос мүшелері де өзара пропорционал:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}.$$



3.29-сурет

Сондықтан бұл жағдайда көрсетілген теңдеулермен берілген түзулер беттеседі деп айтады. Себебі жүйедегі 2-ші теңдеуді 3-ке қысқартсақ, онда 1-ші теңдеуді аламыз. Бұл түзу графигі 3.29-суретте көрсетілген және осы түзу бойындағы кез келген нүкте координаталары берілген жүйенің шешімі болады. Бұл жағдайда жүйенің шексіз көп шешімдері бар деп айтады. Жауабы шексіз көп шешімі бар. Ол шешімдерінің әрқайсысы: $x + 2y = 4$ теңдеуімен анықталады.

Сонымен, егер $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ жүйесі үшін:

1) $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$, болса, онда жүйенің жалғыз шешімі бар және ол шешім сәйкес түзулердің қиылысу нүктесінің координаталары ретінде анықталады;

2) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$, болса, онда жүйенің шешімі болмайды;

3) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$, болса, онда жүйенің шексіз көп шешімі бар.

?

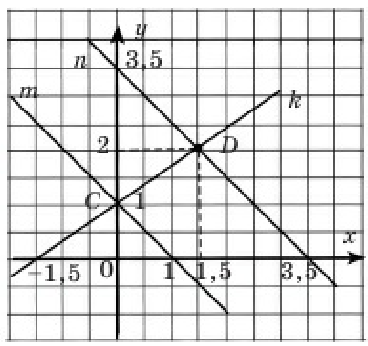
1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп нені айтады?
2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу графигі деген не? Ол қандай сызық болады?
3. Сызықтық теңдеу мен сызықтық функция арасында қандай байланыс бар? $ax + by = c$ сызықтық теңдеуін сызықтық функция түрінде қалай жазады? Ол үшін b қандай болуы керек?
4. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі деп нені айтады?
5. Жүйені графиктік тәсілмен шешудің мағынасы қандай?
6. Қандай шарт орындалғанда $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ жүйесінің:

а) жалғыз шешімі бар; ә) шешімі жоқ; б) шексіз көп шешімі бар. Бұл шарттардың геометриялық мағынасын ашып көрсетіңдер.

ПТ

3.30-суреті бойынша:

1) m, n және k түзулері теңдеулерін жазып, оларды сызықтық теңдеу түріне келтіріңдер.
2) C және D нүктелерінің координаталарын анықтаңдар.
3) Жазылған сызықтық теңдеулер көмегімен барлық теңдеулер (екі теңдеуден құралған) жүйесін жазып шығыңдар. Олардың арасынан жалғыз шешімі барын, шешімі жоғын атап көрсетіңдер.
4) Осы теңдеулер көмегімен шексіз көп шешімі бар жүйе құрастыруға бола ма және ондай жүйелер саны нешеу болар еді? (Тапсырманы топтасып орындаған тиімді).



3.30-сурет

ЕСЕПТЕР

А

3.87. $\begin{cases} y = 2x, \\ x - y = 3 \end{cases}$ жүйесінің неше шешімі бар? 1) $x = 1$, $y = 2$; 2) $x = 3$, $y = 0$; 3) $x = -3$, $y = -6$ мәндері жұбының қайсысы жүйенің шешімі болады? Оны жүйе теңдеулері графигін салып тексеріңдер.

3.88. Сызықтық теңдеуді $y = kx + b$ түріне келтіріңдер:

1) $x + y = 2$; 2) $-2x + y = -3$; 3) $2x - 3y = 4$;

4) $7x - 2y = 10$; 5) $x + 2y = -2$; 6) $3{,}5x + 2y = 15$.

3.89. Сызықтық функцияны сызықтық теңдеу түріне келтіріңдер:

1) $y = -3{,}5x + 6$; 2) $y = -1{,}5x + \frac{3}{4}$; 3) $y = \frac{1}{3}x + 4$;

4) $y = 2x$; 5) $y = 3$; 6) $y = \frac{5}{2}x - \frac{8}{3}$.

3.90. 3.31 *а*, *б* - суреттер бойынша:

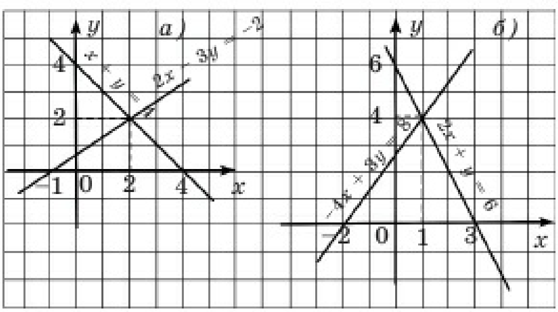
1) теңдеулер жүйесін құрастырыңдар;

2) график бойынша құрастырылған теңдеулер жүйесінің шешімдерін табыңдар.

3.91. Теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешіңдер:

1) $\begin{cases} y = x, \\ x + 2y = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 2y = 0, \\ 2x + y = 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - 3y = 9. \end{cases}$

3.92. 3.88-есепте берілген сызықтық теңдеулер графиктерінің координаталар осьтерімен қиылысу нүктелерін анықтаңдар.



3.31-сурет

3.93. $3x - 4y = 7$ теңдеуінің графигі:

1) $A(3; 4)$; 2) $B\left(3; \frac{1}{2}\right)$; 3) $C(1; -1)$; 4) $D(1; 1)$ нүктесі арқылы өте ме?

3.94. $2x + y = c$ түзуі $A(3; -4)$ нүктесі арқылы өтеді. c-ны табыңдар.

B

3.95. $3x + by = 12$ түзуі $C(2; 3)$ нүктесі арқылы өтеді. Бұл түзу:
1) $A(0; 6)$; 2) $B(-4; 6)$ нүктесі арқылы өте ме?

3.96. $ax - 5y = 7$ түзуі $2x - 5y = -3$ түзуіне параллель. Бұл түзу:
1) $C(1; 1)$; 2) $D(1; -1)$ нүктесі арқылы өте ме?

3.97. $x - 2y = 0$ және $2x + y = -5$ теңдеулерімен берілген түзулердің қиылысу нүктесін анықтаңдар. $3x - 2y = -4$ түзуі осы нүкте арқылы өте ме?

3.98. Теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешіңдер:

1) $\begin{cases} x - 2y = -1, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 8, \\ x + y = -3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 4y = 2, \\ 5x - 2y = -1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ -x + 1,5y = -2. \end{cases}$

3.99. Теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешіңдер:

1) $\begin{cases} 0,5x + y = 2, \\ -2x + 5y = 10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - 4y = -4, \\ 3x - 4y = 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - 3y = 0, \\ 3x + 2y = 17; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x - 4y = 0, \\ 2,5x - 2y = 1. \end{cases}$

3.100. $ax - 3y = 4$ түзуі $x - y = 7$ және $x + y = -3$ түзулерінің қиылысу нүктесі арқылы өтеді. a-ны табыңдар.

3.101. $2x + by = 3$ түзуі $4x - 3y = 0$ және $-2x + 3y = -12$ түзулерінің қиылысу нүктесі арқылы өтеді. b-ны табыңдар.

C

3.102. Үш сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі бар ма:

1) $\begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = -1, \\ 2x - 3y = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x - y = 7, \\ 3x + 4y = 6? \end{cases}$

3.103. 1) $\begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ ax + by = c; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 2y = 11, \\ ax + by = c. \end{cases}$ жүйесінің а) жалғыз шешімі бар; ә) шешімі жоқ; б) шексіз көп шешімі бар болатындай етіп a, b және c-ны анықтаңдар.

3.104. Қандай шарт орындалғанда $ax + by = c$ түзуі:
1) Ox осіне параллель;
2) Oy осіне параллель;
3) координаталар бас нүктесі арқылы өтеді;
4) $2x - 3y = 7$ түзуіне параллель;
5) $2x - y = 7$ түзуіне перпендикуляр болады?

3.4. $y = ax^2$, $y = ax^3$ функцияларының графиктері және олардың қасиеттері

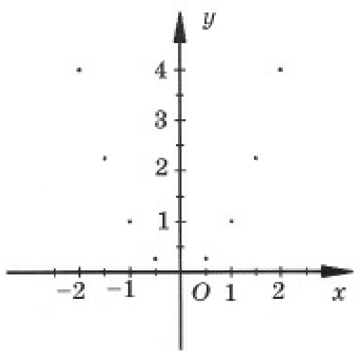
ax, ax^2, ax^3 және т. с. с. өрнектер қарапайым бірмүшелер қатарына қосылады. Мұнда a – берілген сан, ал x – айнымалы. Бұл параграфта $y=ax^2$ және $y=ax^3$ функцияларын қарастырып, олардың графиктерін саламыз.

3.4.1. $y=x^2$ функциясы және оның графигі. Квадраттың ауданының оның қабырғасына тәуелділігі, куб көлемінің оның қырының ұзындығына тәуелділігі сәйкес $y=x^2$ және $y=x^3$ функцияларының мысалы болады.

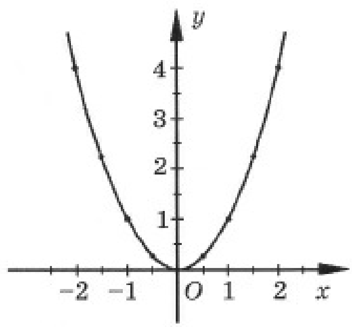
Алдымен $y=x^2$ функциясының графигін салайық. Ол үшін x пен y-тің сәйкес мәндерін кестеге толтырамыз:

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4

Кестеде анықталған нүктелерді координаталық жазықтықта белгілейміз (3.32-сурет). Осы белгіленген нүктелерді бірыңғай тегіс қисық сызықпен қосу арқылы $y=x^2$ функциясының графигін шығарып аламыз (3.33-сурет).



3.32-сурет



3.33-сурет

Oy осінің сол жақ және оң жақ бөліктерінде бұл график шексіз жалғаса береді, яғни суретте оның тек координаталар бас нүктесі маңайындағы бөлігі ғана бейнеленген. $y=x^2$ функциясының графигін ***парабола*** деп атайды.

Егер $x=0$ болса, онда $y=0$. Олай болса, $y=x^2$ ***функциясының графигі координаталар бас нүктесі арқылы өтеді.***

Егер $x \neq 0$ болса, онда нөлге тең емес санның квадраты ретінде $y>0$ болады. Сондықтан ***$y=x^2$ функциясының графигі (0; 0) нүктесін есепке алмағанда, абсциссалар осінен жоғары орналасады.***

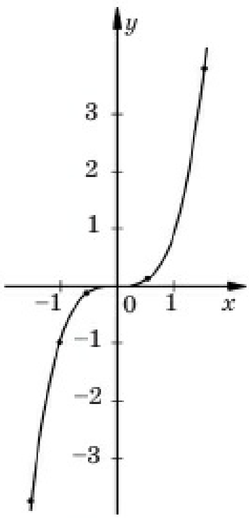
Әрбір x үшін $(-x)^2=x^2$ теңдігі орындалады. Онда графиктің абсциссалары қарама-қарсы нүктелері *Oy* осіне қатысты симметриялы. Сондықтан

$y=x^2$ функциясының графигі ординаталар осіне қатысты симметриялы болады.

3.4.2. $y=x^3$ функциясы және оның графигі.

Енді $y=x^3$ функциясының графигін салайық. Ол үшін x пен y айнымалыларының сәйкес мәндерінің кестесін толтырамыз:

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2
y	-8	$-3,375$	-1	$-0,125$	0	$0,125$	1	$3,375$	8



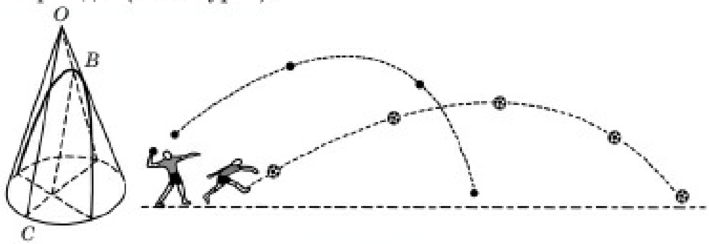
3.34-сурет

Кестеде көрсетілген координаталары бойынша координаталық жазықтықта нүктелер салып, оларды бірыңғай тегіс қисық сызықпен қосу арқылы $y=x^3$ функциясының графигін аламыз (3.34-сурет). Бұл график *Oy* осінің оң жағында шектеусіз жоғары қарай өсе береді, ал *Oy* осінің сол жақ бөлігінде бұл график шектеусіз төмен қарай жалғаса береді. $y=x^3$ функциясының графигін ***кубтық парабола*** деп атайды.

Егер $x>0$ болса, онда $y>0$, ал егер $x<0$ болса, онда $y<0$. Шынында да, оң санның кубы оң сан, ал теріс санның кубы теріс сан болады. Сондықтан ***$y=x^3$ функциясының графигі I және III координаталық ширектерден өтеді.***

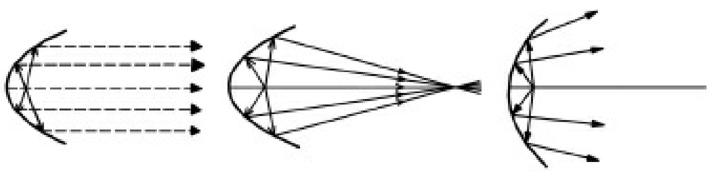
x-тің қарама-қарсы мәндеріне y-тің де қарама-қарсы мәндері сәйкес келеді. Шынында да, кез келген x үшін $(-x)^3=-x^3$ теңдігі орындалады. Онда ***графиктің абсциссалары қарама-қарсы болатын нүктелері координаталар бас нүктесіне қатысты симметриялы орналасады.***

Т Парабола атауын алғаш рет біздің заманымыздан бұрынғы III ғасырда өмір сүрген ежелгі грек ғалымы Аполлоний өзінің «Конустық қималар» атты еңбегінде енгізген. Параболаның бірқатар тамаша қасиеттері бар. Мысалы, Аполлоний қарастырғандай, суретте көрсетілген тәртіп бойынша конустық бетті CO жасаушысына параллель бағытта жазықтықпен қиып өткен, онда шығатын қима парабола болады. Жер бетінен белгілі бір бұрышпен тебілген футбол добы, лақтырылған тас, зеңбіректен атқан оқ және т.с.с. парабола бойымен ұшады (3.35-сурет).



3.35-сурет

Парабола қасиеттерін ғылым мен техника саласында да кеңінен қолданады. Мысалы, автомобиль прожекторларының осьтік қималары парабола болып табылады. Егер параболаны шағылыстырушы айна деп қабылдасақ, онда параболаның симметрия осіне параллель сәулелердің барлығы да осы айнадан шағылысып, оның симметрия осінде орналасатын бір нүктеде тоғысады (3.36-суретті қара). Бұл нүктені параболаның фокусы деп атайды.



3.36-сурет

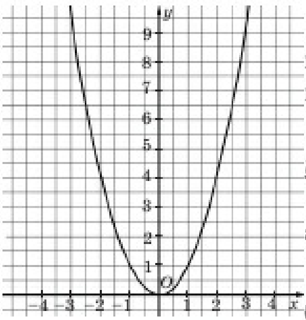
Фокус – грекшеден аударғанда «от ошағы» дегенді білдіреді. Сонымен, егер жарық көзін фокуста орналастырсақ, онда парабола «айнасынан» шағылысқан сәуле оның осіне параллель болады. Бұл қасиетті прожекторларды құрастыру принципінде қолданады. Мұнда прожектор айнасы – параболаны симметрия осі маңында айналдырғаннан шығатын айналу беті, оны *айналу параболоиды* деп те атайды. Егер жарық көзі осьтің бойында фокустан ауытқитын болса, онда шағылысатын сәулелер шашыраңқы немесе бір нүктеде тоғысатын болып келеді. Параболаның бұл қасиеттерін шашыраңқы телесигналдарды қабылдағыш – параболалық антеннаның жұмыс принципінде қолданады.

?

1. $y=x^2$ функциясының қасиеттерін атаңдар. Бұл қасиеттер функция графигіне қалай әсер етеді?
2. $y=x^3$ функциясының қасиеттерін атаңдар. Бұл қасиеттер функция графигіне қалай әсер етеді?

ЕСЕПТЕР

А



3.37-сурет

3.105. $y=x^2$ функциясының миллиметрлік қағазға салынған графигін (3.37-сурет) пайдаланып:

1) $x=0,75$; $-1,25$; $1,25$; $-2,5$; $2,5$ мәндеріне сәйкес y-тің мәндерін табыңдар:

2) $y=3$; 5 мәндеріне сәйкес x-тің мәндерін анықтаңдар.

3.106. $y=x^2$ функциясының графигі (3.37-сурет) бойынша:

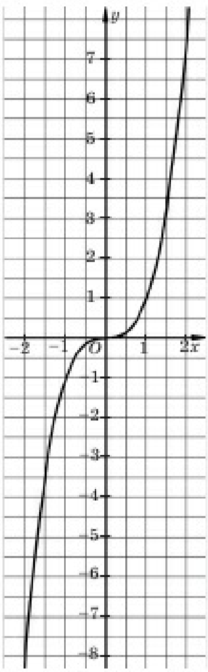
1) аргументтің $1,5$; $-2,7$; $3,1$ мәндеріне сәйкес функцияның мәндерін;

2) функцияның мәндері 2-ге және 7-ге тең болатындай, аргументтің мәндерін анықтаңдар.

3.107. $y=x^2$ функциясының графигін (3.37-сурет) пайдаланып:

1) $x=-2,3$; $-0,4$; $0,4$; $2,3$ мәндеріне сәйкес y-тің мәндерін;

2) $y=2$; $0,9$ мәндеріне сәйкес x-тің мәндерін табыңдар.



3.38-сурет

3.108. $y=x^3$ функциясының графигін (3.38-сурет) пайдаланып:

1) $x=1,5$; $-1,5$; $-0,6$; $0,6$ мәндеріне сәйкес y-тің мәндерін;

2) $y=-5$; 5 мәндеріне сәйкес x-тің мәндерін табыңдар.

3.109. $y=x^3$ функциясының графигін (3.38-сурет) пайдаланып:

1) аргументтің $-0,7$; $1,2$ мәндеріне сәйкес функцияның мәндерін;

2) функцияның 3; -3 мәндеріне сәйкес аргументтің мәндерін анықтаңдар.

3.110. $A(2;\ 4)$, $B(-1;\ 1)$, $C(1;\ -1)$, $D(-3;\ -9)$, $E(5;\ -25)$, $F(-4;\ 16)$ нүктелерінің қайсысы $y=x^2$ функциясының графигінде жатады?

3.111. $A(3;\ 27)$, $B(-3;\ 27)$, $C(-1;\ 1)$, $D(0;\ 1)$, $E(-2;\ -8)$, $F(8;\ 2)$ нүктелерінің қайсысы $y=x^3$ функциясының графигінде жатады?

3.112. m-нің қандай мәндерінде: 1) $A(-3;\ m)$; 2) $B(m;\ 25)$ нүктесі $y=x^2$ функциясы графигінде жатады?

3.113. m-нің қандай мәнінде: 1) $A(-3;\ m)$, 2) $B(m;\ 8)$ нүктесі $y=x^3$ функциясының графигінде жатады?

B

3.114. 1) $A(-0{,}3;\ 0{,}09)$; 2) $B\left(1\frac{1}{2}; 2\frac{1}{4}\right)$; 3) $C\left(-3\frac{1}{3}; \frac{1}{9}\right)$ нүктелері $y=x^2$ функциясының графигінде жата ма?

3.115. 1) $A(-0{,}2;\ -0{,}008)$; 2) $B\left(-1\frac{1}{3}; -2\frac{10}{27}\right)$; 3) $C\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$ нүктелері $y=x^3$ функциясының графигінде жата ма?

3.116. Бір координаталар жүйесінде $y=x^2$ және $y=x^3$ $(x>0)$ функцияларының графиктерін салып, осы графиктер көмегімен сандарды салыстырыңдар: 1) $0{,}5^2$ және $0{,}5^3$; 2) $1{,}5^2$ және $1{,}5^3$.

3.117. $y=-x^2$ функциясының графигін салыңдар. График бойынша:
1) $x=0{,}7;\ -1{,}3$ мәндеріне сәйкес y-тің мәндерін;
2) $y=-2;\ 3$ мәндеріне сәйкес x-тің мәндерін табыңдар.

3.118. $y=-x^3$ функциясының графигін салыңдар. Осы график бойынша:
1) $x=0{,}6;\ -1{,}5$ мәндеріне сәйкес y-тің мәндерін;
2) $y=4;\ -3$ мәндеріне сәйкес x-тің мәндерін табыңдар.

C

3.119. $A(a;b)$ нүктесі: 1) $y=x^2$; 2) $y=x^3$ функциясының графигінде жататыны белгілі. $B(-a;b)$; $C(a;-b)$; $D(-a;-b)$ нүктелері осы графикке тиісті бола ма?

3.120. Егер: 1) $0<a<1$; 2) $a>1$; 3) $-1<a<0$; 4) $a<-1$ болса, онда a, a^2 және a^3 сандарын өсу ретімен жазыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.121. Егер ойдағы санға 8-ді қосып, сол қосындыны екі еселеп, одан 23-ті азайтса, ойдағы сан шығады. Біз қандай сан ойладық?

3.122. Үш тракторшы 65 га жер жыртты. Бірінші тракторшы екіншісіне қарағанда 10 га жерді кем жыртты, ал үшіншісі бірінші және екінші

тракторшылар бірігіп жыртқан жердің 30%-не тең жерді жыртты. Әрбір тракторшы неше гектар жер жыртты?

3.123. $y=kx-2$ сызықтық функциясының графигі $A(2;\ 4)$ нүктесі арқылы өтеді. k-ны табыңдар. Бұл түзу $B(-3;\ -6)$ нүктесі арқылы өте ме?

3.124. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $-0{,}7a^5b\cdot(-2a^3\cdot b^2)^2$; 2) $22a^5\cdot b^6:(-2ab^2)^3$.

3.4.3. $y=ax^2$ және $y=ax^3$ функцияларының графиктері.

Алдымен $y=ax^2$ функциясын зерттеп, оның графигін салайық. Егер $a=1$ болса, онда $y=x^2$ функциясы шығады.

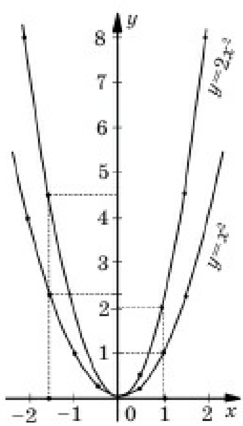
Бұл функцияның негізгі қасиеттерін білеміз және оның графигі – параболаны сала білеміз.

$a>1$, $0<a<1$ және $a<0$ болатын жағдайларды жеке-жеке қарастырамыз.

а) $a>1$ болсын. Мысал ретінде $y=2x^2$ функциясын қарастырып, оны $y=x^2$ функциясымен салыстырайық. Ол үшін бір кестеге әрбір функцияға сәйкес x пен y-тің мәндерін толтырамыз:

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
$y=x^2$	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4
$y=2x^2$	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8

Кестеден x аргументінің бірдей мәндерінде $y=2x^2$ функциясының мәндері $y=x^2$ функциясының сәйкес мәндерінен 2 есе үлкен болатынын көреміз. Осыдан $y=2x^2$ функциясының графигін салу үшін, алдымен $y=x^2$ функциясының графигін салып, оның графигінде жататын нүктелердің ординаталарын екі есе арттырса, жеткілікті (3.39-сурет).



3.39-сурет

Осы сияқты, $a>1$ жағдайында x-тің әрбір мәнінде $y=ax^2$ функциясының мәндері $y=x^2$ функциясы мәндерінен a есе үлкен болады. Олай болса, $y=ax^2$ функциясының графигін салу үшін $y=x^2$ функциясының графигін Oy осіне параллель бағытта a есе «созу» арқылы шығарып алуға болады.

ә) Егер $0<a<1$ болса, онда x-тің әрбір мәнінде $y=ax^2$ функциясының мәндері $y=x^2$ функциясының сәйкес мәндерінен $\frac{1}{a}$ есе кіші. Мысалы, $a=\frac{1}{2}$ болғанда x-тің әрбір мәнінде $y=\frac{1}{2}x^2$ функциясының мәндері $y=x^2$

функциясының мәндерінен $\frac{1}{a}=a^{-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$ есе кем болады (3.40-сурет), яғни $y=\frac{1}{2}x^2$ функциясының графигін салу үшін $y=x^2$ функциясының графигін Oy осіне параллель бағытта Ox осіне қарай екі есе «сығу» керек.

б) $a<0$ болсын. Мысалы, $y=-2x^2$ функциясын қарастырайық. x аргументінің бірдей мәндерінде $y=-2x^2$ және $y=2x^2$ функцияларының мәндері қарама-қарсы сандар болады. Сондықтан $y=-2x^2$ және $y=2x^2$ функцияларының графиктері абсциссалар осіне қатысты ***симметриялы*** болады (3.41-сурет).

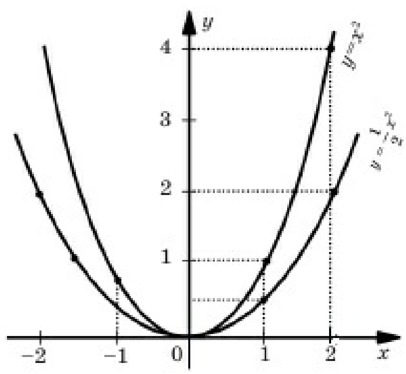
Жалпы, $a<0$ болғанда $y=ax^2$ функциясының графигін $y=x^2$ параболасынан былай шығарып алуға болады: ***$y=x^2$ параболасының ординаталарын а санына көбейтіп, шыққан нүктелерге абсциссалар осіне қатысты симметриялы нүтелерді алу қажет.***

Мысалы, 3.41-суретте a-ның әртүрлі мәндеріне сәйкес келетін $y=ax^2$ параболалары салынған. Егер $a>0$ болса, онда сәйкес параболалар «ойыс» болып келетінін, ал $a<0$ болғанда сәйкес параболалар «дөңес» болатынын көреміз.

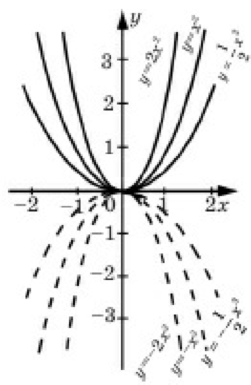
$y=ax^3$ функциясының графигі де $y=x^3$ функциясының графигімен салыстырғанда жоғарыда көрсетілген тәсіл бойынша салынады.

$a>1$ болғанда $y=ax^3$ функциясының графигі $y=x^3$-тың графигін Oy осіне параллель бағытта ординаталар осінің оң жағында жоғары қарай, ал сол жағында төмен қарай a есе «созу» арқылы салынады.

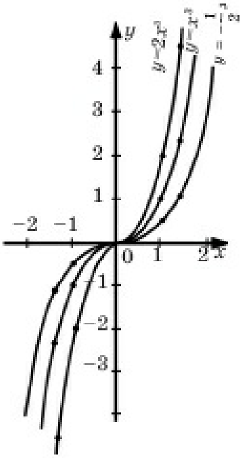
Егер $0<a<1$ болса, онда $y=ax^3$ функциясының графигін салу үшін $y=x^3$-тің графигін Oy осіне параллель бағытта абсциссалар осіне қарай



3.40-сурет



3.41-сурет



3.42-сурет

$\frac{1}{a}$ есе «сығу» керек. Мысалы, 3.42-суретте $y=2x^3$, $y=x^3$ және $y=\frac{1}{2}x^3$ функцияларының графиктері бейнеленген.

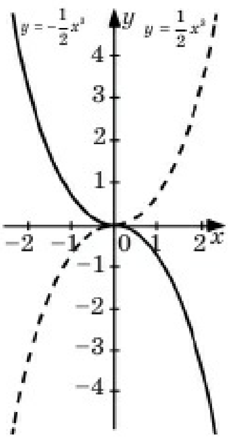
Жалпы жағдайда, $a>0$ болса, онда $y=ax^3$ функциясының графигі I және III координаталық ширектерде жатады.

Енді $a<0$ болсын. Онда $y=ax^3$ және $y=|a|x^3$ функцияларының графиктері Ox осіне қатысты симметриялы болатыны түсінікті, яғни $a<0$ болғанда $y=ax^3$ функциясының графигін салу үшін $y=|a|x^3$ функциясының графигін салып, оны Ox осіне қатысты симметриялы түрде көшірсе, жеткілікті. Мысалы, 3.43-суретте $y=-\frac{x^3}{2}$ және $y=\frac{x^3}{2}$ функцияларының графиктері бейнеленген.

$a<0$ болғанда $y=ax^3$ функциясының графигі II және IV координаталық ширектерде орналасады.

?

1. $y=x^2$ функциясының графигін пайдаланып, $y=ax^2$ функциясының графигін: 1) $a>1$; 2) $0<a<1$; 3) $a<0$ болғанда қалай салуға болады?
2. $y=ax^2$ параболасының тармақтары: 1) $a>0$; 2) $a<0$ болғанда қалай бағытталған?
3. $y=x^2$ функциясының графигімен салыстырғанда $y=ax^3$ функциясының графигін: 1) $a>1$; 2) $0<a<1$; 3) $a<0$ болғанда қалай салуға болады?
4. $y=ax^3$ функциясының графигі: 1) $a>0$; 2) $a<0$ болғанда қай координаталық ширектерде жатады?



3.43-сурет

ЕСЕПТЕР

A

3.125. $A(2;\ 8)$, $B(-3;\ 18)$, $C(-3;\ 9)$ және $D(3;\ 18)$ нүктелерінің қайсысы $y=2x^2$ функциясының графигінде жатады?

3.126. $y=x^2$ функциясының графигі бойынша:

1) $y=2x^2$; 2) $y=\frac{1}{2}x^2$; 3) $y=-x^2$; 4) $y=-2x^2$; 5) $y=-\frac{1}{2}x^2$

функциясының графигін салыңдар.

3.127. $A(2;\ 4)$, $B(-2;\ 4)$, $C(-2;\ -4)$ және $D(2;\ -4)$ нүктелерінің қайсысы: 1) $y=\dfrac{1}{2}x^3$; 2) $y=-\dfrac{1}{2}x^3$ функциясының графигінде жатады?

3.128. $y=x^3$ функциясының графигі бойынша:

1) $y=-x^3$; 2) $y=2x^3$; 3) $y=-2x^3$; 4) $y=\dfrac{1}{2}x^3$; 5) $y=-\dfrac{1}{2}x^3$ функциясының графигін салыңдар.

3.129. Аргументтің $x=-2,1;\ -0,3;\ 0,3;\ 2,1$ мәндеріне сәйкес келетін: 1) $y=0,4x^2$; 2) $y=-2,5x^2$ функциясының мәнін табыңдар.

3.130. Аргументтің $x=-2;\ -0,3;\ 0,3;\ 2$ мәндеріне сәйкес келетін: 1) $y=0,5x^3$; 2) $y=-2x^3$ функциясының мәнін табыңдар.

B

3.131. $y=2x^2$ функциясының мәні: 1) 8-ге; 2) 50-ге тең. Оған сәйкес аргументтің мәндерін табыңдар.

3.132. $y=-2x^3$ функциясының мәні: 1) 54-ке; 2) 128-ге тең. Оған сәйкес аргументтің мәнін табыңдар.

3.133. a-ның қандай мәндерінде $B(3;\ a)$ нүктесі мына функцияның графигінде жатады: 1) $y=3x^2$; 2) $y=-2x^2$; 3) $y=-\dfrac{1}{4}x^2$; 4) $y=\dfrac{1}{5}x^2$?

3.134. a-ның қандай мәндерінде $B(2;\ a)$ нүктесі мына функцияның графигінде жатады: 1) $y=2x^3$; 2) $y=-x^3$; 3) $y=-\dfrac{1}{3}x^3$; 4) $y=\dfrac{1}{8}x^3$?

3.135. a-ның қандай мәндерінде $y=ax^2$ функциясының графигі: 1) $A(2;\ 2)$; 2) $B(2;\ -2)$; 3) $C(-3;\ 6)$; 4) $D(-3;\ -6)$; 5) $E(\dfrac{1}{2};\ 1,5)$; 6) $F(-\dfrac{2}{3};\ \dfrac{4}{3})$ нүктесі арқылы өтеді?

3.136. a-ның қандай мәндерінде $y=ax^3$ функциясының графигі: 1) $A(2;\ 2)$; 2) $B(2;\ -2)$; 3) $C(\dfrac{1}{3};\ \dfrac{1}{9})$; 4) $D(-\dfrac{1}{2};\ -\dfrac{1}{4})$ нүктесі арқылы өтеді?

C

3.137. $y=ax^2$ және $y=bx^3$ функцияларының графиктерінің неше қиылысу нүктесі болуы мүмкін? 1) $a=2$; $b=-2$; 2) $a=\dfrac{1}{2}$; $b=\dfrac{1}{3}$ болғанда осы қиылысу нүктелерін табыңдар.

3.138. $y=ax$ және $y=bx^2$ функцияларының қиылысу нүктелерін табыңдар. Есепті $a=1$ және $b=\dfrac{1}{3}$ болғанда шешіп, сәйкес функциялардың графиктерін салыңдар.

3.139. $y=a^2x$ және $y=b^2x^3$ функциялары неше нүктеде қиылысады? Осы нүктелердің координаталарын табыңдар.

3.140. $y=2x$ және $y=\frac{1}{2}x^3$ функцияларының графиктерін бір координаталық жүйеде салып, олардың қиылысу нүктелерін табыңдар.

3.141. Теңдеудің графигін салыңдар:

1) $\frac{y-x^2}{xy}=0$; 2) $\frac{4y-x^2}{4-x^2}=0$; 3) $\frac{y-x^3}{y-8}=0$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.142. Квадрат пішінді қуысты қалап шығу үшін 20 кірпіш қажет болды. Қабырғасы осыдан үш есе үлкен квадрат пішінді қуысты қалап шығу үшін неше кірпіш қажет?

3.143. Салыстырыңдар: 1) $(0{,}7)^{20}$ және $(-0{,}7)^{20}$; 2) $-6{,}4^4$ және $(-6{,}4)^4$; 3) $(-2{,}1)^{19}$ және $2{,}1^{19}$; 4) $(-0{,}2)^{15}$ және $-0{,}2^{15}$.

3.144. 70 км/сағ жылдамдықпен автомобиль t сағатта s км жол жүрді. s-тің t-ға тәуелділігін формуламен беріңдер. Осы формуланы пайдаланып, автомобильдің 3 сағатта; 4 сағат 20 минутта қандай жол жүретінін табыңдар.

3.5. $y=\frac{k}{x}$ функциясы және оның графигі

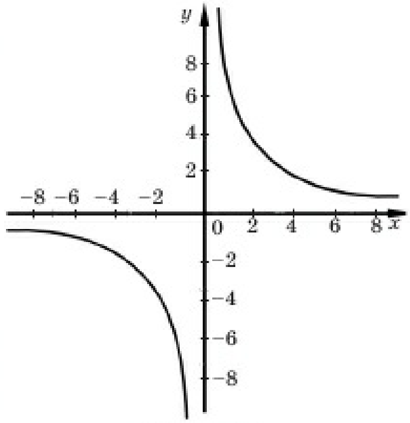
Анықтама. $y=\frac{k}{x}$ ***функциясын кері пропорционалдық деп атайды.*** Мұндағы x–тәуелсіз айнымалы, k–берілген сан, ол ***пропорционалдық коэффициенті*** деп аталады.

$x=0$-ден өзге сандардың барлығы да $y=\frac{k}{x}$ функциясының анықталу облысына енеді. Себебі әрбір $x \neq 0$ үшін $\frac{k}{x}$ өрнегінің мағынасы бар.

Мысалы, $k=4$ болсын. $y=\frac{4}{x}$ функциясының графигін салу үшін аргумент пен функцияның сәйкес мәндерінің кестесін құрастырамыз:

x	-4	-3	-2	-1	$-0{,}5$	$-\frac{1}{3}$	$-0{,}25$	$0{,}25$	$\frac{1}{3}$	$0{,}5$	1	2	3	4
y	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	-8	-12	-16	16	12	8	4	2	$\frac{4}{3}$	1

Кестеде көрсетілген координаталары бойынша нүктелерді координаталық жазықтықта белгілеп, оларды біркелкі тегіс қисықтармен қосамыз (3.44-сурет). Кестеден аргументтің теріс мәндеріне функцияның теріс мәндері, ал аргументтің оң мәндеріне функцияның оң мәндері сәйкес келетінін көреміз. Сонымен бірге x-тің мәні координаталар бас нүктесінен алыстаған сайын функцияның графигі абсциссалар осіне жақындай түсетінін, ал x-тің мәні 0-ге сол жағынан жақындаған сайын функцияның мәні шексіз кеми беретінін, яғни координаталар бас нүктесінен алшақтай түсетінін көреміз. Мысалы, егер $x=-1000$ болса, онда $y=-0{,}004$, ал $x=-0{,}001$ болса, онда функцияның сәйкес мәні $y=-4000$ болады.



3.44-сурет

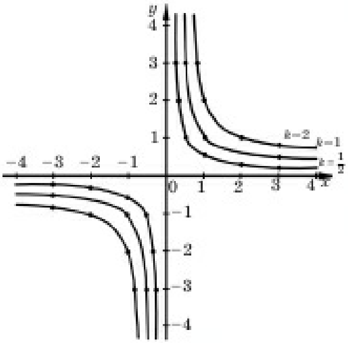
Осы сияқты, $x=1000$ болса, онда $y=0{,}004$, ал $x=0{,}001$ болса, онда $y=4000$-ға тең болады.

Сонымен, кез келген k оң саны үшін $y=\dfrac{k}{x}$ функциясының графигі I және III координаталық ширектерде орналасады.

$k=\dfrac{1}{2}$, $k=1$ және $k=2$ болғанда, сәйкес $y=\dfrac{1}{2x}$, $y=\dfrac{1}{x}$ және $y=\dfrac{2}{x}$ функциялары үшін кесте құрастырайық:

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$y=\frac{1}{2x}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
$y=\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
$y=\frac{2}{x}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	-4	-8	8	4	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

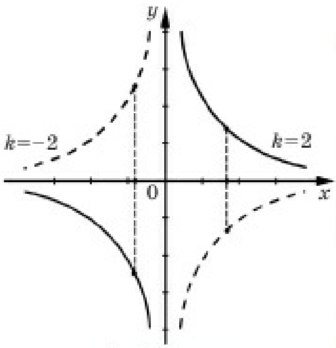
3.45-суретте $y=\dfrac{1}{2x}$, $y=\dfrac{1}{x}$ және $y=\dfrac{2}{x}$ функцияларының графиктері бейнеленген. Осыдан k саны кіші болған сайын сәйкес $y=\dfrac{k}{x}$ функциясының графигі координаталар осьтеріне "жақынырақ" орналасатынын, ал k



3.45-сурет

үлкен болған сайын координаталар осьтерінен "алшағырақ" орналасатынын көреміз.

Енді $k<0$ теріс сан болсын. Мысал ретінде $y = -\frac{2}{x}$ функциясын қарастырайық. x аргументінің бірдей мәндерінде $y = -\frac{2}{x}$ және $y = \frac{2}{x}$ функциялары мәндерінің модульдері тең, ал таңбалары қарама-қарсы болатынын көру қиын емес. Бұл $y = -\frac{2}{x}$ және $y = \frac{2}{x}$ функциялары графиктерінің нүктелері Ox осіне қатысты симметриялы болатынын білдіреді (3.46-сурет).



3.46-сурет

$k<0$ болғанда $y = \frac{k}{x}$ функциясының графигін салу үшін $y = \frac{|k|}{x}$ функциясының графигін салып, оны Ox осіне қатысты симметриялы көшірсе, жеткілікті.

$y = \frac{k}{x}$ функциясының графигі ***гипербола*** деп аталады.

?

1. Егер а) $k>0$; ә) $k<0$ болса, онда $y = \frac{k}{x}$ функциясының графигі қай координаталық ширектерде жатады?
2. Егер $0<k_1<k_2$ болса, онда $y = \frac{k_1}{x}$ және $y = \frac{4}{x}$ функцияларының графиктері қалай орналасады?

ЕСЕПТЕР

А

3.145. $y = \frac{4}{x}$ функциясы берілген. Кестені толтырыңдар:

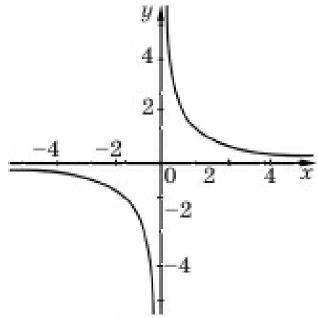
x	−4		−1	−0,5		+0,25				4
y		−2			−16		8	4	2	

3.146. $A(-0,05;\ -200)$, $B(-0,1;\ 100)$, $C(400;\ 0,25)$ және $D(500;\ -0,02)$ нүктелері $y = \frac{10}{x}$ функциясының графигінде жата ма?

3.147. 3.47-суретте көрсетілген $y = \frac{2}{x}$ функциясының графигін қолдана отырып:

1) $x=-4$; $-\frac{1}{2}$; 2 мәндеріне сәйкес келетін y-тің мәндерін табыңдар;

2) $y=-2$; 0,5; 4 мәндеріне сәйкес келетін x-тің мәндерін табыңдар.



3.47-сурет

3.148. $y = \frac{k}{x}$ кері пропорционалдық функциясының графигі:

1) I және III; 2) II және IV координаталық ширектерде орналасқан деп алып, k-ның таңбасын анықтаңдар.

3.149. Кері пропорционалдық $y = -\frac{12}{x}$ формуласымен берілген. Кестені толтырыңдар:

x	−600		−12	−0,05	0,5		120	
y		0,1				−1		−0,02

3.150. $y = -\frac{3}{x}$ функциясының графигін салыңдар. График бойынша:

1) $x=-6$; -3; -1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 1; 3; 6 мәндеріне сәйкес келетін y-тің мәндерін табыңдар.

2) $y = -\frac{1}{2}$; -1; -2; 2; 1; $\frac{1}{2}$ мәндеріне сәйкес келетін x-тің мәндерін табыңдар.

3.151. Кері пропорционалдық аргументтің 3-ке тең мәніне функцияның 3-ке тең мәнін сәйкес қояды. Пропорционалдық коэффициентін табыңдар.

3.152. $y = -\frac{4}{x}$ функциясының графигін салып:

1) функцияның оң мәндер қабылдайтын аралығын;

2) аргументтің мәндері қай аралықта өзгергенде функцияның сәйкес мәндері −4 пен −2-нің аралығында жататынын анықтаңдар.

3.153. $f(x) = \frac{6}{x}$ функциясының графигін салып, $f(1{,}5)$; $f(-3)$; $f(3{,}5)$ мәндерін график бойынша анықтаңдар.

В

3.154. k-ның қандай мәндерінде $y = \frac{k}{x}$ функциясының графигі: 1) $A(3; -6)$; 2) $B(-6; 3)$; 3) $C(4; 4)$; 4) $D(-2; -2)$ нүктесі арқылы өтеді?

3.155. m мен n-нің қандай мәндерінде $A(m; 4)$ және $B(-4; n)$ нүктелері: 1) $y = -\frac{12}{x}$; 2) $y = \frac{8}{x}$; 3) $y = \frac{1}{x}$; 4) $y = -\frac{24}{x}$ функциясының графигінде жатады?

3.156. Графигі: 1) $A(8;\ 0{,}125)$; 2) $B\left(\frac{2}{3}; \frac{9}{5}\right)$; 3) $C(-25;\ -0{,}2)$ нүктесі арқылы өтетін кері пропорционалдықты табыңдар. Табылған функцияның графигін салыңдар.

3.157. Қабырғалары a-ға және b-ға тең тік төртбұрыштың ауданы 6 см^2-ге тең. b-ның a-ға тәуелділігін формула арқылы өрнектеңдер. Неге бұл тәуелділік кері пропорционалдық болады? Осы функцияның анықталу облысын тауып, оның графигін салыңдар.

3.158. Автомобиль Тараздан Алматыға дейінгі 500 км қашықтықты v км/сағ жылдамдықпен t сағатта жүріп өтеді. v-ны t арқылы өрнектеңдер. Табылған функцияны пайдаланып, жолға: 1) 5 сағат; 2) 8 сағат; 3) 10 сағат уақыт жұмсалатындай етіп, автомобильдің орташа жылдамдығын табыңдар.

3.159. Егер функция $f(x) = \frac{1}{x}$ формуласымен берілсе, онда:

1) $f(0{,}5)-f(1)$; 2) $f(1)-f(1{,}5)$; 3) $f(1{,}5)-f(2{,}5)$ мәндерін табыңдар.

*

a мен b аралығында анықталған $y=f(x)$ функциясы берілген. Егер $a<x_1<x_2<b$ теңсіздігін қанағаттандыратын кез келген x_1, x_2 сандары үшін

$$f(x_1)<f(x_2) \qquad (1)$$

теңсіздігі орындалса, онда $y= f(x)$ функциясын a мен b аралығында ***өспелі*** деп, ал (1) теңсіздіктің орнына

$$f(x_1)>f(x_2) \qquad (2)$$

теңсіздігі орындалса, онда функцияны a мен b аралығында ***кемімелі*** деп атайды, яғни ***функция a мен b аралығында аргументтің үлкен мәніне***

функцияның үлкен мәнін, ал аргументтің кіші мәніне функцияның кіші мәнін сәйкес қойса, онда функцияны осы аралықта өспелі деп атайды.

Керісінше, ***егер функция аргументтің үлкен мәніне функцияның кіші мәнін, ал аргументтің кіші мәніне функцияның үлкен мәнін сәйкес қойса, онда функция a мен b аралығында кемімелі*** деп аталады.

Мысалы, егер $x>0$ (немесе $x<0$) болса, онда $f(x)=\frac{1}{x}$ функциясы кемімелі болады. Шынында да, егер $0<x_1<x_2$ ($x_1<x_2<0$ жағдайы осы сияқты) болса, онда

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}>0,$$

себебі $x_2-x_1>0$, $x_1\cdot x_2>0$. Онда $f(x_1)>f(x_2)$, яғни функция кемімелі.

Егер $x>0$ немесе $x<0$ болса, онда $f(x)=\frac{k}{x}$ функциясы $k>0$ болғанда кемімелі, ал $k<0$ болғанда өспелі болатынын дәлелдеңдер.

C

3.160. $x>0$ және $x<0$ болсын. $k>0$ болғанда $y=\frac{k}{x}$ функциясы кемитінін, ал $k<0$ болғанда өсетінін пайдаланып, төмендегі функциялардың қайсысы өспелі, қайсысы кемімелі болатынын, функция қай координаталық ширектерде орналасатынын анықтаңдар:

1) $y=\frac{3}{x}$; 2) $y=-\frac{10}{x}$; 3) $y=-\frac{1}{2x}$; 4) $y=\frac{1}{4x}$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

3.161. Санды стандарт түрде жазып, оның мәнді бөлігі мен ретін көрсетіңдер:

1) 28 127 000 000; 2) 0,000 019 270; 3) $\frac{4}{7}\cdot 10^{-5}$; 4) $182\cdot 10^{7}$.

3.162. Теңдеуді шешіңдер:

1) $3,5x-1,8=(5,5x+3,4)-5,8$; 2) $(x+5a)-17a=3a-2x$.

3.163. Сөзбен сипатталған модельді математикалық тілде жазыңдар:

1) x және y сандарының қосындысы 17-ге тең;

2) екі санның екі еселенген көбейтіндісі олардың қосындысынан 20-ға артық.

IV. СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

4.1. Бас жиынтық және таңдама

Статистика элементтерімен сендер төменгі сыныптан таныссыңдар. Соны еске түсірейік.

Статистика – ол белгілі бір ортақ белгі-қасиеттермен сипатталатын мәліметтерді, деректерді жинақтау, өңдеу, талдау және оның нәтижелерін түсіндірумен айналысатын ғылым саласы.

Айталық, қайсыбір біртекті объектілер жиынтығына ортақ сан-ды белгілері бойынша статистикалық зерттеулер жүргізу қажет болсын. Мұндай жиынды ***бас жиынтық*** деп атайды. Кейбір жағдайларда бас жиынтықтың әрбір элементін зерттейді. Мысалы, мектептегі барлық 7-сынып оқушыларының II тоқсандағы математика пәнінен көрсеткен білім деңгейін білу қажет болса, онда әрбір оқушының білімін тексеріп, олардан мектептің 7-сынып оқушыларына тән көрсеткіштерді анықтайды. Сол сияқты, халық санағын жүргізу кезінде де еліміздің әрбір тұрғындарымен кездесіп, оларды есепке алады. Ал көптеген жағдайларда бас жиынтықтың әрбір элементін зерттеп, оқып-үйрену мүмкін бола бермейді. Мысалы, белгілі бір егістік алқабына егілген дәннің өнімділігін түгел тексеріп шығу мүмкін емес. Бұл жағдайда егістік алқабының (жалпы жиынтық) кездейсоқ алынған 1 м^2-де өніп шыққан дәндерді есептеп (мұны ***таңдама*** деп атайды), осыдан шығатын қорытындыны жалпы егістік алқабына тән қасиет деп қабылдайды.

Осылайша, жалпы жиынтықтың кездейсоқ таңдап алынған бөлігін **кездейсоқ таңдама** деп атайды.

Зерттелетін объектілер жиынтығы – жалпы жиынтық	Зерттеуге кездейсоқ іріктеп алынған объектілер жиыны – кездейсоқ таңдама

1-мысал. Аяқкиім фабрикасы менеджері 7-ші сыныпта оқитын кездейсоқ алынған 50 ер баланың аяқкиімдері өлшемдерін сұрастырып, мынадай мәліметтер алды:

38, 36, 36, 37, 34, 40, 39, 35, 35, 37, 37, 38, 39, 38, 38, 37, 40, 38, 37, 36, 37, 38, 37, 38, 34, 33, 39, 39, 34, 40, 35, 38, 37, 36, 39, 36, 40, 40, 35, 33, 39, 34, 36, 37, 38, 38, 36, 37, 35, 39.

Мұнда келтірілген деректер – кездейсоқ таңдалып, ал жалпы жиынтық – еліміздің 7-ші сыныбында оқитын барлық ер балалар аяқкиімдері өлшемдері. $n = 50$ – таңдама көлемі – ол таңдама құрамына енетін объектілер (элементтер) саны; $x_{min} = 33$ – таңдаманың ең кіші мәні; $x_{max} = 40$ – таңдаманың ең үлкен мәні; $x_{max} - x_{min} = 40 - 33 = 7$ – таңдама құлашы.

Бұл жинақталған деректерді осы қалпында оқып-үйрену – қиын іс-шара. Сондықтан оны келесі тәртіппен ықшамдап аламыз. Алдымен таңдама құрамына неше түрлі мәліметтер енетінін анықтап алу керек. Құрастырылған мысалда аяққиім өлшемдерінің мынадай түрлері кездеседі: 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40.

Осындай таңдамаға енетін мәліметтердің әр түрін өсу тәртібімен жазылуын ***ығыспалы қатар*** деп атайды, ал ығыспалы қатарда кездесетін әрбір мәнді ***нұсқалық*** деп атайды.

Енді ығыспалы қатардағы әрбір нұсқалық таңдамада неше рет қайталанатынын анықтайық. Ол үшін кестеде көрсетілгендей етіп, есептеулер жүргізеді.

x_i нұсқалық	$x_1 = 33$	$x_2 = 34$	$x_3 = 35$	$x_4 = 36$	$x_5 = 37$	$x_6 = 38$	$x_7 = 39$	$x_8 = 40$
санау	||	||||	卌	卌 ||	卌 卌	卌 卌	卌 ||	卌
n_i – саны	2	4	5	7	10	10	7	5

Кестеден $x_1 = 33$ нұсқалығы таңдамада 2 рет, $x_3 = 35$ – 5 рет, ал $x_5 = 37$ – 10 рет кездесетінін көреміз. Бұл сандарды сәйкес нұсқалықтың ***абсолюттік жиілігі (жиілігі)*** деп атайды. Барлық абсолюттік жиіліктер қосындысы таңдама көлеміне тең болады:

$$n = 2 + 4 + 5 + 7 + 10 + 10 + 7 + 5 = 50.$$

Нұсқалықтың абсолюттік жиілігін таңдама көлеміне бөлгенде шығатын санды осы нұсқалықтың ***салыстырмалы жиілігі*** деп атайды. Мысалы, $x_4 = 36$ нұсқалығының абсолюттік жиілігі $n_4 = 7$, ал салыстырмалы жиілігі $m_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{7}{50}$-ге тең. Барлық салыстырмалы жиіліктер қосындысы 1-ге тең:

$$\frac{2}{50} + \frac{4}{50} + \frac{5}{50} + \frac{7}{50} + \frac{10}{50} + \frac{10}{50} + \frac{7}{50} + \frac{5}{50} = 1.$$

Абсолюттік жиілікті пайдаланып, келесі кесте құрастырылады. Оны ***ығыспалы қатардың жиіліктер кестесі*** деп атайды:

x_i	33	34	35	36	37	38	39	40
n_i	2	4	5	7	10	10	7	5

Осы сияқты, ығыспалы қатардың салыстырмалы жиілік кестесі құрастырылады:

x_i	33	34	35	36	37	38	39	40
ω_i	$\frac{2}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{5}{50}$

Жиіліктер кестесі бойынша таңдаманың модасы мен медианасын анықтау жеңіл. Осы мысалда екі мән мода болады: $M_0 = 37$ және $M_0 = = 38$, ал медианасы $M_e = 37$. Таңдаманың арифметикалық орта мәні $\overline{X}$ арқылы белгіленеді. $\overline{X}$-ті анықтау үшін әрбір нұсқалықты сәйкес абсолюттік жиіліктеріне көбейтіп, олардың қосындысын таңдама көлеміне бөледі немесе әрбір нұсқалықты сәйкес салыстырмалы жиілікке көбейтіп, оларды қосады:

$$\overline{X} = \frac{33\cdot 2 + 34\cdot 4 + 35\cdot 5 + 36\cdot 7 + 37\cdot 10 + 38\cdot 10 + 39\cdot 7 + 40\cdot 5}{50} = 37{,}04.$$

?

1. Статистика саласы нені оқып үйретеді?
2. Бас жиынтық деп нені түсінесіңдер?
3. Кездейсоқ таңдама деген не? Оның көлемі деп нені айтады? Мысал келтіріңдер.
4. Ығыспалы қатар, нұсқалық деп нені айтады? Мысал келтіріңдер.
5. Нұсқалықтың абсолюттік жиілігі деп, салыстырмалы жиілігі деп нені айтады? Мысал келтіріңдер.
6. Таңдаманың арифметикалық орта мәні, құлашы, көлемі, модасы мен медианасы қалай анықталады? Мысал келтіріңдер.

Т

«Статистика» термині латынның «статус» (status) сөзінен шыққан және «күй», «хал-жағдай» деген мағынаны білдіреді. Табиғи-әлеуметтік құбылыстарды сан арқылы немесе сандар қатынасы арқылы сипаттау мәселесі XVII ғасырдың екінші жартысында пайда болды. Жалпы Бернулли, Лаплас, Пуассон, Чебышев, Марков сынды ғалымдардың ықтималдық теориясы саласына қосқан еңбектерінен соң, статистикалық мәліметтерді ықтималдықтар теориясы тұрғысынан зерттеу жұмыстарын жүргізуге кең мүмкіндіктер ашылды. Осылайша, жалпы мағынадағы статистика ұғымынан математикалық статистика ұғымы бөлініп шықты. Ал XIX ғасырда жалпы әлеуметтік құбылыстарды зерттеуде қолданылып келген статистика тәсілдері жаратылыстану ғылымдарына да кең көлемде ене бастады. Осы таңда математикалық статистика тәсілдерін қолданбайтын бірде-бір ғылым, техника, халық шаруашылығы және саяси-әлеуметтік саланы атап көрсету мүмкін емес.

ПТ

Сөйлем ұзындығы деп оның құрамына енетін сөздер мен тыныс белгілері сандарының қосындысын айтады.

«Абай жолы» романының (I том) (немесе өзге өздеріңе ұнайтын әдеби шығарманың) 100 – 101-бетіндегі сөйлемдер ұзындықтарын есептеп, олардың көмегімен: 1) ығыспалы қатардың жиіліктер (салыстырмалы жиіліктер) кестесін құрыңдар; 2) таңдама құлашын табыңдар; 3) таңдаманың модасы мен медианасын анықтаңдар; 4) арифметикалық орта мәнін табыңдар.

ЕСЕПТЕР

A

4.1.–4.6-есептерде берілген таңдаманың абсолюттік жиілігі немесе салыстырмалы жиілігі кестесі бойынша таңдаманың: 1) арифметикалық орта мәнін; 2) модасы мен медианасын табыңдар.

4.1.

X	2	5	7	8
m_i	1	3	2	4

4.2.

X	4	7	8
m_i	5	2	3

4.3.

X	2	3	5	6
m_i	10	15	5	20

4.4.

X	15	20	25	30	35
m_i	10	15	30	20	25

4.5.

X	2	4	5	7	10
ω_i	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

4.6.

X	1	4	5	8	9
ω_i	0,15	0,25	0,3	0,2	0,1

4.7. Сөздің ұзындығы деп оның құрамына енетін әріптер санын айтады. Қазақстан гимніндегі сөздер ұзындығынан құралған:

1) ығыспалы қатардың жиіліктер кестесін; 2) салыстырмалы жиіліктер кестесін; 3) таңдама көлемі мен құлашын; 4) арифметикалық орта мәнін; 5) модасы мен медианасын табыңдар.

B

4.8. Өздеріңнің әрбір пәннен II тоқсанда алған бағаларыңды тізіп жазып, олардың әрқайсысы бойынша: 1) абсолюттік жиілік кестесін; 2) салыстырмалы жиілік кестесін; 3) арифметикалық ортасын табыңдар.

4.9. Абсолюттік жиілік кестесі

X_i	–5	2	3	4
m_i	4	3	1	m

түрінде берілген таңдаманың арифметикалық ортасы $\overline{X} = -0{,}3$ болса, онда m мен таңдама көлемін табыңдар.

4.10. Кездейсоқ шаманың салыстырмалы жиілік кестесі

X_i	-2	-1	1	x_4
ω_i	0,3	0,1	0,2	p

түрінде берілген. Егер $\overline{X} = 1{,}1$ болса, онда p мен x_4-ті табыңдар.

4.11. Кездейсоқ шаманың салыстырмалы жиілік кестесі

X_i	2	x_2	5	7
m_i	0,2	0,3	0,3	p_4

түрінде берілген. Егер $\overline{X} = 4{,}2$ болса, онда x_2 мен p_4-ті табыңдар.

4.12. y-тің қандай мәндерінде

X_i	0	y	4	6
ω_i	0,2	0,1	0,3	0,4

заңдылығымен үлестірілген X кездейсоқ шамасы үшін $\overline{X} = 3{,}8$ теңдігі орындалады?

4.13 – 4.14-есептерде берілген таңдама бойынша: 1) абсолюттік жиілік кестесін; 2) салыстырмалы жиілік кестесін; 3) арифметикалық орта мәнін; 4) модасы мен медианасын табыңдар.

4.13.

42	42	41	49	42
41	49	42	41	42
45	42	42	41	49
40	45	41	44	44
41	45	42	43	43

4.14.

55	56	56	58	57
59	57	58	56	58
58	56	59	57	59
57	55	56	59	57
56	58	56	59	59

C

4.15*. Көлемі 10-ға тең таңдама құрамында екі элемент бар: x_1, x_2. Мұнда $x_1<x_2$ және x_1 элементінің абсолюттік жиілігі 6-ға тең. Егер таңдаманың арифметикалық орта мәні $\overline{X}=1{,}4$, ал модасы $M_0 = 1$ болса, онда x_1 мен x_2-ні табыңдар.

4.16*. Таңдама екі түрлі мән қабылдайды: x_1 және x_2 ($x_1<x_2$). Мұнда x_1 элементінің салыстырмалы жиілігі 0,2-ге тең. Егер $\overline{X}=2{,}6$, $M_0 = 6{,}7$ болса, онда x_1 мен x_2-ні табыңдар.

4.17. Метеоролог журналында сағат 9-дан кешкі 21-ге дейінгі әрбір 3 сағат сайын ауа температурасының көрсетулері тіркелген мәліметтер мынадай болды:

Уақыты, сағат	9	12	15	18	21
Температурасы	6°C	10°C	18°C	12°C	9°C

Бұл кесте абсолюттік немесе салыстырмалы жиілік кестесі бола ма? Жауаптарыңды негіздеңдер. Абсолюттік жиілік кестесі бойынша ауа температурасының арифметикалық орта мәнін және таңдама көлемін анықтаңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

4.18. Мектептегі ер балалар саны 806-ға тең және олар мектептегі барлық оқушылардың 52%-ын құрайды. Мектептегі қыз балалар саны қанша?

4.19. Бірмүшені стандарт түрге келтіріңдер:

1) $(2x^2)^3 \cdot \dfrac{x^2}{4}$;   2) $(-3a^4)^5 \cdot \dfrac{a^3}{27}$.

4.20. Сызықтық функция графигі $y = 2x$ түзуіне параллель және M $(-1;\ 2)$ нүктесі арқылы өтеді. Осы функцияны формула арқылы жазыңдар.

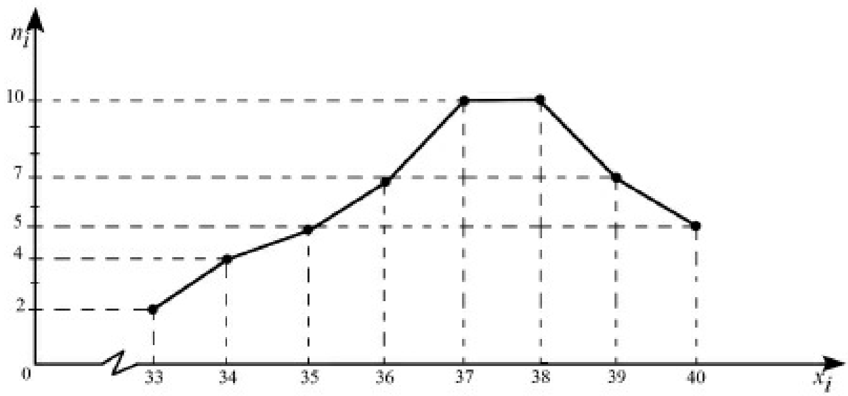
4.2. Жиіліктер мен салыстырмалы жиіліктер алқабы

Алдыңғы тақырыпта сендер статистикалық мәліметтерді (деректерді) ығыспалы қатардың жиіліктер кестесі немесе салыстырмалы жиіліктер кестесі түрінде жазуды үйрендіңдер. Енді бұл деректерді «график» түрінде көрсетейік. Ол үшін ығыспалы қатардың бірінші жолындағы нұсқалықтарды абсциссалар осіне, ал екінші жолдағы сәйкес жиіліктерді (салыстырмалы жиіліктерді) ординаталар осіне өлшеп саламыз.

Координаталық жазықтықта сәйкес нүктелерді белгілеп, оларды тізбектеп түзу кесінділерімен қосамыз. Шыққан фигура ***жиіліктер (салыстырмалы жиіліктер) алқабы*** деп аталады. Кейде оны жиіліктер көпбұрышы (сәйкес салыстырмалы жиіліктер көпбұрышы) деп те атайды.

Алдыңғы тақырыптың 1-мысалында келтірілген таңдаманың жиіліктер кестесі бойынша оның жиіліктер алқабын тұрғызайық, ал ығыспалы қатардың жиіліктер кестесі мынадай болған.

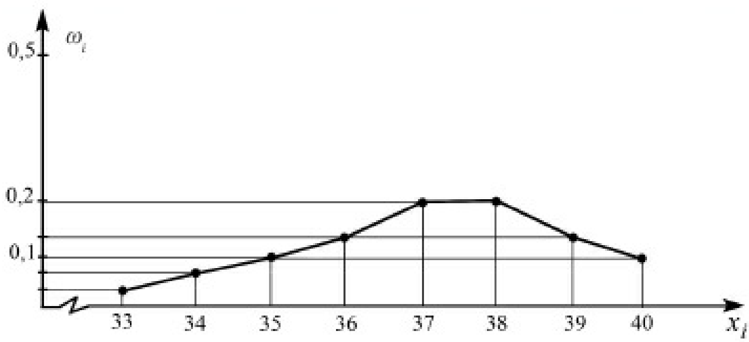
x_i	33	34	35	36	37	38	39	40
n_i	2	4	5	7	10	10	7	5



4.1-сурет

Салыстырмалы жиіліктер кестесі:

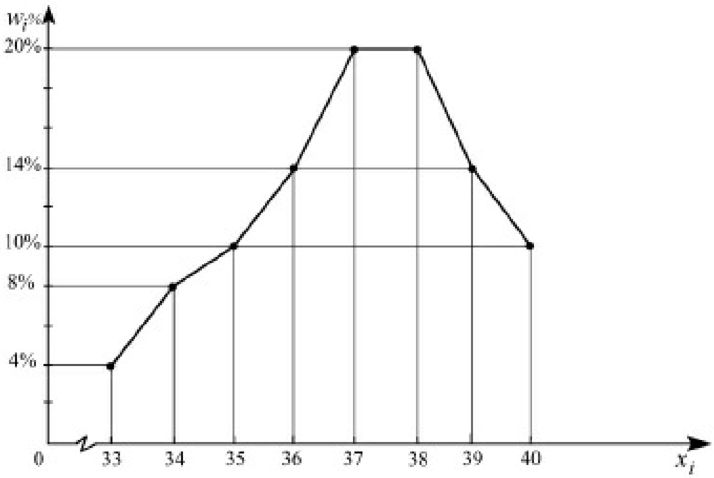
x_i	33	34	35	36	37	38	39	40
ω_i	$\frac{2}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{5}{50}$



4.2-сурет

Кейде салыстырмалы жиіліктерді процентпен өлшейді. Бұл мысалда процентпен берілген салыстырмалы жиілік кестесі былай жазылады:

x_i	33	34	35	36	37	38	39	40
w_i%	4%	8%	10%	14%	20%	20%	14%	10%



4.3-сурет

?

1) Ығыспалы қатардың жиіліктер (салыстырмалы жиіліктер) алқабы деген не? Ол қалай салынады?
2) Салыстырмалы жиіліктерді процент есебімен қалай анықтайды?
3) 4.1–4.3-суреттерде келтірілген жиіліктер мен салыстырмалы жиіліктер алқаптарының ұқсастығы мен айырмашылығы қандай? Оны қалай түсіндіруге болады?

ПТ

Алдыңғы тақырыптағы 6.7-ші есептегі Қазақстан Гимні мәтініндегі сөздер ұзындығынан құралған ығыспалы қатардың жиіліктер алқабын компьютерде Excel бағдарламасы көмегімен салыңдар. Оны келесі тәртіппен орындауға болады:

1) Excel бағдарламасында жиілік алқабын салу.
MS Excel-дегі жиілік алқабы
MS Excel-де жиілік алқабын салу тәсілін көрсетеміз. Кестеден екі бағанды бөліп аламыз: біріншісінде нұсқалық мәндері (*Ох* осінде салынады) және келесісіне салыстырмалы жиіліктер (*Оу* осінде салынады) жазылады. Енді бастырмасын басып, арнайы модуль – *Мастер диаграммасын шығарамыз*. Ол бізге 4 сұрақ қояды:

1. График түрін анықтаңыз (мәндері кесінді арқылы қосылған нүктелік диаграмма);
2. Бастапқы деректерді көрсетіңіз (олар жазылып қойылған: X – нұсқалықтар, Y – сәйкес жиілік);

3. Безендірудің қосымша параметрін беруге болады (бермесе де болады);
4. Диаграмманы қоятын жерді көрсету (көрсетілмеген жағдайда осы бетте салынады). Жиілік алқабы дайын.

ЕСЕПТЕР

А

4.21–4.26 есептерде берілген ығыспалы қатардың жиіліктер және %-пен алынған салыстырмалы жиілік алқабын салыңдар.

4.21.

x	2	5	7	9
n_i	1	3	4	2

4.22.

x	4	5	6	7
n_i	4	3	2	1

4.23.

x	2	4	5	7
n_i	10	15	5	20

4.24.

x	15	20	25	30	35
n_i	10	15	30	20	25

4.25.

x	2	4	6	8	10
n_i	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

4.26.

x	1	3	5	7	9
n_i	0,15	0,25	0,3	0,2	0,1

4.27–4.34-есептерде берілген таңдамалық деректерді Excel бағдарламасы көмегімен өңдеп, оның жиіліктер алқабын салыңдар. Құлашын, ең үлкен және ең кіші нұсқалығын табыңдар.

4.27.

42	42	41	49	42
41	49	42	41	42
45	42	42	41	49
40	45	41	44	44
41	45	42	43	43

4.28.

55	56	56	58	57
59	57	58	56	58
58	56	59	57	59
57	55	56	59	57
56	58	56	59	59

B

4.29.

45	56	66	42	61	53	62	71	49	62
59	53	57	46	57	71	49	61	51	72
53	46	59	53	59	43	62	52	51	69
51	65	56	39	57	60	59	51	59	69
56	57	44	59	51	51	48	62	53	67
48	62	51	51	59	56	57	46	57	59
51	61	47	56	48	64	51	58	62	66
51	56	59	42	56	57	51	48	61	62
59	48	63	49	53	64	59	63	51	67
56	50	58	53	46	65	49	59	56	58

4.30.

268	273	242	222	236	248	252	232	269	287
253	286	275	235	202	239	225	236	237	224
258	268	277	249	248	263	243	266	212	255
249	288	213	264	247	242	228	277	256	251
267	232	258	246	278	279	257	255	243	268
258	262	267	275	266	246	252	261	269	262
254	244	265	274	252	265	222	269	254	278
249	246	253	296	249	242	258	258	254	245
251	252	249	232	269	263	269	271	245	249
268	286	277	264	278	246	222	258	245	287

4.31.

30	52	72	25	62	45	65	82	39	56
58	45	55	32	55	82	38	63	43	84
46	32	58	45	58	26	65	45	62	78
42	70	52	38	55	60	58	43	58	69
52	55	28	58	43	42	35	64	46	75

35	64	43	42	58	52	55	32	55	59
43	62	34	52	37	68	42	56	65	72
42	52	58	25	52	55	43	35	62	65
58	36	66	38	46	68	58	64	43	74
52	41	45	47	32	69	39	58	52	56

4.32.

45	56	66	43	61	52	62	71	49	62
59	52	58	46	58	71	49	62	51	72
53	46	59	52	59	46	62	52	61	69
51	65	56	49	57	60	59	51	59	64
56	58	44	59	51	51	47	62	53	67
47	62	51	51	59	56	57	56	57	59
51	56	59	42	56	57	51	47	61	62
59	48	63	49	53	64	59	63	51	67
56	56	52	59	46	64	49	59	56	58
46	51	58	48	49	61	51	47	58	71

4.33.

169	154	143	155	113	155	171	168	153	136
145	168	122	163	117	165	132	159	107	125
146	152	142	132	152	161	148	136	138	149
151	157	178	149	195	145	166	182	135	136
163	169	165	148	151	153	139	166	138	128
168	157	143	179	165	159	149	141	102	169
179	177	162	149	146	113	151	152	143	157
163	169	155	152	175	177	131	154	174	182
145	153	162	142	173	174	168	153	185	168
168	167	141	148	152	158	152	155	184	181

4.34.

132	136	147	124	129	101	125	124	137	108
128	121	138	132	124	119	121	127	130	114
129	131	133	138	126	121	130	128	134	111
112	135	127	106	120	131	117	127	118	118
124	119	131	133	134	125	134	137	123	126
134	126	127	126	127	135	115	141	122	108
127	124	133	134	124	133	131	141	143	129

131	134	139	106	132	121	124	123	121	116
134	126	125	146	139	126	123	137	116	134
133	122	134	107	135	136	132	124	117	112

4.35. Дискретті кездейсоқ шаманың бас жиынтығынан таңдама алынған: а) таңдама көлемін табыңдар; ә) жиілік кестесін жазыңдар; б) жиілік алқабын салыңдар:

1) 2, 1, 3, 3, 4, 5, 4, 4, 3, 5, 2, 2, 3, 4, 3, 1, 5, 4, 2, 3;

2) 4, 3, 4, 4, 6, 6, 7, 8, 7, 6, 5, 5, 3, 5, 6, 8, 5, 3, 4, 6.

4.36. Қандай да бір дискретті кездейсоқ шаманың бас жиынтығынан мынадай таңдама алынған: 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4. а) Таңдама нұсқалығын жазыңдар; ә) таңдама көлемін анықтаңдар; б) жиіліктің нұсқалық қатарын жазыңдар; в) жиілік алқабын салыңдар.

4.37. Қандай да бір дискретті кездейсоқ шаманы зерттеу барысында 40 тәуелсіз бақылаулар нәтижесі төмендегідей болды:

10,	13,	10,	9,	9,	12,	12,	6,	7,	9,
8,	9,	11,	9,	14,	13,	9,	8,	8,	7,
10,	10,	11,	11,	11,	12,	8,	7,	9,	10,
14,	13,	8,	10,	9,	7,	10,	9,	8,	12.

а) Таңдама нұсқалығын жазыңдар; ә) салыстырмалы жиіліктің нұсқалық қатарын жазыңдар; б) жиілік алқабын салыңдар.

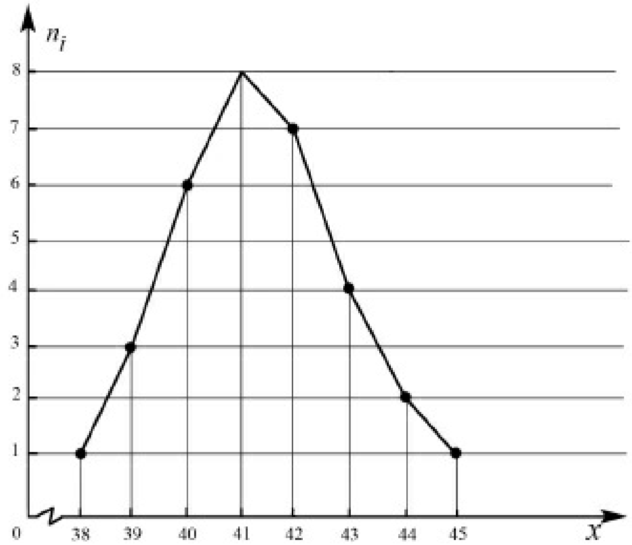
C

4.38. Көлемі 10-ға тең таңдаманың арифметикалық ортасы 25-ке тең. Таңдаманың ең кіші мәні 7-ге тең және өзге нұсқалықтардан әлдеқайда кіші. Сондықтан бұл мән таңдама құрамынан алынып тасталды. Енді қалған мәндердің арифметикалық ортасы қандай болды?

4.39. Таңдама көлемі 15-ке тең және оның арифметикалық ортасы 220-ға тең. Егер бұл таңдамаға 252-ге тең нұсқалықты қосатын болсақ, онда оның арифметикалық ортасы қалай өзгереді?

4.40. Мұзда мәнерлеп сырғанау жарысында спортшыға 10 әділқазы мүшелері қойған бағалардың арифметикалық ортасы 5,4-ке тең болды. Ереже бойынша ең кіші және ең үлкен бағаны алып тастап, қалған бағалардың арифметикалық ортасы алынады. Бұл сан да 5,4-ке тең болып шықты. Сонда алынып тасталған бағалау қосындысы неге тең?

9–2557



4.4-сурет

4.41. 4.4-суретте аяқкиім дүкенінде бір күнде сатылған ерлер аяқкиімі өлшемдері бойынша жиілік алқабы салынған. Осы сурет бойынша: 1) таңдама көлемін; 2) жиіліктің және салыстырмалы жиіліктің ығыспалы қатарын; 3) таңдама құлашын; 4) модасы мен медианасын; 5) арифметикалық орта мәнін табыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

4.42. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x - \frac{x-2}{4} = \frac{x}{6} - 3;$ 2) $0,23 = \frac{5-2x}{8} \cdot 4,6.$

4.43. Бір координаталар жүйесінде $y = 2 - x$ және $y = x^2$ функциялары графиктерін салып, олардың қиылысу нүктелерін график бойынша анықтаңдар.

V. ҚЫСҚАША КӨБЕЙТУ ФОРМУЛАЛАРЫ

5.1. Екі өрнектің қосындысының квадраты және айырмасының квадраты

5.1.1. Екі өрнектің қосындысының квадраты. Көпмүшені көпмүшеге көбейтуді кейбір жағдайларда ықшамдырақ орындауға болады. Көпмүшелерді көбейтудің осы дербес жағдайларын өрнектейтін формулаларды ***қысқаша көбейту формулалары*** деп атайды.

Екі a және b өрнектерінің қосындысын квадраттайық:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2,$$

яғни біз

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (1)$$

теңбе-теңдігінің ақиқаттығын дәлелдедік. (1) формуланы екі өрнектің ***қосындысының квадратының формуласы*** деп атайды.

Осыдан мынадай ереже шығады.

> ***– Екі өрнектің қосындысының квадраты бірінші өрнектің квадратына, плюс екі еселенген бірінші және екінші өрнектердің көбейтіндісіне, плюс екінші өрнектің квадратына тең.***

5.1.2. Екі өрнектің айырмасының квадраты. Енді $a-b$ айырмасын квадраттайық:

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

Сонымен,

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \qquad (2)$$

теңбе-теңдігі орындалады. Бұл формуланы екі өрнектің ***айырмасының квадратының формуласы*** деп атайды.

> ***– Екі өрнектің айырмасының квадраты бірінші өрнектің квадратына, минус екі еселенген бірінші және екінші өрнектің көбейтіндісіне, плюс екінші өрнектің квадратына тең.***

1-мысал. а) $(3x+2)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2+2^2=9x^2+12x+4;$

ә) $(2a-7b)^2=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 7b+(7b)^2=4a^2-28ab+49b^2.$

2-мысал. $(2a+9)^2-a(4a+31)$ өрнегін ықшамдайық:

$$(2a+9)^2-a(4a+31)=4a^2+36a+81-4a^2-31a=5a+81.$$

(1) және (2) формулалардың көмегімен «дөңгелек» сандарға жақын сандардың квадратын есептеген ыңғайлы.

3-мысал. а) $51^2=(50+1)^2=2500+100+1=2601;$

ә) $79^2=(80-1)^2=6400-160+1=6241.$

(1) және (2) формулаларды кері тәртіппен де жиі қолданады, яғни оларды

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \text{ және } a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

түрінде де қолданады. Қосынды мен айырма квадраттарының формулаларын осы көрсетілген түрде, көбінесе көпмүшелерді көбейткіштерге жіктеу үшін қолданады.

4-мысал. Көпмүшені көбейткіштерге жіктейік:

а) $9a^2-12ab+4b^2$; ә) $100+40p+4p^2$; б) $x^2-4xy+4y^2-ax+2ay$.

Шешуі.

а) $9a^2-12ab+4b^2=(3a)^2-2\cdot 3a\cdot 2b+(2b)^2=(3a-2b)^2$;

ә) $100+40p+4p^2=10^2+2\cdot 10\cdot 2p+(2p)^2=(10+2p)^2$;

б) $x^2-4xy+4y^2-ax+2ay=x^2-2\cdot x\cdot 2y+(2y)^2-a(x-2y)=$
$=(x-2y)^2-a(x-2y)=(x-2y)(x-2y-a)$.

Екі өрнектің қосындысы мен айырмасы квадратының формулаларын біріктіре отырып, былай жазады:

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$$

?

1. Қысқаша көбейту формулалары деп нені айтады?
2. Екі өрнектің қосындысының квадратының ережесін айтыңдар.
3. Екі өрнектің қосындысының квадратының формуласын жазыңдар.
4. Екі өрнектің айырмасының квадратының ережесін айтыңдар.
5. Екі өрнектің айырмасының квадратының формуласын жазыңдар.
6. (1) және (2) формулаларды дәлелдеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

5.1. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(m+4)^2$; 2) $(c-b)^2$; 3) $(x+y)^2$;
4) $(p-q)^2$; 5) $(a-3)^2$; 6) $(b+4)^2$;
7) $(2x-y)^2$; 8) $(-2-a)^2$; 9) $(\frac{1}{2}+b)^2$; 10) $(0{,}3-y)^2$.

5.2. Көпмүшені түрлендіріңдер:

1) $(x-1)^2$; 2) $(3a-b)^2$; 3) $(5z+t)^2$; 4) $(5x-2y)^2$;
5) $(6m-4n)^2$; 6) $(x+c)^2$; 7) $(a-4)^2$; 8) $(0{,}2a+b)^2$.

5.3. Өрнекті түрлендіріңдер:

1) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$; 2) $\left(b+\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(a-\frac{1}{5}\right)^2$;

4) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$; 5) $\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{3}\right)^2$; 6) $\left(2\frac{1}{3}m+1\frac{1}{2}n\right)^2$;

7) $\left(5m-\frac{n}{2}\right)^2$; 8) $\left(9p-\frac{q}{3}\right)^2$.

5.4. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(-a+2)^2$; 2) $(-b-3)^2$; 3) $(-n+4)^2$; 4) $(-x-10)^2$;

5) $(-2x-3y)^2$; 6) $\left(-\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b\right)^2$; 7) $\left(-1\frac{1}{3}x-6\right)^2$; 8) $\left(-c+\frac{b}{4}\right)^2$.

5.5. Есептеңдер:

1) $101^2=(100+1)^2$; 2) 31^2; 3) 51^2;
4) 39^2; 5) 103^2; 6) 99^2;
7) 999^2; 8) 1001^2; 9) 105^2.

5.6. Екімүшенің квадраты түрінде жазыңдар:

1) $x^2+2xy+y^2$; 2) a^2+2a+1; 3) b^2-6b+9;
4) $c^2-10c+25$; 5) $4m^2+4m+1$; 6) $16-8c+c^2$.

5.7. Екімүшенің квадраты түрінде жазыңдар:

1) $9a^2-24ab+16b^2$; 2) $4c^2+12c+9$;
3) $25x^2+10x+1$; 4) $81x^2-18xy+y^2$;
5) m^2+4n^2-4mn; 6) $100a^2+b^2+20ab$.

5.8. Екімүшенің квадраты түрінде жазыңдар:

1) $1+a^2-2a$; 2) $4xy+y^2+4x^2$;
3) $28ab+49a^2+4b^2$; 4) $10mn+100m^2+0{,}25n^2$;
5) $\frac{1}{4}a^2+4b^2-2ab$; 6) $8ab+b^2+16a^2$.

5.9. Бос орынды берілген өрнек екімүшенің квадраты түріне келетіндей етіп, тиісті өрнекпен толтырыңдар:

1) $\square+2ac+c^2$; 2) $m^2-\square+n^2$; 3) $x^2-4xy+\square$;
4) $a^2+2ca+\square$; 5) $\square+14c+49$; 6) $k^2-\square+9$.

5.10. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) a^2-2a+1, мұндағы $a=101$, -9; 31; $0{,}4$;
2) x^2+4x+4, мұндағы $x=98$, -32; $-2{,}5$.

B

5.11. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(0,2a-5y)^2$; 2) $(0,3x+4y)^2$; 3) $(1,3m+2,5n)^2$;

4) $\left(\frac{3}{4}x-0,5y\right)^2$; 5) $\left(1\frac{2}{3}c+0,6\right)^2$; 6) $\left(\frac{5}{6}p-\frac{3}{5}q\right)^2$.

5.12. Көпмүшеге түрлендіріңдер:

1) $(x^2+3y)^2$; 2) $(0,3a^2+4b)^2$; 3) $(0,2m^2-5n)^2$;

4) $(1,3p^3+2,5p^2)^2$; 5) $(2,4c^3-1,5d^2)^2$; 6) $(7x^2y+3xy^2)^2$.

5.13. Өрнекті түрлендіріңдер:

1) $\left(\frac{3}{4}a^2-0,5b^3\right)^2$; 2) $\left(1\frac{2}{3}x^2+0,6y^4\right)^2$; 3) $(b^n-b)^2$;

4) $(x^m-x)^2$; 5) $(c^{k+1}+c^k)^2$; 6) $(a^m+b^n)^2$.

5.14. Екімүшенің квадраты түріне келтіріңдер:

1) $25x^2+49y^2-70xy$; 2) $\frac{1}{4}a^2+3a+9$; 3) $\frac{25}{36}m^2-mn+\frac{9}{25}n^2$;

4) $\frac{1}{16}c^4+2c^2x+16x^2$; 5) $0,01a^4+b^2-0,2a^2b$; 6) $b^8-a^2b^4+\frac{1}{4}a^4$.

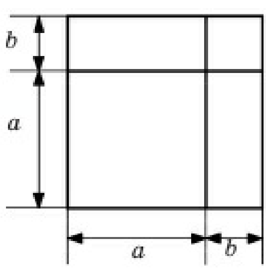
5.15. Үшмүшені екімүшенің квадраты түріне келтіруге бола ма:

1) a^2-2a+4; 2) $9m^2+100n^2-60mn$; 3) $4a^2+b^2-4ab$;

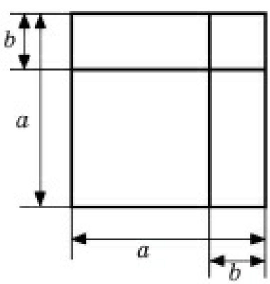
4) $81p^2-72pq-16q^2$; 5) $9x^8+4y^2-12x^4y$; 6) $a^2b^4-2ab^2x^4+x^8$?

5.16. 5.1-суретті пайдаланып, a және b оң сандары үшін $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ формуласының геометриялық мағынасын түсіндіріңдер.

5.17. 5.2-суретті пайдаланып, a және b оң сандары үшін $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ формуласының геометриялық мағынасын түсіндіріңдер.



5.1-сурет



5.2-сурет

5.18. Теңбе-теңдік орындалатындай етіп, бос орынды толтырыңдар:

1) $(\square+2b^2)^2=9a^4+12a^2b^2+4b^4$; 2) $(15m+\square)^2=225m^2+12n^3m+0,16n^6$;
3) $(3x^2-2,5y)^2=9x^4-\square+6,25y^2$; 4) $(3x^4-2a^6)^2=9x^8-12x^4a^6+\square$.

5.19. Теңдеуді шешіңдер:

1) $4x^2-(2x-1)^2=15$; 3) $(3x+1)^2-(3x-1)^2=11x+1,2$;
2) $9x^2-1=(3x-2)^2$; 4) $(5+2y)(y-3)-2(y-1)^2=0$.

5.20. Теңдеудің түбірлерін табыңдар:

1) $16x(2-x)+(4x-5)^2=0$; 2) $9y(y+6)-(3y+1)^2=-1$;
3) $0,5(x-6)^2+2x\left(8-\dfrac{x}{4}\right)=2$; 4) $y+(5y+2)^2=25(2+y^2)$.

5.21. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(a+b)^2-(a-b)^2$; 4) $5(3-5x)^2-5(3x-7)(3x+7)$;
2) $(m+4)^2-4(m+1)^2$; 5) $(a+1)^2+3(a-1)^2-5(a-1)(a+1)$;
3) $3(2-y)^2+4(y-5)^2$; 6) $(x-1)^2-4(x+1)^2-6(x+1)(x-1)$.

5.22. Амалдарды орындаңдар:

1) $((3a+b)^2-(a+3b)^2)\cdot 2ab$; 2) $((x^2+2x)^2+(2x^2-x)^2):5x^2$.

C

5.23. $(a-b)^2$ өрнегіне қандай өрнекті қосқанда қосынды $(a+b)^2$ өрнегіне теңбе-тең болады?

5.24. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a-b)^2=(b-a)^2$; 2) $(-a-b)^2=(a+b)^2$.

5.25. Теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; 2) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

5.26. 5.25-есептегі формулаларды қолданып, көпмүшеге түрлендіріңдер:
1) $(a+2b)^3$; 2) $(c-3d)^3$; 3) $(2-m)^3$; 4) $(3x+2b)^3$.

5.27. a және b сандары квадраттарының қосындысын $a+b$ және $a-b$ арқылы өрнектеңдер.

5.28. $4ab$ өрнегін $a+b$ және $a-b$ арқылы өрнектеңдер.

5.29. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

5.30. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $((a+b)^2)^2$; 2) $(a-b)^4$.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

5.31. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $x^3+6x^2+11x+6$; 2) $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$.

5.32. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(a^3-3a^2b+b)(2a^2+2ab-3b^2)$; 2) $(a+3b)(a-3b)$.

5.33. Бір-бірінен 920 км қашықтықта орналасқан A және B пункттерінен бір уақытта бір-біріне қарама-қарсы екі пойыз шықты. Бірінші пойыздың жылдамдығы екіншісіне қарағанда 10 км/сағ артық. Пойыздар 5 сағат жүрген соң олардың бір-бірінен арақашықтығы 70 км болды. Пойыздардың жылдамдықтарын табыңдар.

5.34. Бірмүшенің квадраты түрінде жазыңдар:

1) $0{,}25x^4$; 2) $49a^6$; 3) $4m^2n^4$; 4) $0{,}04a^6b^4$.

5.2. Екі өрнектің квадраттарының айырмасы

5.2.1. Екі өрнектің айырмасы мен қосындысының көбейтіндісі.

$a-b$ айырмасын $a+b$ қосындысына көбейтейік:

$$(a-b)(a+b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2,$$

сонымен,

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2. \qquad (3)$$

– ***Екі өрнектің айырмасының олардың қосындысына көбейтіндісі осы өрнектердің квадраттарының айырмасына тең.***

1-мысал. а) $(4-5a)(4+5a)=4^2-(5a)^2=16-25a^2$;

ә) $(8+3x)(8-3x)=8^2-(3x)^2=64-9x^2$;

б) $(-m-7p)(7p-m)=(-1)(m+7p)(7p-m)=$
$=-[(7p)^2-m^2]=-(49p^2-m^2)=m^2-49p^2$.

2-мысал. $(2x-3y)(2x+3y)+9y^2-x$ өрнегін ықшамдайық.

Шешуі. $(2x-3y)(2x+3y)+9y^2-x=4x^2-9y^2+9y^2-x=4x^2-x$.

5.2.2. Екі өрнектің квадраттарының айырмасын көбейткіштерге жіктеу.

(3) формуланы

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b) \qquad (4)$$

түрінде жиі қолданады. (4) формуланы ***екі өрнектің квадраттарының айырмасын көбейткіштерге жіктеу формуласы*** деп атайды.

– ***Екі өрнектің квадраттарының айырмасы осы өрнектердің айырмасы мен қосындысының көбейтіндісіне тең.***

3-мысал. а) $64-x^2=8^2-x^2=(8-x)(8+x)$;

ә) $49a^2-25b^2c^4=(7a)^2-(5bc^2)^2=(7a-5bc^2)(7a+5bc^2)$;

б) $(2a-b)^2-(a+2b)^2=(2a-b-a-2b)(2a-b+a+2b)=(a-3b)(3a+b)$.

4-мысал. $4a^2-9b^2-2a-3b$ көпмүшесін көбейткіштерге жіктейік.

Шешуі. $4a^2-9b^2-2a-3b=(2a-3b)(2a+3b)-(2a+3b)=(2a+3b)(2a-3b-1)$.

?

1. Екі өрнектің айырмасы мен қосындысының көбейтіндісін табудың ережесін айтыңдар.
2. Екі өрнектің квадраттарының айырмасын көбейткіштерге жіктеу ережесін айтыңдар.
3. (3) формуланы дәлелдеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

5.35. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(m+n)(m-n)$; 2) $(q-p)(q+p)$; 3) $(c-d)(d+c)$;
4) $(a-c)(c+a)$; 5) $(x+y)(y-x)$; 6) $(y-5)(y+5)$;
7) $(x+2)(2-x)$; 8) $(1-a)(1+a)$; 9) $(n-2m)(n+2m)$;
10) $(2x-3y)(2x+3y)$; 11) $(8a+9b)(9b-8a)$; 12) $(5x+3y)(3y-5x)$.

5.36. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(m-3)(m+3)$; 2) $(c-7)(c+7)$; 3) $(4+5a)(5a-4)$;
4) $(7x-2)(7x+2)$; 5) $(8b+5a)(5a-8b)$; 6) $(10p-6q)(10p+6q)$.

5.37. Көпмүше түрінде жазыңдар:

1) $(-c+d)(c+d)$; 2) $(-a+b)(b-a)$;
3) $(-x-y)(x-y)$; 4) $(a+b)(-a-b)$;
5) $(x-y)(y-x)$; 6) $(-a-b)(-a-b)$.

5.38. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^2-y^2; 2) m^2-n^2; 3) c^2-25; 4) a^2-1;
5) $25-a^2$; 6) $49-b^2$; 7) $100-p^2$; 8) m^2-400;
9) $b^2-0{,}04$; 10) $1{,}21-x^2$; 11) $n^2-\frac{4}{9}$; 12) $\frac{25}{64}-p^2$.

5.39. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $9a^2-25b^2$; 2) $4c^2-49d^2$; 3) $-81+25m^2$; 4) $x^2y^2-0,04$;
5) $0,16-x^2$; 6) $144-49n^2$; 7) $a^2b^2-c^2$; 8) $p^2q^2-4k^2$.

5.40. Есептеңдер:

1) $(30+1)(30-1)$; 2) $61 \cdot 59$; 3) $199 \cdot 201$; 4) $72 \cdot 68$;
5) 55^2-45^2; 6) 41^2-31^2; 7) 76^2-24^2; 8) 37^2-23^2.

5.41. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x^2-9=0$; 2) $x^2-0,04=0$; 3) $x^2-81=0$;
4) $y^2-\frac{1}{9}=0$; 5) $y^2-1\frac{9}{16}=0$; 6) $y^2-2\frac{1}{4}=0$.

5.42. Есептеңдер:

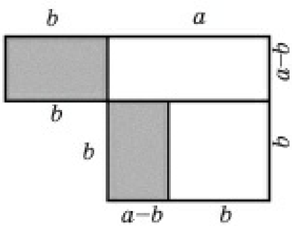
1) $15,2 \cdot 14,8$; 2) $19,9 \cdot 20,1$; 3) $4,01 \cdot 3,99$; 4) $29,8 \cdot 30,2$;
5) 86^2-14^2; 6) 328^2-172^2; 7) $\left(2\frac{3}{4}\right)^2-\left(1\frac{1}{4}\right)^2$; 8) $\left(7\frac{1}{5}\right)^2-\left(2\frac{1}{5}\right)^2$.

5.43. Амалдарды орындаңдар:

1) $(2ab-c)(2ab+c)$; 2) $(4+3xy)(4-3xy)$; 3) $(5a-3b)(5a+3b)$;
4) $(5b+4a)(4a-5b)$; 5) $(5x+6y)(6y-5x)$; 6) $(2p+7q)(7q-2p)$.

5.44. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $25a^2-b^2$; 2) $9x^2-16y^2$; 3) $49-m^2n^2$;
4) $-81x^2+16y^2$; 5) $36p^2-25q^2$; 6) $4a^2b^2-1$.



5.3-сурет

5.45. 5.3-суретті пайдаланып, оң a және b ($a>b$) сандары үшін $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ формуласының геометриялық мағынасын түсіндіріңдер.

B

5.46. Көпмүше түрінде жазыңдар:

1) $(2xy-1)(2xy+1)$; 2) $(1+3ab)(1-3ab)$;
3) $(8ab+5)(5-8ab)$; 4) $(10cx-6)(10cx+6)$;
5) $(8+9cd)(9cd-8)$; 6) $(0,2t-0,5u)(0,2t+0,5u)$.

5.47. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(a^2-5)(a^2+5)$; 2) $(4-x^2)(4+x^2)$;
3) $(9x-y^2)(9x+y^2)$; 4) $(5a^2-3b)(5a^2+3b)$;
5) $(4m^2+6n)(4m^2-6n)$; 6) $(1,3ab-1,1c)(1,3ab+1,1c)$.

5.48. Амалды орындаңдар:

1) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$; 2) $(c^3-d^3)(c^3+d^3)$;
3) $(10m^2-n^2)(10m^2+n^2)$; 4) $(c^4+d^2)(c^4-d^2)$;
5) $(5x^2+2y^3)(2y^3-5x^2)$; 6) $(1,4c-0,7a^3)(1,4c+0,7a^3)$.

5.49. Көбейтуді орындаңдар:

1) $(x^n+y^n)(x^n-y^n)$; 2) $(a^k-b)(a^k+b)$;
3) $(p^m-q^n)(p^m+q^n)$; 4) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$;
5) $(5-x)(5+x)(25+x^2)$; 6) $(a-2)^2(a+2)^2$.

5.50. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(2a+5)^2-49$; 2) $(5x-2y)^2-9y^2$;
3) $p^2-(3p+1)^2$; 4) $(2a+b)^2-(a-2b)^2$;
5) $(x+y)^2-(x-y)^2$; 6) $(4p-q)^2-(2p+3q)^2$.

5.51. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) c^6-9x^4; 2) x^4y^2-1; 3) $25a^2b^2-16x^4$; 4) $100x^2-y^8$.

5.52. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $81y^2-a^8$; 2) $16x^2y^4-81z^2$;
3) $25m^2-49n^2$; 4) $0,49p^4-m^2q^6$;
5) $1-64a^8$; 6) a^4-a^8;
7) $\dfrac{m^4n^6}{9}-\dfrac{p^4}{16}$; 8) $\dfrac{4a^2x^4}{25}-\dfrac{9y^4}{16}$.

5.53. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a+2)^2-1$; 2) $16-(x+y)^2$; 3) $(5y-6)^2-49$;
4) $(m-7)^2-64$; 5) $16a^2-(4a+6)^2$; 6) $x^6-(2y^2-x^3)^2$.

5.54. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(5a+6)^2-81$; 2) $25-(a+7)^2$; 3) $9m^2-(1+2m)^2$;
4) $(5x-3y)^2-16x^2$; 5) $(5c-3d)^2-9d^2$; 6) $49m^2-(n+8m)^2$.

5.55. Есептеңдер:

1) $2,1 \cdot 1,9$; 2) $4,02 \cdot 3,98$; 3) $19,8 \cdot 20,2$;
4) $1,05 \cdot 0,95$; 5) $\left(3\dfrac{2}{3}\right)^2-\left(2\dfrac{1}{3}\right)^2$; 6) $\left(4\dfrac{1}{6}\right)^2-\left(1\dfrac{1}{6}\right)^2$;
7) $\left(5\dfrac{2}{3}\right)^2-\left(4\dfrac{1}{3}\right)^2$; 8) $21,3^2-21,2^2$.

5.56. Бөлшектің мәнін есептеңдер.

1) $\dfrac{72}{13^2-11^2}$; 2) $\dfrac{79^2-65^2}{420}$; 3) $\dfrac{92^2-48^2}{27^2-17^2}$; 4) $\dfrac{63^2-27^2}{83^2-79^2}$.

5.57. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(2a+b)^2-(a-2b)^2$; 2) $(x+y)^2-(y-z)^2$;
3) $(p+q)^2-(p-q)^2$; 4) $(4a-b)^2-(2a+3b)^2$.

C

5.58. Тізбектес екі натурал санның квадраттарының айырмасы тақ сан болатынын дәлелдеңдер.

5.59. Натурал n-нің кез келген мәнінде $(4n+5)^2-9$ өрнегінің мәні 8-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.60. Натурал n-нің кез келген мәнінде $(2n+11)^2-4n^2$ өрнегінің мәні 11-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.61. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2-b^2-2{,}5(a-b)$; 2) $m^2-n^2+1{,}5(m+n)$;
3) $x^2+5x+5y-y^2$; 4) $4c^2-b^2-2c+b$.

5.62. Көбейткіштерге жіктеңдер:

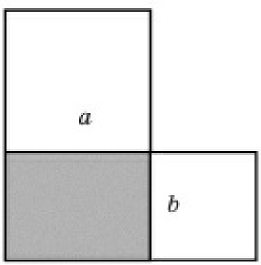
1) $16a^{17}-a^{15}$; 2) $m^{20}-\dfrac{16}{49}m^{18}$; 3) x^6-16x^2; 4) $y^7-1\dfrac{7}{9}y^5$.

5.63. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2+b^2+2ab-1$; 2) $4-25m^2+10mn-n^2$;
3) $81x^2+6ab-9a^2-b^2$; 4) $x^2y^2-4xy-x^2-y^2+1$.

5.64. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x^3-6x^2=6-x$; 2) $y^3+3y^2-4y-12=0$; 3) $2x^3-x^2-18x+9=0$;
4) $4y^3-3y^2-4y+3=0$; 5) $2x^3-x^2-32x+16=0$; 6) $(y+6)^2-(y+5)(y-5)=79$.



5.4-сурет

5.65 Натурал n-нің әрбір мәнінде:

1) $(2n+3)^2-(2n-1)^2$ мәні 8-ге; 2) $(5n+1)^2-(2n-1)^2$ мәні 7-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.66. Тік төртбұрыш жанынан оның қабырғаларына тіркеп квадраттар салынған (5.4-сурет). Бір квадраттың ауданы екіншісінің ауданынан 95 см^2 артық. Егер тік төртбұрыштың ұзындығы енінен 5 см артық болса, оның периметрін табыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

5.67. Өрнекті бірмүшенің кубы түріне келтіріңдер:

1) $64x^3$; 2) $27a^6$; 3) $8m^9$;
4) $-64x^3y^6$; 5) $-8a^9b^6$; 6) $0{,}027p^3q^9$.

5.68. Екімүшенің квадраты түріне келтіріңдер:

1) $4a^2b^2+4ab+1$; 2) $1-xy+\frac{x^2y^2}{4}$.

5.69. Теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$; 2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$.

5.70. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $12a^3x-36a^2bx+27ab^2x$; 2) $2a^2b^3-28ab^2+98b$.

5.71. Турист теміржол бекетіне дейін 4 км/сағ жылдамдықпен жүріп барса, онда пойызға жарты сағат кешігіп қалады, ал 5 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, онда пойыз жүргенге дейін 6 мин ерте жетеді. Турист қандай қашықтықты жүріп өтуі керек еді?

5.3. Екі өрнектің кубтарының қосындысы мен айырмасы

5.3.1. Екі өрнектің кубтарының қосындысын көбейткіштерге жіктеу. Екі өрнектің кубтарының қосындысын көбейткіштерге жіктеу үшін мына формуланы қолданады:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2). \quad (5)$$

(5) теңбе-теңдікті дәлелдейік. Шынында да, көпмүшені көпмүшеге көбейту ережесі бойынша:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3.$$

(5) теңбе-теңдік ***екі өрнектің кубтарының қосындысының формуласы*** деп аталады. (5) формуланың оң жақ бөлігіндегі a^2-ab+b^2 өрнегінің a минус b айырмасының квадраты $a^2-2ab+b^2$ өрнегінен айырмашылығы ab-ның коэффициентінде ғана. Ал $a^2-2ab+b^2$ үшмүшесі айырманың толық квадраты деп аталады. Сондықтан a^2-ab+b^2 үшмүшесін ***айырманың толымсыз квадраты*** деп атайды. Сонымен:

> – ***Екі өрнектің кубтарының қосындысы осы өрнектердің қосындысын олардың айырмасының толымсыз квадратына көбейткенге тең.***

1-мысал.

$$64a^3+1=(4a)^3+1^3=(4a+1)((4a)^2-4a\cdot 1+1^2)=(4a+1)(16a^2-4a+1).$$

5.3.2. Екі өрнектің кубтарының айырмасын көбейткіштерге жіктеу.

Кез келген a және b өрнектері үшін

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \qquad (6)$$

теңбе-теңдігі орындалады. Шынында да,

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3.$$

(6) формуланы ***екі өрнектің кубтарының айырмасының формуласы*** деп атайды. a^2+ab+b^2 үшмүшесі ***қосындының толымсыз квадраты*** деп аталады.

– Екі өрнектің кубтарының айырмасы осы өрнектердің айырмасын олардың қосындысының толымсыз квадратына көбейткенге тең.

2-мысал. $8p^3-q^6=(2p)^3-(q^2)^3=(2p-q^2)((2p)^2+2p\cdot q^2+$
$+(q^2)^2)=(2p-q^2)(4p^2+2pq^2+q^4).$

?
1. Екі өрнектің кубтарының қосындысының формуласын жазыңдар.
2. Екі өрнектің кубтарының қосындысын көбейткіштерге жіктеу ережесін айтыңдар.
3. Екі өрнектің кубтарының айырмасының формуласын жазыңдар.
4. Екі өрнектің кубтарының айырмасын көбейткіштерге жіктеу ережесін айтыңдар.
5. (5) және (6) формулаларды дәлелдеңдер.
6. Айырманың (қосындының) толымсыз квадраты деген не?

ЕСЕПТЕР

А

5.72. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^3+y^3; 2) x^3-y^3; 3) m^3-n^3;
4) m^3+n^3; 5) p^3+q^3; 6) p^3-q^3;
7) a^3+8; 8) a^3-8; 9) m^3+27;
10) n^3-27; 11) $1-x^3$; 12) $1+y^3$.

5.73. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $27-8a^3$; 2) $8x^3+y^3$; 3) $27a^3-8b^3$; 4) $1+64y^3$;
5) $125x^3-27y^3$; 6) $1-8b^3$; 7) $8+\frac{1}{8}a^3$; 8) $\frac{m^3}{64}+\frac{n^3}{125}$.

5.74. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $-a^3+b^3$; 2) $-a^6+\frac{1}{8}$; 3) x^6+27;
4) $-64-y^3$; 5) $-\frac{b^3}{27}-1$; 6) m^6+n^6.

5.75. Екі өрнектің кубтарының қосындысы немесе айырмасы түрінде жазыңдар:

1) $(a-2)(a^2+2a+4)$; 2) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$;
3) $(4+b)(16-4b+b^2)$; 4) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$.

5.76. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(a+1)(a^2-a+1)-a^3$; 2) $(x+y)(x^2-xy+y^2)-x(x^2+y^2)$;
3) $(m-2)(m^2+2m+4)+8$; 4) $(c+3)(c^2-3c+9)-27$.

5.77. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^3+64; 2) $125-x^3$; 3) $27a^3-64b^3$;
4) $1+27m^3$; 5) $\frac{n^3}{64}+8$; 6) $\frac{p^3}{64}-\frac{q^3}{27}$.

5.78. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $-a^3+b^3$; 2) $-x^3+\frac{1}{y^3}$; 3) a^6+1;
4) x^3y^3-1; 5) m^3n^3+8; 6) $-\frac{1}{8}-a^3$.

5.79. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $(a+2)(a^2-2a+4)$; 2) $(x+3)(x^2-3x+9)$;
3) $(m-4)(m^2+4m+16)$; 4) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$;
5) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$; 6) $(1+c)(1-c+c^2)$.

B

5.80. Көбейтінді түрінде жазыңдар:

1) a^3+b^6; 2) x^9-y^3; 3) x^6+y^6;
4) x^6+y^3; 5) p^3-q^9; 6) m^9-n^9.

5.81. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) m^3+n^3; 2) x^9-y^6; 3) a^6-8; 4) b^9+27.

5.82. Көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) x^3y^3+1; 2) $27-a^3b^3$; 3) $a^6c^3-b^3$;
4) $1-x^3y^3$; 5) a^3b^3+64; 6) $27x^3-y^3z^3$.

5.83. 1) 326^3+74^3 өрнегінің мәні 400-ге; 2) 425^3-125^3 өрнегінің мәні 300-ге еселік болатынын көрсетіңдер.

5.84. 1) 43^3+37^3 саны 80-ге; 2) 79^3-35^3 саны 44-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.85. Бірмүшелердің кубтарының қосындысы немесе айырмасы түрінде жазыңдар:

1) $(ab-4)(a^2b^2+4ab+16)$; 2) $(3x+yz)(9x^2-3xyz+y^2z^2)$;

3) $\left(2a-\frac{b}{2}\right)\left(4a^2+ab+\frac{b^2}{4}\right)$; 4) $\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{5}\right)\left(\frac{x^2}{16}-\frac{xy}{20}+\frac{y^2}{25}\right)$.

5.86. Көбейтінді түрінде жазыңдар:

1) $a^3b^6-c^3$; 2) $3ax^3-3ay^3$; 3) $12am^3-12an^3$;

4) a^6b^3+27; 5) $1-p^9$; 6) $64x^3y^6+343a^3$.

5.87. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a+b)^3-(a-b)^3$; 2) $(2x+y)^3+(x-2y)^3$;

3) $(2mn-1)^3+1$; 4) $(3a-2b)^3+8b^3$.

C

5.88. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^3+b^3-2ab(a+b)$; 2) $m^3-n^3-6m(m^2+mn+n^2)$;

3) $x^3-y^3+8x^2y-8xy^2$; 4) $p^3+q^3-2pq(p^2-pq+q^2)$.

5.89. Көбейтінді түріне келтіріңдер:

1) $8a^3+6a^2+3a+1$; 2) $x^3-4x^2+20x-125$;

3) $m^4+mn^3-m^3n-n^4$; 4) $c^4+c^3y-cy^3-y^4$.

5.90. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(3x^3-1)(9x^6+3x^3+1)$; 2) $(a^5-3b^6)(a^{10}+3a^5b^6+9b^{12})$;

3) $(m^3+n^{10})(m^6-m^3n^{10}+n^{20})$; 4) $(7b^2+2)(49b^4-14b^2+4)$.

5.91. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a-2b)^3+8b^3$; 2) $27-(x-2)^3$; 3) $(m+1)^3+64$.

5.92. n-нің әрбір натурал мәнінде: 1) $(2n+3)^3-(2n-1)^3+4$ өрнегі 16-ға; 2) $(5n+1)^3+(2n-1)^3-7n^3$ өрнегі 21-ге бөлінетінін көрсетіңдер.

5.93. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^{3n}-b^{6m}$; 2) $8x^{9k}+27y^{6p}$; 3) $\frac{a^{6m}}{64}-125c^{27n}$.

5.94. 1) $1^3+2^3+3^3+\ldots+9^3$ қосындысы 5-ке бөлінетінін;

2) $1^3+2^3+3^3+\ldots+49^3$ қосындысы 25-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

5.95. Өрнекті ықшамдап алып, оның мәнін айнымалының көрсетілген мәндерінде есептеңдер:

1) $(3a-1)(3a+1)-(3a-1)^2$, мұндағы $a=0,3$;

2) $(5+2x)^2-2,5x(8x+7)$, мұндағы $x=-0,5$.

5.96. $A(-2;\ 2)$; $B(4;\ 8)$; $C\left(-\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4}\right)$ нүктелері $y=\dfrac{1}{2}x^2$ функциясының графигінде жата ма?

5.97. $y=0,4x+2$ функциясының графигі мен координаталар осьтерінің қиылысу нүктелерін табыңдар.

5.98. 1) $y=-0,001x^2$; 2) $y=100x^2$; 3) $y=-2x^3$; 4) $y=\dfrac{1}{8}x^3$ функциясының графигі қандай координаталық ширектерде орналасқан?

5.99. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2+4b^2-9c^2-4ab$; 2) $x^3+x^2-xy^2-y^2$.

5.4. Екі өрнектің қосындысының кубы және айырмасының кубы

5.4.1. Екі өрнектің қосындысының кубы. $(a+b)^3$ өрнегін көпмүше түріне келтірейік:

$$(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3=$$
$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$$

Сонымен,

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3. \qquad (7)$$

– Екі өрнектің қосындысының кубы бірінші өрнектің кубына, плюс бірінші өрнектің квадраты мен екінші өрнектің үш еселенген көбейтіндісіне, плюс бірінші өрнек пен екінші өрнектің квадратының үш еселенген көбейтіндісіне, плюс екінші өрнектің кубына тең.

1-мысал. а) $(3x+y)^3=(3x)^3+3(3x)^2\cdot y+3\cdot 3x\cdot y^2+y^3=$
$=27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$;

ә) $11^3=(10+1)^3=10^3+3\cdot 10^2\cdot 1+3\cdot 10\cdot 1^2+1^3=1000+300+30+1=1331$.

2-мысал. $a^2+4ab+4b^2-a^3-6a^2b-12ab^2-8b^3$ көпмүшесін көбейткіштерге жіктейік.

Шешуі. $a^2+4ab+4b^2-a^3-6a^2b-12ab^2-8b^3=$

$$=(a+2b)^2-(a^3+3\cdot a^2\cdot 2b+3\cdot a\cdot (2b)^2+(2b)^3)=$$
$$=(a+2b)^2-(a+2b)^3=(a+2b)^2(1-a-2b).$$

5.4.2. Екі өрнектің айырмасының кубы.

$(a-b)^3$ өрнегін көпмүшеге түрлендірейік:

$$(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2=(a-b)(a^2-2ab+b^2)=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3=$$
$$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$$

Сонымен,

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3. \quad (8)$$

– Екі өрнектің айырмасының кубы бірінші өрнектің кубына, минус бірінші өрнектің квадраты мен екінші өрнектің үш еселенген көбейтіндісіне, плюс бірінші өрнек пен екінші өрнектің квадратының үш еселенген көбейтіндісіне, минус екінші өрнектің кубына тең.

3-мысал. а) $(3x-2y)^3=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$;

ә) $27a^3-108a^2c+144ac^2-64c^3=(3a)^3-3\cdot(3a)^2\cdot 4c+3\cdot 3a(4c)^2-(4c)^3=(3a-4c)^3$.

(7) және (8) теңбе-теңдіктерді сәйкесінше екі өрнектің ***қосындысының кубы*** және ***айырмасының кубы формулалары*** деп атайды.

?

1. Екі өрнектің қосындысының кубы формуласын жазыңдар.
2. Екі өрнектің қосындысының кубын табу ережесін айтыңдар.
3. Екі өрнектің айырмасының кубы формуласын жазыңдар.
4. Екі өрнектің айырмасының кубын табу ережесін айтыңдар.

ЕСЕПТЕР

А

5.100. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $(x+y)^3$; 2) $(c-d)^3$; 3) $(p+q)^3$;
4) $(p-q)^3$; 5) $(2+a)^3$; 6) $(3-b)^3$;
7) $(x-2)^3$; 8) $(4+x)^3$; 9) $(a+2b)^3$.

5.101. Көпмүшеге түрлендіріңдер:

1) $\left(4m+\frac{1}{3}n\right)^3$; 2) $\left(\frac{2}{3}x-3y\right)^3$; 3) $\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b\right)^3$;

4) $\left(\frac{1}{6}x+2y\right)^3$; 5) $(0,2x-5y)^3$; 6) $(3a-0,6b)^3$;

7) $(0,1m-4n)^3$; 8) $(0,5a+0,16)^3$.

5.102. Көпмүшені екі өрнектің қосындысының немесе айырмасының кубы түрінде жазыңдар:

1) $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$;
2) $8+12x+6x^2+x^3$;
3) $27-27b+9b^2-b^3$;
4) $a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$;
5) $0{,}008+0{,}12a+0{,}6a^2+a^3$;
6) $\frac{m^3}{27}-m^2n+9mn^2-27n^3$.

5.103. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $8a^3+36a^2+54a+27$;
2) $125x^3-225x^2y+135xy^2-27y^3$;
3) $\frac{u^3}{8}+\frac{3u^2v}{2}+6uv^2+8v^3$;
4) $0{,}001a^3-0{,}3a^2b+30ab^2-1000b^3$.

5.104. Кубтаңдар:

1) $(a+2b)^3$;
2) $(x-3y)^3$;
3) $(2m-3n)^3$;
4) $\left(4x+\frac{1}{3}y\right)^3$;
5) $\left(\frac{2}{3}a-3b\right)^3$;
6) $\left(\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q\right)^3$.

5.105. Көпмүше түріне келтіріңдер:

1) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b\right)^3$;
2) $\left(\frac{1}{6}x+\frac{1}{2}y\right)^3$;
3) $\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{7}\right)^3$;
4) $(0{,}5+0{,}1b)^3$;
5) $(0{,}2m+0{,}1n)^3$;
6) $(0{,}2x+0{,}5y)^3$.

5.106. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\frac{x^3}{8}-\frac{x^2y}{4}+\frac{xy^2}{6}-\frac{y^3}{27}$;
2) $\frac{125m^3}{27}+\frac{125m^2n}{6}+\frac{125mn^2}{4}+\frac{125n^3}{8}$;
3) $0{,}008a^3-0{,}6a^2b+15ab^2-125b^3$;
4) $0{,}027x^3+1{,}08x^2y+14{,}4xy^2+64y^3$.

B

5.107. Дәрежеге шығарыңдар:

1) $(2a^3+3b^2)^3$;
2) $(x^3-y^2)^3$;
3) $(2m^2-3n^2)^3$;
4) $(7p^3+9q^4)^3$;
5) $\left(10x^2+\frac{1}{3}a^2\right)^3$;
6) $(0{,}3a^5+0{,}5b^2)^3$.

5.108. Көпмүше түрінде жазыңдар:

1) $(a^2+b^2)^3$;
2) $(x^2-y^2)^3$;
3) $(2m^2-3n^2)^3$;
4) $(2a^3-3b^2)^3$;
5) $(4m^3+5n^2)^3$;
6) $(10p^4-6q^2)^3$;
7) $(7u^3-9v^4)^3$;
8) $(10x^3+3y^2)^3$.

5.109. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $a^3+3ab(a+b)+b^3=(a+b)^3$;
2) $a^3-3ab(a-b)-b^3=(a-b)^3$.

5.110. Көпмүшеге түрлендіріңдер:

1) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b^2\right)^3$; 2) $\left(\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}y^3\right)^3$; 3) $\left(10a^3+\frac{1}{3}b^3\right)^3$;

4) $(0,3a^5+0,5a)^3$; 5) $\left(0,1x^4-\frac{1}{2}x^3\right)^3$; 6) $(1,5m^3+0,3m^4)^3$.

5.111. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $1000x^9+100x^6y^2+\frac{10}{3}x^3y^4+\frac{1}{27}y^6$; 2) $8x^5+36x^4+54x^3+27x^2$;

3) $125x^4y-225x^3y^2+135x^2y^3-27xy^4$; 4) $27a^3b-27a^3b^2+9a^3b^3-a^3b^4$.

5.112. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a-b)^3-a^2+2ab-b^2$; 2) $x^2+y^2+2xy-(x+y)^3$;

3) $a^2-b^2-(a-b)^3$; 4) $(m+2n)^3-m^2+4n^2$;

5) $(c-2y)^2+c^3-6c^2y+12cy^2-8y^3$; 6) $(x+3y)^2-x^3-9x^2y-27xy^2-27y^3$.

5.113. Теңдеуді шешіңдер:

1) $(x+2)^3=x^3+8$; 2) $(3x-1)^3=27x^3-1$.

5.114. Ықшамдаңдар және нәтижесін есептеңдер:

1) $8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3+12x^2-12xy+3y^2$, мұндағы $x=1,1$; $y=1,2$;

2) $3(m-1)^2+(m+2)(m^2-2m+4)-(m+1)^3$, мұндағы $m=-\frac{1}{3}$;

3) $(a-1)^3-4a(a+1)(a-1)+3(a-1)(a^2+a+1)$, мұндағы $a=-2$.

5.115. Өрнектегі *-ны теңбе-теңдік орындалатындай етіп, тиісті бірмүшемен алмастырыңдар:

1) $(2a-*)^3=8a^3-36a^2b+54ab^2-(*)^3$; 2) $\left(*+\frac{y}{2}\right)^3=27x^3+\frac{27}{2}x^2y+\frac{3\cdot *}{4}y^2+\frac{y^3}{8}$.

C

5.116. Тізбектес екі натурал санның кубтарының айырмасы 3-ке бөлінбейтінін дәлелдеңдер.

5.117. Тізбектес үш натурал санның кубтарының қосындысы 3-ке бөлінетінін көрсетіңдер.

5.118. Теңдеуді шешіңдер:

1) $6(x+1)^2+2(x-1)(x^2+x+1)-2(x+1)^3=32$;

2) $5x(x-3)^2-5(x-1)^3+15(x+2)(x-2)=5$;

3) $(x+2)^3-x(3x+1)^2+(2x+1)(4x^2-2x+1)=42$.

5.119. Егер n, m, k натурал сандары үшін $n+m+k$ қосындысы 6-ға бөлінсе, онда $n^3+m^3+k^3$ қосындысы да 6-ға бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.120. $(a+b)^5$ және $(a-b)^5$ өрнектерін көпмүше түріне келтіріңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

5.121. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$; 2) $(a-b)^2+4ab=(a+b)^2$.

5.122. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $x^3-y^3+5x(x^2+xy+y^2)$; 2) $a^3-b^3-5a^2b+5ab^2$.

5.123. $kn^2-n^2-kn+n=74$ болатындай етіп, натурал n және k сандарын табыңдар.

5.124. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(x+y)^2-z^2+x+y+z$; 2) $a^4-a^3b+ab^3-b^4$.

5.125. A пунктінен 60 км/сағ жылдамдықпен жүк машинасы шықты. 2 сағаттан соң оның соңынан 90 км/сағ жылдамдықпен жеңіл машина шықты. Қанша уақыттан кейін жеңіл машина жүк машинасын қуып жетеді?

5.5. Бүтін өрнектерді түрлендіру

5.5.1. Бүтін өрнекті көпмүшеге түрлендіру. Қосу, азайту, көбейту және дәрежеге шығару амалдарының көмегімен сандар мен айнымалылардан құралған өрнекті ***бүтін өрнек*** деп атайды. Бүтін өрнектер қатарына көрсетілген амалдармен қоса, нөлге тең емес сандарға бөлу амалы енген өрнектер қосылады.

Мысалы, $2,7a^3b-3b^3-7$; $-\frac{4}{5}ax^2$; $6y^3-(3x-y)(x^2+4y^2)$ – бүтін өрнектер.

Ал $a+x-\frac{x-b}{x+b}+(b-a)(x-c)$ өрнегі бүтін өрнек болмайды, өйткені мұнда айнымалылары бар өрнекте бөлу амалы бар.

Әрбір бүтін өрнекті көпмүше түріне келтіруге болады. Оны мысал арқылы көрсетейік.

1-мысал. $x(1-2x)^2-(x^2-2)(2-x)+4x^3(3x-1)$ бүтін өрнегін көпмүше түріне келтірейік:

Шешуі.

$$x(1-2x)^2-(x^2-2)(2-x)+4x^3(3x-1)=x(1-4x+4x^2)-(2x^2-x^3-4+2x)+12x^4-$$
$$-4x^3=x-4x^2+4x^3-2x^2+x^3+4-2x+12x^4-4x^3=12x^4+x^3-6x^2-x+4.$$

5.5.2. Көпмүшені көбейткіштерге жіктеудің әртүрлі тәсілдерін қолдану.

Көпмүшені көбейткіштерге жіктеу үшін ортақ көбейткіштерді жақша сыртына шығару тәсілін, топтау тәсілін; қысқаша көбейту формулаларын қолданып келдік. Кейде есепті шығару барысында көрсетілген тәсілдерді бірнеше рет қолданады.

Әдетте түрлендіруді мүмкіндігінше ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарудан бастайды.

2-мысал. а) $9a^2b-4b^3=b(9a^2-4b^2)=b(3a-2b)(3a+2b)$;

ә) $x^2y-4xy^2+4y^3=y(x^2-4xy+4y^2)=y(x-2y)^2$;

б) $9a^2-4c^2+12ab+4b^2=(9a^2+12ab+4b^2)-4c^2=$
$=(3a+2b)^2-(2c)^2=(3a+2b-2c)(3a+2b+2c)$.

Қысқаша көбейту формулалары мен бүтін өрнекті түрлендірудің тәсілдері басқа есептерді шешуге де қолданылады.

3-мысал. Кез келген x үшін x^2-4x+7 өрнегінің мәні оң сан болатынын көрсетейік.

Шешуі. 7-ні 4+3 түрінде жазып, берілген үшмүшені мына түрге келтіреміз:

$$x^2-4x+7=x^2-4x+4+3=(x-2)^2+3.$$

Мұнда $(x-2)^2$ – өрнектің квадраты болғандықтан, теріс емес, ал $3>0$, онда $x^2-4x+7=(x-2)^2+3>0$.

4-мысал. Тізбектес екі тақ санның квадраттарының айырмасы 8-ге бөлінетінін көрсетейік.

Шешуі. Тізбектес тақ сандар $2n-1$ және $2n+1$ түрінде жазылады. Мұнда n – натурал сан. Онда

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1=8n,$$

соңғы өрнек натурал n-нің кез келген мәнінде 8-ге бөлінеді.

$\boxed{?}$

1. Қандай өрнек бүтін өрнек деп аталады?
2. Бүтін өрнекке және бүтін емес өрнекке мысал келтіріңдер.
3. Көпмүшені көбейткіштерге жіктеудің қандай тәсілдерін білесіңдер?

ЕСЕПТЕР

A

5.126. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $5a^2-5b^2$; 2) $3m^2-3n^2$; 3) a^3-a; 4) b^3-b;
5) $7x^2-7y^2$; 6) $4m^3-4mn^2$; 7) $5x^2-20y^2$; 8) a^3b-ab^3.

5.127. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $2m(a+b)+a+b$; 2) $2a(x+y)+x+y$;
3) $4x(m-n)-m+n$; 4) $x(a-b)+a-b$;
5) $5x(a+b)-a-b$; 6) $4y(k-p)-k+p$;
7) $3m(x+y)-x-y$; 8) $2a(x-y)-x+y$.

5.128. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $xy^2+x^2y^3$; 2) $a^4b^2-a^2b^4$; 3) $m^2n^2+mn^3$;
4) $a^3b^2+a^5b^3$; 5) $c^3d^2-c^4d^2$; 6) $-x^5y^3-x^3y^5$.

5.129. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $x(a-b)+y(b-a)$; 2) $m^2(a-2)+n(2-a)$;
3) $2m(x-y)-y+x$; 4) $2n(x-y)-(y-x)$.

5.130. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $2x^2+4xy+2y^2$; 2) $6x^2-12xy+6y^2$; 3) $3a^2-6a+3$;
4) $5m^2+10m+5$; 5) $2xy^2+4xy+2x$; 6) $3a-6ab+3ab^2$.

5.131. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) a^2-b^2-a+b; 2) a^2-b^2+a+b; 3) $x^3-x^2y-xy^2+y^3$;
4) $a^3+a^2b-ab^2-b^3$; 5) $m^2+2mn+n^2-mb-nb$; 6) $xc-yc-x^2+2xy-y^2$.

5.132. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a-b)^3-3(a-b)^2$; 2) $(x+y)^3+2x(x+y)^2$;
3) $(m+n)^3-m^2-2mn-n^2$; 4) $x^2-4xy+4y^2-(x-2y)^3$.

B

5.133. Өрнектің тек оң мәндер қабылдайтынын дәлелдеңдер:

1) a^2+2a+2; 2) $x^2+y^2-2xy+4$;
3) $4m^2-4m+4$; 4) $a^2+b^2+c^2-2bc+3$.

5.134. $4x-4x^2-2$ өрнегінің тек теріс мәндер қабылдайтынын көрсетіңдер.

5.135. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)=a^4-b^4$; 2) $(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b)(a-b)=a^8-b^8$.

5.136. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $25x^2-(x+y)^2$; 2) $100-(3a+7y)^2$; 3) $1-(a^2+b^2)^2$;

4) $m^6n^2-(m-n)^2$; 5) $x^4y^2-(a^2-b^2)^2$; 6) $9x^2y^4-(a-b)^2$.

5.137. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a+2b)^2-(3c+4d)^2$; 2) $(x-y)^2-(m+n)^2$;

3) $(m-2n)^2-(2p-3q)^2$; 4) $(2a-3c)^2-(4b+5d)^2$;

5) $9(m+n)^2-(m-n)^2$; 6) $4(a-b)^2-(a+b)^2$;

7) $16(a+b)^2-9(x+y)^2$; 8) $9(a-b)^2-4(x-y)^2$.

5.138. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) a^4-b^4; 2) a^6-b^6; 3) a^8-b^8;

4) a^4-a^3+a-1; 5) $(a+b)^3-(a-b)^3$; 6) $(a+b)^4-(a-b)^4$.

5.139. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $ax^2+bx^2+ax-cx^2+bx-cx$; 2) $ax^2+bx^2-bx-ax+cx^2-cx$.

5.140. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $(a-2b)^4-8(a-2b)$; 2) $(x-3y)^4-27x+81y$;

3) $(a-2b)^3-(a+2b)^3$; 4) $(2x+3y)^3+(3x-2y)^3$.

5.141. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $m^3-m^2n-mn^2+n^3$; 2) $x^5-x^3+x^2-1$; 3) x^4+x^3-x-1;

4) a^4+a^3+a+1; 5) $m^6-m^4+2m^3+2m^2$; 6) b^3-8+6b^2-12b.

C

5.142. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^2-5x+6; 2) x^2+6x+8;

3) $m^2-7mn+12n^2$; 4) $a^2-7ab+10b^2$.

5.143. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) x^8+x^4+1; 2) $x^4+x^2y^2+y^4$;

3) a^3-3a+2; 4) x^3+3x^2-4.

5.144. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $x^3+6x^2+11x+6$; 2) $x^4+x^3+6x^2+5x+5$.

5.145. n-нің кез келген бүтін мәндерінде:

1) $(2n+1)^2-1$ саны 8-ге;

2) n^3-n саны 6-ға бөлінетінін дәлелдеңдер.

5.146. Тізбектес екі жұп санның квадраттарының айырмасы 2^2-нан үлкен дәрежесіне бөлінбейтінін көрсетіңдер.

5.147. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $(a+b)^2(a-b)-2ab(b-a)-6ab(a-b)=(a-b)^3$;

2) $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)+(a^3-b^3)(a^3+b^3)=2a^6$;

3) $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$;

4) $(a^2+cb^2)(d^2+ce^2)=(ad+cbe)^2+c(ae-bd)^2$.

5.148*. a-ның қандай мәндерінде $(x^2+x-1)(x-a)$ көпмүшесінің стандарт түрінде: 1) x; 2) x^2 болмайды?

5.149*. b-ның қандай мәндерінде $(x^2-10x+6)(2x+b)$ көпмүшесінің стандарт түрінде: 1) x^2 болмайды; 2) x^3 пен x-тің коэффициенттері бірдей болады?

5.150. Өрнектердің ең кіші ортақ еселігін анықтаңдар:

1) $2a^2-4ab+2b^2$; $6a^2-6b^2$; $12a-12b$.

2) $3x^2+6xy+3y^2$; $4x^2-4y^2$; $8x+8y$.

5.6. Мәтінді есептерді математикалық модель құрып шығару

Көптеген өмірден алынған мәтінді есептерді шығару барысында бір, екі немесе одан да көп айнымалылар енгізіп, олардың көмегімен теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерін құрып шешеді.

Мұнда құрылған теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйесі есептің ***математикалық моделі*** деп аталады.

1-мысал. Дүкендегі 4 кг алма мен 3 кг алмұрт құны бірдей. Егер алманың бағасы 50 тг-ге қымбаттаса, ал алмұрттың бағасы 50 тг-ге арзандаса, онда олардың бағасы бірдей болар еді. Олардың әрқайсысының бағасы қандай болды?

Шешуі. Есепті шығару үшін алдымен ұтымды түрде айнымалылар енгізу қажет. Әдетте мұндай айнымалылар ретінде біз іздеген шамаларды белгілеген тиімді болып келеді. Сонымен, дүкендегі алманың бағасы – x тг, ал алмұрттың бағасы – y тг болсын.

Ендігі кезекте есеп шарты бойынша теңдеулер құрастырамыз. Есеп шарты бойынша 4 кг алма мен 3 кг алмұртқа бірдей ақша төленді, яғни $4x = 3y$ болуы керек. Екіншіден, алма 50 тг қымбаттаса, ал алмұрт 50 тг арзандаса, онда жемістердің құны бірдей болар еді, яғни $x + 50 = y - 50$ немесе $y = x + 100$ болады. Бізге қажет x пен y бұл екі теңдеудің екеуін де қанағаттандыруы керек. Сондықтан оларды бір жүйеге алып жазамыз:

$$\begin{cases} 4x = 3y, \\ y = x + 100. \end{cases}$$

Сонымен, екінші кезеңде біз таза алгебралық жүйе алдық (математикалық модель).

Енді осы алынған теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешеміз: Бірінші теңдеуге 2-ші теңдеудегі y-тің мәнін қоямыз. Сонда $4x = 3(x + +100) \Rightarrow 4x = 3x + 300 \Rightarrow x = 300$ және $y = 400$.

Біз бұл кезеңде математикалық модельдің жауабын алдық: $x = 300$, $y = 400$.

Соңғы кезеңде осы алынған жауаптар бойынша есепте қойылған сұраққа жауап беру керек. Біздің белгілеуіміз бойынша x – алманың бағасы, ал y – алмұрттың бағасы болатын. Олай болса, басында дүкенде алманың 1 кг 300 теңгеден, ал алмұрттың 1 кг 400 теңгеден сатылған.

Жауабы: 1кг алма 300 тг, 1 кг алмұрт 400 тг тұрды.

Осыдан: есепті шешу үрдісін біз 3 кезеңге бөліп орындағанымыз көрінеді.

I. Айнымалылар енгізіп, есеп шарты бойынша осы айнымалылар арасындағы тәуелділіктерді математикалық өрнектер мен теңдеулер арқылы жаздық.

II. Құрылған теңдеулерден жүйе құрып, математикалық есепке келдік.

III. Алынған жауаптарды есепте қойылған сұраққа жауап беру үшін қолдандық.

Сонымен, мәтінді есептерді шығарудың мынадай сызбанұсқасын алдық:

Мәтінді есептің шешуі	Айнымалылар енгізіп, математикалық модель құру	Математикалық есепті шешіп, жауабын алу	Осы нәтиже бойынша берілген есептің жауабын жазу

2-мысал. $22 + x = 34 - x$ теңдеуі математикалық моделі болатындай етіп, мәтінді есеп құрастыру керек.

Шешуі. Берілген теңдеуге келетін мәтінді есеп құрастыру – өте қызықты әрі күрделі іс-шара. Бұл әрбір қатысушының өзіндік ой-қиялына байланысты. Сыныпта неше оқушы болса, сонша мәтінді есеп құрастыруға болады. Енді сондай есептердің бір мысалын келтірейік. «Саматта 22 асық және оның досы Асқарда 34 асық бар. Асқар досына бірнеше асық беріп еді, олардың асықтарының саны теңесті. Асқар Саматқа неше асық берді?» Әрине, бұл есептің жауабын берілген теңдеуді шешу арқылы анықтаймыз. Мұнда – x арқылы Асқардың Саматқа берген асықтары саны белгіленген. Жауабы: $x = 6$, яғни Асқар Саматқа 6 асық берген.

3-мысал. Екі таңбалы сан өзінің цифрлары қосындысынан 3 есе үлкен. Осы екі таңбалы санды табу керек.

Шешуі: Бізге қажет санның ондығын m арқылы, ал бірлігін n арқылы белгілейік. Онда есеп шарты бойынша m мен n нөл мен тоғыз арасында өзгеретін цифрлар және $10m + n = 3(m + n)$ теңдігі орындалуы керек. Енді осы теңдеудегі жақшаны ашып, ұқсас мүшелерін біріктірсек, $7m = 2n$, m, $n \in M$ түріндегі тура пропорционалдық теңдеуін аламыз. Мұнда $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ жиыны – теңдеудің анықталу облысы. Осы теңдеуден n-нің 7-ге бөлінетіндігі, ал m-нің 2-ге бөлінетіні көрінеді. Анықтау облысында 7-ге бөлінетін жалғыз сан 7 болғандықтан, $n = 7$, онда $m = 2$ болуы қажет. Жауабы: 27.

?

1. Математикалық модель деген не? Оны қалай түсінесіңдер? Мысал келтіріңдер.
2. Мәтінді есепті шығаруды неше және қандай кезеңге бөледі? Әрбір кезеңнің мағынасын мысал арқылы ашып көрсетіңдер.

ПТ

1. Өздерің қандай да бір теңдеу немесе теңдеулер жүйесін алып, оған сай келетін мәтінді есеп құрастырыңдар.
2. 3-мысалдың шығарылу жолын кезеңдерге бөліп көрсетіңдер. Бұл тапсырманы топтасып орындаңдар. Сыныппен жауаптарыңды салыстырып, толықтырыңдар.

ЕСЕПТЕР

А

5.151. Келесі сөйлемдердің математикалық моделін құрыңдар:

1) a және b сандарының қосындысы a және b-ның айырмасынан 4 есе үлкен;

2) a мен b сандарының қатынасы олардың қосындысынан бес есе кем.

5.152. Мәтіндік модельден математикалық модельге көшіңдер:

1) x және y сандарының екі еселенген көбейтіндісі 12-ге тең;

2) үш еселенген p-ның квадраты мен q-дің көбейтіндісі 18-ге тең;

3) m санының 14%-і n санына тең;

4) a және b сандарының қосындысының квадраты 25-ке тең.

5.153. Егер m, n, k және l – берілген сандар болса, онда келесі математикалық модельді мәтінмен жазыңдар:

1) $2m \cdot n = 5k$; 2) $m + l = n + k$; 3) $m : n = k : l$;
4) $m - n = 3l$; 5) $0{,}12m = 2(k - n)$; 6) $3m = 5k$.

5.154. Егер a – сыныптағы ер балалар саны, ал b – қыз балалар саны болса, келесі математикалық модельді мәтінмен жазыңдар:

1) $a < b$; 2) $a + 2 = b$; 3) $a = b$; 4) $a + 2 = b - 1$.

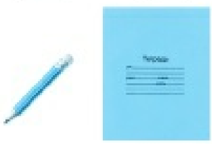
5.155. p – дәптер саны, q – қалам саны болса, онда математикалық модельді мәтінмен жазыңдар:

1) $30 \cdot p + 15q = 375$ тг; 2) $30p + 15$ тг $= 165$ тг.

5.156–5.158. Сөйлемді математикалық модель түрінде жазыңдар.

5.156. 1) $3a + 14$ және $5a + 3$ өрнектің мәндері тең;
2) $4m + 1$ өрнегінің мәні $2m - 1$ өрнегінің мәнінен 5 есе артық;
3) $3b - 8$ өрнегінің мәні $6b - 1$ өрнегінің мәнінің жартысына тең;
4) $\frac{1}{2}c + 1$ өрнегінің мәні $c + 10$ өрнегінің мәнінен 4 есе артық.

5.157. 1) $2 - 3x$ өрнегінің мәні 4-тен кем; 2) $2 - 3x$ өрнегінің мәні 5-тен артық; 3) $2u - 1$ өрнегінің мәні $3u + 4$ өрнегінің сәйкес мәнінен кем; 4) $2u - 1$ өрнегінің мәні $u - 5$ өрнегінің сәйкес мәнінен артық.



5.158. Алмас дүкеннен бағасы 15 тг қаламдар мен бағасы 40 тг бірнеше дәптер алып, барлығына 270 тг төледі. Алмас дүкеннен неше қалам және неше дәптер алды? Есептің әртүрлі шешімдерін табыңдар.

B

5.159–5.165. Есептердің математикалық моделін құрып шығарыңдар.

5.159. x-тің қандай мәнінде: 1) $\frac{x-4}{5}$ өрнегінің мәні $\frac{2x+4}{9}$ өрнегі мәнінен 9-ға артық; 2) $\frac{x+17}{5}$ өрнегінің мәні $\frac{x-5}{4}$ өрнегінің мәнінен үш есе артық болады?

5.160. 1) x санын 17% -ке кеміткенде 20,75-ке тең сан шығады;
2) x санын 27% -ке өсіргенде 31,75-ке тең сан алынады.

5.161. x-тің қандай мәндерінде: 1) $\frac{x-4}{5}$ өрнегінің мәні $\frac{2x+4}{9} + 9$ өрнегінің сәйкес мәнінен кем емес;
2) $\frac{x+17}{5}$ өрнегінің мәні $3 \cdot \frac{x-5}{4}$ өрнегінің сәйкес мәнінен артық емес болады?

5.162. Қосындысы 60-қа тең екі санның бірі екіншісінен 4-ке артық. Осы сандардың үлкенін табыңдар.

5.163. Айырмасы 40-қа тең сандардың бірі екіншісінен 3 есе артық. Кіші санды табыңдар.

5.164. Әкесі 31 жаста, ал ұлы 5-те. Неше жылдан соң әкесі ұлынан 3 есе үлкен болады?

5.165. Алғашында саяжайға бөлінген жер телімі шаршы түрінде болды. Кейінірек бұл жер теліміне тағы да ені 10 м болатын тік төртбұрышты жер телімі қосылып, үлкейтілген жер телімін үш ораммен қоршап шығу үшін 420 м сым темір қажет болды. Бастапқы бөлінген жер телімінің өлшемі қандай еді?

5.166. 1) 4; 2) −5; 3) 0; 4) 1 саны $\frac{x+3}{2} = \frac{3x}{7} - a$ теңдеуінің түбірі болатындай етіп, a-ны анықтаңдар.

5.167. $(5; +\infty)$; 2) $(-2; +\infty)$; 3) $(0; +\infty)$ жиыны $4(x - 7) > 3x + 5 + m$ теңсіздігінің шешім болатындай етіп m-ді анықтаңдар.

5.168. Жұмысшы күніне станокпен 16 тетік өңдейтін, бірақ цехқа компьютермен басқарылатын жаңа қондырғы қойылғаннан кейін, ол күніне 24 тетік өңдеп, айлық тапсырмасын 8 күн ерте бітірді. Жұмысшы айына неше тетік өңдеуі қажет еді?

5.169. Тізбектес үш жұп санның шеткі екеуінің екі еселенген қосындысынан 3-ті шегерсек, онда 29-ға тең сан алынады. Ортаңғы санды табыңдар.

5.170. Бір қоймадағы астық мөлшері екіншісінен 2 есе көп болды. Бір қоймадан 80 т астық алынды, ал екінші қоймаға 40 т астық әкелінді. Осыдан кейін екі қоймадағы астықтар мөлшері бірдей болды. Алғашында қоймаларда неше тонна астық болған?

C

5.171. Әкесінің жасы 40-та, ал ұлдары Асан мен Үсеннің жастары сәйкес 12-де және 8-де. Келесі сөйлемдердің математикалық моделін құрыңдар:

1) x жылдан кейін әкесінің жасы Асанның жасынан екі есе үлкен болады;
2) y жылдан соң әкесінің жасы Үсеннің жасынан 2 есе үлкен болады;
3) t жыл өткеннен кейін әкесінің жасы Асан мен Үсеннің жастарының қосындысына тең болады;
4) n жыл бұрын Асанның жасы әкесінің жасынан 4 есе кіші еді.

5.172. Тік төртбұрыштың ені ұзындығының 40%-не тең. Оның ұзындығын 2 см қысқартып, ал енін 4 см арттырсақ, шығатын тік төртбұрыш ауданы бастапқы тік төртбұрыш ауданына тең болады. Бастапқы тік төртбұрыш өлшемдерін табыңдар.

5.173. Тазартылған (дистильденген) суға 150 г тұз қосқанда 10%-тік тұзды ерітінді алынды. Су мөлшерін анықтаңдар. Осы тұзды неше грамм суға қосқанда 25%-тік тұз ерітіндісі алынады?

5.174. A және B елді мекендері арасын өзен ағысымен катер 5 сағат 30 минутта, сал – 71 сағат 30 минутта жүзіп өтеді. Егер қайтар жолға катер 6 сағат 30 минут жұмсайтын болса, онда A және B мекендерінің арасы неше километр?

5.175. Кептірілген екі жеміс қоспасынан компот әзірленді. Олардың біреуінің бағасы 400 тг, ал екінші кептірілген жемістің бағасы 530 тг. Компотқа жұмсалатын қоспаның бағасы 450 тг-ден аспауы үшін бұл кептірілген жемістерден алынатын жеміс мөлшерінің үлесі қандай болуы қажет?

5.176. Қалааралық автобус алғашқы сағатта 70 км/сағ болатын орташа жылдамдықпен жүріп, әрі қарай осы жылдамдықпен жүре берсе, онда келесі аялдамаға кестедегі уақыттан жарты сағатқа кешігетінін түсінді. Сөйтіп, ол жылдамдығын 10 км/сағатқа арттырып, келесі бекетке дер кезінде келді. Автобус қандай жол жүріп өтті?

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

5.177. Амалды орындаңдар:

1) $34,68 : (7,11 + 1,56) + 46 : (2,45 - 1,65);$

2) $9\frac{1}{6} : \left(4\frac{1}{3} - 8\right) + 24 \cdot \frac{3}{8}.$

5.178. Дүкендегі көгөніс бағасы қазан айында 20%-ке қымбаттады, ал маусым айында қайтадан 20%-ке арзандады. Көгөніс құны бұрынғы қалпына келді ме? Жауаптарыңды негіздеңдер. Көгөністің бастапқы бағасы: 1) 150 тг; 2) 250 тг деп алып, оның соңғы құнын анықтаңдар.

5.179. $3x - y = -5$ теңдеуі мен $y = 0,5x - 5$ сызықтық функциясы графигінің қиылысу нүктесін табыңдар.

5.180. Тізбектің қандай заңдылықпен құрылғанын ауызша сипаттап, оның келесі екі мүшесін жазыңдар:

1) 0,2; 0,04; 0,008; ... ; 2) 1; 1,5; 1,25; $\frac{7}{8}$; ... .

5.181. Бөлшекті периодты ондық бөлшекке айналдырып, оны 0,001-ге дейінгі дәлдікпен жуықтап, жуық мәннің салыстырмалы қателігін анықтаңдар:

1) $1\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $2\frac{4}{11}$; 4) $5\frac{7}{12}$.

5.182. Теңдеудің графигін салыңдар: 1) $2x - y = 0$; 2) $x + 3y - 6$.

5.183. Ығыспалы қатардың жиіліктер кестесі берілген:

x	0	2	4	6
n_i	4	7	6	3

Табу керек: 1) таңдама көлемі мен құлашын; 2) арифметикалық орта мәнін; 3) модасы мен медианасын; 4) салыстырмалы жиіліктер кестесін; 5) жиіліктер алқабын тұрғызыңдар.

5.184. Өрнекті көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2 + 4ab + 4b^2 - (a + 2b)^3$; 2) $36u^2 - (2u - v)^2$.

5.185. Сандар тізбегі мүшелерін негізі 3-ке тең болатын дәрежемен алмастырыңдар және бұл тізбектің алдыңғы және соңынан келетін екі мүшесін жазыңдар: ...; 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; ... .

5.186. Таңдаманың арифметикалық ортасын, құлашын, модасы мен медианасын табыңдар:

1) 11; 10; 8; 10; 8; 12; 11; 8;

2) −3; −5; 5; 1; 2; 4; 3; −1.

VI. АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕР

6.1. Алгебралық өрнектерді түрлендіру

6.1.1. Алгебралық өрнектер. Өткен тарауларда қосу, азайту, көбейту және дәрежеге шығару амалдары арқылы құрастырылған, құрамында айнымалылары бар өрнектерді қарастырдық. Мұндай өрнектерді ***бүтін өрнектер*** деп атадық.

Мысалы, $3ax^2$, $2(x-y)(a^2x+by^2)+cx$, $\frac{ax}{2}-c$ – бүтін өрнектер. Ал $2a-\frac{b^3}{c-x}$, $\frac{a-x}{a+x}+\frac{2x}{a-x}$, $\frac{8p^2}{11q}$ өрнектерінде жоғарыда аталған амалдардан басқа айнымалысы бар өрнектерге бөлу амалы да бар. Мұндай бөлімінде де айнымалылары бар бөлшектерді ***бөлшек өрнектер*** деп атайды. Жалпы алғанда, бүтін және бөлшек өрнектерді ***алгебралық өрнектер*** деп атайды.

Бүтін өрнектерді көпмүше түріне келтіруге болады. Және олардың құрамындағы әріптердің кез келген мәндерінде мағыналары бар. Себебі қосу, азайту, көбейту және дәрежеге шығару амалдарының айнымалының кез келген мәндерінде мағынасы бар. Ал бөлшек өрнектердің айнымалылардың кейбір мәндерінде мағынасы болмауы да мүмкін. Мысалы, $a+\frac{1}{a}$ өрнегінің $a=0$ болғанда мағынасы жоқ, ал a-ның өзге мәндерінде бұл өрнектің мағынасы бар. $\frac{x+y}{x-y}$ бөлшегінің мағынасы болуы үшін $x \neq y$ теңсіздігі орындалуы қажет.

Өрнектің мағынасы бар болатындай оның құрамындағы айнымалылардың барлық мәндері жиынын осы өрнектің ***мүмкін мәндері жиыны*** (ММЖ) деп атайды.

$\frac{a}{b}$ түріндегі өрнекті ***алгебралық бөлшек*** деп атайды, мұнда a мен b – бүтін өрнектер, b-нің құрамында айнымалылар бар. Мысалы, $\frac{2x}{x^2-5}$, $\frac{3y+1}{7y}$, $\frac{ab-4}{\frac{a}{b}+9}$ – рационал бөлшектер.

6.1.2. Алгебралық бөлшектерді қысқарту. Натурал a, b және c сандары үшін

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$$

теңдігі орындалатынын жақсы білеміз. Бұл теңдік рационал бөлшектер үшін де орындалады.

a, b және c алгебралық өрнектері үшін

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c} \qquad (1)$$

теңбе-теңдігі орындалады. Мұнда $b\neq 0$, $c\neq 0$. (1) теңбе-теңдікті дәлелдейік. Айталық, $\frac{a}{b}=m$ болсын. Онда $a=bm$. Осыдан $ac=(bm)c=(bc)\cdot m$, $bc\neq 0$ болғандықтан, $ac=(bc)\cdot m$ теңдігінен бөлшектің анықтамасы бойынша $\frac{ac}{bc}=m$. Олай болса, $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$.

(1) теңбе-теңдікті алгебралық бөлшектердің ***негізгі қасиеті*** деп атайды.

Анықтама. *Құрамындағы барлық айнымалылардың мүмкін мәндері жиынында ақиқат болатын теңдікті* ***теңбе-теңдік*** *деп атайды. Өрнекті оған теңбе-тең өрнекпен алмастыруды* ***теңбе-тең түрлендіру*** *деп атайды.*

(1) теңбе-теңдік $\frac{ac}{bc}$ өрнегін оған теңбе-тең $\frac{a}{b}$ өрнегімен алмастыруға мүмкіндік береді, яғни осы теңбе-теңдікті пайдаланып, $\frac{ac}{bc}$ бөлшегін c көбейткішіне ***қысқартуымызға*** болады.

1-мысал. а) $\frac{21y}{3y^2}$; ә) $\frac{a^2-9}{ab+3b}$ бөлшегін қысқартайық.

Шешуі. а) $\frac{21y}{3y^2}=\frac{3y\cdot 7}{3y\cdot y}=\frac{7}{y}$;

ә) $\frac{a^2-9}{ab+3b}=\frac{(a-3)\cdot(a+3)}{b(a+3)}=\frac{a-3}{b}$.

2-мысал. $\frac{2x}{7y}$ бөлшегінің бөлімін $35y^3$ түріне келтірейік.

Шешуі. $35y^3=7y\cdot 5y^2$ болғандықтан, берілген бөлшектің алымын да, бөлімін де $5y^2$-қа көбейтеміз (бөлшектің негізгі қасиеті бойынша):

$$\frac{2x}{7y}=\frac{2x\cdot 5y^2}{7y\cdot 5y^2}=\frac{10xy^2}{35y^3}.$$

Бөлшектің тағы бір қасиетін қарастырайық.

– Егер бөлшектің алымының (немесе бөлімінің) таңбасын өзгертсек, онда бөлшектің де таңбасы өзгереді.

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}, \quad \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b},$$

яғни бөлшектің таңбасын өзгерткенде оның алымының (немесе бөлімінің) таңбасы өзгереді.

3-мысал. $\dfrac{4-a^2}{ac-2c}$ бөлшегін қысқартайық.

Шешуі.

$$\frac{4-a^2}{ac-2c} = \frac{(2-a)(2+a)}{c(a-2)} = -\frac{-(2-a)(2+a)}{c(a-2)} = -\frac{(a-2)(2+a)}{c(a-2)} = -\frac{a+2}{c}.$$

?

1. Қандай өрнекті бөлшек өрнек деп атайды?
2. Айнымалының мүмкін мәндері деп нені айтады?
3. Теңбе-теңдік және теңбе-тең түрлендіру деп нені айтады?
4. Бөлшекті қысқартуды мысал арқылы түсіндіріңдер.

ЕСЕПТЕР

А

6.1. Өрнекті бөлшек түрінде жазыңдар:

1) $a:7$; 2) $5:a$; 3) $x:y$;
4) $(a+b):5$; 5) $8:(p-q)$; 6) $(x+y):(m+n)$;
7) $x^2:(a+b)$; 8) $3a:(2m-5n)$; 9) $(4x-3y):(x+y)$.

6.2. a-ның қандай мәндерінде бөлшек нөлге тең:

1) $\dfrac{a-3}{4}$; 2) $\dfrac{a+3}{a-3}$; 3) $\dfrac{a-3}{a}$; 4) $\dfrac{a+0,1}{3a-1}$;

5) $\dfrac{3a-2}{2a}$; 6) $\dfrac{a(a-4)}{a+15}$; 7) $\dfrac{(a+3)(a-3)}{2a-5}$; 8) $\dfrac{(a+1)(a+5)}{a-3}$?

6.3. x-тің қандай мәндерінде бөлшектің мағынасы болмайды:

1) $\dfrac{3}{x-2}$; 2) $\dfrac{4}{x+1}$; 3) $\dfrac{2x}{x-3}$; 4) $\dfrac{x+1}{2x-4}$;

5) $\dfrac{x+1}{x-1}$; 6) $\dfrac{4-x}{3-x}$; 7) $\dfrac{1}{x-a}$; 8) $\dfrac{1}{x+b}$;

9) $\dfrac{1}{x^2-1}$; 10) $\dfrac{1}{(x+1)(x-2)}$?

6.4. Егер x пен y-тің әрбір мәнін екі еселесек, онда бөлшектің мәні өзгере ме:

1) $\dfrac{x-y}{x+y}$; 2) $\dfrac{x^2}{y}$; 3) $\dfrac{3x^2}{y}$; 4) $\dfrac{4x^2-y^2}{x^2+y^2}$?

6.5. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{15a}{20b}$; 2) $\dfrac{ab}{ac}$; 3) $\dfrac{6xy}{8x}$; 4) $\dfrac{10mn}{15mp}$;

5) $\dfrac{8bx}{16by}$; 6) $\dfrac{2a^2}{3ab}$; 7) $\dfrac{24m^3}{16m^2n}$; 8) $\dfrac{-2xy}{5x^2y}$;

9) $\dfrac{8a^2y^2}{24ay}$; 10) $\dfrac{63a^2b^2}{42a^6b^4}$.

6.6. Бөлуді бөлшек түрінде жазып, оны қысқартыңдар:

1) $4a^2b^2 : (2a^4b^2)$; 2) $24p^4q^4 : (48p^4q^2)$;
3) $-ax^2 : (xy)$; 4) $3xy^2 : (6x^3y^3)$;
5) $36nm^2 : (18mn)$; 6) $-6ax : (-18ax)$;
7) $6ab^2 : (9bc^2)$; 8) $3axy : (6ay^3)$;
9) $-32b^5c : (12b^4 \cdot c^2)$; 10) $(6xy-18x^2) : (y-3x)^3$.

6.7. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{3a+12b}{6ab}$; 2) $\dfrac{15b-20c}{10b}$; 3) $\dfrac{2a-4}{3(a-2)}$;

4) $\dfrac{15x(y+2)}{6y+12}$; 5) $\dfrac{a-3b}{a^2+3ab}$; 6) $\dfrac{3x^2+15xy}{x+5y}$;

7) $\dfrac{y^2-16}{3y+12}$; 8) $\dfrac{5x-15y}{x^2-9y^2}$; 9) $\dfrac{(c+2)^2}{7c^2+14c}$;

10) $\dfrac{6cb-18c^2}{(b-3c)^3}$; 11) $\dfrac{(a+5)^2}{a^2-25}$; 12) $\dfrac{a^3-b^3}{a-b}$.

6.8. Бөлшекті алдымен қысқартып алып, мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{15a^2-10ab}{3ab-2b^2}$, мұндағы $a=-2$; $b=-0,1$;

2) $\dfrac{9c^2-4b^2}{18c^2-12bc}$, мұндағы $b=0,5$; $c=\dfrac{2}{3}$.

6.9. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\frac{3a(a+b)^2}{9a^2(a+b)}$; 2) $\frac{10a^2b(x-y)^2}{15a^4b(x-y)^3}$; 3) $\frac{7a^3b^3(a+b)}{21a^2b^3(a+b)^3}$;

4) $\frac{3(a-b)(a-c)^2}{6(a-b)(a-c)}$; 5) $\frac{x(y-z)^2}{x(y-z)}$; 6) $\frac{8m(a+b)}{4m(a+b)}$.

6.10. Бөлшектің мәнін өзгертпей, оның алымы мен бөлімінде минус таңбасы болмайтындай етіп, түрлендіріңдер:

1) $\frac{-2x}{-5y}$; 2) $\frac{8c^2}{-15x}$; 3) $-\frac{-3m}{4n}$;

4) $-\frac{-a}{-b}$; 5) $-\frac{3a^2b}{-10m}$; 6) $-\frac{-5ab}{8cd}$.

B

6.11. Теңдіктердің ақиқаттығын тексеріңдер:

1) $\frac{x-2}{y-4}=\frac{2-x}{4-y}=-\frac{x-2}{4-y}=-\frac{2-x}{y-4}$;

2) $\frac{m}{(x-m)(x-n)}=\frac{m}{(m-x)(n-x)}=-\frac{m}{(x-m)(n-x)}$.

6.12–6.19-есептердегі бөлшектерді қысқартыңдар.

6.12. 1) $\frac{x+x^2}{x^2-1}$; 2) $\frac{a-a^2}{a^2-1}$; 3) $\frac{(a-b)^2}{b^2-a^2}$; 4) $\frac{m^2-n^2}{(n+m)^2}$.

6.13. 1) $\frac{a^2-1}{1-a}$; 2) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$; 3) $\frac{(x+1)^2}{x^2-1}$; 4) $\frac{a^2-1}{(a-1)^2}$.

6.14. 1) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$; 2) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$;

3) $\frac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$; 4) $\frac{5m^2+10mn+5n^2}{15m^2-15n^2}$.

6.15. 1) $\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$; 2) $\frac{m^3-n^3}{m^2-n^2}$; 3) $\frac{2a^3-2b^3}{5a^2-5b^2}$; ; 4) $\frac{3p^2-3q^2}{6p^3+6q^3}$.

6.16. 1) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2}$; 2) $\frac{x^4-y^4}{x^2-y^2}$; 3) $\frac{a^3-b^3}{a^4-b^4}$; 4) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$.

6.17. 1) $\frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}$; 2) $\frac{a^4-b^4}{ab^2-a^3}$; 3) $\frac{2a+4}{a^3+8}$; 4) $\frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}$.

6.18. 1) $\frac{a^2+2ab+b^2}{2a^4-2b^4}$; 2) $\frac{1-2x+x^2}{x^2-1}$; 3) $\frac{3n^2-3m^2}{6m^3+6n^3}$; 4) $\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2}$.

6.19. 1) $\frac{x^6+x^4}{x^4+x^2}$; 2) $\frac{x^6-x^8}{x^4-x^2}$; 3) $\frac{m^7-m^{10}}{m^9-m^3}$; 4) $\frac{a^6-a^4}{a^3+a^2}$.

6.20. $\frac{5b}{8a^3}$; $\frac{7a}{3b^2}$; $\frac{1}{2ab}$; $\frac{2}{a^2b^2}$ бөлшектердің бөлімін $24a^3b^2$ түріне келтіріңдер.

6.21. Есептеңдер:

1) $\frac{a^2-8a+16}{ax-4x}$, мұндағы $a=-5$, $x=-2$;

2) $\frac{3x^2-xy}{9x^2-6xy+y^2}$, мұндағы $x=\frac{3}{4}$, $y=-\frac{2}{3}$.

6.22. Теңдеуді шешіңдер:

1) $ax-2x=a^2-4$, $a\neq 2$;
2) $cx-dx=5c-5d$, $d\neq c$;
3) $cbx-abx=b^2c-ab^2$; $b\neq 0$; $c\neq a$;
4) $ax-bx=a^2-b^2$, $a\neq b$.

C

6.23. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$; 2) $\frac{ac-bc+ad-bd}{ac+bc+ad+bd}$;

3) $\frac{ab+ac+b^2+bc}{ax+ay+bx+by}$; 4) $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$.

6.24. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\frac{m^2+n^2-k^2+2mn}{m^2-n^2+k^2+2mk}$; 2) $\frac{a^3-a^2-a+1}{a^4-2a^2+1}$;

3) $\frac{1-3b+3b^2-b^3}{c-cb+a-ab}$; 4) $\frac{x^2-ax+bx-ab}{x^3+bx^2+ax+ab}$.

6.25. Есептеңдер:

1) $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$, мұндағы $a=-3$; $b=5$; $c=3{,}4$;

2) $\dfrac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}$, мұндағы $x=3$; $y=-2$.

6.26. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $\dfrac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by}=\dfrac{x+c}{2x+y}$;

2) $\dfrac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}=\dfrac{x+z}{(1-y)^2}$;

3) $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}=\dfrac{1}{3a^2-b^2}$.

6.27. Теңдеуді шешіңдер:

1) $a^2x-b^2x=a^2+2ab+b^2$; 2) $3mx+3nx=6m^2-6n^2$;

3) $ax+x=a^2+2a+1$; 4) $m^2x+2mnx+n^2x=3m^2-3n^2$.

6.28. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{a^2+5a+6}{a^2+4a+4}$; 2) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+6x+5}$; 3) $\dfrac{m^2+2m+1}{m^2+8m+7}$.

6.29. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{a^2-7a+12}{a^2-6a+9}$; 2) $\dfrac{2xy-x^2-y^2+a^2}{x^2+a^2-y^2+2ax}$; 3) $\dfrac{m^3-m^2n+mn^2}{m^3+n^3}$.

6.2. Алгебралық бөлшектердің қосындысы мен айырмасы

6.2.1. Бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектердің қосындысы мен айырмасы.

Бөлімдері бірдей жай бөлшектерді қосқанда, олардың алымдары қосылып, бөлімдері өзгеріссіз қалатынын жақсы білеміз: $\dfrac{2}{7}+\dfrac{3}{7}=\dfrac{2+3}{7}=\dfrac{5}{7}$.

Бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектер де осы сияқты қосылады:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}. \tag{1}$$

(1) теңбе-теңдікті дәлелдейік. $\frac{a}{c}=m$ және $\frac{b}{c}=n$ болсын. Онда $a=cm$ және $b=cn$ болады. Осыдан $a+b=cm+cn=c(m+n)$. $c\neq0$ болғандықтан, $\frac{a+b}{c}=m+n$. Екінші жағынан, $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=m+n$, яғни $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=m+n=\frac{a+b}{c}$.

Осы сияқты, кез келген $\frac{a}{c}$ және $\frac{b}{c}$ бөлімдері бірдей бөлшектері үшін

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c} \tag{2}$$

теңбе-теңдігі орындалады. Шынында да,

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{(-b)}{c}=\frac{a+(-b)}{c}=\frac{a-b}{c}.$$

Сонымен, ***бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектерді қосу үшін олардың алымдарын қосып, бөлімін өзгеріссіз қалдыру керек.***

– Бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектерді азайту үшін бірінші бөлшектің алымынан екінші бөлшектің алымын азайтып, бөлімін өзгеріссіз қалдыру керек.

1-мысал. $\frac{3a-7b}{15ab}$ және $\frac{2a+2b}{15ab}$ бөлшек өрнектерін қосайық.

Шешуі.

$$\frac{3a-7b}{15ab}+\frac{2a+2b}{15ab}=\frac{3a-7b+2a+2b}{15ab}=\frac{5a-5b}{15ab}=\frac{5(a-b)}{15ab}=\frac{a-b}{3ab}.$$

2-мысал. $\frac{a^2+9}{5a-15}$ бөлшегінен $\frac{6a}{5a-15}$ бөлшегін азайту керек.

Шешуі. $\frac{a^2+9}{5a-15}-\frac{6a}{5a-15}=\frac{a^2+9-6a}{5a-15}=\frac{(a-3)^2}{5(a-3)}=\frac{a-3}{5}.$

6.2.2. Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді қосу және азайту. Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді қосу үшін алдымен оларды ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң (1) формула бойынша қосады. Бөлімдері әртүрлі рационал бөлшектерді де осы сияқты қосады.

– Бөлімдері әртүрлі рационал бөлшектерді қосу үшін оларды ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң бөлімдері бірдей бөлшектер сияқты қосады:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}. \tag{3}$$

(3) теңбе-теңдікті дәлелдейік. $b \neq 0$, $d \neq 0$ болғандықтан, бөлшектердің негізгі қасиеті бойынша:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{db}=\frac{ad+bc}{bd}.$$

Бөлімдері әртүрлі рационал бөлшектерді осы сияқты азайтады.

– Бөлімдері әртүрлі алгебралық бөлшектерді азайту үшін оларды ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң бөлімдері бірдей бөлшектерді азайту сияқты орындайды:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}. \qquad (4)$$

Бұл да (3) теңбе-теңдік сияқты дәлелденеді.

3-мысал. $\frac{x}{4a^3b}$ және $\frac{5}{6ab^4}$ бөлшектерінің қосындысын табайық.

Шешуі. Бұл бөлшектердің бөлімдерін ортақ бөлімге, яғни $12a^3b^4$ түріне келтіреміз. Сонда

$$\frac{x}{4a^3b}+\frac{5}{6ab^4}=\frac{x\cdot 3b^3}{4a^3b\cdot 3b^3}+\frac{5\cdot 2a^2}{6ab^4\cdot 2a^2}=\frac{3xb^3}{12a^3b^4}+\frac{10a^2}{12a^3b^4}=$$

$$=\frac{3xb^3+10a^2}{12a^3b^4}.$$

4-мысал. $\frac{a+3}{a^2+ab}$ және $\frac{b-3}{ab+b^2}$ бөлшектерінің айырмасын табайық.

Шешуі.

$$\frac{a+3}{a^2+ab}-\frac{b-3}{ab+b^2}=\frac{a+3}{a(a+b)}-\frac{b-3}{b(a+b)}=\frac{b(a+3)}{ab(a+b)}-\frac{a(b-3)}{ab(a+b)}=$$

$$=\frac{ab+3b-ab+3a}{ab(a+b)}=\frac{3a+3b}{ab(a+b)}=\frac{3(a+b)}{ab(a+b)}=\frac{3}{ab}.$$

5-мысал. $a-1-\frac{a^2-3}{a+1}$ өрнегін ықшамдайық.

Шешуі. $a-1-\frac{a^2-3}{a+1}=\frac{a-1}{1}-\frac{a^2-3}{a+1}=\frac{(a-1)(a+1)-(a^2-3)}{a+1}=$

$$=\frac{a^2-1-a^2+3}{a+1}=\frac{2}{a+1}.$$

?

1. Бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектерді қалай қосады?
2. Бөлімдері бірдей алгебралық бөлшектердің айырмасын қалай табады?
3. (1) және (2) формулаларды дәлелдеңдер.
4. Бөлімдері әртүрлі алгебралық бөлшектерді қалай қосады?
5. Бөлімдері әртүрлі алгебралық бөлшектердің айырмасын қалай табады?
6. (3) және (4) формулаларды дәлелдеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

6.30–6.39-есептерде көрсетілген қосу, азайту амалдарын орындаңдар.

6.30. 1) $\frac{x-3}{4}+\frac{a+1}{4}$; 2) $\frac{m+n}{a}-\frac{m-n}{a}$; 3) $\frac{5x+1}{2}-\frac{x}{2}$;

4) $\frac{x-1}{4}+\frac{x+2}{4}-\frac{x-3}{4}$; 5) $\frac{3p-2q}{m}-\frac{p-q}{m}$; 6) $\frac{2a+1}{b}+\frac{3a+1}{b}-\frac{a-2}{b}$.

6.31. 1) $\frac{a+b}{x+a}+\frac{a-b}{x+a}$; 2) $\frac{b+4}{a-2}+\frac{b+3}{a-2}$;

3) $\frac{1-x}{m-n}-\frac{1-3x}{m-n}$; 4) $\frac{3a+1}{a+b}-\frac{2a+3}{a+b}$.

6.32. 1) $\frac{a-x}{m}+\frac{b+x}{m}$; 2) $\frac{a-3b}{n}+\frac{4b-a}{n}$;

3) $\frac{x-bp}{p}-\frac{x+bp}{p}$; 4) $\frac{c+qy}{q}-\frac{c-2qy}{q}$.

6.33. 1) $\frac{ax-y}{a+b}+\frac{y+bx}{a+b}$; 2) $\frac{n+mx}{m+3}-\frac{n-3x}{m+3}$;

3) $\frac{px-3q}{x-y}+\frac{py-3q}{y-x}$; 4) $\frac{2cx+b}{2c-3}+\frac{3x+b}{3-2c}$.

6.34. 1) $\frac{a}{x-1}+\frac{b}{1-x}$; 2) $\frac{2x}{a-b}-\frac{x}{b-a}$;

3) $\frac{x}{2m-n}+\frac{y}{n-2m}$; 4) $\frac{5b^2}{x-2}-\frac{2b^2}{2-x}$.

6.35. 1) $\frac{a}{x^2-1}-\frac{b}{1-x^2}$; 2) $\frac{c+d}{c^2-b^2}+\frac{c-d}{b^2-c^2}$;

3) $\dfrac{a}{x-y}-\dfrac{b}{y-x}+\dfrac{c}{x-y}$; 4) $\dfrac{x+1}{a-b}-\dfrac{x+2}{b-a}-\dfrac{x-1}{a-b}$.

6.36. 1) $\dfrac{1}{4x}+\dfrac{1}{2y}$; 2) $\dfrac{5}{3a}-\dfrac{2}{9b}$;

3) $\dfrac{a}{6m}+\dfrac{b}{8n}$; 4) $\dfrac{x}{12a}-\dfrac{y}{18b}$.

6.37. 1) $\dfrac{x}{ab}+\dfrac{x}{ac}$; 2) $\dfrac{a}{xy}-\dfrac{b}{xz}$;

3) $\dfrac{2m}{ax}+\dfrac{3n}{bx}$; 4) $\dfrac{5a}{mn}-\dfrac{3b}{mp}$.

6.38. 1) $\dfrac{2x-3y}{x}+\dfrac{4x^2-5y^2}{xy}$; 2) $\dfrac{5a^2-b^2}{ab}-\dfrac{3a-2b}{b}$;

3) $\dfrac{2b^2+3ax}{bx}-\dfrac{ab+5bx}{ax}$; 4) $\dfrac{3p^2+5mn}{mp}+\dfrac{n^2-3mp}{np}$.

6.39. 1) $\dfrac{2a}{x^2}-\dfrac{3}{x}$; 2) $\dfrac{5x}{a^2}-\dfrac{2y}{a^3}$;

3) $\dfrac{1}{m^4n^3}+\dfrac{2}{m^3n^4}$; 4) $\dfrac{3}{x^3y^3}-\dfrac{4}{x^4y^2}$.

6.40. 1) Бөлшек пен бүтін өрнектің қосындысы немесе айырмасы түрінде жазыңдар:

1) *Үлгі*: $\dfrac{a+3}{a}=\dfrac{a}{a}+\dfrac{3}{a}=1+\dfrac{3}{a}$; 2) $\dfrac{x+c^2}{c^2}$;

3) $\dfrac{m^2-2m+4}{m}$; 4) $\dfrac{a^2+3a-6}{a}$.

B

6.41. Натурал n-нің қандай мәндерінде:

1) $\dfrac{n+12}{n}$; 2) $\dfrac{5n-9}{n}$; 3) $\dfrac{n^2+2n+3}{n}$ бөлшегінің мәні натурал сан болады?

6.42. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{a}{2x}-\dfrac{b}{3x^2}$; 2) $\dfrac{5x}{ab}+\dfrac{2y}{3a^2b}-\dfrac{3}{6a^2b^2}$;

3) $\frac{3x}{4a^2b}+\frac{5x}{2ab^2}-\frac{7}{6a^2b}$; 4) $\frac{5a}{6b^2c}-\frac{7b}{12ac^2}+\frac{11c}{18a^2b}$.

6.43. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\frac{2a-3b}{a^2b}-\frac{4a-5b}{ab^2}$; 2) $\frac{5x^2-3y}{x^2y}+\frac{6x-2y^2}{x^2y^2}$;

3) $\frac{5(2a-b)}{8}-\frac{3(a-4b)}{2}+\frac{7(a-b)}{6}$; 4) $\frac{(x+y)^2}{6}+\frac{(x-y)^2}{12}-\frac{x^2-y^2}{4}$.

6.44. Өрнекті бөлшекке түрлендіріңдер:

1) $m+\frac{1}{n}$; 2) $\frac{x}{y}-x$; 3) $\frac{a^2+b}{a}-a$; 4) $a-\frac{ab-a}{b}$;

5) $\frac{2a^2b-b}{a}-ab$; 6) $a-\frac{b}{x}-\frac{a}{x^2}$; 7) $5-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$; 8) $a-\frac{a-1}{2}+\frac{a-2}{3}$.

6.45. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}=7$; 2) $\frac{2x}{5}+\frac{x}{2}=9$; 3) $\frac{5x}{4}-\frac{x}{2}=3$;

4) $\frac{4x}{5}-\frac{x}{10}=7$; 5) $\frac{3x}{4}+\frac{5x}{6}=38$; 6) $\frac{2x}{3}+\frac{5x}{2}=19$.

6.46. Есептеңдер:

1) $\frac{a^2+1}{a-3}-\frac{10}{a-3}$, мұндағы $a=97$; 2) $\frac{x+7}{x^2-25}-\frac{2x+2}{x^2-25}$, мұндағы $x=-5{,}1$.

6.47–6.56-есептерде көрсетілген амалдарды орындаңдар.

6.47. 1) $\frac{3}{x+y}-\frac{5}{x}$; 2) $\frac{4}{a-b}+\frac{1}{a}$;

3) $\frac{6}{m-1}-\frac{2}{m}$; 4) $\frac{1}{b+2}-\frac{3}{b}$.

6.48. 1) $\frac{7x}{2(x-1)}+\frac{5x}{x-1}$; 2) $\frac{9a}{4(a+2)}-\frac{1}{a+2}$;

3) $\frac{2a^2}{3(a+1)}+\frac{5a^2}{4(a+1)}$; 4) $\frac{4x}{5(x-3)}-\frac{3x}{2(x-3)}$.

6.49. 1) $\frac{1}{2a-b}-\frac{1}{2a+b}$; 2) $\frac{1}{3m-n}+\frac{1}{3m+n}$;

3) $\frac{5}{x-y}-\frac{3}{x+y}$; 4) $\frac{4}{p+q}+\frac{2}{p-q}$.

6.50. 1) $\frac{2m}{5m+5n}+\frac{3n}{5m-5n}$; 2) $\frac{7x}{3x+3y}-\frac{2x}{3x-3y}$;

3) $\frac{5b}{ax+ay}-\frac{2a}{bx+by}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}-\frac{6x}{8x+8y}$.

6.51. 1) $\frac{7a}{x^2-9}+\frac{5a}{x-3}+\frac{a}{x+3}$; 2) $\frac{4}{x+2}+\frac{3}{x-2}-\frac{x+2}{x^2-4}$;

3) $\frac{a}{1-b}-\frac{a}{1+b}+\frac{a}{1-b^2}$; 4) $\frac{1}{a+2}+\frac{1}{a-2}-\frac{4}{a^2-4}$.

6.52. 1) $\frac{3}{2m+6}-\frac{m-2}{m^2+6m+9}$; 2) $\frac{5-a}{a^2-8a+16}+\frac{6}{5a-20}$;

3) $\frac{1}{2x+2}-\frac{x-1}{3x^2+6x+3}$; 4) $\frac{4}{3m-3n}+\frac{3m-n}{2m^2-4mn+2n^2}$.

C

6.53. 1) $\frac{1}{x-2a}+\frac{1}{x+2a}+\frac{8a^2}{4a^2x-x^3}$; 2) $\frac{4x-3}{3-2x}-\frac{4+5x}{3+2x}-\frac{3+x-10x^2}{4x^2-9}$;

3) $\frac{4a^2-3a+5}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}+\frac{6}{1-a}$; 4) $\frac{2a-1}{2a}-\frac{2a}{2a-1}-\frac{1}{2a-4a^2}$.

6.54. 1) $\frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2}$;

2) $\frac{3a+2}{a^2-2a+1}-\frac{6}{a^2-1}-\frac{3a-2}{a^2+2a+1}$;

3) $\frac{3}{x^2+2xy+y^2}-\frac{4}{x^2-2xy+y^2}+\frac{5}{x^2-y^2}$;

4) $\frac{1}{a-b}-\frac{3ab}{a^3-b^3}-\frac{b-a}{a^2+ab+b^2}$.

6.55*. 1) $\frac{1}{(a-b)(b-c)}-\frac{1}{(b-c)(a-c)}-\frac{1}{(c-a)(b-a)}$;

2) $\dfrac{x-y}{(z-x)(z-y)}-\dfrac{y-z}{(x-y)(x-z)}+\dfrac{z-x}{(y-x)(y-z)}$.

6.56*. 1) $\dfrac{1}{a(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{b(b-a)(b-c)}+\dfrac{1}{c(c-a)(c-b)}$;

2) $\dfrac{x^2}{(x-y)(x-u)}+\dfrac{y^2}{(y-x)(y-u)}+\dfrac{u^2}{(u-x)(u-y)}$.

6.57. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $\dfrac{1}{(a-b)(b-c)}+\dfrac{1}{(c-a)(a-b)}+\dfrac{1}{(b-c)(c-a)}=0$;

2) $\dfrac{ax+by}{(a-b)(x+y)}-\dfrac{bx-ay}{(a+b)(x+y)}=\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

6.58. $\dfrac{x}{y}=5$ деп алып, бөлшектің мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{x+y}{y}$; 2) $\dfrac{x-y}{y}$; 3) $\dfrac{y}{x}$; 4) $\dfrac{x+2y}{x}$.

6.59. $\dfrac{x+y}{y}=2$ деп алып, бөлшектің мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{x}{y}$; 2) $\dfrac{y}{x+y}$; 3) $\dfrac{x-y}{x}$; 4) $\dfrac{y}{x}$.

6.60. Егер $a\neq 0,\ b\neq 0,\ a\neq b$ және $\dfrac{a^2-2b}{a(1-2b)}=\dfrac{b^2-2a}{b(1-2a)}$ болса, онда $a+b+1{,}5=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ теңдігі орындалатынын дәлелдеңдер.

6.61. Тізбектес үш натурал санның кубтарының қосындысы мен осы сандардың үш еселенген көбейтіндісінің айырмасын сол сандардың арифметикалық ортасына бөлгендегі бөліндіні табыңдар.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

6.62. 1) $y=2x+1$; 2) $y=\dfrac{1}{2}x^2$; 3) $y=-\dfrac{1}{3}x^3$ формуласымен берілген функцияның графигін салыңдар.

6.63. Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $a^2+b^2-2ab-c^2$; 2) a^2-16+b^2-2ab.

6.64. Теңдеуді шешіңдер:

$12x^2-5x+(1+3x)(1-3x)-3(x-2)(x+3)-6=21.$

6.3. Алгебралық өрнектерді көбейту және бөлу

6.3.1. Бөлшектерді көбейту. $\frac{a}{b}$ және $\frac{m}{n}$ бөлшектерін көбейтуді

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=\frac{a\cdot m}{b\cdot n} \qquad (1)$$

формуласы бойынша орындайды. Шынында да, $\frac{a}{b}=p$, $\frac{m}{n}=q$ болсын. Осыдан $a=bp$, $m=nq$ және $am=(bp)(nq)=(bn)(pq)$. $b\neq 0$, $n\neq 0$ болғандықтан, $bn\neq 0$.

Онда $\frac{am}{bn}=pq$.

Екінші жағынан, $\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=pq$, яғни (1) теңбе-теңдіктің орындалатынын байқадық.

– Алгебралық бөлшектерді көбейту үшін олардың алымдарының көбейтіндісін алымына, ал бөлімдерінің көбейтіндісін бөліміне жазу керек.

1-мысал. $\frac{a^3}{4b^2}$ және $\frac{6b}{a^2}$ алгебралық бөлшектерін көбейту керек.

Шешуі. $\frac{a^3}{4b^2}\cdot\frac{6b}{a^2}=\frac{a^3\cdot 6b}{4b^2\cdot a^2}=\frac{3a}{2b}$.

2-мысал. $\frac{pm+2p}{m}$ бөлшегін $\frac{pm^2}{m^2-4}$ бөлшегіне көбейтейік.

Шешуі.

$$\frac{pm+2p}{m}\cdot\frac{pm^2}{m^2-4}=\frac{(pm+2p)\cdot pm^2}{m(m^2-4)}=\frac{p^2m(m+2)}{(m-2)(m+2)}=\frac{p^2m}{m-2}.$$

3-мысал. $\frac{x+a}{x-a}$ бөлшегін x^2-a^2 екімүшесіне көбейту керек.

Шешуі. $\frac{x+a}{x-a}\cdot(x^2-a^2)=\frac{x+a}{x-a}\cdot\frac{x^2-a^2}{1}=\frac{(x+a)(x^2-a^2)}{x-a}=$

$$=\frac{(x+a)(x+a)(x-a)}{x-a}=(x+a)^2.$$

6.3.2. Бөлшекті бөлшекке бөлу. $\frac{a}{b}$ рационал бөлшегін $\frac{m}{n}$ рационал бөлшегіне бөлуді мына формула бойынша орындайды:

$$\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m} = \frac{an}{bm}, \qquad (2)$$

яғни *бір алгебралық бөлшекті екінші алгебралық бөлшекке бөлу үшін бірінші бөлшекті екінші бөлшекке кері бөлшекке көбейту керек.*

(2) формуланың дәлелдеуі: $\frac{a}{b} = p$, $\frac{m}{n} = q$ болсын. Онда $\frac{n}{m} = \frac{1}{q}$. Сондықтан (1) формула бойынша $\frac{an}{bm} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m} = p \cdot \frac{1}{q} = \frac{p}{q}$. Мұнда $b \neq 0$, $n \neq 0$, $m \neq 0$, $q \neq 0$ теңсіздіктері ескерілді. Екінші жағынан, $\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = p : q = \frac{p}{q}$, яғни (2) формула орындалады.

4-мысал. $\frac{7a^2}{b^2}$ бөлшегін $\frac{14a}{b}$ бөлшегіне бөлу қажет.

Шешуі. $\frac{7a^2}{b^2} : \frac{14a}{b} = \frac{7a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{14a} = \frac{7a^2b}{b^2 14a} = \frac{a}{2b}$.

5-мысал. $\frac{a^2-9}{3y}$ бөлшегін $a+3$ екімүшесіне бөлейік.

Шешуі.

$$\frac{a^2-9}{3y} : (a+3) = \frac{a^2-9}{3y} : \frac{a+3}{1} = \frac{a^2-9}{3y} \cdot \frac{1}{a+3} = \frac{(a-3)(a+3)}{3y(a+3)} = \frac{a-3}{3y}.$$

?

1. Алгебралық бөлшектерді қалай көбейтеді?
2. (1) формуланы дәлелдеңдер.
3. Алгебралық бөлшекті рационал бөлшекке қалай бөледі?
4. (2) формуланы дәлелдеңдер.

ЕСЕПТЕР

А

6.65–6.78-есептерде көрсетілген амалдарды орындаңдар.

6.65. 1) $\frac{18}{35} \cdot \frac{5}{6}$; 2) $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$; 3) $\frac{a}{b} : \frac{m}{n}$; 4) $\frac{x}{y} \cdot \frac{p}{q}$;

5) $\frac{1}{a} : b$; 6) $c : \frac{1}{x}$; 7) $\frac{1}{m} \cdot n$; 8) $2 \cdot \frac{1}{a}$.

6.66. 1) $\frac{9a}{16b}\cdot\frac{2}{3}$; 2) $3m\cdot\frac{n}{12m}$; 3) $\frac{8c}{21d^2}:\frac{6c^2}{7d}$; 4) $5a:\frac{15a}{b}$;

5) $\frac{x^4}{y^3}\cdot\frac{y^2}{x^3}$; 6) $\frac{3mn}{4ab}\cdot\frac{10a^2b^2}{21m^2n}$; 7) $\frac{12ab}{25c}:8a^2$; 8) $\frac{5c}{28a^2}\cdot 21ac$.

6.67. 1) $\frac{5}{4x}\cdot\frac{2x}{3}$; 2) $\frac{a^2}{8}\cdot\frac{4}{a}$; 3) $\frac{6b}{7y}\cdot\frac{14}{3b}$;

4) $\frac{p^2}{18}\cdot\frac{36}{p}$; 5) $\frac{9}{2m}\cdot\frac{5m}{3}$; 6) $\frac{12}{7p}\cdot\frac{p^3}{12q}$.

6.68. 1) $\frac{48a^4}{49b^4}\cdot\frac{7b^2}{16a^2}$; 2) $\frac{2n}{5m^3}\cdot 10m^5$; 3) $\frac{25y^2}{16x}:\frac{y^3}{x^2}$; 4) $6xy^2:\frac{3y^2}{4x}$.

6.69. 1) $\frac{72a^4}{25b^5}\cdot\left(-\frac{5b^4}{27a^5}\right)$; 2) $-\frac{15m^4}{8n^6}\cdot\frac{16n^5}{25m^3}$;

3) $\frac{11a}{4b^2}:(22a^2)$; 4) $\frac{9p^2}{20q^3}:\frac{p^5}{16q}$.

6.70. 1) $-\frac{18x^2y^2}{5abm}:\left(-\frac{9xy^3}{5a^2m^4}\right)$; 2) $35m^2n:\frac{7m^3}{24}$; 3) $\frac{13a}{12xy^2}\cdot 4x^2y$;

4) $-\frac{18p^3}{11q^3}:\frac{9p^2}{22q^4}$; 5) $6ax^2:\frac{3x^2}{4a}$; 6) $\frac{x^2y^2}{11ab^2}:\left(-\frac{4xy^3}{33ab}\right)$.

6.71. 1) $8x^2y^4\cdot\left(-\frac{3x}{4y^3}\right)$; 2) $-\frac{18x^2y^2}{5ab}:\frac{6xy^3}{5a^2b^2}$; 3) $16a^2b^3:\left(-\frac{20a^5b^4}{3x^2y}\right)$;

4) $-\frac{25x^4y^3}{14m^2}\cdot\left(-\frac{21mn}{10x^3y^2}\right)$; 5) $\frac{a^2-ab}{b}\cdot\frac{b^2}{a}$; 6) $\frac{ab+b^2}{9}\cdot\frac{3a}{b^2}$.

6.72. 1) $\frac{a^2-b^2}{6a^2b^2}:\frac{a+b}{3ab}$; 2) $\frac{x^2+xy}{x}:\frac{xy+y^2}{y}$; 3) $\frac{a^2b-4b^3}{3ab^2}\cdot\frac{a^2b}{a^2-2ab}$;

4) $\frac{4m^2-9n^2}{m^2n^2}:\frac{2am+3an}{2mn}$; 5) $\frac{x^2-xy}{x^2+xy}\cdot\frac{x^2y+xy^2}{xy}$; 6) $\frac{c+d}{c-d}:\frac{c^2+cd}{2c^2-2d^2}$.

B

6.73. 1) $\frac{(a+3)^2}{2a-4}\cdot\frac{a^2-4}{3a+9}$; 2) $\frac{m^2-4n^2}{mn}:\frac{m^2-4n^2}{3n}$;

3) $\frac{p^2-q^2}{2pq}\cdot\frac{4p}{p+q}$; 4) $\frac{x^2+4x}{x^2-4}:\frac{3x+12}{x-2}$;

5) $\frac{3x^2-3y^2}{x^2+ax}:\frac{6x-6y}{x+a}$; 6) $(2x-u)^2:\frac{4x^3-xu^2}{3}$.

6.74. 1) $\frac{ab^2-ac^2}{2a+8}\cdot\frac{3a+12}{ab+ac}$; 2) $\frac{4x^2-25y^2}{x^3+8}:\frac{2x+5y}{x^2-2x+4}$;

3) $\frac{m^3-n^3}{m+n}\cdot\frac{m^2-n^2}{m^2+mn+n^2}$; 4) $\frac{p^2+pq+q^2}{p-1}:\frac{p^3-q^3}{p^2-1}$.

6.75. 1) $\frac{9xy}{5ab}\cdot\frac{3ab}{4yz}\cdot\frac{4bz}{3axy}$; 2) $\left(\frac{2ax}{yz}:\frac{3bx}{ay}\right):\frac{9b^2z}{8a^2xy}$;

3) $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5}:\frac{7cd}{12a^3}\right)\cdot\frac{28a^4}{3b^2}$; 4) $\left(\frac{3p^2mq}{2a^2b^2}\cdot\frac{3abc}{8x^2y^2}\right):\frac{9a^2b^2c^3}{28pxy}$.

6.76. 1) $\frac{m^5+m^4+m^3}{m^3+m^2}\cdot\frac{m^5+m^4}{m^4+m^3+m^2}$; 2) $\frac{n^2-n^4+n^6}{1-n}\cdot\frac{n^2-1}{n^5-n^3+n}$;

3) $\frac{a-a^3}{a^6+a^2}:\frac{a^5-a}{a^5+a}$; 4) $\frac{9x^2-x^6}{x^5+x^7}:\frac{x^4-3x^2}{x^9+x^7}$.

6.77. 1) $\frac{a^2+ax+ab+bx}{a^2-ax-ab+bx}\cdot\frac{a^2-ax-bx+ab}{a^2+ax-bx-ab}$;

2) $\frac{x^2+ax-3x-3a}{x^2-ax-3x+3a}\cdot\frac{x^2+4x-ax-4a}{x^2+4x+ax+4a}$;

3) $\frac{x^2-bx+ax-ab}{x^2+bx-ax-ab}:\frac{x^2+bx+ax+ab}{x^2-bx-ax+ab}$;

4) $\frac{m^2+m-mn-n}{m^2+m+mn+n}:\frac{m^2-m-mn+n}{m^2-m+mn-n}$.

12–2557

6.78. 1) $\left(a+\frac{a-b}{a+b}-b\right):\left(\frac{2a+1}{a^2-b^2}+1\right)$; 2) $\left(x-\frac{x+y}{x-y}+y\right):\left(1-\frac{2y+1}{x^2-y^2}\right)$;

3) $\frac{x-1}{x}\cdot\frac{x+1}{x}\cdot\frac{x^2+1}{x^2}\cdot\frac{x^4}{x^4-1}$; 4) $\left(\left(\frac{1-a}{a}:\frac{a}{1+a}\right):\frac{a^2}{1+a^2}\right):\frac{a^4-1}{a^4}$.

6.79. Егер, $x \neq y, x \neq 0, y \neq 0$ болса, онда $\frac{2}{xy}:\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^2 - \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2}$ өрнегінің мәні айнымалыларға тәуелсіз болатынын көрсетіңдер.

6.80. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $\left(a-\frac{a^2+x^2}{a+x}\right)\left(\frac{2a}{x}+\frac{4a}{a-x}\right)=2a$;

2) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2}:\frac{am^2-2amn+an^2}{3m+3n}=\frac{3}{m-n}$.

C

6.81–6.84-есептердегі өрнектерді ықшамдаңдар.

6.81. 1) $\frac{3a^2+3ab+3b^2}{4a+4b}\cdot\frac{2a^2-2b^2}{9a^3-9b^3}$; 2) $\frac{5x^2-10xy+5y^2}{2x^2-2xy+2y^2}:\frac{8x-8y}{10x^3+10y^3}$;

3) $\frac{a^2-5a+6}{a^2+7a+12}\cdot\frac{a^2+3a}{a^2-4a+4}$; 4) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+3x-10}:\frac{x^2+7x+12}{x^2-9x+14}$.

6.82. 1) $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$; 2) $\dfrac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}$; 3) $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^2}}$; 4) $\dfrac{a-\frac{x^2}{a}}{x-\frac{a^2}{x}}$.

6.83. 1) $\dfrac{\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}}{\frac{1}{1-a}-\frac{1}{1+a}}$; 2) $\dfrac{\frac{x}{x-1}-\frac{x+1}{x}}{\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x}}$; 3) $\dfrac{x-\frac{ay}{y-a}}{y-\frac{ax}{x-a}}$.

6.84. 1) $\frac{a^2-1}{n^2+an}\cdot\left(\dfrac{1}{1-\frac{1}{n}}-1\right)\cdot\frac{a-an^3-n^4+n}{1-a^2}$;

2) $\dfrac{2a^2(a+c)^{2n}-0,5}{an^2-a^3-2a^2-a}:\dfrac{2a(a+c)^n-1}{a^2c-a(nc-c)}$.

6.85. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{ax}{a+x}-\dfrac{bx}{b-x}$, мұндағы $x=\dfrac{ab}{a-b}$;

2) $\dfrac{x^2y^2}{x^2-y^2}$, мұндағы $x=\dfrac{2ab}{a^2-b^2}$; $y=\dfrac{2ab}{a^2+b^2}$.

6.86. Егер $a+\dfrac{1}{a}$ – бүтін сан болса, онда $a^2+\dfrac{1}{a^2}$ және $a^3+\dfrac{1}{a^3}$ де бүтін сандар болатынын көрсетіңдер.

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

6.87. x^8-16 көпмүшесін 2-ші дәрежелі көпмүшелердің көбейтіндісіне жіктеңдер.

6.88. Теңдеуді шешіңдер:

1) $2x-\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{x}{3}-6$; 2) $0,69=\dfrac{5-2y}{8}\cdot 1,38$;

3) $\dfrac{1-y}{7}+y=\dfrac{y}{2}+3$; 4) $0,5\cdot\dfrac{4+2x}{13}=x-10$.

6.89. Бір координаталық жазықтықта $y=x^2$ және $y=x+2$ функцияларының графиктерін салып, олардың қиылысу нүктелерін график бойынша анықтаңдар.

6.90*. 6.89-есепте берілген функциялар графиктерінің қиылысу нүктелерінің координаталарын көбейткіштерге жіктеу тәсілімен анықтаңдар.

6.91. Ауылдан теміржол бекетіне дейін велосипедші 15 км/сағ жылдамдықпен, қайтар жолды 10 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Егер велосипедші қайтар жолға барар жолмен салыстырғанда 1 сағат уақыт артық жұмсаса, онда ауыл мен теміржол бекетінің арақашықтығы қандай?

6.3.3. Рационал өрнектерді теңбе-тең түрлендіру. Рационал өрнектерді теңбе-тең түрлендіру бөлшектерді қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдары арқылы да орындалады. Осы амалдарды қолдану нәтижесінде алымы да, бөлімі де көпмүшелер болатын бөлшек аламыз. Егер бірнеше түрлендірулер енгізу қажет болса, онда алдын ала қандай амалды орындау керектігін анықтап алған жөн.

1-мысал. $x+1-\dfrac{1}{x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x}$ өрнегін бөлшек түріне келтірейік.

Шешуі. Бірінші көбейту амалын, сонан соң азайтуды орындау қажет:

1) $\dfrac{1}{x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)}=\dfrac{x-2}{x}$;

2) $x+1-\dfrac{x-2}{x}=\dfrac{x(x+1)-(x-2)}{x}=\dfrac{x^2+x-x+2}{x}=\dfrac{x^2+2}{x}$.

Сонымен, $x+1-\dfrac{1}{x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x}=\dfrac{x^2+2}{x}$.

2-мысал. $\left(\dfrac{a-b}{ab}\cdot\dfrac{ab}{a+b}-\dfrac{a+b}{a-b}\right):ab$ өрнегін ықшамдайық.

Шешуі. 1) $\dfrac{a-b}{ab}\cdot\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{ab(a-b)}{ab(a+b)}=\dfrac{a-b}{a+b}$;

2) $\dfrac{a-b}{a+b}-\dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{(a-b)^2-(a+b)^2}{(a+b)(a-b)}=\dfrac{(a-b-a-b)(a-b+a+b)}{a^2-b^2}=$

$=-\dfrac{4ab}{a^2-b^2}=\dfrac{4ab}{b^2-a^2}$;

3) $\dfrac{4ab}{b^2-a^2}:ab=\dfrac{4ab}{(b^2-a^2)ab}=\dfrac{4}{b^2-a^2}$. Жауабы: $\dfrac{4}{b^2-a^2}$.

ЕСЕПТЕР

А

6.92–6.103-есептердегі амалдарды орындаңдар:

6.92. 1) $\left(\dfrac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\dfrac{3a^2}{1-a^2}\right)$; 2) $\left(\dfrac{2m+1}{2m-1}-\dfrac{2m-1}{2m+1}\right):\dfrac{4m}{10m-5}$;

3) $\left(\dfrac{a}{x-a}-\dfrac{a}{x+a}\right)\cdot\dfrac{x^2+2ax+a^2}{2a^2}$; 4) $\left(\dfrac{x^2}{y^2}+\dfrac{y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{y^2}-\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)$.

6.93. 1) $\left(\dfrac{x}{y^2}-\dfrac{1}{x}\right):\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)$; 2) $\left(\dfrac{a}{m^2}+\dfrac{a^2}{m^3}\right):\left(\dfrac{m^2}{a^2}+\dfrac{m}{a}\right)$;

3) $\dfrac{ab+b^2}{3} : \dfrac{b^3}{3a} + \dfrac{a+b}{b}$; 4) $\dfrac{x-y}{x} - \dfrac{5y}{x^2} \cdot \dfrac{x^2-xy}{5y}$.

6.94. 1) $\left(\dfrac{x}{x+1}+1\right) \cdot \dfrac{1+x}{2x-1}$; 2) $\dfrac{5y^2}{1-y^2} : \left(1-\dfrac{1}{1-y}\right)$;

3) $\left(\dfrac{4a}{2-a}-a\right) : \dfrac{a+2}{a-2}$; 4) $\dfrac{x-2}{x-3} \cdot \left(x+\dfrac{x}{2-x}\right)$.

6.95. 1) $\left(\dfrac{a+1}{2a-2}+\dfrac{6}{2a^2-2}-\dfrac{a+3}{2a+2}\right) \cdot \dfrac{4a^2-4}{3}$;

2) $\left(\dfrac{3a}{1-3a}+\dfrac{2a}{3a+1}\right) : \dfrac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2}$;

3) $(x^2-1) \cdot \left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}-1\right)$;

4) $\left(1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{a^2}{x^2}\right) \cdot \left(1-\dfrac{a}{x}\right) \cdot \dfrac{x^3}{a^3-x^3}$.

6.96. 1) $\left(\dfrac{b}{a^2-ab}+\dfrac{a}{b^2-ab}\right) \cdot \dfrac{a^2b+ab^2}{a^2-b^2}$;

2) $\left(\dfrac{2a}{a+2}+\dfrac{2a}{6-3a}+\dfrac{8a}{a^2-4}\right) : \dfrac{a-4}{a-2}$;

3) $\left(\dfrac{a^2+b^2}{a}+b\right) : \left(\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\right) \cdot \dfrac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right)$;

4) $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right) : \dfrac{x^2+2xy+y^2}{2xy}$.

6.97. 1) $\left(m+1-\dfrac{1}{1-m}\right) : \left(m-\dfrac{m^2}{m-1}\right)$; 2) $\left(\dfrac{2ab}{4a^2-9b^2}-\dfrac{b}{2a-3b}\right) : \left(1-\dfrac{2a-3b}{2a+3b}\right)$;

3) $\dfrac{b-c}{a+b} - \dfrac{ab-b^2}{a^2-ac} \cdot \dfrac{a^2-c^2}{a^2-b^2}$; 4) $\dfrac{a^2-4}{x^2-9} : \dfrac{a^2-2a}{xy+3y} + \dfrac{2-y}{x-3}$.

B

6.98. 1) $\dfrac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\dfrac{1}{y^2-x^2}+\dfrac{1}{x^2+2xy+y^2}\right)$;

2) $\left(\dfrac{x-2y}{x^2-2xy}-\dfrac{1}{x^2-4y^2}:\dfrac{x+2y}{(2y-x)^2}\right)\cdot\dfrac{(x+2y)^2}{4y^2}$.

6.99. 1) $\left(\dfrac{a^2}{a+n}-\dfrac{a^3}{a^2+n^2+2an}\right):\left(\dfrac{a}{a+n}-\dfrac{a^2}{a^2-n^2}\right)$;

2) $\left(\dfrac{2x^2+x}{x^3-1}-\dfrac{x+1}{x^2+x+1}\right)\cdot\left(1+\dfrac{x+1}{x}-\dfrac{x+5}{x+1}\right)$.

6.100. 1) $\left(\dfrac{2a}{2a+b}-\dfrac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right):\left(\dfrac{2a}{4a^2-b^2}+\dfrac{1}{b-2a}\right)$;

2) $\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{3}{x^3+1}+\dfrac{3}{x^2-x+1}\right)\cdot\left(x-\dfrac{2x-1}{x+1}\right)$.

6.101. 1) $\dfrac{x+2}{x^2-2x+1}\cdot\dfrac{3(x-1)}{x^2-4}-\dfrac{3}{x-2}$;

2) $\left(\dfrac{a-1}{3a+(a-1)^2}-\dfrac{1-2a+a^2}{a^3-1}-\dfrac{1}{a-1}\right):\dfrac{a^2+1}{1-a}$.

6.102. 1) $\dfrac{a-2}{4a^2+16a+16}:\left(\dfrac{a}{2a-4}-\dfrac{a^2+4}{2a^2-8}-\dfrac{2}{a^2+2a}\right)$;

2) $\left(\dfrac{a-x}{a^2+ax+x^2}-\dfrac{1}{a-x}\right)\cdot\left(\dfrac{2x+a}{a}+\dfrac{2a+x}{x}\right)$.

6.103. 1) $\dfrac{x^2-x}{x^2+ax+a^2}:\dfrac{x^2-1}{x^3-a^3}+\dfrac{x^2+a^3}{x^2-1}:\dfrac{x^2-ax+a^2}{ax-a}$;

2) $\left(\dfrac{k+x}{x^2-kx+k^2}-\dfrac{1}{k+x}\right):\left(\dfrac{k^2+2x^2}{k^3+x^3}-\dfrac{k+2x}{k^2-kx+x^2}\right)$.

6.104. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $\dfrac{a+b}{2(a-b)}-\dfrac{a-b}{2(a+b)}=\dfrac{b}{a-b}-\dfrac{b^2-ab}{a^2-b^2}$;

2) $\dfrac{a^2}{a^2-b^2}-\dfrac{a^2b}{a^2+b^2}\cdot\left(\dfrac{a}{ab+b^2}+\dfrac{b}{a^2+ab}\right)=\dfrac{ab}{a^2-b^2}$.

6.105. $\dfrac{y}{3-y}+\dfrac{y^2+3y}{2y+3}\left(\dfrac{y+3}{y^2-3y}-\dfrac{y}{y^2-9}\right)$ өрнегінің мәні y айнымалысына тәуелсіз болатынын көрсетіңдер.

C

6.106. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{2}{ab}-\dfrac{x^2}{a^2b^2}}$; 2) $\dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}}{\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ac}}$.

6.107. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{a+b}{ax+by}+\dfrac{a-b}{ax-by}+\dfrac{2\left(a^2x+b^2y\right)}{a^2x^2+b^2y^2}-\dfrac{4(a^4x^3-b^4y^3)}{a^4x^4-b^4y^4}$;

2) $\left(\dfrac{a^2+b^2}{ab}-2\right):\left(\dfrac{2a^2+2ab}{a^2+2ab+b^2}-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a-b}\right)$.

6.108. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

1) $\dfrac{b-c}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{c-a}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{a-b}{(c-a)(c-b)}=\dfrac{2}{a-b}+\dfrac{2}{b-c}+\dfrac{2}{c-a}$;

2) $\dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}=1$.

6.109. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{x-a}{x-b}$, мұндағы $x=\dfrac{ab}{a+b}$; 2) $\dfrac{\dfrac{a}{b}-x}{\dfrac{b}{a}+x}$, мұндағы $x=\dfrac{a-b}{a+b}$.

6.110. Ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{x-\dfrac{yz}{y-z}}{y-\dfrac{xz}{x-z}}$; 2) $\dfrac{\dfrac{a-b}{c-b}-\dfrac{b+c}{a+b}}{\dfrac{a+b}{c-b}+\dfrac{b-c}{a+b}}$.

6.111. Теңбе-теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{\left(\dfrac{1}{(a-b)^2}+\dfrac{2}{a^2-b^2}+\dfrac{1}{(a+b)^2}\right)(a^2-b^2)^2}{(a+b)^2+2(a^2-b^2)+(a-b)^2}=1.$$

ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

6.112. Өрнекті көпмүше түрінде жазыңдар:

1) $(3x^2 - 4y)^3$; 2) $(2a + b^2)^3$; 3) $(4m^3 - n^2)^2$.

6.113. Теңдеуді шешіңдер:

1) $(2x+1)^2-(2x-1)^2=7x+1,5$; 2) $9x(3+x)-(3x+4)^2=2x-14$.

6.114. Графигі: 1) $A(4;0,5)$; 2) $B(-0,5;2)$ нүктесі арқылы өтетін кері пропорционалдықты табыңдар. Табылған функция графигін салыңдар.

VII. 7-сыныпта өтілгендерді қайталауға арналған жаттығулар

7.1–7.5-есептердегі көрсетілген амалдарды орындаңдар.

7.1. 1) $\frac{2x}{15}-\frac{3x}{20}+\frac{x}{12}$; 2) $\frac{4a}{25}-\frac{4a}{35}+\frac{8a}{21}$; 3) $\frac{m}{a-1}+\frac{n}{1-a}$.

7.2. 1) $3x\cdot\frac{y}{12x}$; 2) $\frac{3ab}{4xy}\cdot\frac{10x^2y}{21a^2b}$;

3) $5x:\frac{15x}{y}$; 4) $\frac{12ab}{25c}:8a^2$.

7.3. 1) $(m+n)(m-n)$; 2) $(x+5)(x-5)$;

3) $(a-3)(3+a)$; 4) $(y+2)(2-y)$.

7.4. 1) $(x+2)^2$; 2) $(3x-y)^2$; 3) $(5a+b)^2$; 4) $(a^2+b^2)^2$.

7.5. 1) $(x+1)^2(x^2-x+1)$; 2) $(a-2)(a^2+2a+4)$;

3) $\left(\frac{m}{2}-2n\right)\left(\frac{m^2}{4}+mn+4n^2\right)$.

7.6. Есептеңдер: 1) $(3ab)^3$, мұндағы $a=\frac{1}{2}$, $b=4$;

2) $-\left(\frac{1}{5}xyz\right)^2$, мұндағы $x=-2$, $y=-5$, $z=1\frac{3}{4}$.

7.7. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\frac{15x}{20y}$; 2) $\frac{6xy}{8y^2}$; 3) $\frac{2m^2}{3mn}$; 4) $\frac{24a^3}{56a^2b}$.

7.8. Теңдеуді шешіңдер:

1) $8x-3=5x+6$; 2) $x-7+8x=9x-3-4x$.

7.9. Бөлуді орындаңдар:

1) $(x^2-9):(x+3)$; 2) $(a-b)^2:(a^2-b^2)$; 3) $(25-x^2):(x+5)$.

7.10. Ықшамдаңдар: 1) $-\left(\frac{1}{3}xy^3\right)^2\cdot(-3x)^3$;

2) $(-5x^3y)^2\cdot\left(\frac{1}{5}ab^3\right)^3$; 3) $(-2a^3b)^3\cdot(-2b)$.

B

7.11–7.17-есептерде көрсетілген амалдарды орындаңдар.

7.11. 1) $\frac{a}{xy}+\frac{a}{xu}$; 2) $\frac{m}{ab}-\frac{n}{ac}$; 3) $\frac{5x^2-y^2}{xy}-\frac{3x-2y}{y}$.

7.12. 1) $\frac{5x}{ab}+\frac{2y}{3a^2b}-\frac{3}{6a^2b^2}$; 2) $\frac{2a-3b}{a^2b}-\frac{4a-5b}{ab^2}$;

3) $\frac{5a^2-2a-1}{a^2b}-\frac{3a-2}{ab}$.

7.13. 1) $\left(\frac{b^2xy}{9a^5}:\frac{7xy}{12a^5}\right)\cdot\frac{28a^4}{3b^2}$; 2) $\frac{3mx^2y}{2a^2b^2}\cdot\frac{3abc}{8p^2q^2}:\frac{9a^2b^2c^3}{28xpq}$.

7.14. 1) $(1+x)(1-x)(1+x^2)$; 2) $5x^2-3(x+1)(x-1)$.

7.15. 1) $(x^3+8):(x^2-2x+4)$; 2) $(a^3+27b^3):(a+3b)$.

7.16. 1) $[x(x+2y)+y^2]\cdot[x^2-y(2x-y)]:(x-y)(x+y)$;

2) $(8a^3-0{,}027):(2a-0{,}3)-(a+1)^2$.

7.17. 1) $x^m:x^n$; 2) $-y^{2m}:y^m$; 3) $a^{2n+2}\cdot a^{2-n}$; 4) $b^{2n+1}\cdot b^{1-2n}$.

7.18. Тиімді тәсілмен есептеңдер:

1) $2{,}4\cdot1{,}6$; 2) $49\cdot51$; 3) 86^2-14^2; 4) $\left(3\frac{4}{5}\right)^2-\left(2\frac{1}{5}\right)^2$.

7.19. Бір фунт 0,41 кг. 1) x фунтты y килограмға айналдыру формуласын жазыңдар. 2) Фунтты килограмға айналдыру графигін салыңдар.

7.20. Ықшамдаңдар:

1) $\left(\frac{m}{m+1}+1\right):\left(1-\frac{3m^2}{1-m^2}\right)$; 2) $\left(\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{2x-1}{2x+1}\right)\cdot\frac{10x-5}{4x}$.

7.21. Ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{y-\frac{1}{y}}{\frac{1}{y}+1}$; 2) $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{xy}}$.

7.22. $(xyz)^2=x^2y^2z^2$ теңдігін дәлелдеңдер. Бұл теңдік қандай ережеге сай келеді?

7.23. Қай санның үлкен болатынын түсіндіріңдер: 1) a^2 немесе $\frac{1}{a^2}$, егер $a>1$ және $0<a<1$; 2) a^2 немесе a^3, егер $a>1$ және $a<1$.

7.24. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)}$; 2) $\frac{10x^2y(a-b)^2}{25x^4y(a-b)^3}$; 3) $\frac{7m^3n^5(p+q)}{21m^2n^3(p+q)^2}$.

7.25. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\frac{8x^2y^2(a-5)}{12xy^4(5-a)}$; 2) $\frac{3x^2+4xy}{9x^2y-16y^3}$; 3) $\frac{2ac-4bc}{5a^3c-20acb^2}$.

7.26. Есептеңдер:

1) $\frac{a^2x-ax^2}{a-x}$, мұндағы $a=1{,}5$; $x=0{,}75$;

2) $\frac{a^2-8a+16}{ax-4x}$, мұндағы $a=-5$; $x=-2$.

7.27. Есептеңдер:

1) $\frac{5^4+5\cdot3^6}{5^3+5^2\cdot3^2}$; 2) $\frac{6^6\cdot2^3-3^6}{6^6+3^3\cdot6^3+3^6}$; 3) $\frac{(-27)^{-15}\cdot(-9)^{20}}{(-3)^{-7}}$.

7.28. Әрбір натурал n үшін $\frac{9^{2n}+14}{5}$ бөлшегінің мәні натурал сан болатынын дәлелдеңдер.

7.29. 100^{20} және 9999^{10} сандарын салыстырыңдар.

7.30. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $\frac{28^{n+1}}{2^{2n+1}\cdot7^n}$; 2) $\frac{90^{n+1}}{2^n\cdot3^{2n}\cdot5^n}$.

7.31. Функцияның графигін салыңдар:

1) $y=-\frac{1}{2}x^2$; 2) $y=\frac{x^3}{3}$; 3) $y=-\frac{4}{x}$.

7.32. Толық квадратты 3-ке және 4-ке бөлгенде қандай қалдықтар қалуы мүмкін?

C

7.33. Есептеңдер:

1) $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$, мұндағы $a=-1$, $b=-2$, $c=-3$;

2) $\dfrac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}$, мұндағы $x=3$, $y=-2$.

7.34. Бөлшекті қысқартыңдар:

1) $\dfrac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by}$; 2) $\dfrac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}$;

3) $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$.

7.35. Амалдарды орындаңдар:

1) $\dfrac{2c-1}{2c}-\dfrac{2c}{2c-1}-\dfrac{1}{2c-4c^2}$;

2) $\dfrac{3}{x^2+2xy+y^2}-\dfrac{4}{x^2-2xy+y^2}+\dfrac{5}{x^2-y^2}$.

7.36. Амалдарды орындаңдар:

1) $\dfrac{m^2-5m+6}{m^2+7m+12}\cdot\dfrac{m^2+3m}{m^2-4m+4}$; 2) $\dfrac{a^2+2a-3}{a^2+3a-10}:\dfrac{a^2+7a+12}{a^2-9a+14}$.

7.37. Ықшамдаңдар:

1) $\dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}$;

2) $1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{y}}}$; 3) $\dfrac{1}{a-\dfrac{1}{a-\dfrac{a}{1-a}}}$.

7.38. Бір сан ойлап, оны 3-ке көбейтіңдер, көбейтіндіге 36-ны қосыңдар, шыққан санды 3-ке бөліп, нәтижесінен ойлаған санды азайтыңдар. Нәтижесінде 12-ге тең сан шығады. Қандай сан ойламасақ та, нәтижесінде неліктен 12-ге тең сан шығатынын түсіндіріңдер.

7.39. $333^{555}+555^{333}$ қосындысы 37-ге бөлінетінін көрсетіңдер.

7.40. Көбейтіндіні дәреже түріне келтіріңдер:

1) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^{31}$; 2) $5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \ldots \cdot 5^{33}$; 3) $7^2 \cdot 7^6 \cdot \ldots \cdot 7^{2n}$.

7.41. Өрнектің мәнін табыңдар:

1) $\dfrac{\left(8^{n+1}+8^n\right)^2}{\left(4^n-4^{n-1}\right)^3}$, $n \in N$; 2) $\dfrac{\left(4^{n+1}+6\cdot 4^n\right)^3}{\left(8^{n+1}+2\cdot 8^n\right)^2}$, $n \in N$.

7.42. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 20$ санын жай көбейткіштердің көбейтіндісі түрінде жазыңдар (қарапайым жіктелуі түрінде).

7.43. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 100$ саны берілген. Оны қысқаша 100! түрінде жазып, «жүз факториал» деп оқиды.

1) Бұл сан неше нөлмен аяқталады? 2) 100! саны 2-нің ең үлкен қандай дәрежесіне бөлінеді?

7.44. Кез келген бүтін сан және оның 5-ші дәрежесі бірдей цифрлармен аяқталатынын көрсетіңдер.

7.45. Қайсысы үлкен: 1) 5^{300} не 3^{500}; 2) 2^{700} не 5^{300}; 3) 2^{300} не 3^{200}?

7.46. $2^{2002} \cdot 5^{2003}$ санын стандарт түрде жазыңдар.

7.47. Санның ең соңғы цифрын анықтаңдар: 1) 9^{2003}; 2) 3^{2003}; 3) 2^{2003}.

7.48. $9119^{191^{919}}$ саны қандай цифрмен аяқталады?

7.49. $1999^{2003}+9991^{2002}$ қосындысы қандай цифрмен аяқталады?

7.50. $43^{43}-17^{17}$ айырмасы қандай цифрмен аяқталады?

7.51. 12 таңбалы k санының ондық жүйедегі жазылуында 2 және 9 цифрлары екі реттен, ал қалған цифрлар бір-бірден кездеседі. k саны толық квадрат болуы мүмкін бе?

7.52. Санның ондық жүйедегі жазылуында 300 бірлік және бірнеше нөл ғана бар (өзге цифрлар жоқ). Осы сан толық квадрат болуы мүмкін бе?

ЖАУАПТАРЫ

5–6-сыныпта өтілгендерді қайталау

0.1. 1) −15,92; 2) 61,5; 3) −3,441; 4) 144,03; **0.2.** 1) −9; 2) −23; 3) −11; 4) 6,5. **0.3.** 1) −2; 2) −4; 3) 6; 4) 9. **0.4.** 1) 17; 2) кез келген сан шешімі болып табылады; 3) 2; 4) ± 2. **0.5.** 2) $-1\frac{5}{9}x-1,85y$. 4) $-3,5x-0,75y$. **0.6.** 1) $x>2$; 2) $x>9$; 3) $x\leqslant 3$; 4) $x\geqslant 5$; 5) $x>-12$; 6) $y\geqslant 6$. **0.8.** 1) (2; 7); 2) (3; 7); 3) (0; 3); 4) (−3; −4); **0.9.** 5) (8; −2); 6) (4; −3). **0.10.** 33 және 25. **0.11.** 1) $\frac{7}{11}$; 2) $7\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 8. **0.12.** 1) $-\frac{1}{4}$; 2) 2; 3) 13; 4) 1,5. **0.13.** 1) 7; 2) 17; 3) 3; 4) шешімі жоқ. **0.14.** 1) 2; 2) 3; 3) −6; 4) −5. **0.15.** 1) −10; 2) 42; 3) 18; 4) 4. **0.16.** 1) (4; 3); 2) (8; 7); 3) $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)$; 4) (4; 3). **0.17.** 1) 0,235; 2) 1; 3) 10000. **0.18.** 21 және 24. **0.19.** 6 см, 24 см, 5 см. **0.20.** 35 данадан барлығы 70 монета. **0.22.** 1) $x=4a$; 2) $x=2a$; 3) $x=6,36$. **0.23.** 1) $x=\frac{am+qb}{mp+lq}$; $y=\frac{pb-al}{mp+lq}$; 3) $x=-1$, $y=1$; 4) $x=4$; $y=-1$. **0.25.** 1) $a\neq 2$; c–кез келген сан; 2) $a=2$; $c=14$. **0.26.** $a=2$, $c\neq 14$. **0.27.** 8 жұмысшы 10 күнде. **0.28.** 10 жас, 52 жас. **0.29.** 1) $x>2$; 2) $x<2$; 3) $x=2$. **0.30.** $y\leqslant 2x+3$; $y\geqslant\frac{1}{3}x-2$; $y\leqslant -1\frac{1}{3}x+3$.

I. Натурал және бүтін көрсеткішті дәреже

1.10. 4) 256; 6) −6; **1.11.** 3) $(-0,5)^3<0$; 5) $-(1,1)^4<(0,3)^4$. **1.12.** 3) $(x-y)^3$; 4) $(a+b)^2$. **1.14.** 3) $(-5)^3$; 5) $(0,1)^3$; 6) $1,2^2$. **1.15.** 4) $3b^2$; 6) $2a^2+2b^3$; 7) $\frac{3x^2}{2y^3}$. **1.16.** 4) $(ax)^2=ax\cdot ax$ немесе $(ax)^2=(-ax)\cdot(-ax)$. **1.17.** 1) 883; 2) 0,75; 3) 1. **1.18.** 97. **1.19.** 1) −9; 2) 80; 3) 18,6; 4) 6. **1.22.** 1) $(x+y)^2$; 4) $2(x-y)^3$. **1.23.** Мүмкін емес. **1.24.** 1) x^3; 4) x^{24}. **1.25.** $a=-1\Rightarrow -11$; $a=0\Rightarrow 0$; $a=2\Rightarrow -20$. **1.26.** 1) $\frac{17}{54}$; 2) $3\frac{11}{13}$; 3) $-1\frac{151}{180}$; 4) $1\frac{1}{6}$. **1.29.** 1) Орындалады; 2) әрқашан орындала бермейді. **1.30.** 2) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{97}{120}$. **1.31*.** 1) $a\neq -4$; 2) $a=-4$; $b=6$; 3) $a=-4$; $b\neq 6$. **1.32.** 1) −22; 2) −16. **1.33.** 1) $a>1$; $a<1$; 3) a – бүтін тақ сан; 4) $a=1$. **1.36.** 1) 2^{11}; 2) $0,2^8$; 3) 3^8; 4) 6^{14}; 5) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$; 6) $0,1^9$. **1.39.** 1) 25; 5) $-\frac{3}{7}$; 6) $6\frac{19}{25}$. **1.43.** 5) q^{11}; 6) 2^{10}. **1.44.** 2) a^{10}; 3) 4^8; 5) m^{15}; 6) 7^{11}. **1.45.** 4) $x^6\cdot x^{12}$. **1.46.** 4) 10^{12}; 6) $0,4^7$; 8) 3^{19}. **1.47.** 3) $2,5^9$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$. **1.48.** 1) 216; 2) 5.

1.49. Мысалы, 4) $3^5 \cdot 3^7$. **1.50.** 1) 25; 2) 9; 3) 0,64; 4) $-3\frac{3}{8}$; 5) $\frac{8}{27}$. **1.51.** 1) 17; 2) 16; 3) 25; 4) 0,027. **1.52.** 1) a^7; 2) x^4; 3) b^5. **1.53.** 1) $2a$; 2) x^5. **1.54.** 3) 7^{n+3}; 4) 3^{k+5}. **1.55.** 1) $b^4 \cdot b^7$; 2) $b^4 \cdot b^3$. **1.56.** 3) $x=a^4$; 4) $x=a^{11}$. **1.60.** 1) 49; 2) 100; 3) 1. **1.62.** 1) $-20p^2$; 2) $-5a^{n+18} \cdot b^{n+14}$. **1.65.** (2,8; –0,4). **1.66.** 15000 тг, 12000 тг және 12000 тг. **1.71.** 6) $-\frac{y^5}{x^5}$; 8) $-\frac{32a^5b^5}{243x^5}$. **1.72.** 3) $(3c)^4$; 6) $(0{,}2p)^4$. **1.73.** 4) a^{24}; 5) a^{10}. **1.74.** 2) b^8; 6) b^9. **1.75.** 1) x^4; 4) x^9. **1.76.** 2) a^{20}; 5) x^{15}. **1.77.** 1) x^6; 2) ab^3; 3) $a^6 \cdot x^{10}$. **1.81.** 2) x^{m+1}; 4) x^{3n}. **1.82.** 4) 3^{10}. **1.83.** 2) $(25^2)^5$; 5) $(5^5)^4$. **1.84.** 1) 2; 2) 125; 3) 25; 4) $\frac{1}{9}$. **1.86.** k^4. **1.87.** $\frac{p^8}{q^4}$. **1.88.** 1) 4 тәсілмен; 2) 4 тәсілмен. **1.90.** Жоқ. **1.91.** 1-мен. **1.93.** 1) $A(3;\ -5)$, $B(3;\ 5)$; 2) $A(-3;\ -5)$; $B(3;\ -5)$; 3) $A(-3;\ -5)$; $B(3;\ 5)$. **1.94.** $k=1$, $b=2$. **1.95.** 800 т. **1.96*.** Жоқ. **1.100.** 8) $25^{-1} \cdot (x-y)^2 \cdot (x+y)^{-4}$. **1.101.** 1) 7; 2) 8; 3) $\frac{1}{9}$; 4) 25; 5) 1; 6) 1000. **1.102.** 3) $2^6 \cdot m^6 \cdot n^{-6}$; 5) $9 \cdot p^6 \cdot q^{-2}$. **1.103.** 1) 2^{-1}; 2) 2^{-13}; 3) 2^2; 4) 2^0. **1.104.** 5) $2{,}776 \cdot 10^{10}$; 7) $1\frac{1}{21} \cdot 10^{-4}$; 8) $\frac{5}{4} \cdot 10^{-6}$. **1.105.** 1) –2; 2) 8; 3) 5000; 4) 1001; 5) 2,25; 6) $\frac{1}{72}$. **1.107.** 2) $\left(-\frac{1}{25}\right)^{-3} < 0$; 3) $(-5)^4 > 0$. **1.108.** 1) $2^{-5} < 2^{-4}$; 2) $7^{-5} < 7^{-3}$; 3) $(-3)^{-3} < 3^{-3}$; 4) $(0{,}2)^{-3} > (0{,}5)^{-3}$; 5) $(0{,}3)^{-3} < (0{,}3)^{-4}$; 6) $6^{-2} = (-6)^{-2}$. **1.109.** 1) 3^{n+2}; 4) 3^n. **1.110.** 1) $n=-2$; 2) $n=5$; 3) $n=-1$; 4) $n=-1$. **1.111.** 3) $\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-10}$; 4) $\left(\frac{1}{a^{-4}}\right)^5$. **1.112.** 2) $3y$. **1.113.** 2) 10^{2n+4}. **1.114.** 3) $x=1$. **1.115.** 1) 5; 3) 15. **1.117.** 1) 16; 2) 64; 3) 1. **1.118.** 3 км/сағ. **1.119.** 6 үй жануары және 14 тауық. **1.120.** $y=-3$. **1.121.** 4) $a_4=125$; $a_5=625$. **1.123.** 3^{-3}; 3^{-2}; 3^{-1}; 3^0. **1.127.** 2) $3 \cdot 4 \cdot 10^{-11} < 7{,}5 \cdot 10^{-9}$; 3) $7{,}27 \cdot 10^{-5} < 5{,}1 \cdot 10^{-4}$. **1.129.** 1) $a_6=8$. **1.133.** 4) $a_5=16$, $a_6=-32$. **1.134.** 3) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$. **1.135.** 2) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{9}{8}$; $\frac{16}{16}$. **1.139.** 3) $1{,}775 \cdot 10^{-2}$. **1.144.** 1) $a_n = \frac{n^2}{3^n}$. **1.146.** 4) $1-(-1)^n$. **1.153.** 1) 0,4; $\frac{0{,}4}{5} = 0{,}08$. **1.154.** 1) 0,21; 2) 2; 3) 0,023; 4) 0,0039. **1.159.** 0,048%. **1.160.** 0,0002.

II. Бірмүшелер және көпмүшелер

2.1. 1) –3700; 2) –21000; 6) 14,7. **2.2.** 2) $20ab$; 5) $1{,}5mn$. **2.3.** 3) $16m^6$; 6) $6\frac{1}{4}x^2y^4$. **2.4.** 4) $-6ab^2$; 8) $-10m^3n^3$. **2.5.** 1) $-3{,}3a^4 \cdot b^3$; 4) x^6y^4z. **2.6.** 2) $-6a^6 \cdot b^3$; 3) $-0{,}1m^8 \cdot n^4$. **2.7.** 3) $-m^{10} \cdot n^5 \cdot k^{15}$; 4) $4a^2b^4$. **2.8.** 2) $(13x^3)^2$; 3) $(0{,}2b^6)^2$. **2.9.** 1) $-8a^{12}b^6$; 3) $16x^4y^{12}$. **2.10.** 2) $-0{,}1x^4 \cdot y^8$; 4) $-p^{10} \cdot q^8$. **2.11.** 1) $(0{,}1a^3b^2)^2$. **2.12.** 6) $(-0{,}2b^2y^3)^3$. **2.13.** $36m^3$. **2.15.** 1) $(\pm a^3b^6)^2$. **2.16.** 1) $(x^3y^2)^3$; 2) $(0{,}2a^4b)^3$. **2.17.** 1) $8x^{10}y^{10}$; 3) $-12m^7 \cdot n^9$. **2.18.** 2) $-72x^{5n}y^{5m}$; 4) $2a^9b^4 \cdot c$. **2.19.** 1) 3^{14}; 2) 2^{12}. **2.20.** 1) $2xy$; $2x^2y^0$; $2x^0y^2$. **2.21.** 1) $x^{15} \cdot y^{11}$. **2.24.** 1) 1; 2) $-\frac{1}{6}$. **2.25.** 1) 3^{-n}; 2) 5^n; 3) 25. **2.26.** $\underline{A}$(1,3;

1,1). **2.27.** 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{1}{2}$. **2.28.** 1) 0, 1, 4, 5, 6, 9; 2) 0, 1, 5, 6. **2.32.** 3) $3\frac{1}{4}-\frac{1}{2}m$; 6) $3p^2q-pq^2$. **2.34.** 1) $4x^3-8x+2$; 2) $2x^3+8$; 3) $-2x^3-8$. **2.36.** 2) $2x-2$; 3) $-x^2+2x$. **2.37.** 1) 32; 2) 11. **2.38.** 3) $6xy^2-0{,}2y^3-1$; 4) $m^2n^3+m^4$. **2.39.** 1) $-x^2+2x+1$; 4) b^2-4. **2.41.** 1) $x=0{,}3$; 2) $y=-20$; 3) $x=0$; 4) 5. **2.42.** 1) $4a$; 2) $5m$; 3) p; 4) $2b$; 5) $-2c$; 6) n. **2.44.** 1) $a-4b+9c-6d$; 2) $7a^2-3ax-4x^2$. **2.45.** 3) $1\frac{5}{12}m^3+15\frac{1}{6}m^2n+2\frac{1}{4}mn^2-7\frac{2}{3}n^3$. **2.46.** $3a+4b$. **2.47.** 1) 60; 2) 156. **2.48.** 1) $x^3+4+(2x^3-2x^2-x)$. **2.49.** 1) $x+y+z=5a^2+ab$. **2.51.** 1) $A=2x^2+10xy-y^2$; 2) $A=12a^n+3b^m+2c$; 3) $A=3x^{n+1}+10x^n-7x-5$. **2.52.** 5) $-4x^n+x^3+x-6$. **2.54.** 1) 2; 2) -9. **2.55.** 1) $-2m$; 2) a; 3) p; 4) $\frac{4b-2a}{3}$. **2.56.** 3) $-125a^4b$. **2.58.** 1. **2.59.** 5 дана. **2.63.** 1) $-8x^3+20x^2-12x$; 8) $3m^3n+1{,}5m^2n^2-2mn^3$. **2.64.** 3) $x(2-y)$. **2.65.** 7) $-mn(mn+1)$; 8) $9q^3(2p-q)$. **2.67.** 1) -1; 2) 3; 3) 16; 4) -5. **2.68.** 6) $3ab+b^2$. **2.69.** 1) 8; 2) -27; 3) 1,2; 4) $7\frac{5}{6}$; 5) 49; 6) 24; 7) 0,4; 8) 0. **2.71.** 2) $3xy+y^2$. **2.72.** 6) $-19y+18$. **2.73.** 5) $6pq(5q^2+3pq-2p^2)$. **2.74.** 1) $a(a^2+5a+1)$. **2.75.** 4) $-3m^2(2b-3m+4m^2+b^2)$. **2.76.** 4) $-4mn(n^2+2mn-3m^2)$. **2.77.** 1) 0; 5; 2) 0; -6; 3) 0; $-0{,}1$; 4) 0; $-2{,}5$; 5) 0; 1,5; 6) 0; $\frac{1}{12}$; 7) 0; 35; 8) 0; -4. **2.78.** 1) 4,27; 2) -15; 3) 16,9; 4) 128. **2.80.** $mx+n(x+y)$ тг. **2.82.** 1) $2ab(2a^2-5ab+b^2)$; 6) $3ax^3(2a^3-5a^2x+5ax^2-3x^3)$. **2.83.** $AB-CD=0$. **2.85.** 1) $-0{,}1$; 2) $-\frac{2}{13}$; 3) $-3\frac{3}{7}$; 4) -39. **2.86.** 5) $(x-2y)(9a^2-b^2+x-2y)$. **2.87.** 4) $5xy(x^2-x+1)(y-3x)$. **2.93.** 16,5 км/сағ. **2.94.** 600 т және 800 т. **2.95.** 7) $125x^3(1-3x)^3$; 8) $32x^5(y+3x)^5$. **2.97.** 32 үлкен және 48 кіші лампы. **2.98.** 1 (4;7);2) (−3; −15). **2.99.** 1) $-3a^{13}y^9$; 2) $-\frac{0,9x}{y^2}$. **2.100.** 417. **2.103.** 7) $10b^2-18bc+8c^2$. **2.104.** 5) $4x^2+2xy-2x-y$; 8) $-30m^2+27m-6$. **2.105.** 3) $4n^4+19n^2-5$. **2.106.** 2) $(x-y)(3b+1)$; 6) $(m-n)(4a-1)$. **2.107.** 9) $(x-y)(3+a)$. **2.108.** 6) $(2y-5x)(3b-2a)$; 9) $(5a-6b)(x-y)$. **2.110.** 6) $2x^4+9x^3y+3x^2y^2-xy^3+12y^4$. **2.111.** 1) $2x^2-12$; 2) $2a^2-4$; 3) $2a^2+10a+14$; 4) $2x^2-10x+14$. **2.112.** 1) 1,5; 2) 24; 3) 6; 4) 11,5. **2.113.** 4) $20x^3y^2-13x^2y^3-20xy^4-6x^5+7x^4y$. **2.114.** 4) $(a+b+c)(x-1)x$; **2.115.** 1) $(c^2-d)(a+c-b)$; 2) $(m-n)\cdot(x^2+y^2-1)$; 5) $(ab+1)(a+b+2)$; 6) $(x-y^2)(x-y+1)$. **2.116.** 1) 11,2; 2) $-\frac{5}{8}$; 3) 91. **2.119.** 1) 4; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) 0. **2.122.** 2) x^6-1; 4) x^5-y^5. **2.124.** 8, 9, 10, 11. **2.126.** 1) $(x+2)(x+3)$; 4) $(x-3)(x-4)$; 6) $(x+1)(x-4)$; 8) $(x-3)\cdot(x+5)$. **2.127.** 5 м және 15 м. **2.128.** 1) -1; 5; 2) -3; -4; 3) 1; 10. **2.132.** 1680 га. **2.133.** 246. **2.134.** $m=2$. **2.135.** 14 қоян және 22 қырғауыл. **2.136.** 1) 0; 2) 0. **2.137.** 35 км.

III. Функция

3.6. 4) $f(-1)=\frac{3}{4}$; $f(0)=\frac{3}{4}$; $f(1)=\frac{1}{2}$; $f(2)=\frac{3}{7}$. **3.14.** 2) $x=3\frac{2}{3}$. **3.16.** 1) $(-\infty;$

5) $\cup(5;\ \infty)$; 4) $(-\infty;\ +\infty)$. **3.17.** 1) $(-\infty;\ -3)\cup(-3;\ 3)\cup(3;\ +\infty)$. **3.18.** 1) $[-2;\ -1)\cup(-1;\ 7]$ **3.19*.** 1) $(-\infty;\ 3)\cup(3;\ +\infty)$; 2) $x=\dfrac{2}{y-4}+3$; 3) $y\in(-\infty;\ 4)\cup(4;\ +\infty)$ – мәндері облысы. **3.29.** 1) Функция; 2) функция емес; 3) функция емес; 4) функция. **3.34.** 1) $\varphi(4)=10$, $\varphi(1)=6$; 2) $r(2)=12$; $r(1)=5$. **3.45.** 480 тг. **3.50.** 3) $y=3x+5$. **3.61.** 16 кг. **3.63.** Нұсқау: $M_1(x_1,\ y_1)$ нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуі $y-y_1=k(x-x_1)$ түрінде, ал M_1 және M_2 нүктелері арқылы өтетін түзудің бұрыштық коэффициенті $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ түрінде жазылатынын көрсетсеңдер, онда бізге қажет M_1M_2 түзуі теңдеуі $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$ түрінде жазылады. **3.66.** $n=4$. **3.67.** $-3\dfrac{4}{45}$. **3.70.** 1) $y=3x-4$ болғандықтан, $k=3$, онда екінші параллель түзуге де бұрыштық коэффициент болады. **3.71.** 1) $y=3x-4$ үшін $k=3$, ал оған перпендикуляр түзу үшін $k_1=-\dfrac{1}{k}=-\dfrac{1}{3}$, яғни $y=-\dfrac{1}{3}x+4$ перпендикуляр түзу теңдеуі. **3.82.** $y=x+0{,}5$; $-1\leqslant x\leqslant 1$. **3.84.** 1) -12; 2) -45. **3.85.** 3) $m^{10}=\left(\dfrac{1}{m^2}\right)^{-5}$. **3.88.** 5) $y=-\dfrac{1}{2}x-1$ **3.89.** 3) $x-3y=-12$; 4) $2x-y=0$. **3.102.** 1) Бар; $(1;\ -2)$; 2) Шешімі жоқ: $\varnothing$. **3.112.** 1) $m=9$; 2) $m=\pm 5$. **3.113.** 1) $m=-27$; 2) $m=2$. **3.114.** 1) A жатады; 2) B жатады; 3) C жатпайды. **3.116.** 1) $0{,}5^2>0{,}5^3$; 2) $1{,}5^2<1{,}5^3$. **3.120.** 1) $a^3,\ a^2,\ a$; 2) $a,\ a^2,\ a^3$; 3) $a,\ a^3,\ a^2$; 4) $a^3,\ a,\ a^2$. **3.121.** 7. **3.122.** 20 га, 30 га, 15 га. **3.123.** $k=3$, B нүктесі арқылы өтпейді. **3.124.** 1) $-2{,}8a^{11}\cdot b^5$; 2) $-\dfrac{11}{4}a^2$. **3.125.** A, B және D жатады, ал C жатпайды. **3.133.** 1) 27; 2) -18; 3) $-2\dfrac{1}{4}$; 4) $1\dfrac{4}{5}$. **3.134.** 1) 16; 2) -8; 3) $-2\dfrac{2}{3}$; 4) 1. **3.135.** 1) 0,5; 2) $-0{,}5$; 3) $\dfrac{2}{3}$; 4) $-\dfrac{2}{3}$; 5) 6; 6) 3. **3.136.** 1) $\dfrac{1}{4}$; 3) 3; 4) 2. **3.137.** 1) (0; 0) және (–1; 2) екі қиылысу нүктесі бар; 2) (0; 0) және $\left(\dfrac{3}{2};\ \dfrac{9}{8}\right)$. **3.139.** Үш қиылысу нүктесі: (0; 0); $\left(\pm\dfrac{a}{b};\ \pm\dfrac{a^3}{b}\right)$. **3.140.** (0; 0), $(\pm 2;\pm 4)$. **3.142.** 180 кірпіш. **3.143.** 1) $(0{,}7)^{20}=(-0{,}7)^{20}$; 2) $-6{,}4^4<(-6{,}4)^4$. **3.144.** 210 км; $303\dfrac{1}{3}$ км. **3.155.** 2) $m=2$, $n=-2$. **3.156.** 1) $y=\dfrac{1}{x}$; 3) $y=\dfrac{5}{x}$; **3.157.** $b=\dfrac{6}{a}$. **3.158.** 1) 100 км/сағ; 2) 62,5 км/сағ; 3) 50 км/сағ. **3.159.** 1) 1; 2) $\dfrac{1}{3}$; 3) $\dfrac{4}{15}$.

IV. Статистика элементтері

4.9. $m=2$, $n=10$. **4.10.** $p=0,4$; $x_4=4$. **4.12.** $y=2$. **4.15*.** $x_1=1$; $x_2=2$. **4.16*.** $x_1=-13,8$; $x_2=6,7$. **4.38.** 27. **4.39.** 222.

V. Қысқаша көбейту формулалары

5.3. 6) $5\frac{4}{9}m^2+7mn+2\frac{1}{4}n^2$. **5.4.** 7) $1\frac{7}{9}x^2+16x+36$. **5.5.** 1) 10201; 2) 961; 3) 2601; 4) 1521. **5.6.** 4) $(c-5)^2$; 6) $(4-c)^2$. **5.7.** 1) $(3a-4b)^2$; 4) $(9x-y)^2$; 6) $(10a+b)^2$. **5.8.** 3) $(7a+2b)^2$; 6) $(4a+b)^2$. **5.9.** 2) $2mn$; 5) c^2; 6) $6k$. **5.11.** 6) $\frac{25}{36}p^2-pq+\frac{9}{25}q^2$. **5.12.** 3) $0,04m^4-2m^2n+25n^2$. **5.13.** 5) $c^{2k+2}+2c^{2k+1}+c^{2k}$. **5.14.** 3) $\left(\frac{5}{6}m-\frac{3}{5}n\right)^2$; 6) $\left(b^4-\frac{a^2}{2}\right)^2$. **5.15.** 1) Болмайды; 2) $(3m-10n)^2$; 3) $(2a-b)^2$; 4) болмайды; 5) $(3x^4-2y)^2$; 6) $(ab^2-x^4)^2$. **5.18.** 1) $3a^2$; 2) $0,4n^3$; 3) $15x^2y$; 4) $4a^{12}$. **5.19.** 1) 4; 2) $\frac{5}{12}$; 3) 1,2; 4) $5\frac{2}{3}$. **5.20.** 1) $3\frac{1}{8}$; 2) 0; 3) $-1,6$; 4) $2\frac{4}{21}$. **5.21.** 1) $4ab$; 2) $12-3m^2$; 3) $112-52y+7y^2$; 4) $290-150x+80x^2$; 5) $9-4a-a^2$; 6) $-9x^2-10x+3$; **5.22.** 1) $16a^3b-16ab^3$; 2) x^2+1. **5.23.** $4ab$. **5.26.** 4) $27x^3+54x^2b+36xb^2+8b^3$. **5.27.** $a^2+b^2=\frac{1}{2}\left[(a+b)^2+(a-b)^2\right]$. **5.28.** $4ab=(a+b)^2-(a-b)^2$. **5.31.** 1) $(x+1)(x+2)\times(x+3)$; 2) $(a+1)\cdot(a^2+a+1)(a^2-a+1)$. **5.32.** 2) a^2-9b^2. **5.33.** 80 км/сағ және 90 км/сағ. **5.34.** 2) $(7a^3)^2$; 4) $(0,2a^3b^2)^2$. **5.35.** 11) $81b^2-64a^2$. **5.36.** 5) $25a^2-64b^2$. **5.37.** 3) y^2-x^2; 6) $a^2+2ab+b^2$. **5.38.** 7) $(10-p)(10+p)$. **5.39.** 7) $(ab-c)(ab+c)$; 8) $(pq-2k)(pq+2k)$. **5.40.** 2) 3599; 4) 4896; 6) 720; 8) 840. **5.41.** 1) ±3; 3) ±9; 5) $\pm\frac{5}{4}$. **5.42.** 1) 224,96; 2) 399,99; 3) 15,9999; 4) 899,96; 5) 7200; 6) 78000; 7) 6; 8) 47. **5.43.** 5) $36y^2-25x^2$. **5.44.** 2) $(3x-4y)(3x+4y)$; 6) $(2ab-1)(2ab+1)$. **5.46.** 6) $0,04t^2-0,25u^2$. **5.47.** 6) $1,69a^2b^2-1,21c^2$. **5.48.** 5) $4y^6-25x^4$. **5.49.** 3) $p^{2m}-q^{2n}$; 5) $625-x^4$; 6) a^4-8a^2+16. **5.50.** 1) $4(a-1)(a+6)$; 2) $5(x-y)(5x+y)$; 3) $-(2p+1)(4p+1)$; 4) $(a+3b)\times(3a-b)$; 5) $4xy$; 6) $4(p-2q)(3p+q)$. **5.51.** 3) $(5ab-4x^2)(5ab+4x^2)$. **5.52.** 8) $\left(\frac{2ax^2}{5}-\frac{3y^2}{4}\right)\left(\frac{2ax^2}{5}+\frac{3y^2}{4}\right)$. **5.53.** 2) $(4-x-y)(4+x+y)$; 5) $-12(4a+3)$. **5.54.** 6) $-(m+n)(15m+n)$. **5.55.** 1) 3,99; 2) 15,9996; 3) 399,96; 4) 0,9975; 5) 8; 6) 16; 8) 4,25. **5.56.** 1) $\frac{3}{2}$; 3) 14; 4) 5. **5.57.** 1) $(a+3b)(3a-b)$; 2) $(x+z)(x+2y-z)$; 3) $4pq$; 4) $4(a-2b)\cdot(3a+b)$. **5.61.** 1) $(a-b)(a+b-2,5)$; 2) $(m+n)(m-n+1,5)$; 3) $(x+y)(x-y+5)$; 4) $(2c-b)(2c+b-1)$. **5.62.** 1) $a^{15}(4a-1)(4a+1)$; 2) $m^{18}\left(m-\frac{4}{7}\right)\left(m+\frac{4}{7}\right)$; 3) $x^2(x-2)(x+2)(x^2+4)$. **5.63.** 1) $(a+b-1)(a+b+1)$; 2) $(2-5m+n)\times(2+5m-n)$; 3) $(9x-3a+b)(9x+3a-b)$; 4) $(xy-1-x-y)(xy-1+x+y)$. **5.64.** 1) 6; 2) ±2;

-3; 3) ± 3; $0{,}5$; 4) ± 1; $\frac{3}{4}$; 5) ± 4; $\frac{1}{2}$; 6) 1,5. **5.66.** 38 см. **5.67.** 2) $(3a^2)^3$; 3) $(2m^3)^3$; 5) $(-2a^3b^2)^3$. **5.68.** 1) $(2ab+1)^2$; 2) $\left(1-\frac{xy}{2}\right)^2$. **5.71.** 12 км. **5.72.** 10) $(n-3)(n^2+3n+9)$. **5.73.** 8) $\left(\frac{m}{4}+\frac{n}{5}\right)\left(\frac{m^2}{16}-\frac{mn}{20}+\frac{n^2}{25}\right)$. **5.74.** 5) $-\left(\frac{b}{3}+1\right)\left(\frac{b^2}{9}-\frac{b}{3}+1\right)$. **5.75.** 1) a^3-8; 2) x^3+8y^3; 3) $64+b^3$; 4) $27a^3-8b^3$. **5.76.** 1) 1; 3) m^3; 4) c^3. **5.77.** 5) $\left(\frac{n}{4}+2\right)\left(\frac{n^2}{16}-\frac{n}{2}+4\right)$. **5.78.** 4) $(xy-1)\times$ $\times(x^2y^2+xy+1)$. **5.79.** 5) $27a^3-8b^3$; 6) $1+c^3$. **5.80.** 6) $(m-n)\cdot(m^2+mn+n^2)\cdot(m^6+m^3n^3+n^6)$. **5.85.** 1) a^3b^3-64; 4) $\frac{x^3}{64}+\frac{y^3}{125}$. **5.86.** 6) $(4xy^2+7a)\cdot(16x^2y^4-28axy^2+49a^2)$. **5.87.** 1) $2b(3a^2+b^2)$; 2) $(3x \square y)\cdot(3x^2+3xy+7y^2)$; 3) $2mn(4m^2n^2-6mn+3)$; 4) $9a(3a^2-$ $-6ab+4b^2)$. **5.88.** 1) $(a+b)(a^2-3ab+b^2)$; 2) $-(5m+n)(m^2+mn+n^2)$; 3) $(x-y)\cdot(x^2+9xy+y^2)$; 4) $(p^2-pq+q^2)(p+q-2pq)$. **5.89.** 1) $(2a+1)(4a^2+a+1)$; 2) $(x-5)\cdot(x^2+x+25)$; 3) $(m-n)\times$ $\times(m+n)(m^2-mn+n^2)$; 4) $(c+y)(c-y)(c^2+cy+y^2)$. **5.90.** 1) $27x^9-1$; 4) $343b^6+8$. **5.91.** 1) $a(a^2-6ab+12b^2)$. **5.95.** 1) $-0{,}2$; 2) 19,75. **5.99.** 1) $(a-2b-3c)\cdot(a-2b+3c)$. **5.100.** 9) $a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$. **5.101.** 7) $0{,}001m^3-0{,}12m^2n+4{,}8mn^2-64n^3$. **5.102.** 5) $(0{,}2+$ $+a)^3$; 6) $\left(\frac{m}{3}-3n\right)^3$. **5.103.** 3) $\left(\frac{u}{2}+2v\right)^3$; 4) $(0{,}1a-10b)^3$. **5.104.** 5) $\frac{8}{27}a^3-4a^2b+18ab^2-27b^3$. **5.105.** 6) $0{,}008x^3+0{,}06x^2y+0{,}15xy^2+0{,}125y^3$. **5.106.** 1) $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)^3$; 4) $(0{,}3x+4y)^3$. **5.107.** 4) $343p^9+1323p^6q^4+1701p^3q^8+729q^{12}$. **5.108.** 8) $1000x^9+900x^6y^2+270x^3y^4+27y^6$. **5.110.** 6) $3{,}375m^9+2{,}025m^{10}+0{,}405m^{11}+0{,}027m^{12}$. **5.111.** 3) $xy(5x-3y)^3$. **5.112.** 5) $(c-2y)^2(1+c-2y)$. **5.113.** 1) 0; -2; 2) 0; $\frac{1}{3}$. **5.114.** 1) 4; 2) 13; 3) -30. **5.115.** 1) $3b$; 2) $3x$. **5.118.** 1) 5; 2) 2; 3) 3. **5.122.** 1) $(x^2+xy+y^2)(6x-y)$; 2) $(a-b)\cdot(a^2-4ab+b^2)$. **5.123.** $n=2$; $k=38$. **5.124.** 1) $(x+y+z)\cdot(x+y-z+1)$; 2) $(a-b)\cdot(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$. **5.125.** 4 сағ. **5.126.** 7) $5(x-2y)(x+2y)$. **5.127.** 4) $(a-b)(x+1)$; 7) $(x+y)(3m-1)$; 8) $(x-y)(2a-1)$. **5.128.** 2) $a^2b^2(a-b)(a+b)$; 5) $c^3d^2(1-c)$. **5.129.** 1) $(a-b)(x-y)$; 4) $(x-y)(2n+1)$. **5.130.** 1) $2(x+y)^2$; 2) $6(x-y)^2$; 6) $3a(1-b)^2$. **5.131.** 1) $(a-b)(a+b-1)$; 2) $(a+b)(a-b+1)$; 3) $(x-y)^2(x+y)$; 6) $(x-y)(c-x+y)$. **5.132.** 1) $(a-b)^2(a-b-3)$; 4) $(x-2y)^2(1-x+2y)$. **5.136.** 5) $(x^2y-a^2+b^2)\times$ $\times(x^2y+a^2-b^2)$; 6) $(3xy^2-a+b)(3xy^2+a-b)$. **5.137.** 3) $(m-2n-2p+3q)(m-2n+2p-3q)$; 8) $(3a-3b-2x+2y)(3a-3b+2x-2y)$. **5.138.** 2) $(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$; 4) $(a+1)^2\cdot(a^2-a+1)$. **5.139.** 2) $x(x-1)(a+b+c)$. **5.140.** 3) $-4b(3a^2+4b^2)$; 4) $(5x+y)\cdot(7x^2-$ $-5xy+19y^2)$. **5.141.** 1) $(m-n)^2(m+n)$; 6) $(b-2)(b^2+8b+4)$. **5.142.** 2) $(x+2)\cdot(x+4)$; 4) $(a-2b)\times$ $\times(a-5b)$. **5.143.** 1) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$; 4) $(x-1)(x+2)^2$. **5.144.** 1) $(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)$; 2) $(x^2+5)(x^2+x+1)$. **5.148.** 1) $a=-1$; 2) $a=1$. **5.149.** 1) $b=20$; 2) $b=1$. **5.150.** 1) $12(a-$

$-b)^2(a+b)$; 2) $24(x+y)^2(x-y)$. **5.184.** 1) $(a+2b)2(1-a-2b)$; 2) $(4u+v)(8u-v)$. **5.185.** 27; ...; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{81}$. **5.186.** Арифм. ортасы 8-ге тең; құлашы 4-ке тең; модасы 8-ге тең; медианасы 10-ға тең.

VI. Рационал өрнектер

6.1. 8) $\frac{3a}{2m-5n}$. **6.2.** 1) 3; 2) -3; 3) 3; 4) $-0{,}1$; 5) $\frac{2}{3}$; 6) 0; 4; 7) ±3; 8) -1; -5. **6.3.** 1) 2; 2) -1; 3) 3; 4) 2; 5) 1; 6) 3; 7) a; 8) $-b$; 9) ±1; 10) -1; 2. **6.6.** 5) $2m$; 8) $\frac{x}{2y^2}$. **6.7.** 1) $\frac{a+4b}{2ab}$; 7) $\frac{y-4}{3}$; 12) a^2+ab+b^2. **6.8.** 1) 100; 2) $\frac{3}{4}$. **6.9.** 1) $\frac{a+b}{3a}$; 5) $y-z$; 6) 2. **6.10.** 3) $\frac{3m}{4n}$; 4) $-\frac{a}{b}$; 6) $\frac{5ab}{8cb}$. **6.12.** 4) $\frac{m \square n}{m+n}$. **6.13.** 3) $\frac{x+1}{x-1}$. **6.14.** 2) $\frac{x-1}{x+1}$. **6.15.** 2) $\frac{m^2+mn+n^2}{m+n}$. **6.16.** 4) $\frac{1}{a-b}$. **6.17.** 1) $\frac{5ab}{a^2-b^2}$. **6.18.** 4) a^2+b^2. **6.19.** 4) $a^2(a-1)$. **6.21.** 1) 4,5; 2) $\frac{9}{35}$. **6.22.** 1) $x=a+2$, $a \neq 2$; 2) $x=5$, $c \neq d$; 3) $x=b$, $c \neq a$, $b \neq 0$; 4) $x=a+b$; $a \neq b$. **6.23.** 4) $a+b-c$. **6.24.** 2) $\frac{1}{a+1}$; 4) $\frac{x-a}{x^2+a}$. **6.25.** 1) $-1{,}4$; 2) 9. **6.27.** 3) $x=a+1$, $a \neq -1$. Егер $a=-1$ болса, онда $x \in (-\infty; +\infty)$. **6.28.** 3) $\frac{m+1}{m+7}$. **6.29.** 3) $\frac{m}{m+n}$. **6.30.** 2) $\frac{2n}{a}$; 6) $\frac{4a}{b}$. **6.31.** 4) $\frac{a-2}{a+b}$. **6.34.** 2) $\frac{3x}{a-b}$. **6.35.** 4) $\frac{x+4}{a-b}$. **6.36.** 1) $\frac{y+2x}{4xy}$. **6.37.** 1) $\frac{x(c+b)}{abc}$; 3) $\frac{2bm+3an}{abx}$. **6.38.** 2) $\frac{2a^2-b^2+2ab}{ab}$. **6.39.** 3) $\frac{n+2m}{m^4n^4}$. **6.40.** 1) $1+\frac{3}{a}$; 2) $1+\frac{x}{c^2}$; 3) $m-2+\frac{4}{m}$. **6.41.** 2) 1, 3, 9; 3) 1, 3. **6.42.** 1) $\frac{3ax-2b}{6x^2}$. **6.43.** 4) $\frac{y(x+3y)}{6}$. **6.44.** 4) $\frac{a}{b}$; 8) $\frac{5a-1}{6}$. **6.45.** 1) 12; 2) 10; 3) 4; 4) 10; 5) 24; 6) 6. **6.46.** 1) 100; 2) 10. **6.47.** 2) $\frac{5a-b}{a(a-b)}$; 4) $-\frac{2(b+3)}{b(b+2)}$. **6.48.** 2) $\frac{9a-4}{4(a+2)}$; 4) $-\frac{7x}{10(x-3)}$. **6.49.** 2) $\frac{6m}{9m^2-n^2}$. **6.50.** 3) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; 4) 0. **6.51.** 3) $\frac{a(2b+1)}{1-b^2}$; 4) $\frac{2}{a+2}$. **6.52.** 2) $\frac{a+1}{5(a-4)^2}$. **6.53.** 1) $\frac{2}{x}$; 2) -2; 3) $\frac{12a}{1-a^3}$; 4) $-\frac{1}{a}$. **6.54.** 1) $\frac{1}{3x-2y}$; 4) $\frac{2(a-b)}{a^2+ab+b^2}$. **6.55*.** 1) 0; 2) $\frac{2}{y-z}$. **6.56*.** 1) $\frac{1}{abc}$; 2) 1. **6.58.** 1) 6; 2) 4; 3) $\frac{1}{5}$; 4) 1,4. **6.59.** 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 0; 4) 1. **6.61.** 9. **6.63.** 1) $(a-b-c)(a-b+c)$; 2) $(a-b-4)(a-b+4)$. **6.64.** $x=-1$. **6.65.** 6) cx; 7) $\frac{n}{m}$. **6.66.** 5) $\frac{x}{y}$; 8) $\frac{15c^2}{4a}$. **6.71.** 1) $-6x^3y$; 5) $ab-b^2$. **6.72.** 2) 1; 3) $\frac{a+2b}{3}$; 5)

$x-y$. **6.75.** 1) $\frac{9b}{5ay}$; 3) $\frac{128a^2}{9}$. **6.76.** 1) m^3; 2) $-n(n+1)$; 4) $-x^2(x^2+3)$. **6.77.** 1) $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$; 2) 1; 3) $\left(\frac{x-b}{x+b}\right)^2$; 4) 1. **6.78.** 3) 1; 4) -1. **6.81.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{25(x^2-y^2)}{8}$. **6.82.** 3) x; 4) $-\frac{x}{a}$. **6.83.** 1) $\frac{1}{a}$; 3) $\frac{x-a}{y-a}$. **6.84.** 1) $n+1+\frac{1}{n}$; 2) $\frac{2ac(a+c)^n+c}{2(n+a+1)}$. **6.85.** 1) $b+a$; 2) 1. **6.87.** $x^8-16=(x^2-2)\cdot(x^2+2)(x^2-2x+2)\cdot(x^2+2x+2)$. **6.88.** 1) -6; 2) 2,3. **6.91.** 30 км. **6.92.** 4) $x+y$. **6.93.** 2) $\frac{a^3}{m^4}$; 4) 0. **6.94.** 3) $-a$; 4) x. **6.95.** 1) $6\frac{2}{3}$; 3) $3-x^2$; 4) -1. **6.96.** 1) $\frac{a+b}{b-a}$; 4) $\frac{2}{x+y}$. **6.97.** 3) $-\frac{c}{a}$. **6.98.** 1) $2x(x+y)$; 2) $\frac{3x+2y}{2xy}$. **6.99.** 2) $\frac{x-1}{x(x+1)}$ **6.100.** 2) 1. **6.101.** 1) $\frac{3}{1-x}$; 2) $\frac{1}{a^2+1}$. **6.102.** 2) $\frac{6}{x-a}$. **6.103.** 2) -1. **6.106.** 1) ab; 2) $\frac{ab+ac+bc}{a+b+c}$. **6.107.** 1) 0; 2) $\frac{2}{b}$. **6.109.** 1) $\frac{a^2}{b^2}$; 2) $\frac{a}{b}$. **6.110.** 1) $\frac{x-z}{y-z}$. **6.113.** 1) 1,5; 2) 2.

VII. 7-сыныпта өтілгендерді қайталауға арналған жаттығулар

7.1. 1) $\frac{x}{15}$; 2) $\frac{32a}{75}$; 3) $\frac{m-n}{a-1}$. **7.2.** 1) $\frac{y}{4}$; 2) $\frac{5x}{14a}$; 3) $\frac{y}{3}$; 4) $\frac{3b}{50ac}$. **7.5.** 3) $\frac{m^3}{8}-8n^3$. **7.6.** 1) 216; 2) $-12\frac{1}{4}$. **7.7.** 4) $\frac{3a}{7b}$. **7.8.** 1) 3; 2) 1. **7.9.** 2) $\frac{a-b}{a+b}$; 3) $5-x$. **7.10.** 2) $\frac{1}{5}x^6y^2\cdot a^3b^9$. **7.11.** 3) $\frac{2x^2+2xy-y^2}{xy}$. **7.12.** 1) $\frac{30abx+4by-3}{6a^2b^2}$. **7.13.** 1) $\frac{16a^4}{9}$. **7.14.** 1) $1-x^4$; 2) $2x^2+3$. **7.15.** 1) $x+2$; 2) $a^2-3ab+9b^2$. **7.16.** 1) x^2-y^2; 2) $3a^2-1{,}4a-0{,}91$. **7.17.** 3) a^{n+4}. **7.19.** 1) $y=0{,}41x$. **7.20.** 1) $\frac{1-m}{1-2m}$; 2) $\frac{10}{2x+1}$. **7.21.** 1) $y-1$; 2) $x+y$. **7.23.** 1) Егер $a>1$, онда $a^2>\frac{1}{a^2}$; егер $0<a<1$, онда $a^2<\frac{1}{a^2}$. **7.24.** 2) $\frac{2}{5x^2(a-b)}$. **7.25.** 3) $\frac{2}{5a(a+2b)}$. **7.26.** 1) 1,125; 2) 4,5. **7.27.** 3) 9. **7.30.** 1) 14; 2) 90. **7.32.** 0 немесе 1. **7.33.** 1) 0; 2) 9. **7.34.** 1) $\frac{x+c}{2x+y}$; 2) $\frac{x+z}{(1-y)^2}$; 3) $\frac{1}{3a^2-b^2}$. **7.35.** 1) $-\frac{1}{c}$. **7.36.** 1) $\frac{m^2-3m}{m^2+2m-8}$; 2) $\frac{a^2-8a+7}{a^2+9a+20}$. **7.37.** 1) 1; 3) $\frac{a^2}{a^3-a+1}$. **7.40.** 1) 2^{496}; 2) 5^{561}; 3) 7^{n^2+n}. **7.41.** 2) 10. **7.43.** 1) 24; 2) 2^{97}. **7.45.** 1) $5^{300}=(5^3)^{100}=(125)^{100}<(243)^{100}=3^{500}$. **7.46.** $5\cdot10^{2002}$. **7.47.** 1) 9; 2) 7; 3) 8. **7.48.** 9. **7.49.** 0; **7.50.** 0. **7.51.** Мүмкін емес. **7.52.** Мүмкін емес.

МАЗМҰНЫ

Оқу басылымы

Шыныбеков Әбдухали Насырұлы
Шыныбеков Данияр Әбдухалиұлы

АЛГЕБРА

Жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына
арналған оқулық

Редакторы *Г. Ғалиева*
Көркемдеуші редакторы *М. Нұрбеков*
Техникалық редакторы *Ұ. Рысалиева*
Корректоры *Ү. Бахова*

ИБ № 052

Теруге 12.02.2017 жіберілді. Басуға 28.06.2017 қол қойылды. Пішімі $70\text{x}90^1/_{16}$.
Офсеттік қағаз. Офсеттік басылыс. Шартты баспа табағы 14,63. Есептік баспа
табағы 8,11. Таралымы 80000 дана. Тапсырыс № 2557.

«Атамұра» корпорациясы» ЖШС, 050000, Алматы қаласы, Абылай хан даңғылы, 75.

Қазақстан Республикасы «Атамұра» корпорациясы» ЖШС-нің
Полиграфкомбинаты, 050002, Алматы қаласы, М. Мақатаев көшесі, 41.